

임의 형상 평판의 고정밀도 고유진동수 추출을 위한 분할영역법 기반 NDIF법 개발

Development of the NDIF Method Using a Sub-domain Approach for Extracting Highly Accurate Natural Frequencies of Arbitrarily Shaped Plates

강 상 욱*·윤 주 일*

S. W. Kang and J. I. Yon

(2012년 5월 23일 접수 ; 2012년 6월 29일 심사완료)

Key Words : Plate Vibration(평판 진동), Sub-domain Method(분할 영역법), NDIF Method(무차원 동영향 함수법), Natural Frequency(고유진동수), Arbitrarily Shaped Plate(임의 형상 평판)

ABSTRACT

The NDIF method based on a sub-domain technique is introduced to extract highly accurate natural frequencies of arbitrarily shaped plates with the simply-supported boundary condition. The NDIF method, which was developed by the authors for the eigen-mode analysis of arbitrarily shaped plates with various boundary conditions, has the feature that it yields highly accurate natural frequencies thanks to its effective theoretical formulation, compared with other analytical methods or numerical methods(FEM and BEM). However, the NDIF method has the weak point that it can be applicable for only convex plates. It was revealed that the NDIF method offers very inaccurate natural frequencies or no solution for concave cavities. To overcome the weak point, the paper proposes the sub-domain method of dividing a concave plate into several convex domains. Finally, the validity of the proposed method is verified in various case studies, which indicate that natural frequencies obtained by the proposed method are very accurate compared to the exact method and FEM(ANSYS).

1. 서 론

임의 형상 평판의 고유진동수와 모드형상을 추출하기 위해 가장 일반적으로 사용되는 방법은 유한요소법(FEM) 또는 경계요소법(BEM)과 같은 수치해석법을 이용하는 것이다^(1,2). 이들 수치해석법은 평판의 내부 또는 경계를 많은 노드로 분할하기 때문에 많은 수치 계산량을 필요로 하며, 이로 인해

수치 계산 오차가 발생하게 된다(결과적으로 해의 정밀도가 다소 떨어지는 문제점이 발생).

상기와 같은 문제점을 극복하기 위해, 이 논문의 저자는 임의 형상 멤브레인^(3,4), 음향공동⁽⁵⁾, 평판⁽⁶⁾의 고정밀도 고유치해석을 위한 방법으로, NDIF법(method of non-dimensional dynamic influence function)을 처음 개발하여, 현재까지 다양한 경계조건을 가진 평판에 대한 다수의 연구 결과들을 발표한 상태이다⁽⁷⁻¹¹⁾. 그러나, NDIF법은 볼록 평판에는 정확한 결과를 제공하나, 오목 평판에 대해서는 해의 정밀도가 떨어지거나 해를 제공하지 않는 단점을 가진다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 과도

† 교신저자; 정회원, 한성대학교 기계시스템공학과
E-mail : swkang@hansung.ac.kr

Tel : (02)760-4228, Fax : (02)760-4329

* 정회원, 한성대학교 기계시스템공학과

함수를 기저함수로 사용하여 오목 평판의 고유치를 추출하는 무요소법(meshless method)⁽¹²⁾을 개발하였으나 해의 정밀도가 다소 떨어지는 단점을 가진다. 이 논문에서는 이러한 단점들을 극복하기 위하여, 해석 대상 오목 평판의 영역을 여러 개의 블록 영역으로 분할한 다음, 각각의 블록 영역에 대해 NDIF법을 적용하는 ‘분할 영역법 기반 NDIF법’이 새로이 연구되었다.

이 논문에서는 평판의 여러 가지 경계 조건 중에, 단순지지 경계조건을 가진 경우에 대한 이론 정립이 수행되었다. 고정단 또는 자유단 경계조건에 대한 연구 결과는 향후 발표될 예정이다. 이 논문의 후반부에는 정립된 이론의 타당성을 검증하기 위해 다양한 예제 연구가 수행되었다.

2. 이론 정식화

2.1 지배방정식과 경계조건

Fig. 1에서 실선은 단순지지 경계조건을 가진 임의 형상 평판의 경계(Γ)를 보여준다. 단순지지 경계조건을 가진 평판은 고정 경계(fixed edges)를 가진 멤브레인과 유사성(analogy)을 가지기 때문에, 평판의 자유진동 지배방정식은 식 (1)과 같이 멤브레인 지배방정식(헬름홀츠 방정식)으로 대체될 수 있다^(13,14).

$$\nabla^2 W + \Lambda^2 W = 0 \tag{1}$$

여기서 W 는 평판의 진동 변위를 나타낸다. 식 (1)에 고정 경계조건(변위가 0인 조건),

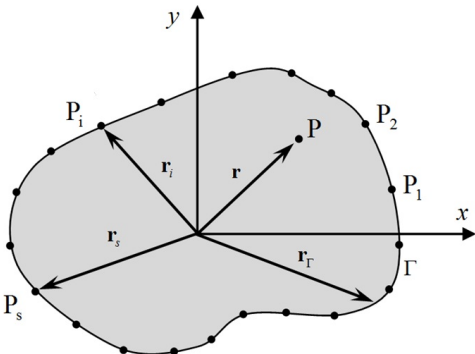


Fig. 1 Arbitrarily shaped plate discretized with boundary nodes P_1, P_2, \dots, P_N

$$W_\Gamma = 0, \Gamma : \text{경계} \tag{2}$$

을 적용하는 방법에 의해 구해진 i 번째 고유치 Λ_i 를 식 (3)에 적용하여, 최종적으로 평판의 i 번째 고유진동수 f_i 를 구할 수 있다.

$$f_i = \frac{\Lambda_i^2}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{\rho_s}} \tag{3}$$

여기서 ρ_s 는 평판의 면밀도, $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 는 평판의 강성(flexural rigidity)을 뜻한다.

2.2 기존 NDIF법 설명⁽⁶⁾

NDIF법에서는 Fig. 1에서와 같이 해석 대상 평판의 경계 Γ 는 N 개의 경계노드들로 이산화된다. 그리고 위치 벡터 \mathbf{r} 로 표시된 평판 내부의 한 점 \mathbf{P} 에서의 진동 변위 $W(\mathbf{r})$ 은 다음과 같이 평판 경계에 위치한 N 개의 노드들에 대한 무차원 동영함수들의 선형 결합으로 가정된다.

$$W(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^N A_s J_0(\Lambda |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) \tag{4}$$

여기서 J_0 는 제1종 0차 베셀 함수(Bessel function)를 나타내며, A_s 는 미지 상수이다. 그리고 \mathbf{r}_s 는 평판 경계에 위치한 노드 P_s 에 대한 위치 벡터를 뜻한다.

가정된 진동 변위 식 (4)가 평판의 경계에 위치한 노드들 위에서 단순지지 경계조건을 만족하도록 하기 위해, 경계조건 식 (2)를 다음과 같이 이산화된 경계조건으로 재정의 한다.

$$W(\mathbf{r}_i) = 0, i = 1, 2, \dots, N, \tag{5}$$

여기서 \mathbf{r}_i 는 경계 노드 P_i 에 대한 위치벡터를 뜻한다. 다음으로 이산화된 경계조건 식 (5)를 가정된 진동 변위 식 (4)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{s=1}^N A_s J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s|) = 0, i = 1, 2, \dots, N. \tag{6}$$

식 (6)을 정리하면 다음과 같은 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{SM}(\Lambda) \mathbf{A} = \mathbf{0}, \tag{7}$$

여기서 벡터 \mathbf{A} 는 미지 상수 A_s 를 성분으로 가지며, 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(\Lambda)$ 의 i 번째 행과 s 번째 열 위치에 있는 성분은 다음의 식에 의해 주어진다.

$$\mathbf{SM}_{is} = J_0(\Lambda | \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s |). \tag{8}$$

평판의 고유치는 식 (7)에서 주어진 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(\Lambda)$ 의 판별식의 근(root), 즉 식 (9)의 근으로부터 구해질 수 있다.

$$\det[\mathbf{SM}(\Lambda)] = 0. \tag{9}$$

마지막으로, 평판의 고유진동수는 식 (9)에서 구한 고유치를 식 (3)에 대입하는 방법에 의해 구해진다.

3. 분할영역법 기반 NDIF법

3.1 분할된 영역에서의 시스템 행렬식 추출

기존 NDIF법이 오목 형상 평판에 대해서는 부정확한 해석 결과를 제공하는 단점을 극복하기 위하여, 이 절에서는 Fig. 2와 같이 오목 형상을 가진 평판을 2개의 볼록 영역 D_I 와 D_{II} 로 분할한 후, 각각의 영역에 대해 기존의 NDIF법을 적용하여 시스템 행렬식을 먼저 추출한다. 이를 위해 영역 D_I 의 내부 한 점에서의 진동 변위를 식 (4)와 같은 방법으로, 영역 D_I 의 경계 Γ_1 과 접경 Γ_a 에 위치한 노드들에 대한 무차원 동영향 함수들의 선형결합으로 다음과 같이 가정한다.

$$W_I(\mathbf{r}^{(I)}) = \sum_{s=1}^{N_1} A_s J_0(\Lambda | \mathbf{r}^{(I)} - \mathbf{r}_s^{(I)} |) + \sum_{k=1}^{N_a} A_k^{(a)} J_0(\Lambda | \mathbf{r}^{(I)} - \mathbf{r}_k^{(a)} |), \tag{10}$$

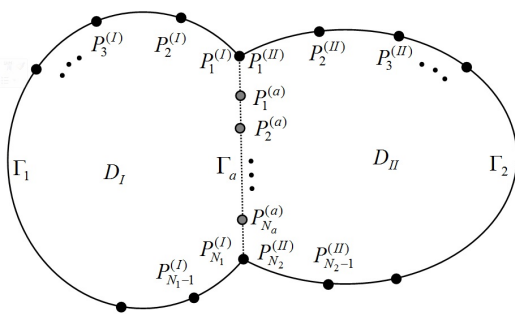


Fig. 2 Concave plate divided with 2 convex domains

여기서 N_1 과 N_a 는 영역 D_I 의 경계 Γ_1 과 접경 Γ_a 위에 놓여진 노드의 개수를 각각 나타낸다. 그리고 $\mathbf{r}^{(I)}$ 는 영역 D_I 내부의 한 점에 대한 위치벡터를 나타내며, $\mathbf{r}_s^{(I)}$ 와 $\mathbf{r}_k^{(a)}$ 는 경계 Γ_1 에 위치한 s 번째 노드에 대한 위치벡터와 접경 Γ_a 에 위치한 k 번째 노드에 대한 위치벡터를 각각 나타낸다.

영역 D_I 의 경계 Γ_1 은 변위가 영(zero)인 경계조건을 가지고 있으므로, 경계 Γ_1 위에 놓인 노드들에 대해 이산화된 고정 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$W(\mathbf{r}_i^{(I)}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_1. \tag{11}$$

이제 식 (10)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\sum_{s=1}^{N_1} A_s J_0(\Lambda | \mathbf{r}_i^{(I)} - \mathbf{r}_s^{(I)} |) + \sum_{k=1}^{N_a} A_k^{(a)} J_0(\Lambda | \mathbf{r}_i^{(I)} - \mathbf{r}_k^{(a)} |) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N_1. \tag{12}$$

식 (12)를 행렬식의 형태로 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{SM}_{11} \mathbf{A}_1 + \mathbf{SM}_{1a} \mathbf{A}_a = \mathbf{0}, \tag{13}$$

여기서 시스템 행렬 \mathbf{SM}_{11} 과 \mathbf{SM}_{1a} 의 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$(\mathbf{SM}_{11})_{is} = J_0(\Lambda | \mathbf{r}_i^{(I)} - \mathbf{r}_s^{(I)} |), \tag{14}$$

$$(\mathbf{SM}_{1a})_{ik} = J_0(\Lambda | \mathbf{r}_i^{(I)} - \mathbf{r}_k^{(a)} |). \tag{15}$$

마찬가지 방법으로, 영역 D_{II} 의 내부 한 점에서의 진동 변위를 영역 D_{II} 를 둘러싸고 있는 경계 Γ_2 과 접경 Γ_a 에 놓인 노드들에 대한 무차원 동영향 함수들의 선형결합으로 다음과 같이 가정한다.

$$W_{II}(\mathbf{r}^{(II)}) = \sum_{s=1}^{N_2} B_s J_0(\Lambda | \mathbf{r}^{(II)} - \mathbf{r}_s^{(II)} |) + \sum_{k=1}^{N_a} B_k^{(a)} J_0(\Lambda | \mathbf{r}^{(II)} - \mathbf{r}_k^{(a)} |), \tag{16}$$

여기서 N_2 는 영역 D_{II} 의 경계 Γ_2 위에 놓여진 노드의 개수를 나타낸다. 그리고 $\mathbf{r}^{(II)}$ 는 영역 D_{II} 내부의 한 점에 대한 위치벡터를 나타내며, $\mathbf{r}_s^{(II)}$ 는 경계 Γ_2 에 위치한 s 번째 노드에 대한 위치벡터를 나타낸다. 다음으로 경계 Γ_2 에 대한 고정 경계조건 식(17)을 식(16)에 적용하면, 식(18)을 얻을 수 있다.

$$W(\mathbf{r}_i^{(II)}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_2. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^{N_2} B_s J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(II)} - \mathbf{r}_s^{(II)}|) \\ & + \sum_{k=1}^{N_a} B_k^{(a)} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(II)} - \mathbf{r}_k^{(a)}|) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_2.$$

이제 식(12)를 행렬식의 형태로 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{SM}_{22} \mathbf{B}_2 + \mathbf{SM}_{2a} \mathbf{B}_a = \mathbf{0}. \quad (19)$$

3.2 접경에서의 연속 조건 고려

영역 D_I 와 D_{II} 의 접경 Γ_a 에서 진동 변위와 변위의 기울기가 같다는 연속 조건⁽¹⁵⁾을 고려한다. 이를 위해 접경 Γ_a 에 위치한 노드들에서의 연속 조건을 식(20)과 식(21)과 같이 이산화한다.

$$W_I(\mathbf{r}_i^{(a)}) = W_{II}(\mathbf{r}_i^{(a)}), \quad i = 1, 2, \dots, N_a, \quad (20)$$

$$\frac{\partial W_I(\mathbf{r}_i^{(a)})}{\partial n_i} = \frac{\partial W_{II}(\mathbf{r}_i^{(a)})}{\partial n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_a, \quad (21)$$

여기서 n_i 는 접경 위에 놓인 i 번째 노드의 법선 방향을 의미한다. 이제 식(10)과 식(16)을 식(20)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^{N_1} A_s J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_s^{(I)}|) \\ & + \sum_{k=1}^{N_a} A_k^{(a)} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_k^{(a)}|) \\ & = \sum_{s=1}^{N_2} B_s J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_s^{(II)}|) \\ & + \sum_{k=1}^{N_a} B_k^{(a)} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_k^{(a)}|) \end{aligned} \quad (22)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_a.$$

식(22)를 행렬식으로 변환하면 식(23)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{SM}_{a1} \mathbf{A}_1 + \mathbf{SM}_{aa} \mathbf{A}_a \\ & = \mathbf{SM}_{a2} \mathbf{B}_2 + \mathbf{SM}_{aa} \mathbf{B}_a \end{aligned} \quad (23)$$

다음으로 식(10)과 식(16)을 식(21)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^{N_1} A_s \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_s^{(I)}|) \\ & + \sum_{k=1}^{N_a} A_k^{(a)} \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_k^{(a)}|) \\ & = \sum_{s=1}^{N_2} B_s \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_s^{(II)}|) \\ & + \sum_{k=1}^{N_a} B_k^{(a)} \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_k^{(a)}|) \end{aligned} \quad (24)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_a.$$

식(24)를 행렬식의 형태로 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{VM}_{a1} \mathbf{A}_1 + \mathbf{VM}_{aa} \mathbf{A}_a \\ & = \mathbf{VM}_{a2} \mathbf{B}_2 + \mathbf{VM}_{aa} \mathbf{B}_a \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 행렬 \mathbf{VM}_{ab} 의 성분은 다음과 같다.

$$\mathbf{VM}_{ab}(i, k) = \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(\Lambda |\mathbf{r}_i^{(a)} - \mathbf{r}_k^{(b)}|). \quad (26)$$

3.3 최종 시스템 행렬 추출

앞 절에서 유도한 4개의 시스템 행렬식 식(13), 식(19), 식(23), 식(25)를 하나의 행렬식으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{SM}_{11} & \mathbf{SM}_{1a} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{SM}_{22} & \mathbf{SM}_{2a} \\ \mathbf{SM}_{a1} & \mathbf{SM}_{aa} & -\mathbf{SM}_{a2} & -\mathbf{SM}_{aa} \\ \mathbf{VM}_{a1} & \mathbf{VM}_{aa} & -\mathbf{VM}_{a2} & -\mathbf{VM}_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_a \\ \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

식(27)에서 앞부분에 곱해져 있는 행렬이 최종 시스템 행렬을 의미하며, 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{SM} = \begin{bmatrix} \mathbf{SM}_{11} & \mathbf{SM}_{1a} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{SM}_{22} & \mathbf{SM}_{2a} \\ \mathbf{SM}_{a1} & \mathbf{SM}_{aa} & -\mathbf{SM}_{a2} & -\mathbf{SM}_{aa} \\ \mathbf{VM}_{a1} & \mathbf{VM}_{aa} & -\mathbf{VM}_{a2} & -\mathbf{VM}_{aa} \end{bmatrix} \quad (28)$$

마지막으로 해석 대상 평판의 고유진동수는 식 (28)에서 주어진 시스템 행렬의 관별식 식 (29)의 해로부터 구할 수 있다⁶⁾.

$$\det[\mathbf{SM}] = 0 \quad (29)$$

4. 검증 예제

이 논문에서 제안된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해, 다양한 예제 연구를 수행하였다. 참고로 두께(h)가 0.005 m, 영률(E)이 210 GPa, 푸아송비(ν)가 0.3, 밀도(ρ_s/h)가 7800 kg/m³인 물성치를 가진 평판이 예제 연구에서 사용되었다.

4.1 직사각형 평판

먼저 엄밀해가 존재하는 직사각형 평판(가로 1.2 m, 세로 0.9 m)을 Fig. 3과 같이 같은 크기의 두 영역으로 분할한 후, 두 영역의 경계 및 접경에 총 29개의 노드($N_1=N_2=13, N_a=3$)를 배치하여 해석을 수행하였다. 그 결과는 Table 1에 제시되었다.

Table 1에서 이 논문에서 제안된 방법(Proposed method)에 의해 추출된 고유진동수를 엄밀해(Exact solution)와 비교해보면, 1~5차 고유진동수는 엄밀해와 오차가 없이 완전히 일치함을 확인할 수 있으며(소수점 넷째 자리에서 반올림한 결과를 비교), 6차와 7차 고유진동수 경우도 각각 0.10%와 0.13%의 아주 작은 오차를 가짐을 확인할 수 있다. 반면에 FEM(ANSYS)에 의해 구해진 고유진동수를 엄밀해와 비교해보면, 오차의 범위가 0.08~0.69%로 제안된 방법에 비해 FEM의 정확도가 떨어지는 것을 확인할 수 있다.

4.2 임의의 형상 평판

이 예제에서는 Fig. 4와 같은 임의의 형상 오목평판이 고려되며, $\gamma=0.2$ m, $\gamma=0.3$ m, $\gamma=0.4$ m인 세 가지 경우에 대하여 총 29개의 노드($N_1=N_2=13, N_a=3$)로 이산화 한 후 고유진동수를 추출하였다.

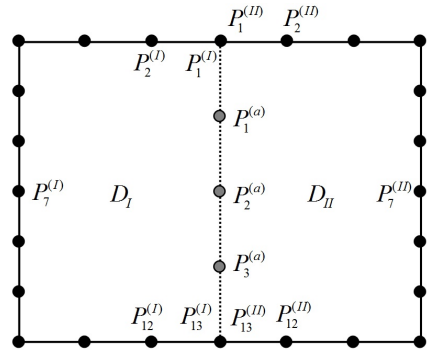


Fig. 3 Rectangular plate divided with 2 domains

Table 1 Natural frequencies(Hz) of the rectangular plate by the proposed method, the exact solution, and FEM(parenthesized values denote errors(%) with respect to the values by the exact solution)

	Proposed method (29 nodes)	Exact solution ⁽¹³⁾	FEM(ANSYS) (1238 nodes)
1	23.789(0.00)	23.789	23.808(0.08)
2	49.481(0.00)	49.481	49.603(0.25)
3	69.463(0.00)	69.463	69.666(0.29)
4	92.296(0.00)	92.300	92.872(0.62)
5	95.155(0.00)	95.155	95.463(0.32)
6	138.113(0.10)	137.977	138.732(0.55)
7	145.395(0.13)	145.590	146.589(0.69)

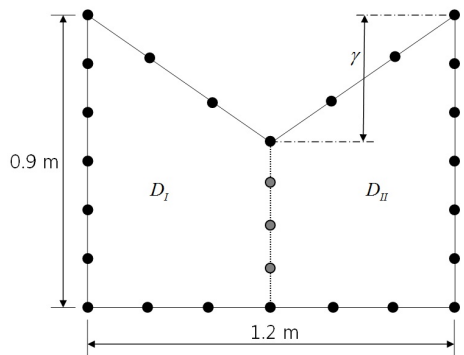


Fig. 4 Arbitrarily shaped, concave plate divided with 2 convex domains

$\gamma=0.2$ m인 평판에 대한 해석 결과는 Table 2에 제시되었다. Table 2에서 이 논문에서 제안된 방법(Proposed method)과 FEM(ANSYS)에 의해 구해진

Table 2 Natural frequencies of the arbitrarily shaped plate by the proposed method($\gamma=0.2$) and FEM(parenthesized values denote errors (%) with respect to the values by FEM with 1299 nodes)

	Proposed method (29 nodes)	FEM(ANSYS)		
		1299 nodes	835 nodes	573 nodes
1	30.74(0.56)	30.57	30.59	30.63
2	53.94(0.37)	54.14	54.18	54.25
3	91.77(0.32)	92.06	92.27	92.57
4	101.89(0.46)	101.42	101.65	102.00
5	112.29(0.51)	112.86	113.09	113.47
6	155.90(0.06)	155.99	156.45	157.02
7	157.02(0.76)	158.22	158.91	159.64
8	203.44(0.06)	203.31	204.23	205.51

Table 3 Natural frequencies of the arbitrarily shaped plate by the proposed method($\gamma=0.3$) and FEM(parenthesized values denote errors(%) with respect to the values by FEM with 1342 nodes)

	Proposed method (29 nodes)	FEM(ANSYS)		
		1342 nodes	809 nodes	578 nodes
1	36.71(1.23)	36.26	36.30	36.35
2	57.44(0.37)	57.65	57.72	57.78
3	97.64(0.25)	97.89	98.13	98.36
4	120.25(0.67)	119.45	119.91	120.36
5	123.95(0.45)	124.51	124.92	125.26
6	161.53(1.00)	163.16	163.90	164.75
7	171.05(0.11)	170.85	171.61	172.34
8	213.77(1.03)	216.00	217.21	218.28

고유진동수 결과를 비교해보면(소수점 셋째 자리에서 반올림한 결과를 비교), 제안된 방법(Proposed method)은 1299개를 사용한 FEM 결과와 0.56% 이내의 오차를 가질 정도로 매우 정확한 고유진동수를 제공한다.

$\gamma=0.3$ m인 평판에 대한 해석 결과는 Table 3에 제시되었다. 제안된 방법에 의해 구해진 총 8개의 고유진동수는 FEM 결과(1342노드)와 최대 1.23%의 오차를 가지는 것으로 확인된다.

$\gamma=0.4$ m인 평판에 대한 해석 결과는 Table 4에 제시되었다. 제안된 방법에 의해 구해진 총 8개의

Table 4 Natural frequencies of the arbitrarily shaped plate by the proposed method($\gamma=0.4$) and FEM(parenthesized values denote errors(%) with respect to the values by FEM with 1290 nodes)

	Proposed method (29 nodes)	FEM(ANSYS)		
		1290 nodes	820 nodes	575 nodes
1	45.43(1.83)	44.62	44.68	44.78
2	62.28(0.31)	62.47	62.56	62.63
3	103.93(0.17)	103.76	104.01	104.28
4	136.71(0.42)	137.28	137.62	138.28
5	143.59(0.31)	143.15	143.64	144.36
6	170.17(1.29)	172.39	173.27	173.97
7	195.24(0.24)	194.77	195.60	197.11
8	228.40(1.20)	231.17	231.99	233.68

고유진동수는 FEM 결과(1290노드)와 최대 1.83%의 오차를 가지는 것으로 확인된다.

평판의 오목한 정도를 표시하는 γ 값이 증가함에 따라, 제안된 방법과 FEM 해석 결과의 오차가 다소 커짐을 Tables 2~4에서 확인할 수 있다. 앞 절의 Table 1에서 검증한 바와 같이, 제안된 방법이 FEM에 비해 보다 정확한 고유진동수를 제공한다는 사실을 고려한다면, 평판의 오목한 정도가 커질 경우에는 제안된 방법은 FEM에 비해 보다 정밀한 결과를 제공한다고 말할 수 있다.

5. 결 론

이 논문에서는 오목 평판에 대해 매우 부정확한 고유진동수를 제공하는 기존 NDIF법의 단점을 극복할 수 있는 ‘분할영역법 기반 NDIF법’이 제안되었다. 몇 가지 예제 연구를 통해 제안된 방법의 정확성 및 타당성이 검증되었으며, 향후 고정단 및 자유단 경계조건을 가진 경우에 대한 추가적인 이론 정립도 수행될 예정이다.

후 기

이 연구는 한성대학교 연구장려금 지원과제임. 이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2010-0009422).

참 고 문 헌

(1) Bathe, K., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, New Jersey.

(2) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., 1984, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, New York.

(3) Kang, S. W. and Lee, J. M., 1999, Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Membrane Using Non-dimensional Dynamics Influence Function, Journal of Sound and Vibration, Vol. 221, pp. 117~132.

(4) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Application of Free Vibration Analysis of Membranes Using the Non-dimensional Dynamics Influence Function, Journal of Sound and Vibration, Vol. 234, No. 3, pp. 455~470.

(5) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Eigenmode Analysis of Arbitrarily Shaped Two-dimensional Cavities by the Method of Point-matching, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 107, No. 3, pp. 1153~1160.

(6) Kang, S. W. and Lee J. M., 2001, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Clamped Edges Using Wave-type Functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 1, pp. 9~26.

(7) Kang, S. W., 2002, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with a Mixed Boundary Condition Using Non-dimensional Dynamic Influence Functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 3, pp. 533~549.

(8) Kang, S. W., et al., 2003, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates With Free Edges Using Non-dynamic Influence Functions,

Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 10, pp. 821~827.

(9) Kang, S. W., 2007, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Polygonal Plates With Free Edges by Considering the Phenomenon of Stress Concentration at Corners, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 3, pp. 220~225.

(10) Kang, S. W., Kim, I. S. and Lee, J. M., 2008, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Smoothly Varying Free Edges Using NDIF Method, Journal of Vibration and Acoustics, Transaction of ASME, Vol. 130, No. 4, pp. 041010.1~041010.8.

(11) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2008, Development of Meshless Method for Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Free Plates Using Local Polar Coordinates, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 6, pp. 674~680.

(12) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2009, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Polygonal Plates with Simply Supported Edges Using a Sub-domain Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 327, pp. 271~284.

(13) Blevins, R. D., 1979, Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, Litton Educational Publishing, New York.

(14) Conway, H. D. and Farnham, K. A., 1965, The Free Flexural Vibration of Triangular, Rhombic and Parallelogram Plates and Some Analogies, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 7, pp. 811~816.

(15) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan Publishing, New York.