

# 비과구동, 과구동 대칭형 5R 병렬기구의 구동 및 구조 강성의 이론적 해석

## Theoretical Analyses on Actuator Stiffness and Structural Stiffness of Non-redundant and Redundant Symmetric 5R Parallel Mechanisms

진상록<sup>1</sup>, 김종원<sup>1</sup>, 서태원<sup>2,✉</sup>

Sangrok Jin<sup>1</sup>, Jongwon Kim<sup>1</sup>, and TaeWon Seo<sup>2,✉</sup>

<sup>1</sup> 서울대학교 기계항공공학부 (School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National Univ.)

<sup>2</sup> 영남대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Yeungnam Univ.)

✉ Corresponding author: taewon\_seo@yu.ac.kr, Tel: 053-810-2442

Manuscript received: 2011.9.28 / Revised: 2012.2.14 / Accepted: 2012.2.21

*Redundant actuated parallel kinematic machines (PKMs) have been widely researched to increase stiffness of PKMs. This paper presents theoretical analyses on the stiffness of non-redundant and redundant actuated PKM. Stiffness of each mechanism is defined by summation of actuator and structural stiffness; the actuator stiffness is determined from displacements of actuators, and the structural stiffness is determined from deformations of links by external forces. Calculated actuator and structural stiffness of non-redundant PKM show same distribution in entire workspace. On the contrary, the actuator and the structural stiffness of a redundant PKM has very different distribution in the workspace; so, we conclude the structural stiffness of redundant PKM should be considered to design the redundant PKM. The results can be used to design and analyze non-redundant and redundant PKMs.*

Key Words: Parallel Mechanism (병렬기구), Redundant Actuation (과구동), Stiffness Analysis (강성해석), Structural Stiffness (구조강성), 5R Link (오절링크)

### 기호설명

$r_i$  = length of each linkage

$\theta_i$  = angle between linkages

$x$  = Cartesian coordinate of end-effector

$q$  = vector of angles between linkages

$\tau$  = torque on joints

$F$  = external force

$R_i$  = reaction forces on each linkage

$C_i$  = compressive forces on each linkage

$V_i$  = vending forces on each linkage

$M_i$  = moments on each linkage

$J, G, \Gamma$  = Jacobian matrices

$A$  = cross-sectional area of linkages

$I$  = moment of inertia of linkages

$E$  = modulus of elasticity of linkages

$C_{str}$  = compliance matrix of structural stiffness

$K_{total}, K_{act}, K_{str}$  = stiffness matrices

### 1. 서론

병렬기구는 높은 분해능, 작은 관성질량 등의 장점을 가지고 다양한 위치결정용 스테이지, 모션 시뮬레이터, 햅틱 디바이스 등으로 연구가 진행되

어 왔다.<sup>1</sup> 대표적으로 스튜어트-고흐 플랫폼 및 텔타 플랫폼 등이 산업화 되어 널리 사용되고 있다.<sup>2,3</sup> 하지만 이러한 병렬기구 플랫폼은 작은 작업 영역 및 작은 강성이 단점으로 지적되어 병렬기구 응용에 한계점을 보여왔다.

병렬기구의 작업영역을 높이기 위해서는 독창적인 구조의 병렬기구를 개발하는 것과 동시에 구동 특이점을 극복하는 것이 중요하다. 많은 병렬기구들이 기구의 자유도보다 많은 여유 구동부를 갖는 과구동 방식을 통해 작업영역 내부에 존재하는 특이점 영역을 줄이거나 제거했다. Kim et al.<sup>4</sup>은 Eclipse 구조를 제시하여 90 도 혹은 360 도의 회전능력을 구현하였다. Kang et al.<sup>5</sup>은 100 도의 틸팅능력을 가지는 3 자유도 이중서보 병렬기구를 제시하였다. Seo et al.<sup>6</sup>은 무한 회전이 가능한 평면형 3 자유도 병렬기구를 제시하였다. 하지만, 이러한 병렬기구들도 다양한 공작기계나 시뮬레이터 등에 적용하기에는 특정 방향의 강성을 높여야 하는 강성 제어의 과제를 안고 있다. 현재 병렬기구의 강성 제어는 병렬기구를 다양한 분야에 적용하기 위해 가장 중요한 이슈가 되고 있다.

병렬기구의 특정 방향의 강성을 높이기 위해서 두 가지의 방향으로 연구가 진행되고 있다. 우선, 기구구조를 변형하여 강성을 높이는 방법이 있다. Zhang<sup>7</sup>은 Tricept 플랫폼의 구조를 바꾸어 강성을 증대시킬 수 있다는 연구를 발표하였다. Wu et al.<sup>8</sup>은 2 자유도 병렬기구의 상단에 하나의 링크를 더 부착하여 기구강성을 증대시킬 수 있음을 이론적으로 보였다. 이러한 방법은 강성 측면에서는 장점이 있지만, 병렬기구의 장점인 작은 관성질량을 높여 동역학 및 제어적 관점에서는 단점이 있다.

두 번째 방법은 병렬기구의 과구동을 이용하여 강성을 증대시키는 방법이다. 이 방법은 병렬기구의 구조는 유지하면서 여유 구동부에 의해 발생하는 내력 토크를 적절히 분배하여 병렬기구의 강성을 조절하고 특정 방향의 강성을 증대시키는 방법이다. 초창기 Yi et al.<sup>9</sup>이 이론적 해석을 시작했으며, 그 이후로 다양한 연구자들이 내력을 이용한 강성 확대 방안에 대한 이론적 연구를 진행하였다.<sup>10,11</sup> 최근에는 Lee et al.<sup>12</sup>이 이러한 이론 연구 바탕으로 최적화 이론을 적용, 실험을 통하여 검증하는 연구를 발표하였다. 하지만, 이 연구는 이론을 검증하기 위하여 액추에이터 앞에 스프링을 이용하여 구동강성을 최소화 해서 실험을 하였고, 이 결과는 실제 병렬기구에 적용하기

에는 한계가 있다.

본 논문에서는 과구동 병렬기구의 강성을 구동강성과 구조강성으로 나누어 이를 이론적 해석을 통해 비교, 분석한다.<sup>13</sup> 본 논문에서는 좌우대칭형 5R 병렬기구를 해석 대상으로 선정하였다.<sup>14</sup> 우선 비과구동 병렬기구에 대한 구동 및 구조 강성해석이 수행된다. 이 결과는 과구동 병렬기구의 구조강성 해석이 필요하다는 비교 데이터가 된다. 그리고 과구동 병렬기구의 강성을 이론적으로 해석해서 그 결과를 분석하게 된다. 결과적으로, 과구동 병렬기구의 구동강성과 구조강성은 서로 연관성이 없어, 상대적으로 얇은 링크를 가지고 있는 과구동 병렬기구의 경우 강성 제어를 위해 구조강성의 해석이 필수적이라는 결론을 도출하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 장에서는 비과구동 5R 병렬기구에 대한 강성해석이 진행된다. 이 결과는 추후 과구동 5R 병렬기구 해석결과와 비교된다. 3 장에서는 과구동 병렬기구의 구동강성 및 구조강성 계산 과정과 결과가 제시된다. 2 장과 3 장에서 도출한 결과는 4 장에서 전체 작업영역에 대하여 비교, 분석된다. 마지막으로 5 장에서 최종 결론을 제시한다.

## 2. 비과구동 5R 병렬기구의 강성해석

### 2.1 비과구동 5R 메커니즘 및 자코비안

링크의 길이가  $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = r_1$ ,  $\overline{B_1P} = \overline{B_2P} = r_2$ ,  $\overline{OA_1} = \overline{OA_2} = r_3$  일 때, Liu et al.<sup>14</sup>이 해석한 가장 넓은 사용가능 작업공간(Usable Workspace)을 제공하는 조건  $r_3 < r_1 < r_2$ ,  $r_1+r_3 < r_2$ 을 만족하는 5R 병렬기구이다. 작용점 P의 링크 각도  $\theta_p$ 가 항상 예각인 상향구조(up-configuration)를 유지한다고 가정하면, 구동부인 독립관절  $A_1, A_2$ 의 관절값  $\theta_1, \theta_2$ 에

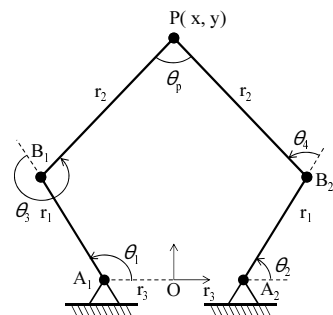


Fig. 1 Mechanism configuration of 5R mechanism

따라 작용점  $P$  가 유일하게 결정되는 2 자유도 기구이다. 독립관절 외의  $B_1, B_2$  관절은 중속관절이라고 한다.

자코비안은 입력변수와 출력변수의 속도 사이의 선형 관계식으로 정의하며 기구학적 구속 조건식을 시간으로 미분하여 얻는다.

$$(x - r_1 \cos \theta_1 + r_3)^2 + (y - r_1 \sin \theta_1)^2 = r_2^2, \quad (1)$$

$$(x - r_1 \cos \theta_2 - r_3)^2 + (y - r_1 \sin \theta_2)^2 = r_2^2. \quad (2)$$

독립관절에 대한 위 구속 조건식 (1), (2)을 시간으로 미분하여 행렬식으로 정리하면 (3)과 같고, 이때  $J$  가 역방향 자코비안이다.  $\mathbf{q}$  는 관절값 벡터  $[\theta_1, \theta_2]^T$  이고  $\mathbf{x}$  는 점  $P$  의 위치 벡터  $[x, y]^T$  이다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = A^{-1}B \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = J\dot{\mathbf{x}},$$

where

$$A = \begin{bmatrix} r_1 y \cos \theta_1 - r_1(x + r_3) \sin \theta_1 & 0 \\ 0 & r_1 y \cos \theta_2 - r_1(x - r_3) \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} x - r_1 \cos \theta_1 + r_3 & y - r_1 \sin \theta_1 \\ x - r_1 \cos \theta_2 - r_3 & y - r_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix}.$$

### 2.2 구동강성

병렬기구의 구동강성은 가상 일 이론(virtual work theorem)을 이용하여 구한다. 구동부에 작용하는 토크가  $\tau$  이고 Fig. 1 의  $P$  점에 힘  $\mathbf{F}$  을 가했을 때,  $P$  점의 미소변위  $\Delta \mathbf{x}$  와 구동부의 미소변위  $\Delta \mathbf{q}$  의 관계는 다음과 같다.

$$\tau^T \Delta \mathbf{q} + \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{x} = 0, \quad (4)$$

구동부에 작용하는 토크는 비과구동이므로 내력 토크 없이 구동 관절의 회전 강성  $K_r$  에 의해 수동적으로 결정된다. 따라서 식(4)에 식(3)을 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{F} = J^T(-\tau) = J^T K_r J \Delta \mathbf{x} = K_{act} \Delta \mathbf{x}. \quad (5)$$

이 때  $K_{act}$  가  $J^T K_r J$  이고 비과구동의 구동강성이다.

### 2.3 구조강성

비과구동의 경우 구조강성을 계산하기 위해 병렬기구 구조를 일종의 트러스 구조로 가정한다.

Fig. 1 의  $\overline{B_i P}$  링크는 양단 관절의 모멘트가 존재하지 않는 핀 조인트이다. 구동부의 회전강성에 의한 영향은 이미 구동강성에서 고려했기 때문에  $\overline{A_i B_i}$  링크는 일단고정기동으로 가정할 수 있다. 임의의 자세에서 임의의 외력  $\mathbf{F}$  이 가해졌을 때 반력분포는 다음 Fig. 2 의 자유물체도와 같다.

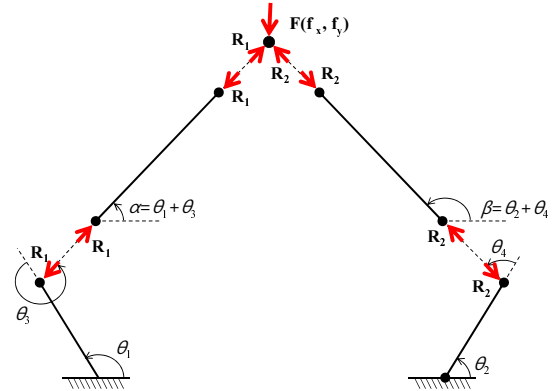


Fig. 2 Free body diagram (FBD) of truss structure to calculate the structural stiffness of non-redundant 5R mechanism

$P$  점에서 힘 평형식을 이용하여 반력  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$  의 크기를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{R}_1 = \frac{1}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta} \begin{bmatrix} \sin \beta & -\cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_2 = \frac{1}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta} \begin{bmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad (7)$$

where  $\alpha = \theta_1 + \theta_3$ , and  $\beta = \theta_2 + \theta_4$ .

$\overline{B_i P}$  링크의 경우 양단 모멘트가 존재하지 않기 때문에 반력에 의한 단순압축만 발생하여 다음과 같이 가상에너지  $U_1, U_2$  를 구할 수 있다.

$$U_1 = \frac{R_1^2 r_2}{2AE}, \text{ and } U_2 = \frac{R_2^2 r_2}{2AE}. \quad (8)$$

$\overline{A_i B_i}$  링크의 경우 일단고정기동이므로 압축과 굽힘이 동시에 발생하여 다음과 같이 가상에너지  $U_3, U_4$  를 구할 수 있다.

$$U_3 = \frac{(R_1 \cos \theta_3)^2 r_1}{2AE} + \frac{(R_1 \sin \theta_3)^2 r_1^3}{6EI}, \quad (9)$$

$$U_4 = \frac{(R_2 \cos \theta_4)^2 r_1}{2AE} + \frac{(R_2 \sin \theta_4)^2 r_1^3}{6EI}. \quad (10)$$

$A$  는 링크의 단면적,  $E$  는 탄성계수(Young's modulus),  $I$  는 단면관성모멘트를 의미한다. 카스티글리아노 정리(Castigliano's theorem)를 따라 각 링크의 가상에너지의 합을 외력  $F$  로 미분하여 컴플라이언스 행렬  $C_{str}$  을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_{total}}{\partial F} = C_{str} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}. \quad (11)$$

컴플라이언스행렬은 강성행렬의 역행렬이므로 아래와 같이 구조강성  $K_{str}$  을 구할 수 있다.

$$F = C_{str}^{-1} \Delta x = K_{str} \Delta x. \quad (12)$$

구동강성과 구조강성은 용수철을 직렬로 연결한 것과 같은 관계로 중합할 수 있다. 따라서 전체강성  $K_{total}$  은 다음과 같이 중합한다.

$$F = (K_{act}^{-1} + K_{str}^{-1})^{-1} \Delta x = K_{total} \Delta x. \quad (13)$$

### 3. 과구동 5R 병렬기구의 강성해석

#### 3.1 구동강성

과구동 병렬기구는 독립관절의 구동부 외에 종속관절에 액추에이터를 추가하여 자유도 이상의 구동 토크로 내력을 발생시킴으로써 구동강성을 조절할 수 있다. 따라서 종속관절까지 고려한 5R 병렬기구 구속 조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) &= r_1 \cos \theta_1 - r_3 \\ &+ r_2 \cos(\theta_1 + \theta_3) - r_1 \cos \theta_2 - r_3 \quad (14) \\ &- r_2 \cos(\theta_2 + \theta_4) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) &= r_1 \sin \theta_1 \\ &+ r_2 \sin(\theta_1 + \theta_3) - r_1 \sin \theta_2 \quad (15) \\ &- r_2 \sin(\theta_2 + \theta_4) = 0 \end{aligned}$$

관절값  $\theta_1, \theta_2$  을 독립관절벡터  $q_u$  라 하고 그 외의 관절값  $\theta_3, \theta_4$  을 종속관절벡터  $q_v$  라고 할 때, 위 구속 조건식을 시간으로 미분하여 독립관절과 종속관절 간의 구속 자코비안  $\Phi$  을 구한다.

$$\frac{\partial g}{\partial q} \dot{q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} = [G_u \quad G_v] \begin{bmatrix} \dot{q}_u \\ \dot{q}_v \end{bmatrix} = 0, \quad (16)$$

$$\Phi = -G_v^{-1} G_u. \quad (17)$$

구동관절벡터를  $q_r$  라 할 때, 독립관절 선택행렬  $U$  와 구동관절 추출행렬  $V$  를 이용하여 식(18)과 같이 독립관절과 구동관절 간의 구속 자코비안  $\Gamma$  을 구한다. 본 논문에서는 2 개의 종속관절 모두에 액추에이터를 부착한 대칭형 구조를 해석하기 때문에  $U = V = I_{4 \times 4}$  이다.

$$\Gamma = VU \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ \Phi \end{bmatrix}. \quad (18)$$

비과구동 해석과 마찬가지로 가상 일 이론을 이용하면 구동관절 토크  $\tau_r$  와 외력  $F$ , 각 변위  $\delta q_r, \delta x$  에 관한 식(19)를 얻는다.

$$\tau_r^T \delta q_r + F^T \delta x = 0. \quad (19)$$

식(19)에 식(18), 식(3)을 대입하여 외력과 구동 토크에 대한 식(20)를 유도한다.

$$F = (\Gamma)^T (-\tau_r) = \Psi^T (-\tau_r). \quad (20)$$

힘  $F$  을 작용점 변위  $x$  로 미분하여 구동강성 식(21)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_{act} &= \frac{\partial F}{\partial x} = H^T \otimes (-\tau_r) + \Psi^T K_r \Psi \\ &= K_{active} + K_{passive}. \quad (21) \end{aligned}$$

$$H^T = \frac{\partial \Psi^T}{\partial x}, \quad \otimes : \text{라이프니츠 곱 연산자.}$$

과구동 병렬기구의 구동강성은 비과구동의 경우와 다르게 구동토크에 의한 능동강성을 가지고 있다. 식(21)에서 앞의 항이 능동강성이고 뒤의 항은 각 관절의 회전강성에 의해 결정되는 수동강성이다. 수동강성은 구동관절의 회전관성과 기구의 자세로 결정되어 구동 관절 토크와 무관함을 알 수 있다.

#### 3.2 구조강성

과구동에서 구조강성은 비과구동 일 때와 다르

계 종속관절이 구동부에 의해 고정되어  $B_i$  관절에 모멘트가 발생하는 차이점을 가지고 있다. 예를 들어  $\overline{B_1P}$  링크와  $\overline{A_1B_1}$  링크의 자유물체도는 다음과 같이 그릴 수 있다.

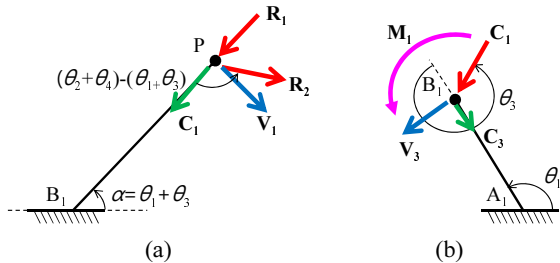


Fig. 3 Free body diagram to calculate the structural stiffness of redundant 5R mechanism. (a) FBD of  $\overline{B_1P}$  link and (b) FBD of  $\overline{A_1B_1}$  link

점  $P$ 에서의 반력  $R_1, R_2$ 의 크기는 비과구동 일 때와 같이 식(6), (7)을 이용하여 구한다. Fig. 3 (a)에서 볼 수 있듯이  $\overline{B_1P}$  링크의 경우 관절  $B_1$ 이 고정되어 단순압축 뿐 아니라 굽힘도 동시에 받는 일단고정기둥으로 가정할 수 있다. 따라서 반력  $R_1, R_2$ 의 합력으로  $\overline{B_1P}$  링크에 작용하는 단순압축힘과 굽힘힘이 다음과 같이 유도된다.

$$\text{압축} : C_1 = R_1 + R_2 \cos\{(\theta_2 + \theta_4) - (\theta_1 + \theta_3)\}. \quad (22)$$

$$\text{굽힘} : V_1 = R_2 \sin\{(\theta_2 + \theta_4) - (\theta_1 + \theta_3)\}. \quad (23)$$

이 링크의 가상에너지는 다음과 같다.

$$U_1 = \frac{C_1^2 r_2}{2AE} + \frac{V_1^2 r_2^3}{6EI}. \quad (24)$$

$\overline{A_1B_1}$  링크의 경우 관절  $B_1$ 이 고정됨으로 인해 발생하는 모멘트를 추가로 받는 일단고정기둥으로 가정한다.  $\overline{B_1P}$  링크의 단순압축힘  $C_1$ 으로부터 생기는 반력을 단순압축힘과 굽힘힘으로 분해하고,  $\overline{B_1P}$  링크의 굽힘힘  $V_1$ 으로부터 발생하는 모멘트를 구하면 다음과 같다.

$$\text{압축} : C_3 = C_1 \cos \theta_3, \quad (25)$$

$$\text{굽힘} : V_3 = -C_1 \sin \theta_3, \quad (26)$$

$$\text{모멘트} : M_1 = V_1 r_2. \quad (27)$$

이 링크의 가상에너지는 다음과 같다.

$$U_3 = \frac{1}{2EI} \left( \frac{V_3^2 r_1^3}{3} - V_3 M_1 r_1^2 + M_1^2 r_1 \right) + \frac{C_3^2 r_1}{2AE}. \quad (28)$$

같은 방법으로  $\overline{B_2P}$  링크와  $\overline{A_2B_2}$  링크의 가상에너지  $U_2, U_4$ 를 구하고 가상에너지의 총합을 외력으로 미분하면 식(11), (12)와 같이 카스티글리아노 정리를 이용하여 과구동에서의 구조강성  $K_{str}$ 을 구할 수 있다.

#### 4. 이론해석 결과 및 비교분석

작용점  $P$ 에 임의의 힘  $F$ 를 인가했을 때 변위  $\Delta x$ 를 강성행렬  $K$ 를 통해 구하면  $xy$  평면에 타원형으로 분포한다. 즉, 일정 방향으로는 강한 강성을 갖고 일정 방향으로는 약한 강성을 갖는다는 것을 의미한다. 이 타원의 장축과 단축의 길이는 강성행렬의 특이값(singular value)의 큰 값과 작은 값으로 치환할 수 있다. 강성행렬 분석은 크게 두 가지 인덱스로 할 수 있다. 식(29)의  $I_1$ 은 특이값의 비로 임의의 방향의 외력에 대해 얼마나 균일한 강성을 갖는지 표현할 수 있고, 식(30)의  $I_2$ 는 특이값의 곱으로 타원의 넓이를 표현한다.

$$I_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \quad (29)$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2, \quad \sigma_1, \sigma_2 : \text{강성행렬의 특이값 } (\sigma_1 > \sigma_2). \quad (30)$$

기본 해석 결과,  $I_2$ 의 경우 구동강성과 구조강성 모두 기구 구조의 구동 특이점인 사용가능 작업공간의 경계에서 급격히 증가하고 나머지 자세에서는 큰 변화가 없었으며 그 분포도 비슷한 경향을 보였다. 특정 방향으로의 강성 증대를 위한 내력 토크 분배 제어를 하기 위해서는 사용가능 작업공간의 각 위치에서 강성 행렬의 방향성을 볼 필요가 있다. 따라서 본 논문에서는 강성의 등방성을 나타내는  $I_1$ 을 기준으로 구동강성과 구조강성의 분포 특성 분석을 수행한다. 해석을 위해 입

력한 각 인자들의 값은 아래 Table 1 에 정리하였다.

Symbol	Value	Symbol	Value
$r_1$ (m)	0.224	$A$ (m <sup>2</sup> )	$0.3 \times 10^{-3}$
$r_2$ (m)	0.448	$E$ (N/m <sup>2</sup> )	$68.9 \times 10^9$
$r_3$ (m)	0.168	$I$ (m <sup>4</sup> )	$2.5 \times 10^{-9}$

**4.1 비과구동 5R 메커니즘의 구동, 구조강성의 분포**

비과구동의 경우 구동강성과 구조강성의 값은 다르지만 강성의 방향성을 의미하는  $I_1$  의 분포가 Fig. 4 와 같이 일치한다. 전혀 다른 계산식으로부터 구해진 구동강성과 구조강성이지만  $I_1$  의 분포는 일치하는 결과가 나왔다.

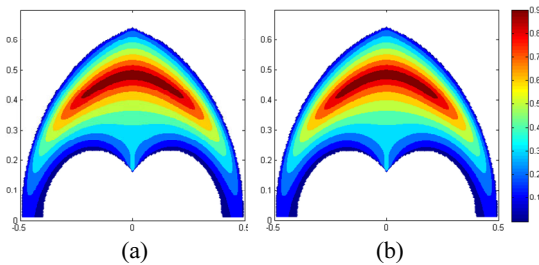


Fig. 4 Stiffness index of the non-redundant 5R parallel mechanism in the workspace. (a) Actuator stiffness and (b) structural stiffness

**4.2 과구동 5R 메커니즘의 구동, 구조강성의 분포**

과구동의 경우, 자유도 이상의 구동 토크로 내

력을 발생하여 조절할 수 있는 능동강성이 추가된다. 따라서 같은 자세에서도 토크에 따라 구동강성은 달라질 수 있지만 구조강성은 수동적으로 결정된다. 그 결과 아래 Fig. 5 와 같이 구동강성과 구조강성의  $I_1$  은 전혀 다른 분포를 보인다. Fig. 5 (a)는 구동강성의  $I_1$  분포로서 독립관절의 구동 토크를  $\tau$ 라 했을 때 종속관절의 구동 토크를  $0.1\tau, \tau, 10\tau$  로 하여 계산한 결과이다. 과구동되는 종속관절의 구동 토크가 커질수록 Fig. 5 (b)의 구조강성과는 점점 상이한 분포를 보인다.

**4.3 해석 결과 분석**

앞서 수행한 시뮬레이션 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 비과구동의 경우 구동강성과 구조강성의 값은 다르지만 강성의 방향성을 의미하는  $I_1$  의 분포가 일치하는 결과가 나왔다. 이는 구동강성과 구조강성을 중첩해도 강성의 분포에는 변화가 없음을 의미한다.

2) 종속관절에 구동 토크를 가하여 강성을 조절하는 과구동 기구에서는 구동강성과 구조강성의 분포가 큰 차이를 보인다. 따라서 구동강성과 구조강성을 중첩하여 전체 강성을 구하면 또 다른 강성 분포를 갖는다는 것을 알 수 있다. 과구동 병렬기구의 강성 해석에는 구동강성과 구조강성 해석이 병행되어야 정확한 전체 기구 강성을 구할 수 있다는 것을 보여주는 결과이다.

**5. 결론**

본 연구에서는 비과구동, 과구동 병렬기구의 최

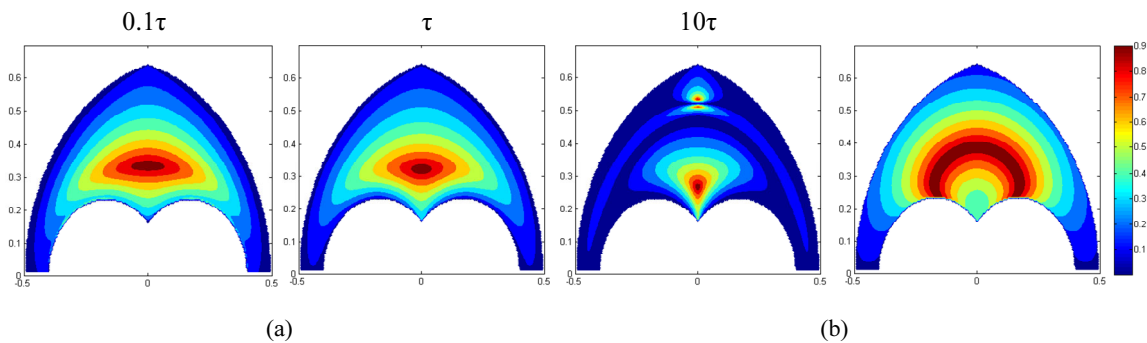


Fig. 5 Stiffness index of the redundant 5R parallel mechanism in the workspace. (a) Actuator stiffness and (b) structural stiffness

중 강성을 계산하기 위하여 강성을 구동강성과 구조강성으로 나누어 분석을 수행하였다. 5R 메커니즘을 분석대상으로 하여 병렬기구의 구동강성과 구조강성을 이론적으로 해석하였다. 결과적으로 비과구동 기구의 경우 구동강성과 구조강성이 전 작업영역 내에서 같은 분포를 보였다. 이는 실제 기구를 설계할 때 상대적으로 계산하기 쉬운 구동강성만 고려하여도 최종 강성이 비례된 결과를 도출할 수 있음을 의미한다. 과구동 병렬기구의 경우 구동강성과 구조강성이 작업영역 내에서 일관된 관계를 보이지 않았다. 이는 상대적으로 링크가 두껍지 않은 병렬기구를 설계할 때 구조강성을 필수적으로 고려해야 함을 의미한다. 본 연구의 결과는 5R 메커니즘을 포함한 다양한 비과구동, 과구동 병렬기구의 강성 설계에 응용될 수 있다.

## 후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2011-0009596).

## 참고문헌

1. Merlet, J. P., "Parallel Robots, 2nd ed.," Springer, 2006.
2. Lee, S. H., Lee, J. H., Kim, W. K., and Yi, B. J., "Analysis on Kinematic Characteristics for Spatial 3-DOF Parallel Mechanisms Employing Stewart Platform Structure," J. of the KSPE, Vol. 22, No. 8, pp. 118-127, 2005.
3. Kim, H. S. and Choi, Y. J., "The Forward/Inverse Force Transmission Analyses of the Stewart Platform," J. of the KSPE, Vol. 16, No. 5, pp. 200-208, 1999.
4. Kim, S. H., Jeon, D., Shin, H. P., In, W., and Kim, J., "Design and Analysis of Decoupled Parallel Mechanism with Redundant Actuator," Int. J. Precis. Eng. Manuf., Vol. 10, No. 4, pp. 93-99, 2009.
5. Kang, D. S., Seo, T., Kim, J., Liu, X.-J., Ahn, C. S., and Kang, Y. J., "A Parallel Mechanism Micro-Positioning Platform with a 100-degree Tilting Capability," Asian Symposium for Precision Engineering and Nanotechnology, 2005.
6. Seo, T., In, W., and Kim, J., "A New Planar 3-DOF Parallel Mechanism with Continuous 360-degree Rotational Capability," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 23, No. 11, pp. 3088-3094, 2009.
7. Zhang, D., "On Stiffness Improvement of the Tricept Machine Tool," Robotica, Vol. 23, pp. 377-386, 2005.
8. Wu, J., Wang, J., Li, T., and Wang, L., "Dynamic analysis of the 2-DOF planar parallel manipulator of heavy duty hybrid machine tool," International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 34, No. 3-4, pp. 413-420, 2007.
9. Yi, B. J. and Freeman, R. A., "Simultaneous stiffness generation and internal load distribution in redundantly actuated mechanisms," International Conference on Advanced Robotics, Vol. 1, pp. 802-807, 1991.
10. Chakarov, D., "Study of the Antagonistic Stiffness of Parallel Manipulators with Actuation Redundancy," Mechanism and Machine Theory, Vol. 39, pp. 583-601, 2004.
11. Lee, S. H., Lee, J. H., Yi, B. J., Kim, S. H., and Kwak, Y. K., "Optimization and Experimental Verification for the Antagonistic Stiffness in Redundantly Actuated Mechanisms: A Five-Bar Example," Mechatronics, Vol. 15, pp. 213-238, 2005.
12. Lee, S., Kim, S., In, W., Kim, M., Jeong, J. I., and Kim, J., "Experimental Verification of Antagonistic Stiffness Planning for a Planar Parallel Mechanism with 2-DOF Force Redundancy," Robotica, Vol. 29, pp. 547-554, 2011.
13. Goncalves, R. S., Carvalho, J. C. M., Carbone, G., and Ceccarelli, M., "Indices for Stiffness and Singularity Evaluation for Designing 5R Parallel Manipulator," The Open Mechanical Engineering Journal, Vol. 4, pp. 61-68, 2010.
14. Liu, X.-J., Wang, J., and Pritschow, G., "Kinematics, Singularity and Workspace of Planar 5R Symmetrical Parallel Mechanisms," Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, pp. 145-169, 2006.