The Korean Journal of Applied Statistics (2012) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2012.25.4.621
25(4), 621–632

Nonparametric Inference for the Recurrent Event Data with Incomplete Observation Gaps

Jinheum Kim[1] · Chung Mo Nam[2] · Yang-Jin Kim[3]

[1]Department of Applied Statistics, University of Suwon
[2]Department of Preventive Medicine, Yonsei University College of Medicine
[3]Department of Statistics, Sookmyung Women's University

(Received March 30, 2012; Revised April 26, 2012; Accepted May 25, 2012)

Abstract

Recurrent event data can be easily found in longitudinal studies such as clinical trials, reliability fields, and the social sciences; however, there are a few observations that disappear temporarily in sight during the follow-up and then suddenly reappear without notice like the Young Traffic Offenders Program(YTOP) data collected by Farmer *et al.* (2000). In this article we focused on inference for a cumulative mean function of the recurrent event data with these incomplete observation gaps. Defining a corresponding risk set would be easily accomplished if we know the exact intervals where the observation gaps occur. However, when they are incomplete (if their starting times are known but their terminating times are unknown) we need to estimate a distribution function for the terminating times of the observation gaps. To accomplish this, we treated them as interval-censored and then estimated their distribution using the EM algorithm proposed by Turnbull (1976). We proposed a nonparametric estimator for the cumulative mean function and also a nonparametric test to compare the cumulative mean functions of two groups. Through simulation we investigated the finite-sample performance of the proposed estimator and proposed test. Finally, we applied the proposed methods to YTOP data.

Keywords: Cumulative mean function, interval censoring, observation gaps, recurrent event data, Young Traffic Offenders Program.

1. 서론

재발사건 자료(recurrent event data)는 오랜동안 추적조사되는 임상시험연구에서 흔히 발생하며 이 때 관심 있는 반응변수는 일시적으로 발생했다가 사라지는 것들이 대부분이다. 재발사건 자료에 대한 대부분의 연구들은 연속적인 시간 동안 계속해서 관측할 수 있는 개체들을 대상으로 하고 있다 (Andersen 등, 1993; Cook 등, 1996; Lin 등, 2000). 그러나 개체에 따라 일정기간 동안 관측에서 사라졌다가 다시 나타나는 일이 반복적으로 일어날 수도 있다. 이처럼 관측에서 사라지는 구간을 '관측 틈'(observation

This work was supported by Mid-career Researcher Program through NRF grant funded by the MEST (No. R01-2008-000-20538-0).
[1]Corresponding author: Professor, Department of Applied Statistics, University of Suwon, Gyeonggi-Do 445-743, Korea. E-mail: jkimdt65@gmail.com

gaps)이라고 하며 관측 틈의 끝점이 불명확한 자료를 불완전한 관측 틈을 가진 재발사건 자료라고 부른다. 본 연구의 동기가 되었던 자료는 소위 Young Traffic Offenders Program(YTOP) 자료이다. 이 자료는 미국 Missouri 지역에서 운전면허를 취득한 16세–23세의 운전자 192명에 대한 속도위반 기록을 후향적으로 정리한 것이다. YTOP는 규정속도보다 20km/h를 초과한 운전자에게 하루동안 진행되는 교육 프로그램이다. 이 연구의 주요 목적은 이 교육 프로그램이 속도위반 발생건수를 줄이는 데 효과적인지를 평가하는 데 있었다 (Farmer 등, 2000; Sun 등, 2001; Zhao와 Sun, 2006; Kim과 Jhun, 2008).

Farmer 등 (2000)은 조사기간동안 발생한 총 속도위반 건수에만 촛점을 맞춰 단위시간당 발생건수를 바탕으로 YTOP 참가여부에 따라 평균 발생건수가 서로 다른지를 검정하였다. Sun 등 (2001)은 속도위반을 재발사건으로 다루었으며 개별 재발사건을 고려한 검정법을 제안하였다. 하지만 조사기간 중에 운전정지 명령을 받으면 일정한 기간동안 운전을 할 수 없게 되는데 Sun 등 (2001)은 이런 운전정지기간을 분석에 고려하지 않았다. Zhao와 Sun (2006)은 Sun 등 (2001)이 간과한 부분을 보완하기 위해서 운전정지기간을 Missouri 지역의 법규에 맞춰 지정한 후 운전정지기간을 분석에 포함하였다. 그러나 실제로 운전정지가 해제된 시점에 대한 기록은 없기 때문에 Zhao와 Sun (2006)의 방법은 제한적이라고 할 수 있다. 이를 극복하기 위해 Kim과 Jhun (2008)은 운전정지가 해제된 시점을 구간중도절단된 것으로 다루었다. Kim과 Jhun (2008)는 운정정지를 여러 번 경험했다할지라도 첫 번째 운전정지만을 써서 운전정지가 해제된 시점에 대한 분포를 추정하였다. 본 논문에서는 첫 번째 운전정지 뿐만아니라 한 운전자가 경험한 모든 운전정지를 포함하여 운전정지가 해제된 시점에 대한 분포를 추정하고 이를 바탕으로 YTOP 참가여부 및 성별에 따라 교통법규위반 횟수가 서로 다른지를 검정하고자 한다.

2절에서는 불완전한 관측 틈을 가진 재발사건 자료에서 관측 틈의 종료시점에 대한 분포를 EM 알고리즘 (Turnbull, 1976)을 써서 추정하고, 이를 바탕으로 재발사건의 누적평균함수(Cumulative Mean Function; CMF)에 대한 비모수적 추정량을 제안하고자 한다. 또한 누적평균함수에 대한 추정량을 써서 서로 독립인 두 집단의 누적평균함수가 서로 다른지를 검정할 수 있는 비모수적 검정법을 제안하고자 한다. 3절에서는 모의실험을 통해 제안한 추정량과 검정법의 소표본 성질을 살펴보고, YTOP 자료에 적용하여 그 결과를 살펴보고자 한다. 4절에서는 제안한 방법의 제한점과 향후 연구 방향에 대해 토의하고자 한다.

2. 누적평균함수에 대한 추론

2.1. 불완전한 관측 틈의 종료시점에 대한 EM 추정과 위험집합의 근사

재발사건을 가진 n명의 개체로 이루어진 경시적 자료를 고려하자. $N_i(t)$는 t시점까지(즉, $(0,t]$ 동안) i번째 개체가 경험한 재발사건의 개수로 정의하자 (단, $i=1,\ldots,n$). $Y_i(t)$는 t시점에서 관측할 수 있으면 1, 그렇지 않으면 0으로 정의하자. 관측 틈이 없는 재발사건 자료는 $Y_i(t)$가 단조적이지만, 관측 틈이 있는 재발사건 자료는 $Y_i(t)$가 단조적이지 않고 번갈아가며 0과 1의 값을 가진다. 게다가 관측 틈이 발생한 구간을 정확히 모른다면(즉, 관측 틈이 불완전하면) $Y_i(t)$는 확률적으로 정의할 수밖에 없다. $N_i(t)$의 누적평균함수는

$$\Lambda_i(t) = E\{N_i(t)\}$$

와 같이 정의하고, t시점까지 발생한 재발사건수와 t시점에서 위험집합에 있는 개체수는 각각 다음과 같이 정의하자.

$$N_{\cdot}(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t)N_i(t), \qquad Y_{\cdot}(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(t).$$

한편, $N_i(t)$와 $Y_i(t)$는 서로 독립이라고 가정하자.

YTOP 자료처럼 불완전한 관측 틈을 가진 자료는 다음과 같다.

$$\left\{\left(t_{ik}, \tilde{Y}_i, s_{ij}\right) : i = 1, \ldots, n; k = 1, \ldots, r_i; j = 1, \ldots, m_i\right\}.$$

t_{ik}는 i번째 개체의 k번째 재발사건 시점이고, $\tilde{Y}_i$는 i번째 개체가 관측 틈을 1개 이상 가지고 있으면 1, 그렇지 않으면 0이다. s_{ij}는 i번째 개체의 j번째 관측 틈이 시작되는 시점이다. 물론, 재발사건을 경험하지 않은 개체는 $r_i = 0$이고, 관측 틈이 없는 개체는 $m_i = 0$이다. i번째 개체의 j번째 관측 틈이 끝나는 시점(가령, $e_{ij}, j = 1, \ldots, m_i$)을 안다면 구간 $(s_{ij}, e_{ij}]$에서는 $Y_i(t) = 0$으로 정의하는 것이 타당할 것이다. 그런데 e_{ij}가 결측되었다면 먼저 관측 틈이 종료되는 시점에 대한 분포를 추정해야 할 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 e_{ij}가 구간중도절단되었다고 가정하고자 한다. 중도절단된 구간을 정확하게 정의할 수는 없지만 관측자료를 이용하여 다음과 같이 정의하고자 한다. 먼저 $\tilde{t}_{ij0}$는 s_{ij-1}보다 큰 t_{ik}의 최솟값으로 정의하고, $\tilde{t}_{ij1}$는 s_{ij}보다 큰 t_{ik}의 최솟값으로 정의하자 (단, $s_{i0} = 0$). 소위 중도절단된 구간 $(L_{ij}, R_{ij}]$의 끝점은 다음과 같이 정의한다.

$$L_{ij} = s_{ij} - \tilde{t}_{ij0}, \qquad R_{ij} = \tilde{t}_{ij1} - \tilde{t}_{ij0}.$$

L_{ij}와 R_{ij}의 시작시점으로 정의한 $\tilde{t}_{ij0}$에 편향이 있을 수 있지만 구간 $(L_{ij}, R_{ij}]$의 폭에는 영향을 미치지 않기 때문에 무방하다.

확률변수 $G_{ij} = e_{ij} - \tilde{t}_{ij0}$(즉, i번째 개체의 j번째 관측 틈이 끝나는 시간)의 분포를 다음 자료를 이용하여 비모수적으로 추정하고자 한다.

$$\mathcal{D} = \{(L_{ij}, R_{ij}] : i = 1, \ldots, n; j = 1, \ldots, m_i\}.$$

동일한 개체로부터 반복 관측된 자료는 서로 독립이 아니기 때문에 $N = \sum_{i=1}^{n} m_i$개의 자료가 서로 독립이라고 할 수는 없다. 그러나 YTOP 자료의 경우는 교통법규위반으로 운전면허가 취소되었다가 면허가 회복되면 벌점이 0점으로 재설정 되기 때문에 YTOP 자료에서는 동일 개체에서 얻어진 자료들이 서로 독립이라고 가정해도 무방하다. 위 N개의 자료에 Lindsey와 Ryan (1998)의 규칙에 따라 동등집합(equivalence set)을 찾고 각 동등집합의 중간값을

$$0 = a_0 < a_1 < \cdots < a_q < a_{q+1} = \infty$$

라고 하자. $a_l\,(l = 1, \ldots, q)$에서 G_{ij}의 확률을

$$f_l = \Pr(G_{ij} = a_l)$$

라고 하자. 따라서, 자료 $\mathcal{D}$에 Turnbull (1976)의 EM 알고리즘을 적용하여 f_l을 다음과 같이 추정하자. $n' = \sum_{i=1}^{n} \tilde{Y}_i m_i$이고, $\alpha_{ijl} = I(a_l \in (L_{ij}, R_{ij}])$라고 하자. f_l의 s번째 반복해를 $\hat{f}_l^{(s)}$라고 하면,

$$\hat{f}_l^{(s)} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_i} v_{ijl}^{(s-1)}, \quad l = 1, \ldots, q$$

단,

$$v_{ijl}^{(s-1)} = \frac{\tilde{Y}_i \alpha_{ijl} \hat{f}_l^{(s-1)}}{\sum_{g=1}^{q} \tilde{Y}_i \alpha_{ijg} \hat{f}_g^{(s-1)}}.$$

e_{ij}가 불완전한 관측 틈 구간 $(s_{ij}, \tilde{t}_{ij1})$ 내 어느 시점에서 발생했는지를 알 수 없기 때문에 이 구간에서는 $Y_i(t)$를 확률적으로 정의할 수밖에 없다. i번째 개체가 1개 이상의 관측 틈을 가지고 있다면 (즉, $\tilde{Y}_i = 1$ 이라면) j번째 관측 틈 내 임의의 시점 t에서, 즉 $t \in (s_{ij}, \tilde{t}_{ij1})$에서 $Y_i(t)$의 조건부 기대값은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathrm{E}\left\{Y_i(t)|G_{ij} \in (L_{ij}, R_{ij}]\right\} = \Pr\left(G_{ij} < t - \tilde{t}_{ij0}|G_{ij} \in (L_{ij}, R_{ij}]\right).$$

따라서, $\mathrm{E}\{Y_i(t)|G_{ij} \in (L_{ij}, R_{ij}]\}$의 추정량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\hat{\mathrm{E}}\{Y_i(t)|G_{ij} \in (L_{ij}, R_{ij}]\} &= 1 - \widehat{\Pr}\left(G_{ij} \geq t - \tilde{t}_{ij0}|G_{ij} \in (L_{ij}, R_{ij}]\right) \\ &= 1 - \frac{\sum_{l=1}^{q} I\left(t - \tilde{t}_{ij0} \leq a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}{\sum_{l=1}^{q} I\left(L_{ij} < a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

i번째 개체의 $j\,(=1,\ldots,m_i)$번째 관측 틈에 대해, $J_{ij}(t) = I\{t \in (s_{ij}, \tilde{t}_{ij1})\}$라고 하자. m_i개 관측 틈 밖의 시점 t에서는 즉, 어떤 j에 대해서도 $J_{ij}(t) \neq 1$이면 관측되기 때문에 $Y_i(t) = 1$이며, m_i개 관측 틈 내의 시점 t에서는 즉, 어떤 j에 대해 $J_{ij}(t) = 1$이면 그 관측 틈 내에서는 관측되지 못하기 때문에 $Y_i(t)$를 식 (2.1)과 같이 정의한다. 따라서 만일 i번째 개체가 1개 이상 관측 틈을 갖고 있다면, τ_i(고정상수)보다 작은 모든 시점 t에서 위험집합 $Y_i(t)$를 불완전한 관측 틈에 대해 확률적으로 보정한 $\hat{Y}_i(t)$로 대체하고자 한다.

$$\hat{Y}_i(t) = 1 - \sum_{j=1}^{m_i} \frac{J_{ij}(t)\sum_{l=1}^{q} I\left(t - \tilde{t}_{ij0} \leq a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}{\sum_{j=1}^{m_i} J_{ij}(t)\sum_{l=1}^{q} I\left(L_{ij} < a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}. \tag{2.2}$$

만일 i번째 개체가 관측 틈을 전혀 갖지 않는다면 즉, $\tilde{Y}_i = 0$이면, 모든 $t\,(< \tau_i)$에 대해 $Y_i(t) = 1$이다. 이처럼 관측 틈을 전혀 갖지 않는 경우를 함께 포함하기 위해 식 (2.2)를 다음과 같이 재표현한다.

$$Y_i^*(t) = 1 - \tilde{Y}_i \sum_{j=1}^{m_i} \frac{J_{ij}(t)\sum_{l=1}^{q} I\left(t - \tilde{t}_{ij0} \leq a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}{\sum_{j=1}^{m_i} J_{ij}(t)\sum_{l=1}^{q} I\left(L_{ij} < a_l \leq R_{ij}\right)\hat{f}_l}.$$

코호트 연구에서는 모든 개체의 추적기간이 동일하기 때문에 τ_i가 모두 같지만, YTOP 자료와 같은 후향적 연구에서는 운전면허 취득시점이 서로 다르기 때문에 개체마다 τ_i가 서로 같지 않다. 한편, $N_{\cdot}(t)$와 $Y_{\cdot}(t)$에서 $Y_i(t)$를 $Y_i^*(t)$로 대체하여 $N_{\cdot}^*(t)$와 $Y_{\cdot}^*(t)$를 각각 다음과 같이 정의한다.

$$N_{\cdot}^*(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i^*(t)N_i(t), \qquad Y_{\cdot}^*(t) = \sum_{i=1}^{n} Y_i^*(t).$$

2.2. CMF 추정량

본 절에서는 모든 개체가 동일한 CMF를 가진다고 할 때, 즉 모든 $t \in (0, \tau)$에 대해 $\Lambda_1(t) = \Lambda_2(t) = \cdots = \Lambda_n(t) = \Lambda(t)$, 공통 CMF $\Lambda(t)$의 추정량을 제안하고 그 추정량의 대표본 성질을 살펴보고자 한다 (단, $\tau = \min\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$). $\Lambda(t)$에 대한 비모수적 추정량을 다음과 같이 제안하고자 한다. 모든

$t \in (0, \tau)$에 대해,

$$\hat{\Lambda}(t) = \int_0^t \frac{dN_{\cdot}^*(s)}{Y_{\cdot}^*(s)}$$

단, $dN_i(t) = N_i(t) - N_i(t-)$이고 $dN_{\cdot}^*(t) = \sum_{i=1}^n Y_i^*(t) dN_i(t)$. 만일 모든 개체의 서로 다른 재발사건의 발생시점을 $t_1 < t_2 < \cdots < t_d$라고 하면, $\hat{\Lambda}(t)$는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\Lambda}(t) = \sum_{j: t_j \le t} \frac{dN_{\cdot}^*(t_j)}{Y_{\cdot}^*(t_j)}.$$

$\hat{\Lambda}(t)$는 형태적으로 Lawless와 Nadeau (1995), Cook 등 (1996), Lin 등 (2000), Sun 등 (2001), Zhao와 Sun (2006), Kim과 Jhun (2008) 등의 것과 유사하나 $Y_i(t)$ 대신에 불완전한 관측 틈을 보정한 $Y_i^*(t)$을 사용한 점이 다르다. 한편, Lin 등 (2000)이 언급한 가정들을 만족하면, 즉

(i) 모든 $t \in (0, \tau)$에 대해, $n \to \infty$일 때 $Y_{\cdot}^*(t) \to \infty$;

(ii) $N_i^*(\tau)$가 유계이면,

관측 틈이 없을 때처럼 (Lawless와 Nadeau, 1995; Cook 등, 1996; Lin 등, 2000) $\hat{\Lambda}(t)$는 $\Lambda(t)$의 일치추정량이 되며 근사적으로 정규분포로 수렴한다. 이 때 점근분산의 추정량은 다음과 같이 주어진다.

$$\widehat{\text{var}}\left\{\hat{\Lambda}(t)\right\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^t \frac{Y_i^*(s)}{Y_{\cdot}^*(s)} \left[dN_i(s) - \frac{dN_{\cdot}^*(s)}{Y_{\cdot}^*(s)} \right] \right\}^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j: t_j \le t} \frac{Y_i^*(t_j)}{Y_{\cdot}^*(t_j)} \left[dN_i(t_j) - \frac{dN_{\cdot}^*(t_j)}{Y_{\cdot}^*(t_j)} \right] \right\}^2.$$

따라서, $\Lambda(t)$는 비음(non-negative) 함수이기 때문에 로그변환을 써서 $\Lambda(t)$에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간을 구하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\exp\left(\log \hat{\Lambda}(t) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\widehat{\text{var}}\left\{\log \hat{\Lambda}(t)\right\}} \right)$$

단, $\widehat{\text{var}}\{\log \hat{\Lambda}(t)\} = \widehat{\text{var}}\{\hat{\Lambda}(t)\} / \hat{\Lambda}^2(t)$.

2.3. 두 집단의 CMF 비교

본 절에서는 서로 독립인 두 집단의 CMF를 비교하기 위한 비모수적 검정통계량을 제안하고자 한다. 2.1절과 유사하게 집단별로 $N_{gi}, Y_{gi}, N_{g\cdot}, Y_{g\cdot}; Y_{gi}^*, N_{g\cdot}^*, Y_{g\cdot}^*$를 각각 정의하자 (단, $g = 1, 2; i = 1, \ldots, n_g$). 또한 $\Lambda_g(t) = E\{N_{gi}(t)\}$라고 하면 검정하고자 하는 귀무가설은 다음과 같다. 모든 $t \in (0, \tau')$에 대해,

$$H_0 : \Lambda_1(t) = \Lambda_2(t)$$

단, $\tau' = \min\{\tau_1, \tau_2\}$. 가설 H_0를 검정하기 위한 통계량을 Lawless와 Nadeau (1995), Cook 등 (1996)의 검정통계량과 유사하게 다음과 같이 제안하고자 한다.

$$Q(\tau) = \int_0^\tau w(s) \left\{ d\hat{\Lambda}_1(s) - d\hat{\Lambda}_2(s) \right\}$$

단, $w(t)$는 가중값에 해당하며 비음 예측(non-negative predictable) 함수이다. 또한 2.2절과 유사하게

집단별로 $\hat{\Lambda}_g(t)$를 $\Lambda_g(t)$의 추정량으로 정의한다. 두 집단별로 2.2절에서 언급한 두 조건 (i)과 (ii)를 만족하면 검정통계량 $Q(\tau)$는 근사적으로 정규분포로 수렴하고 점근분산의 추정량은 2.2절과 유사하게 다음과 같이 주어진다.

$$\widehat{\mathrm{var}}\{Q(\tau)\} = \sum_{g=1}^{2}\sum_{i=1}^{n_g}\left[\int_0^\tau w(s)\frac{Y_{gi}^*(s)}{Y_{g\cdot}^*(s)}\left\{dN_{gi}(s) - d\hat{\Lambda}_g(s)\right\}\right]^2.$$

따라서, 검정통계량

$$X(\tau)^2 = \frac{Q(\tau)^2}{\widehat{\mathrm{var}}\{Q(\tau)\}}$$

는 근사적으로 자유도 1인 카이제곱분포로 수렴한다.

3. 수치 연구

3.1. 모의실험

본 절에서는 2.2절에서 제안한 추정량의 소표본 성질을 살펴본 후, 2.3절에서 제안한 검정법과 기존 검정법의 검정력을 모의실험을 통해 서로 비교하고자 한다. 먼저 $\hat{\Lambda}(t)$의 소표본 성질을 살펴보기 위해 다음과 같이 자료를 생성하였다.

1. 위험률이 1.5인 지수분포로부터 첫 번째 재발사건의 대기시간 w_{i1}을 생성하고 첫 번째 재발사건 시간을 $t_{i1} = w_{i1}$으로 정의한다 (단, $i = 1, \ldots, n$).
2. 성공률이 p인 베르누이 분포로부터 첫 번째 관측 틈의 발생여부를 나타내는 δ_{i1}을 생성한다.
3. 만일 $\delta_{i1} = 1$이면, 즉 첫 번째 재발사건 후에 관측 틈이 있으면, 첫 번째 관측 틈의 시작시간 s_{i1}를 균등분포 $U(t_{i1}, t_{i1} + 0.05)$로부터 생성한다. 또한 위험률이 2인 지수분포로부터 첫 번째 관측 틈의 대기시간 v_{i1}을 생성한다. 따라서, 첫 번째 관측 틈의 종료시간은 $e_{i1} = s_{i1} + v_{i1}$으로 정의한다.
4. 절차 1–3을 거치고나면, 관측 틈이 없으면 첫 번째 재발사건 시간 t_{i1}만 생성되고, 관측 틈이 있으면 첫 번째 재발사건 시간 t_{i1}과 첫 번째 관측 틈의 시작시간 s_{i1}이 생성된다.
5. 첫 번째이후의 재발사건 시간은 바로 직전 재발사건 시간이나 바로 직전 관측 틈의 종료시간을 새로운 출발점으로 잡고 절차 1–3을 반복한다. 가령 두 번째 재발사건 시간은 첫 번째 관측 틈이 없으면 t_{i1}을 출발점으로 잡고, 첫 번째 관측 틈이 있으면 e_{i1}를 출발점으로 잡는다.

$\tau_i = 5$, 즉 시점 5에서 고정 중도절단시켰으며, 추정량 $\hat{\Lambda}(t)$의 성질은 시점 $t = 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5$에서 살펴보았다. 표본의 크기는 $n = 50, 100$을 고려하였으며, 관측 틈 발생 비율은 $p = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$를 고려하였다. 1,000번의 반복을 통해, 관측 틈 구간에서 위험집합을 $Y_i(t) = 0$으로 정의한 Sun 등 (2001)의 추정량('Ignored')과 2.2절에서 제안한 추정량('Proposed')을 서로 비교하였다. 두 추정량의 성질을 비교하기 위해서는 모의실험 절차에 해당하는 재발사건의 누적평균함수가 필요하다. 그런데 모의실험에서는 재발사건과 관측 틈이 종속적으로 발생하기 때문에 누적평균함수를 직접적으로 계산하는 것이 쉽지 않다. 따라서 본 논문에서는 관측 틈이 없는 재발사건에 대한 누적평균함수를 참조하여 두 추정량을 비교하고자 한다 (Zhao와 Sun, 2006). 재발사건의 대기시간이 지수분포를 따르기 때문에 관측 틈이 없다면 $\Lambda(t) = E\{N_i(t)\} = 1.5t$이다. Table 3.1은 추정량의 편향($= \Lambda(t) - \hat{\Lambda}(t)$)('Bias')과 표준편차('SD'), 표준오차의 평균('SeM'), 평균제곱오차의 제곱근('RMSE'), $\Lambda(t)$의 95%포함률('CP')을 나타낸 것이다.

Table 3.1. Empirical bias(Bias), standard deviation(SD), mean of standard error(SeM), root mean squared error(RMSE), and 95% coverage rate(CP) of Sun *et al.* (2001)'s estimator and the proposed estimator for $\Lambda(t)$ based on 1,000 replications

n	p	t	$\Lambda(t)$	Ignored					Proposed				
				Bias	SD	SeM	RMSE	CP	Bias	SD	SeM	RMSE	CP
50	0.05	0.5	0.75	0.003	0.115	0.119	0.166	0.961	−0.008	0.118	0.122	0.171	0.951
		1.5	2.25	0.052	0.207	0.204	0.296	0.934	−0.011	0.219	0.213	0.306	0.944
		2.5	3.75	0.106	0.266	0.262	0.389	0.925	−0.018	0.283	0.274	0.396	0.945
		3.5	5.25	0.159	0.326	0.310	0.478	0.912	−0.028	0.345	0.324	0.475	0.932
		4.5	6.75	0.212	0.365	0.351	0.551	0.893	−0.036	0.384	0.368	0.535	0.934
	0.1	0.5	0.75	0.022	0.118	0.116	0.167	0.939	0.002	0.123	0.121	0.173	0.945
		1.5	2.25	0.119	0.208	0.197	0.311	0.896	0.003	0.224	0.213	0.310	0.929
		2.5	3.75	0.231	0.267	0.253	0.436	0.855	0.001	0.289	0.276	0.401	0.934
		3.5	5.25	0.353	0.305	0.299	0.555	0.794	0.008	0.329	0.326	0.464	0.940
		4.5	6.75	0.456	0.349	0.340	0.668	0.738	−0.003	0.376	0.370	0.529	0.941
	0.2	0.5	0.75	0.046	0.117	0.111	0.168	0.937	0.009	0.128	0.121	0.177	0.937
		1.5	2.25	0.215	0.195	0.187	0.346	0.792	0.003	0.226	0.217	0.314	0.938
		2.5	3.75	0.416	0.244	0.240	0.539	0.612	0.004	0.285	0.280	0.401	0.942
		3.5	5.25	0.630	0.281	0.283	0.746	0.438	0.018	0.326	0.331	0.466	0.944
		4.5	6.75	0.831	0.325	0.321	0.948	0.318	0.025	0.372	0.374	0.530	0.955
	0.4	0.5	0.75	0.084	0.106	0.103	0.171	0.887	0.018	0.127	0.122	0.177	0.946
		1.5	2.25	0.411	0.178	0.166	0.478	0.393	0.063	0.223	0.215	0.317	0.932
		2.5	3.75	0.766	0.230	0.212	0.828	0.103	0.118	0.289	0.276	0.418	0.915
		3.5	5.25	1.122	0.264	0.251	1.180	0.027	0.178	0.330	0.327	0.498	0.918
		4.5	6.75	1.488	0.292	0.285	1.543	0.003	0.266	0.363	0.369	0.583	0.904
100	0.05	0.5	0.75	0.014	0.088	0.084	0.122	0.934	0.003	0.090	0.086	0.125	0.940
		1.5	2.25	0.065	0.151	0.144	0.219	0.914	0.002	0.157	0.151	0.218	0.939
		2.5	3.75	0.130	0.192	0.186	0.298	0.882	0.008	0.200	0.195	0.280	0.934
		3.5	5.25	0.184	0.219	0.221	0.362	0.873	0.002	0.228	0.231	0.325	0.944
		4.5	6.75	0.234	0.250	0.250	0.424	0.859	−0.009	0.259	0.261	0.369	0.950
	0.1	0.5	0.75	0.020	0.084	0.083	0.120	0.941	−0.001	0.088	0.087	0.124	0.950
		1.5	2.25	0.118	0.147	0.141	0.235	0.859	−0.001	0.157	0.153	0.220	0.938
		2.5	3.75	0.228	0.185	0.181	0.346	0.764	−0.003	0.200	0.197	0.281	0.953
		3.5	5.25	0.335	0.218	0.215	0.454	0.657	−0.013	0.235	0.234	0.332	0.958
		4.5	6.75	0.445	0.249	0.243	0.565	0.567	−0.016	0.267	0.264	0.377	0.943
	0.2	0.5	0.75	0.038	0.078	0.080	0.118	0.937	0.000	0.086	0.088	0.123	0.946
		1.5	2.25	0.217	0.132	0.133	0.287	0.643	0.001	0.153	0.154	0.218	0.950
		2.5	3.75	0.422	0.165	0.170	0.485	0.328	0.009	0.194	0.199	0.278	0.953
		3.5	5.25	0.628	0.197	0.201	0.688	0.151	0.016	0.233	0.234	0.331	0.949
		4.5	6.75	0.830	0.220	0.228	0.889	0.070	0.026	0.255	0.266	0.370	0.957
	0.4	0.5	0.75	0.078	0.072	0.074	0.129	0.862	0.011	0.086	0.088	0.124	0.949
		1.5	2.25	0.401	0.114	0.119	0.434	0.098	0.051	0.151	0.154	0.222	0.950
		2.5	3.75	0.759	0.146	0.151	0.788	0.003	0.106	0.189	0.197	0.293	0.945
		3.5	5.25	1.122	0.173	0.178	1.149	0.000	0.173	0.223	0.232	0.365	0.910
		4.5	6.75	1.481	0.197	0.202	1.508	0.000	0.250	0.251	0.262	0.441	0.865

Sun 등 (2001)의 방법은 관측 틈 상태인 개체도 관측 상태에 있는 것처럼 취급하기 때문에 위험집합의 크기는 과대평가 되고 이에 따라 CMF는 과소추정 된다. 이런 관측 틈이 많아질수록(즉, p가 증가할수

Table 3.2. Empirical type I error probability and power of Farmer *et al.* (2000)'s test(Wilcoxon), Sun *et al.* (2001)'s test(Ignored), and the proposed test(Proposed) based on 1,000 replications when $\lambda_1 = 1.5$

		$n_1 = n_2 = 50$			$n_1 = n_2 = 100$		
p	λ_2	Wilcoxon	Ignored	Proposed	Wilcoxon	Ignored	Proposed
0.05	1.5	0.057	0.063	0.064	0.047	0.047	0.047
	1.4	0.124	0.180	0.184	0.190	0.263	0.271
	1.3	0.369	0.465	0.472	0.593	0.730	0.755
	1.2	0.663	0.816	0.823	0.918	0.979	0.978
	1.1	0.881	0.969	0.967	0.991	0.999	0.999
0.1	1.5	0.053	0.060	0.060	0.039	0.056	0.060
	1.4	0.105	0.142	0.146	0.182	0.248	0.246
	1.3	0.328	0.432	0.435	0.538	0.677	0.704
	1.2	0.617	0.775	0.793	0.907	0.980	0.966
	1.1	0.857	0.964	0.967	0.986	0.999	1.000
0.2	1.5	0.064	0.059	0.061	0.054	0.065	0.057
	1.4	0.123	0.153	0.160	0.167	0.234	0.228
	1.3	0.297	0.422	0.451	0.527	0.670	0.709
	1.2	0.562	0.729	0.763	0.841	0.952	0.967
	1.1	0.816	0.938	0.952	0.974	0.999	0.999
0.4	1.5	0.047	0.051	0.055	0.054	0.068	0.062
	1.4	0.095	0.122	0.140	0.138	0.179	0.190
	1.3	0.248	0.351	0.355	0.423	0.576	0.633
	1.2	0.444	0.647	0.681	0.772	0.914	0.941
	1.1	0.741	0.895	0.925	0.954	0.992	0.997

록), t가 증가할수록 과소추정이 누적되어 편향의 크기가 커지는 것으로 나타났다. 제안한 방법도 Sun 등 (2001)의 방법처럼 p가 증가할수록, t가 증가할수록 편향의 크기가 커지는 경향이 있었지만 상대적으로 매우 작았다. 그러나 $p = 0.4$인 경우에는 $p = 0.05, 0.1, 0.2$인 경우보다 편향이 상대적으로 크고 과소추정되는 추세가 있었다. n의 값이 증가한다고해서 관측 틈의 개수가 줄어드는 것이 아니기 때문에 추정량의 편향 감소를 기대할 수는 없는 것으로 나타났다. 오히려 표본의 크기가 커짐에 따라 표본오차의 값이 줄어들기 때문에 CP는 오히려 명목 값에서 약간 더 벗어나는 경향이 있었다. 그러나 추정량의 Bias, RMSE, CP로 볼 때 Proposed는 Ignored보다 우수하였다.

한편, 서로 독립인 두 집단의 누적평균함수의 동일성을 검정하였다. 이를 위해 첫 번째 집단의 재발사건 시간 $t_{1ik}\,(i = 1, \ldots, n; k = 1, \ldots)$와 관측 틈의 시작시간 $s_{1ij}\,(i = 1, \ldots, n; j = 1, \ldots)$은 상술한 방법으로 생성하였다($\lambda_1 = 1.5$). 두 번째 집단의 재발사건의 대기시간은 위험률이 λ_2인 지수분포에서 생성하였고, 관측 틈의 여부와 관측 틈의 대기시간은 첫 번째 집단처럼 각각 성공률이 p인 베르누이 분포와 위험률이 2인 지수분포로부터 생성하였다. $\lambda_2 = 1.5(-0.1)1.1$을 고려하였으며, $\lambda_2 = 1.5$는 검정법들의 제 1종 오류율을 비교하기 위한 값이고 그 외 λ_2의 값들은 검정법들의 검정력을 비교하기 위한 것이다. $w(t) = 1$로 고정하였다. Table 3.2는 1,000번의 반복을 통해 Farmer 등 (2000)의 검정법('Wilcoxon'), 관측 틈에서 $Y_i(t) = 0$으로 정의한 Sun 등 (2001)의 검정법('Ignored') 및 2.3절에서 제안한 검정법('Proposed')의 제 1종 오류율과 검정력을 비교한 것이다. p에 무관하게 세 검정통계량은 제 1종 오류율을 잘 만족하는 것으로 나타났다. p와 λ_2의 값에 관계없이 Wilcoxon의 검정력보다 Ignored의 검정력이 더 컸으며, Ignored의 검정력 보다는 Proposed의 검정력이 더 크게 나타났다. 예상했던 것처럼 제안한 검정통계량의 검정력은 p의 값이 증가할수록 감소하는 경향을 보였으며, λ_2의 값

Table 3.3. Descriptive statistics of the total number of traffic convictions and the average conviction rate per a year by YTOP and non-YTOP participants and gender, respectively

집단	운전자수	총 교통법규위반 횟수			1년 당 교통법규위반 비율		
		범위	중앙값	평균	범위	중앙값	평균
YTOP 참가자	91	1–8	2	2.890	0.085–2.073	0.394	0.493
YTOP 미참가자	91	1–10	2	3.110	0.087–1.467	0.407	0.463
남자	129	1–10	3	3.209	0.085–2.073	0.421	0.510
여자	53	1–7	2	2.491	0.087–1.269	0.372	0.402

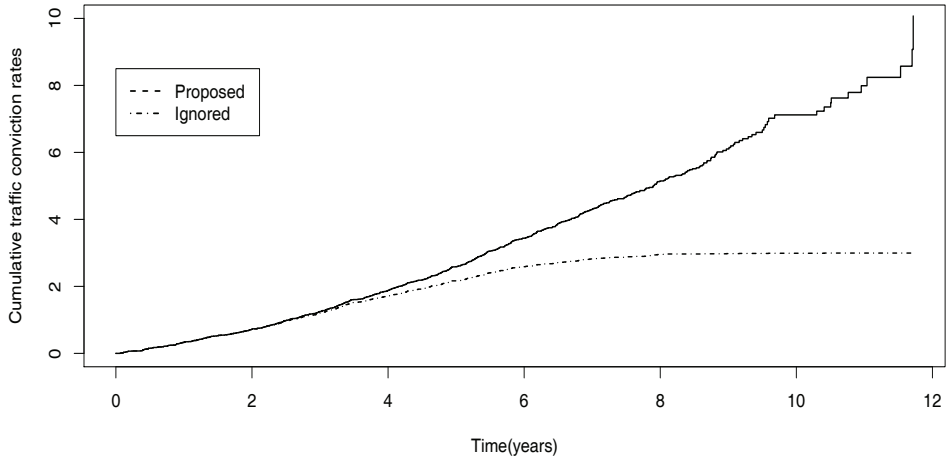

Figure 3.1. Comparison of two estimators for the total number of traffic convictions

이 1.5에서 멀어질수록 증가하는 경향을 보였다.

3.2. YTOP 자료 분석

192명에 대한 자료 중에서 8명은 관측 틈이 연속적으로 발생하여 분석에서 제외하였다. 본 논문에서는 미지의 관측 틈의 종료시점은 관측 틈 이후 첫 번째 재발사건 시점에서 구간중도절단된 것으로 가정했는데 미지의 관측 틈이 연달아 발생하면 관측 틈의 종료시간을 정의할 수 없기 때문이다. 또한 첫 번째 재발사건 이전에 관측 틈을 가진 참가자 4명도 분석에서 제외했다. 관측 틈이 연속적으로 발생하는 참가자를 분석에서 제외한 것과 동일한 관점에서 관측 틈은 재발사건 이후에 발생할 수 있기 때문이다. 결국 위 두 가지 배제조건 중에서 어느 하나에 해당하는 10명을 분석에서 제외하였다. 이들 10명을 YTOP 참가여부로 나눠보면 YTOP 참가자는 6명이었고, YTOP 미참가자는 4명이었다. 성별로는 남성이 9명, 여성이 1명이었다.

분석에 포함된 182명의 운전자 중에서 한 번 이상 운전정지를 당한 운전자는 30명이었고, 그 중에서 25명은 1회, 4명은 4회, 1명은 3회 운전정지를 경험하였다. Table 3.3은 총 교통법규위반 횟수와 1년 당 교통법규위반 비율을 YTOP 참가여부와 성별에 따라 요약한 것이다. 교통법규위반 횟수는 YTOP 미참가자가 YTOP 참가자보다 많았지만 1년 당 교통법규위반 비율은 YTOP 참가자가 오히려 더 많았다. 예상했던 것처럼 성별로는 남자가 여자보다 교통법규위반 횟수와 1년 당 교통법규위반 비율이 모두 더 많게 나타났다. Figure 3.1은 누적 교통법규위반 횟수에 대한 추정량을 나타낸 것이다. 일점쇄

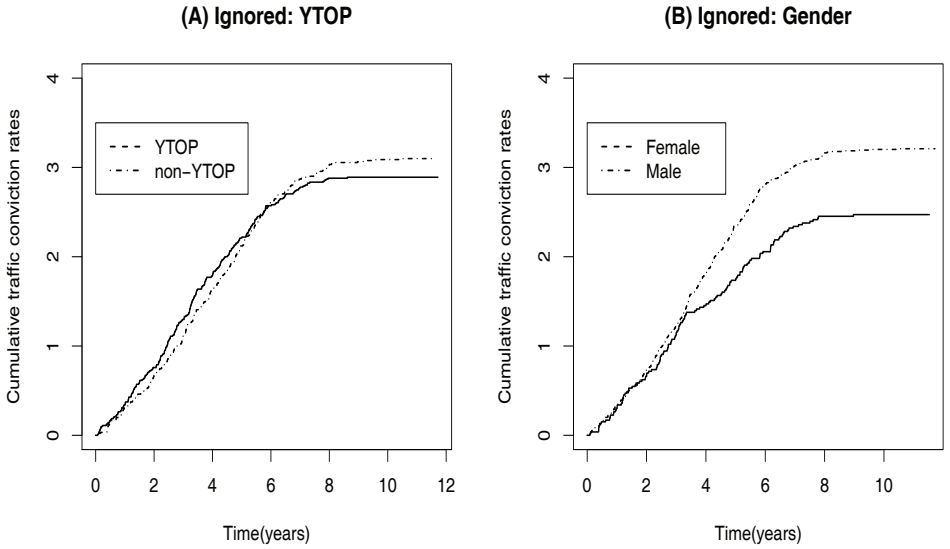

Figure 3.2. Estimated cumulative mean functions by YTOP and non-YTOP participants(A) and gender(B), respectively, based on the Sun *et al.* (2001)'s method

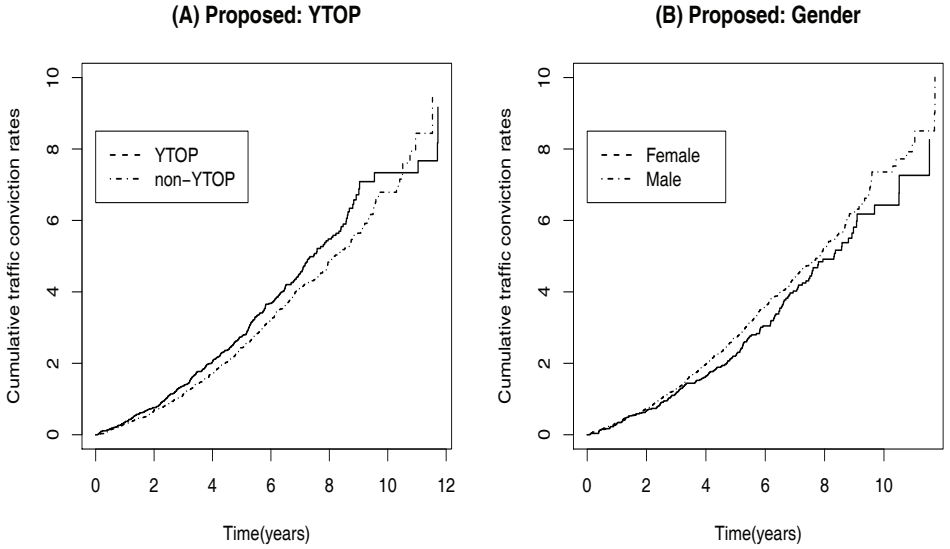

Figure 3.3. Estimated cumulative mean functions by YTOP and non-YTOP participants(A) and gender(B), respectively, based on the proposed method

선(Ignored)은 Sun 등 (2001)의 추정량으로 관측 틈을 무시한 경우이며, 파선(Proposed)은 제안한 추정량이다. 관측 초기에는 관측 틈의 고려 여부가 두 추정량에 미치는 효과가 적어 두 추정량이 거의 유사하지만, 시간이 경과할수록 전자는 후자보다 $Y.^{*}(t)$를 실제보다 과대평가하기 때문에 관측 틈을 고려한 경우보다 $\Lambda(t)$를 과소추정하게 된다. Figure 3.2는 YTOP 여부와 성별에 따라 누적 교통법규위반

횟수에 대한 Sun 등 (2001)의 추정량을 나타낸 것이다. YTOP 여부에 따른 누적 교통법규위반 횟수의 차이에 대한 Sun 등 (2001)의 유의확률 값은 0.456으로 YTOP 여부에 따라 유의하지 않았으며, 성별에 따른 차이에 대한 검정은 유의확률 값이 0.008으로 매우 유의하였다. Figure 3.3은 YTOP 여부와 성별에 따라 누적 교통법규위반 횟수에 대한 제안한 추정량을 나타낸 것이다. 가중값이 $w(t) = 1$일 때, YTOP 참석여부에 따른 누적 교통법규위반 횟수의 차이에 대한 제안한 검정통계량의 유의확률 값은 0.836으로 YTOP 여부에 따라 매우 유의하지 않았으며, 성별에 따른 차이에 대한 검정도 유의확률 값이 0.135로 유의하지 않았다. $w(t) = 1$ 대신에 $w(t) = \{Y_{1\cdot}^*(t)Y_{2\cdot}^*(t)\}/Y_{\cdot\cdot}^*(t)$를 사용하면 제안한 통계량의 유의확률 값이 0.176(YTOP 참석여부에 대한 비교), 0.259(성별에 대한 비교)으로 나타나 $w(t) = 1$일 때의 결과와 상이하였다 (단, $Y_{\cdot\cdot}^*(t) = Y_{1\cdot}^*(t) + Y_{2\cdot}^*(t)$). 이는 YTOP 자료는 개체마다 추적시간이 서로 다르기 때문에 관측초기의 차이에 더 많은 가중값을 주기 때문에 나타난 현상이라고 생각한다. Farmer 등 (2000)이 제안한 통계량의 유의확률 값은 YTOP 참가여부와 성별에 따른 비교에서 각각 0.003, 0.221으로 나와 Sun 등 (2001)의 통계량 및 제안한 통계량과 반대되는 추세를 보었다. Figure 3.2와 Figure 3.3에 나타난 공통된 특징은 YTOP 참여여부에 따른 누적 교통법규위반 횟수는 교차하며 관측 초기에는 YTOP 참가자가 오히려 비참가자 보다 높다가 시간이 경과할수록 서로 역전되었다. 성별에 따른 누적 교통법규위반 횟수는 예상했던 것처럼 남자가 여자보다 더 많았다.

4. 토의

본 논문에서는 불완전한 관측 틈을 가진 재발사건 자료의 CMF에 대한 추정량을 제안했으며 그 추정량를 바탕으로 서로 독립인 두 집단의 누적평균함수를 비교하기 위한 비모수적 검정법을 제안하였다. 모의실험 결과에 따르면 제안한 추정량은 관측 틈을 무시한 Sun 등 (2001)의 추정량보다 편향과 평균제곱오차의 제곱근, 누적평균함수에 대한 95% 포함률로 볼 때 우수하였다. 그러나 관측 틈의 비율이 높을 때(예, $p = 0.4$) 제안한 추정량이 CMF를 과소추정 하는 추세가 있었다. 제안한 방법은 관측 틈이 실제로 끝난 시점을 모르기 때문에 그 시점을 확률적으로 추정한다. 따라서 그 시점을 실제시점보다 작게 추정하면 그 추정시점부터 실제시점까지의 위험집합을 과대추정(CMF를 과소추정)하게 되고, 실제시점보다 크게 추정하면 실제시점부터 추정시점까지의 위험집합을 과소추정(CMF를 과대추정)하게 된다. 그런데 추정시점이 확률적으로 정해지기 때문에 전자와 같은 시점이 많을지, 반대로 후자와 같은 시점이 많을지를 쉽게 추측할 수는 없었다. 이에 대한 연구는 추후 과제로 남겨두고자 한다. 또한 제안한 검정법은 관측 틈의 비율에 관계 없이 명목 제 1종 오류율을 잘 만족하였으며 Farmer 등 (2000), Sun 등 (2001)의 검정법보다 검정력이 우수하였다. Zhao와 Sun (2006)의 검정법은 관측 틈의 종료시점을 정확히 안다는 가정하에서 제안된 검정법이기 때문에 검정력 비교에서 제외했으며, Kim과 Jhun (2008)의 검정법은 관측 틈의 개수를 한 개로 제한하였기 때문에 검정력 비교에서 제외하였다. 한편, 제안한 검정법을 YTOP 자료에 적용하여 YTOP 참가여부에 따라 누적평균함수가 서로 다른지를 비교해 본 결과 유의확률 값이 0.836으로 매우 유의하지 않았지만 위험집합의 크기에 비례하는 가중값을 사용하면 유의확률 값이 0.176로 나와 가중값에 따라 상이한 결과를 보였다. YTOP 자료는 코호트 연구가 아니기 때문에 운전자마다 추적기간이 서로 다르다. 따라서, 전자의 결과보다는 후자의 결과가 더 타당하다고 생각한다. 결국 YTOP가 교통법규위반 건수를 줄이는 데 크게 효과적이지 않았으며 성별에 따라 교통법규 위반 건수가 크게 다르지 않은 것으로 나타났다. YTOP 자료와 달리 모의실험에서는 고정 중도절단을 고려했기 때문에 모든 개체의 연구기간이 동일하다. 따라서 가중값 여부에 따라 검정력의 차이가 거의 없어 Table 3.2에서 가중값을 고려한 결과는 나타내지 않았다. 본 논문에서는 CMF에 대한 Sun 등 (2001)의 추정량과 제안한 추정량을 비교하기 위해 Zhao와 Sun (2006)처럼 관측 틈이 없는 재발사건에 대한 CMF를 참조하는(benchmarking) 방법을 사용했는데 다른 대안으로는, 개체별로

$N_i(t)$에 대한 sample path를 구하고 공통 CMF를 가정하고 있기 때문에 n개 sample path의 평균으로 대체하는 방법이 있다. 그러나 이 방법은 sample set에 따라 공통 CMF가 변할 수 있는 한계점을 지니고 있다. 한편 재발사건과 관측 틈을 서로 독립적으로 발생시킨다면 공통 CMF는 쉽게 계산할 수 있지만 YTOP 자료에서 볼 수 있듯이 실제 자료는 재발사건과 관측 틈이 종속적으로 발생하기 때문에 현실적이지 못한 단점이 있다.

운전면허를 취득하면서 바로 YTOP에 참가하는 것이 아니라 관측 도중에 참가여부가 결정되기 때문에 YTOP 참가여부가 교통법규위반 횟수에 미치는 효과를 검정하기 위해서는 YTOP 참가여부를 시간에 따라 변하는 공변량(time-varying covariate)으로 다루어야 더 타당할 것이다. 또한 동일 개체에서 발생한 관측 틈들은 서로 연관되어 있을 수도 있기 때문에 그 연관 구조를 고려하여 관측 틈의 종료시점에 대한 분포를 추정하는 문제로 확장하는 것이 필요하다고 생각한다.

본 연구 결과는 보건의학 분야에도 적용가능하다. 한 예로, 고령자에서 낙상은 손상과 골절을 일으키며 병원입원의 가장 주요한 원인 중 하나이다. 낙상 사건은 고령자에서 반복적으로 일어날 수 있다. 그러나 낙상으로 입원치료를 받는 기간에는 낙상이 다시 발생할 확률이 매우 작다. 즉, 입원기간이라는 관측 틈을 가지고 있다. 또한 퇴원 후 기능의 회복과 재발의 방지를 위해 자가 방문간호를 받게 되는데 이 기간도 관측 틈으로 간주할 수 있다. 전자는 퇴원시점이 관측 틈의 종료시점이 되어 불완전한 관측 틈이 아니지만, 후자는 종료시점을 정확히 정의하는 것이 불명확하기 때문에 불완전한 관측 틈으로 볼 수 있다 (McKay와 Anderson, 2010).

References

Andersen, P. K., Borgan, O. and Gill, R. D. (2003). *Statistical Models Based on Counting Processes*, Springer, New York.

Cook, R. J. and Lawless, J. F. (2007). *The Statistical Analysis of Recurrent Events*, Springer, New York.

Cook, R. J., Lawless, J. F. and Nadeau, C. (1996). Robust tests for treatment comparisons based on recurrent event responses, *Biometrics*, **52**, 557–571.

Farmer, J., Gibler, M., Kavanaugh, R. and Johnson, J. (2000). Preventing traumatic brain injury: An innovative approach to outcomes assessment, *Brain Injury*, **14**, 109–115.

Kim, Y.-J. and Jhun, M. (2008). Analysis of recurrent event data with incomplete observation gaps, *Statistics in Medicine*, **27**, 1075–1085.

Lawless, J. F. and Nadeau, C. (1995). Some simple robust methods for the analysis of recurrent events, *Technometrics*, **37**, 158–168.

Lin, D. Y., Wei, L. J., Yang, I. and Ying, Z. (2000). Semiparametric regression for the mean and rate functions of recurrent events, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **62**, 711–730.

Lindsey, J. and Ryan, L. (1998). Methods for interval censored data: Tutorial in biostatistics, *Statistics in Medicine*, **17**, 219–238.

McKay, C. and Anderson, K. E. (2010). How to manage falls in community dwelling older adults: A review of the evidence, *Postgraduate Medical Journal*, **86**, 299–306.

Sun, J., Kim, Y.-J., Hewett, J., Johnson, J. C., Farmer, J. and Gibler, M. (2001). Evaluation of traffic injury prevention programs using counting process approaches, *Journal of the American Statistical Association*, **96**, 469–475.

Turnbull, B. W. (1976). The empirical distribution function with arbitrarily grouped censored and truncated data, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **38**, 290–295.

Zhao, Q. and Sun, J. (2006). Semiparametric and nonparametric estimation of recurrent event with observation gaps, *Computational Statistics and Data Analysis*, **51**, 1924–1933.