

<http://dx.doi.org/10.7236/JIWIT.2012.12.4.147>

JIWIT 2012-4-18

# MUSIC 알고리즘의 지향 방향벡터와 최적 가중치를 이용한 도래방향 추정 알고리즘 연구

## A Study on Direction of Arrival Algorithm using Optimun Weight and Steering Direction Vector of MUSIC Algorithm

이관형\*, 송우영\*\*, 이명호\*\*

Kwan-Hyeong Lee, Woo-Young Song, Myeong-Ho Lee

**요 약** 본 연구는 공간상에서 전파를 이용하여 원하는 목표물의 도래 방향을 추정 한다. 도래방향 추정은 수신 배열 안테나들로 입사하는 신호들 중에서 원하는 목표물의 위치를 찾는 것이다. 본 연구에서는 도래방향 추정의 고 분해능 MUSIC 알고리즘과 비용함수를 사용하여 목표물에 대한 도래방향을 추정하였고, 최적의 가중치를 계산하였다. 모의실험을 통하여 목표물 도래 방향 추정에서 기존 ESPRIT 알고리즘과 제안 알고리즘의 성능을 비교 분석 하였다. 목표물 도래 방향 추정에서 제안한 알고리즘이 기존의 ESPRIT 알고리즘보다 도래 방향 추정 능력이 향상되었다.

**Abstract** This paper estimates the direction of arrival of desired a target using propagation wave in spatial. Direction of arrival estimation is to find desired target position among received signal to receiver array antennas. In this paper, we estimated direction of arrival for target, by using cost function and high resolution MUSIC algorithm, in order to direction of arrival estimation, and calculated optimum weight vector. Through simulation, in regard to the estimation of the arrival direction of a target, the performances of the existing ESPRIT algorithm and the proposed algorithm were comparatively analyzed. In the estimation time of the arrival direction of a target object, the proposed algorithm showed an improvement of approximately as compared to the existing ESPRIT algorithm.

**Key Words** : MUSIC, ESPRIT, DoA, Array Antenna, Estimation

### 1. 서 론

본 연구는 공간상에서 전자파를 송신하여 원하는 목표물의 도래 방향을 추정한다. 간섭, 잡음 및 재밍과 같은 무선 환경에서 원하는 신호의 방향, 거리, 속도 등으로 목표물의 위치를 찾기 위한 도래방향 추정에 대한 연구가 진행되었다<sup>[1,2]</sup>. 원하는 목표물 신호이외의 간섭 및 잡음

신호를 제거하기위한 방법으로 디지털 빔형성, 적응배열 안테나 와 적응 신호처리 알고리즘으로 알려진 목표물 추정능력이 우수한 MUSIC 과 ESPRIT 알고리즘 등이 도래방향 추정에 있어서 많이 사용되어왔다. MUSIC 알고리즘은 신호 공간과 잡음 공간을 분리하여 잡음 부 공간의 고유벡터에 의한 스펙트럼에서 배열 응답 벡터의 피크를 찾아 도래방향을 추정한다<sup>[3]</sup>. ESPRIT 알고리즘의

\*정회원, 대전대학교 통신공학과

\*\*정회원, 청주대학교 전자공학과

접수일자 : 2012년 6월 12일, 수정완료 : 2012년 7월 21일

게재확정일자 : 2012년 8월 10일

Received: 12 June 2012 / Revised: 21 July 2012 /

Accepted: 10 August 2012

\*Corresponding Author: khlee@daejin.ac.kr

Dept. of Communication Engineering, Daejin University, Korea

도래방향 추정방법은 회전 행렬에 의해서 계산된다<sup>[4]</sup>. ESPRIT알고리즘을 이용한 도래방향 추정 능력은 부 배열에서 배열 요소의 수로 제한된다. 파라미터화된 추정 방법들의 문제는 추정된 데이터 모델을 어떻게 추정기로 부터 다른 신호를 추출하고 다른 데이터들과 비교 분석 하는 것이 매우 중요하다. 부공간 기법의 도래방향 추정 기술은 배열 데이터에서 배열 조향 벡터의 선형 결합으로 신호를 추정한다<sup>[5]</sup>.

본 연구는 원하는 목표물의 도래방향을 추정하기 위해서 MUSIC 알고리즘과 비용함수를 이용하여 도래방향과 최적 가중치를 추정한다. 수신 안테나에 입사하는 신호는 경로에 따라 위상차가 발생한다. 본 연구에서는 안테나 배열 소자간의 위상차를 나타내는 지향 벡터를 이용하여 지향 방향에서 입사하는 신호 이득이 최대가 되도록 한다. 그리고 다른 방향에서 입사하는 신호들은 널을 형성하여 최적의 가중치를 계산한다. 본 논문의 순서는 우선 최적 가중치를 계산하여 출력신호를 나타내고 출력신호 중에서 원하는 목표물의 도래방향을 추정하기 위해서 적응 배열 알고리즘과 비용함수를 사용하였다.

본 논문의 구성은 II장에서 데이터 신호 모델에 대해서 서술하였고, III장에서는 배열 공분산 최소 행렬 추정 방법을 제안하였다. IV장에서는 모의실험을 통하여 본 논문에서 제안한 방법과 기존의 방법을 비교 분석하였으며, V장에서는 본 연구에 대해서 결론을 맺는다.

## II. 신호 모델

배열 안테나 개수는  $M$ 개이고,  $K$ 개의 신호가  $\theta$  방향으로 수신 안테나에 입사한다. 잡음은 복소 가우시안으로 배열 출력 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[6,7]</sup>.

$$X(t) = A(\theta)s(t) + N(t) \quad (1)$$

여기서,  $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$  는 신호벡터,  $[\cdot]^T$ 는 전치행렬이다.  $N(t)$ 는 평균이 0, 분산이  $\sigma^2 I$  잡음벡터이다.  $A(\theta)$ 는  $M \times K$  응답벡터,  $a_k(\theta)$ 는 신호의 크기,  $k = 1, 2, \dots, K$  이다.

$$A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_K)] \quad (2)$$

$$a(\theta_k) = [1, \exp(-j\beta d_{m1}), \dots, \exp(-j\beta d_{mM})]^T \quad (3)$$

여기서,  $\beta = 2\pi f \sin\theta_k / c$ ,  $d_{m1}$ 는 기준 배열 요소와  $m$ 번째 배열 요소 사이의 거리,  $f$ 는 캐리어 주파수,  $c$ 는 전파 속도이다. 선형 배열 안테나 시스템에서 배열 공분산 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = E[X(t)X^H(t)] = AR_s A^H + \sigma^2 I \quad (4)$$

여기서,  $R_s$ 는 신호 공분산 행렬,  $E[\cdot]$ 는 기댓값,  $[\cdot]^H$ 는 허미트 행렬이다.

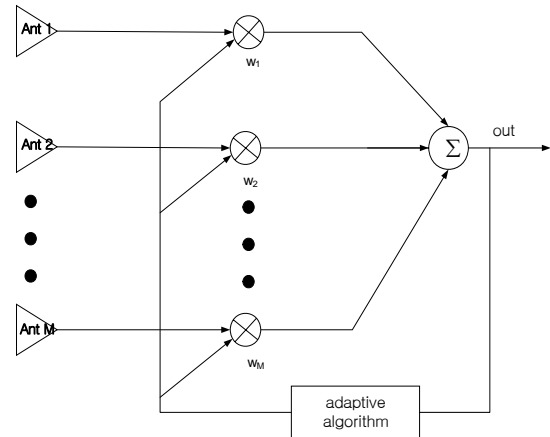


그림 1. 적응배열 안테나 시스템  
Fig. 1. Adaptive Array Antenna system

수신기에 입사하는 신호는 경로와 안테나 배열소 간격에 따라서 위상차가 발생한다. 안테나 배열 소자간의 위상차를 나타내는 지향벡터를 이용하여 지향방향에서 입사하는 신호 이득이 1이 되도록 하여 출력을 최소화한다. 그리고 다른 방향에서 입사하는 신호들에 대해서는 널(null)을 형성하여 최적가중치를 구한다<sup>[8,9]</sup>. 그림 1은 본 연구에서 적용한 적응배열 안테나 시스템이다. 안테나 배열 소간의 간격은 반파장이다. 안테나 배열의 수가  $M$ 개일 때 근사 공분산 행렬은  $M \times M$ 행렬이 되므로 자유도가  $M$ 으로 감소한다. 이것은 지향벡터를  $M \times M$  차원의 지향행렬로 변환시키는 기능을 수행한다. 지향방향을  $\theta$ 라고 하면  $n$ 번째 안테나의 대한 경로차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_k = \exp[j2\pi d(n-1)\sin\theta] \quad (5)$$

여기서  $n = 1, 2, \dots, M$ ,  $d$ 는 안테나 배열 소자간의 간격이고,  $\lambda$ 는 파장이다. 식(5)의 지향벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\delta}_k = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_M \\ \delta_2 & \delta_3 & \dots & \delta_{M+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_M & \delta_{M+1} & \dots & \delta_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

수신호에서 지향방향에 입사하는 신호성분을 빼면 원하지 않는 신호성분만 남게 되며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[X - A \bar{\delta}_k] v = 0 \quad (7)$$

여기서,  $A$ 는 신호 크기,  $v$ 는 고유벡터이다. 고유 벡터  $v$ 는 지향 방향인  $\theta$ 를 제외한 다른 방향에서 입사하는 신호와는 직교함으로서 다른 방향의 입사 신호는 출력에서 제거된다. 지향방향에 대한 이득이 1이 되는 제한조건을 두기 위해서 지향방향에 대한 지향벡터는 다음과 나타낼 수 있다.

$$\bar{\delta}_k = [1 \ e^{j\beta} \ e^{j2\beta} \ \dots \ e^{j(M-1)\beta}]^T \quad (8)$$

최적 가중치는 고유벡터를 스칼라 값으로 나누어 구할 수 있으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_k = \frac{v}{\delta_k} v \quad (9)$$

안테나 배열 소자간의 경로 차는 식(5)에 나타내었으며 위상 차이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\phi(\theta) = \frac{-2\pi d \sin(\theta)}{\lambda} \quad (10)$$

배열 안테나 소자에 입사되는 신호 세기는 일정하다고 가정하면 최적 가중치를 고려한 수신기의 신호출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \frac{v}{\delta} v \frac{1}{\sqrt{M}} e^{-j\psi} \begin{bmatrix} \exp(-j2\pi\Delta\phi(\theta)) \\ \exp(-j4\pi\Delta\phi(\theta)) \\ \vdots \\ \exp(-j2N\pi\Delta\phi(\theta)) \end{bmatrix} \quad (11)$$

### III. 도래방향 알고리즘 제한

본 장에서는 원하는 목표물 추정을 위한 도래방향 추정방법을 제시한다. 본 연구에서 제시한 방법은 MUSIC 알고리즘의 도래방향 지향 벡터를 계산한다. 도래방향 지향벡터는 비유함수를 적용하였다. MUSIC 알고리즘의 도래방향 추정은 배열 출력신호를 고 분해능 하는 방법으로 배열 출력의 공분산행렬은 고유치를 분해하고 공분산 행렬의 잡음 부 공간에서 가장 작은 고유치를 확장 시킴으로 고유벡터를 구할 수 있다. 잡음 부 공간은 신호의 지향 벡터와 직교한다. MUSIC 공간 스펙트럼은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[10,11]</sup>.

$$P = \frac{1}{a^H(\theta) E_n E_N^H a(\theta)} \quad (12)$$

식(12)에서 분모를 지향 벡터로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Lambda(\theta) = a_t(\theta)^H F(\theta) a_t(\theta) \quad (13)$$

여기서  $F(\theta)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$F(\theta) = Q^H E_n E_N^H Q \quad (14)$$

$$Q(\theta)^H = [\cos\theta \ a_k(\theta) \otimes I_M]^H \quad (15)$$

식(13)을 다음과 같이 최적화 형태로 나타낼 수 있다.

$$\min_{a_k(\theta), \phi} = a_k(\theta)^H F(\theta) a_t(\theta), \ e_1^H a_k(\theta) = 1 \quad (16)$$

여기서,  $e = [1, 0, \dots, 0]^T \in R^{M \times 1}$ 이다. 식(15)을 비용함수로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D(\theta) = a_k(\theta)^H F(\theta) a_k(\theta) - \gamma(e_1^H a_k(\theta) - 1) \quad (17)$$

여기서  $\gamma$ 는 상수이다. 식(16)을 양변  $a_k(\theta)$ 에 대해서 미분을 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial a_k(\theta)} D(\theta) = 2F(\theta)a_k(\theta) + \gamma e_1 = 0 \quad (18)$$

$$a_k(\theta) = \frac{F(\theta)^{-1} e_1}{e_1^H F(\theta)^{-1} e_1} \quad (19)$$

식(18)을 식(16)에 대입하면 목표물의 도래방향 추정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta = \arg \min_{\theta} \frac{1}{e_1^H F(\theta)^{-1} e_1} \quad (20)$$

#### IV. 모 의 실 험

본 연구에서 배열 안테나의 개수가 신호의 개수보다 많을 경우에 기준신호와 위상 천이부터 목표물의 방향을 추정하였다. 모의실험 조건은 안테나 배열 개수 9개, 그레이팅 로브를 피하기 위하여 안테나 간격은 반파장, 신호대 잡음비는 20dB, 원하는 목표물 도래방향은  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 이다. 이와같이 설정한 이유는  $10^\circ \ 5^\circ \ 3^\circ$ 로 분해능을 감소시키면서 도래방향 알고리즘의 추정능력을 나타내고자 한다. 그림 2는  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 MUSIC알고리즘을 이용하여 목표물의 방향을 추정한 그래프를 나타내었다. 도래 방향 추정시 3개의 목표물 도래방향을 추정하였다. 1개의 목표물을 추정하지 못하고 있다. 그림2의 그래프에서 MUSIC 알고리즘의 분해능은 약 4°이상임을 알 수 있다. 즉 3°이하[5°8°]의 분해능에서는 도래방향을 추정하지 못한다. 그림 3은  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 ESPRIT알고리즘을 이용하여 목표물의 방향을 추정한 그래프를 나타내었다. 도래 방향 추정시 3개의 목표물 도래방향을 추정하였다. 1개의 목표물을 추정하지 못하고 있다. 그림 3의 그래프에서 MUSIC 알고리즘의 분해능은

약 4°이상임을 알 수 있다. 즉 3°이하[5° 8°]의 분해능에서는 도래방향을 추정하지 못한다. 그러나 MUSIC알고리즘보다 분해능이 우수하다.

그림 4는  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 본 연구에서 제안한 방법으로 목표물의 방향을 추정한 그래프를 나타내었다. 도래 방향 추정시 4개의 목표물 도래방향을 추정하였다. 본 연구에서 제안한 방법이 기존의 MUSIC알고리즘보다는 4dB, ESPRIT알고리즘보다 3dB 분해능이 우수함을 나타내었다. 표 1은  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 MUSIC, ESPRIT 과 제안 알고리즘을 추정 방향에 대해서 계산하여 나타내었다. 제안 알고리즘이 원하는 방향에 가장 근접하게 추정하는 것을 알 수 있다.

표 1. 도래방향 추정  
Table 1. DoA Estimation

|          | $-10^\circ$   | $0^\circ$    | $5^\circ$    | $8^\circ$    |
|----------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| MUSIC    | $-9.54^\circ$ | $0.69^\circ$ | $x.xx^\circ$ | $7.45^\circ$ |
| ESPRIT   | $-9.66^\circ$ | $0.52^\circ$ | $6.99^\circ$ | $7.26^\circ$ |
| Proposed | $-9.99^\circ$ | $0.02^\circ$ | $4.05^\circ$ | $7.94^\circ$ |

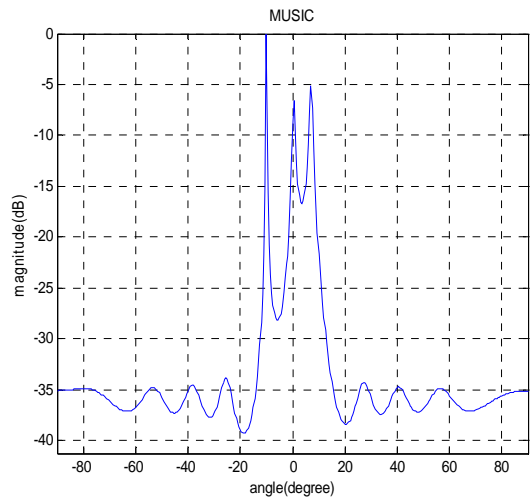


그림 2. MUSIC 알고리즘 도래방향 추정  
Fig. 2. DOA estimation of MUSIC algorithm

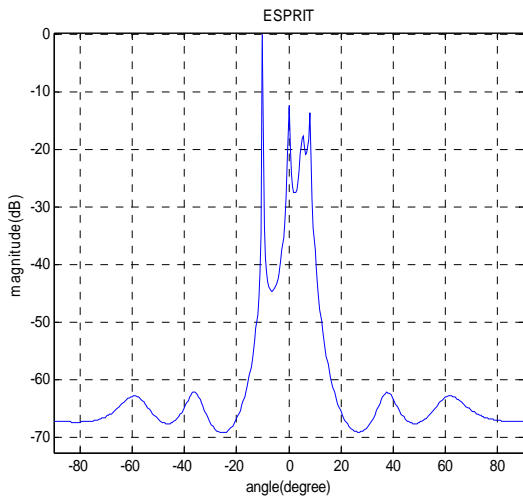


그림 3. ESPRIT 알고리즘 도래방향 추정  
Fig. 3. DOA estimation of ESPRIT algorithm

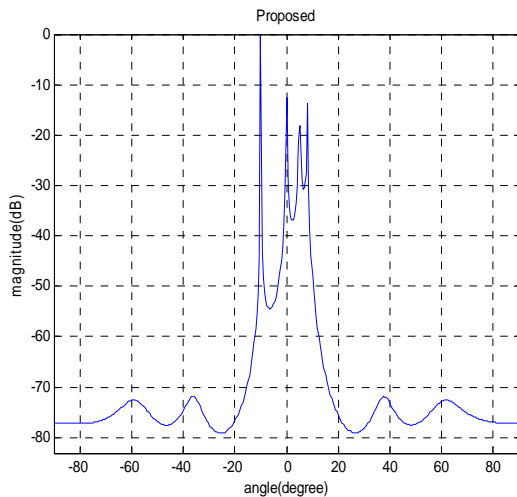


그림 4. Proposed 알고리즘 도래방향 추정  
Fig. 4. DOA estimation of Proposed algorithm

## V. 결론

본 연구에서는 무선 공간상에서 원하는 목표물의 도래방향을 추정하기 위해서 배열 공분산행렬의 최적 가중치, MUSIC 알고리즘과 비용함수를 적용하였다. 제안 방법은 배열 공분산 오차값을 최소화시키는 최적 가중치를 계산하였고 도래방향의 지향벡터에 대한 알고리즘을 연구하였다. 본 연구에서 도래방향을 추정하기 위한 제안한 알고리즘과 기존(MUSIC, ESPRIT) 알고리즘을 비교

분석한 결과 도래방향 추정 능력이 기존의 알고리즘보다 우수 하였다.  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 도래방향을 추정할 때 MUSIC과 ESPRIT 알고리즘은 약  $0.5^\circ$ 의 오차를 범위 나타내었으며 분해능이 약  $5^\circ$  이상을 나타내었다. 그리고 분해능이  $5^\circ$  미만인 목표물에서의 도래방향 추정능력은 현저히 감소하였고 추정 오차 또한 약  $2^\circ$ 를 나타내었다. 본 연구에서 제안한 방법은  $[-10^\circ \ 0^\circ \ 5^\circ \ 8^\circ]$ 에서 도래방향을 추정할 때 약  $0.1^\circ$ 의 오차를 범위 나타내었으며 분해능이 약  $3^\circ$  이상을 나타내었다. 분해능이  $3^\circ$  이하인 목표물에서의 도래방향 추정능력은 감소하였고 추정 오차 또한 약  $1^\circ$ 를 나타내었다. 그러나 MUSIC과 ESPRIT 알고리즘과 비교 분석하면 본 연구에서 제안한 방법의 분해능과 도래방향 추정능력이 각각 4dB, 3dB 향상되었음을 알 수 있다.

## 참고 문헌

- [1] B. Allen and M. Ghavami, "Adaptive Array System", Wiley, Feb, 2005
- [2] Frank.B.Gross, "Smart Antennas for Wirless Communications", Mc Graw Hill, pp. 73-197, Jan, 2005.
- [3] N. Le Bihan, S. Miron, and J.I Mars, "MUSIC Algorithm for vector-sensors Array using Biquaternions", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 55, No. 9, pp. 4523-4533, Sept, 2007
- [4] M. Haardt and J. A. Nossek, "Unitaty ESPRIT : How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 43, No. 5, pp. 1232-1242, May, 1995
- [5] Jong Hyeuk Ju and Myeong Ho Lee, "A Study on the Optimum weight Method to Adaptive Array Radar", The Journal of Korean Institute of Information Technology, Vo. 6, No. 5, pp. 49-54, Oct, 2008
- [6] Kwan Hyeong Lee, "A Stydy on the Decrease Estimation time using Covariance Vector Sparse Matrix", The Journal of Korean Institute of Information Technology, Vo. 10, No. 6, pp. 39-44,

Jun, 2012

- [7] Kwan Hyeong Lee, "A Study on the Multi Target Position Estimation using Multi Input Multi Output Array Antenna System and 2D MUSIC Algorithm", The Journal of Korean Institute of Information Technology, Vo. 10, No. 4, pp. 64-70, April, 2012
- [8] Zhang Meng Liu, Zhi Tao Huang, and Yi Yu Zhou, "Direction of Arrival Estimation of Wideband Signals via Covariance Matrix Sparse Representation", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 59, No. 9, pp. 4256-4270, Sep, 2011
- [9] John Litva, "Digital Beamforming in Wireless Communications", AH, 1996
- [10] Koichi Ichige, Yoshihisa Ishikawa, and Hiroyuki Arai, "High Resolution 2-D DOA Estimation Using Second-Order Partial Differential of MUSIC Spectrum", IEEE Conference Circuits and System pp. 1152-1155, May, 2008
- [11] Yameng Jiao, Jianguo Huang, and Yunshan Hou, "Multidimensional MUSIC DOA Estimation Using Ant Colony Optimization Algorithm", IEEE Conference Signal Processing, pp. 291-294, Oct. 2010

### 저자 소개

#### 이 관 형(정회원)



- 1998년3월~2004년8월 : 강릉영동대학 정보통신과 조교수
- 2005년3월~2007년2월 : 청주대학교 전자공학부 전임강사 (비정년트랙)
- 2007년3월 ~2010년2월 : 국방과학연구소
- 2010년3월~현재: 대전대학교 통신공

학과 조교수

<관심분야 : 무선통신, 통신시스템>

<e-mail> khlee@daejin.ac.kr

#### 송 우 영(정회원)



- 1977년 2월 : 연세대학교 전자통신과 (공학사)
- 1981년2월 : 연세대학교 전자공학과 (공학석사)
- 1998년 2월 : 연세대학교 전자공학과 (공학박사)
- 1982년3월~현재 : 청주대학교 전자

공학과 교수

<관심분야 : 안테나, 초고주파>

<e-mail> songwy@cju.ac.kr

#### 이 명 호(정회원)



- 1979년 2월 : 과운대학교 전자통신과 (공학사)
- 1981년2월 : 연세대학교 전자공학과 (공학석사)
- 1991년 2월 : 연세대학교 전자공학과 (공학박사)
- 1984년3월 ~ 현재 : 청주대학교 전

자공학과 교수

<관심분야 : 데이터통신, 위성통신>

<e-mail> himmel@cju.ac.kr