

저차 크로스모드를 고려한 단순지지 사각 접수 평판의 방사효율해석

An Analysis of Radiation Efficiency of the Simply Supported Rectangular Plate in Water with Consideration of Low Order Cross Modes

김 현 실* · 김 재 승* · 김 봉 기* · 김 상 렬* · 이 성 현*

Hyun-Sil Kim, Jae-Seung Kim, Bong-Ki Kim, Sang-Ryul Kim and Seong-Hyun Lee

(2012년 6월 20일 접수 ; 2012년 7월 18일 심사완료)

Key Words : Radiation Efficiency(방사효율), Plate in Water(접수평판), Cross Mode(크로스 모드)

ABSTRACT

In this paper, radiation efficiency of the plate surround by an infinite rigid baffle is studied. The plate is simply supported and one side is in contact with air, while other side with water. The pressure and normal velocity over the plate surface are assumed as modal summations, from which a set of linear equations is obtained for fluid-structure coupled problem. It is shown that neglect of the cross modes results in overestimation of the radiation efficiency specifically for mid-frequency ranges. Based on the fact that the responses are mainly determined from the first few cross modes in addition to the diagonal terms, a new algorithm is proposed, where banded matrix is iteratively solved in computing radiation efficiency. In numerical examples, it is found that radiation efficiency obtained from banded matrix is in excellent agreement with the one from the full matrix, while computing time is significantly reduced. It is also found that as frequency grows larger, radiation efficiency considering only diagonal terms is a good approximation.

1. 서 론

방사효율(radiation efficiency)은 판과 같이 면적이 넓고 두께가 얇은 구조물이 진동할 때 운동에너지가 얼마나 잘 음향에너지로 변환되는지 말해주는 중요한 물리적 변수이다. 방사효율은 구조-유체의 연성운동방정식을 동시에 풀어야만 계산이 가능하다. 가장 단순한 구조로 무한 배플로 지지된 유한한 사각형 판을 고려할 수 있는데 판이 공기 중에 있

을 때에는 공기저항이 판의 진동에 미치는 영향을 무시할 수 있으며 판과 공기의 지배방정식의 분리가 가능해지며 방사효율식도 단순화된다. 그러나 이 경우에도 방사효율은 엄밀해가 없으며 수치해석 방법을 사용해야만 계산할 수 있다. Maidanik⁽¹⁾은 모달 방사효율에 대해 모드 밀도가 충분히 큰 고주파수 영역에서 근사식을 유도하였으며 Ver 등⁽²⁾은 Maidanik⁽¹⁾식의 오류를 수정하고 보완한 근사식을 제시하였다. Maidanik⁽¹⁾과 Ver 등⁽²⁾의 근사식은 후속 방사효율연구에 거의 빠짐없이 인용되는 선구자적 결과로 평가된다. Leppington⁽³⁾은 보다 더 엄밀한 방법을 사용하여 고주파수대역의 근사식을 유도하였는데 부분적으로 Maidanik의 결과와 일치함을

* 교신저자; 정회원, 한국기계연구원
E-mail : hskim@kimm.re.kr
Tel : (042)868-7461, Fax : (042)868-7440
* 정회원, 한국기계연구원

보였다. 참고문헌 (1)~(3)의 결과는 서로 다른 모드는 상관성이 없다고 가정하여 크로스 모드의 기여도는 무시하였다.

평균 방사효율을 구하기 위해서는 크로스 모드를 포함하는 전체 모드의 방사효율을 구하여 평균을 취하여야 하는데 이 과정에서 공간에 대해 다중적분식으로 주어지는 방사 임피던스 계수(radiation impedance coefficient)를 계산하여야 한다. 주파수가 커지면 많은 모드를 포함하므로 방사 임피던스 계수를 계산하는데 대단히 많은 시간이 소요되며 적분을 효율적으로 하기 위한 방법에 여러 연구⁽⁴⁻⁸⁾가 발표되었다. Xie 등⁽⁹⁾은 가진점에 대해 공간 평균을 취하면 결과적으로 크로스 모드의 기여도를 무시하는 것과 같아짐을 보였다.

판이 수중에 있으면 공기 중과 달리 음압과 판의 지배방정식의 분리가 불가능하며 모든 모드를 포함하는 전체 매트릭스 식을 풀어야만 방사효율을 구할 수 있다^(7,8,10,11). 이는 FEM/BEM을 사용하여 구조물/음향의 연성해석을 하는 것과 같은 개념으로 엔지니어링 관점에서 보면 소형구조물 및 중저주파수 영역외에는 사실상 적용이 불가능한 방법이다. Andresen⁽¹²⁾은 등가질량의 개념을 도입하고 공기 중에서처럼 크로스 모드의 영향을 무시하고 대각선 항만 고려하는 방법을 제시하였다. Uchida 등⁽¹³⁾은 접수 평판의 방사효율 측정을 수행하고 경험식을 제시하였다. Takkaki 등⁽¹⁴⁾은 Uchida의 경험식은 면적이 작은 평판에 대해서만 적용가능하고 실선처럼 면적이 큰 경우는 Maidanik의 근사식이 상대적으로 더 오차가 작다고 기술하였다. 최성원 등⁽¹⁵⁾은 선박 이중저 형상 구조물의 방사효율을 FEM/BEM을 사용하여 해석하였으며 Uchida의 경험식과 비교하였다. 참고문헌 (12)~(15)에서는 근사식⁽¹⁻³⁾에 공기대신 물의 밀도와 음속을 대입하고 수중에 있는 판의 방사효율을 계산하는 방법을 사용하였는데 이는 물이 판의 진동에 미치는 영향을 무시한 것과 같은 결과를 초래한다. 접수평판의 방사효율은 수중방사소음 해석에 가장 기본적인 요소이나 지금까지는 실제 계산의 복잡함으로 인해 실용적인 결과가 제시되지 못한 실정이었다.

이 논문에서는 한쪽은 공기, 다른 쪽은 물과 접한 직사각형 판의 방사효율을 다루었는데 진동은

크로스 모드에서 몇 개 또는 몇 십 개의 처음 모드가 주로 지배한다는 점에 착안하여 전체 매트릭스 식을 푸는 대신 밴드 매트릭스를 풀어서 근사적인 결과를 얻는 방법을 제안하였으며 크로스 모드를 무시하고 대각선 항만 고려한 결과와도 비교하였다.

2. 지배방정식

Fig. 1과 같이 평판주변이 강체 배플에 단순지지된 직사각형 평판을 고려한다. 평판의 가로와 세로는 각각 a, b 이며 두께는 h , 밀도는 ρ_p , 탄성계수는 E , Poisson 비는 ν 이다. $z > 0$ 인 공간은 물과 접촉하였고 $z < 0$ 인 공간은 공기와 접촉하였으며 포인트 하중 F_0 에 의해 가진된다고 가정하면 공기에 의한 압력은 물에 의한 압력에 비해 무시할 수 있으므로 평판의 변위 w 에 대한 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$D(1+i\eta)\nabla^4 w + m_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -p_{z=0} + F_0 \delta(x-x_0, y-y_0) \tag{1}$$

여기서 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, η 는 댐핑, $m_p = \rho_p h$. p 는 압력, 위치 (x_0, y_0) 는 집중하중이 가해지는 지점을 나타낸다.

평판과 물의 접촉면에서의 경계조건은 다음과 같다.

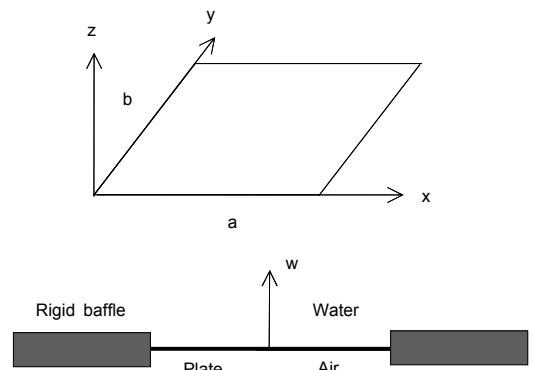


Fig. 1 A baffled plate exposed to air below ($z < 0$) and water above ($z > 0$)

$$\text{At } z=0: \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 물의 밀도이다. 한편, 물에 방사되는 음파는 파동방정식을 만족한다. 무한 배플에 의해 지지되는 평판의 경우 방사되는 압력은 위치 (x, y) 에서 다음과 같이 Rayleigh 적분으로 표현된다.

$$p = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_S v \frac{e^{-ikR}}{R} dx' dy' \quad (3)$$

여기서 $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$, v 는 표면에서 수직방향의 속도이다.

파위는 다음과 같이 주어진다.

$$W = \frac{1}{2} \int_S \text{Re}\{p^* v\} dx' dy' \quad (4)$$

여기서 p^* 는 p 의 켈레복소수(complex conjugate)이며 평판의 방사효율은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma = \frac{W}{\rho c S <v^2>} \quad (5)$$

여기서 $S = ab$, c 는 수중에서의 음파의 전파속도이며 $<v^2>$ 는 속도의 제곱을 평판에 대해 평균한 값이다.

판의 진동변위와 표면에서의 압력 $p_0 = p|_{z=0}$ 를 다음과 같이 모드의 조합으로 가정하고 모드함수로 단순지지 경계조건을 만족하기 위해 사인(sine) 함수를 사용한다.

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \phi_m^x \phi_n^y \quad (6a)$$

$$p_0 = \sum_m \sum_n B_{mn} \phi_m^x \phi_n^y \quad (6b)$$

$$\phi_m^x = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right), \quad \phi_n^y = \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (6c)$$

식 (6a)~(6c)를 식 (1)과 (3)에 대입한 후 양변에 $\phi_r^x \phi_s^y$ 를 곱하고 적분한 후 모드함수의 직교성을 이용하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$A_{mn} \frac{Sm_p}{4} (\omega_{mn}^2 - \omega^2) = -\frac{S}{4} B_{mn} + F_{mn} \quad (7a)$$

$$\frac{S}{4} B_{mn} = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \sum_r \sum_s Z_{mnr s} A_{rs} \quad (7b)$$

여기서

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D(1+i\eta)}{m_p}} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] \quad (8)$$

$$F_{mn} = F_0^x \phi_m^x(x_0) \phi_n^y(y_0) \quad (9)$$

$$Z_{mnr s} = \int_0^b \int_0^a \int_0^b \int_0^a \phi_m^x \phi_n^y \phi_r^x \phi_s^y \frac{e^{-ikR}}{R} dx' dy' dx dy \quad (10)$$

여기서 $k = \omega/c$. $i\omega\rho Z_{mnr s}$ 는 방사임피던스 계수(radiation impedance coefficient)라고 부르며 실수 부분은 방사에 기인한 댐핑을 나타내며 허수 부분은 부가질량을 나타낸다. 식 (7a,b)를 매트릭스 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[\mathbf{H}] \vec{A} = \vec{F} \quad (11)$$

벡터 \vec{A} 와 \vec{F} 는 각각 $\{A_{mn}\}$, $\{F_{mn}\}$ 을 나타내고, 매트릭스 $[\mathbf{H}]$ 의 계수는 다음과 같이 주어진다.

$$m = r, n = s:$$

$$H_{mnmn} = \frac{Sm_p}{4} [\omega_{mn}^2 - \omega^2] - \frac{\rho\omega^2}{2\pi} Z_{mnmn} \quad (12a)$$

$$m \neq r \text{ or } n \neq s: H_{mnr s} = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} Z_{mnr s} \quad (12b)$$

식 (11)에서 A_{mn} 이 구해지면 식 (4)의 음향파위와 평균속도 $<v^2>$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$W = \frac{\rho\omega^3}{4\pi} \sum_m \sum_n \sum_r \sum_s A_{mn}^* A_{rs} \text{Re}\{iZ_{mnr s}\} \quad (13)$$

$$<v^2> = \frac{\omega^2}{8} \sum_m \sum_n |A_{mn}|^2 \quad (14)$$

방사효율은 다음 식으로 주어진다.

$$\sigma = \frac{2k}{\pi S} \frac{\sum_m \sum_n \sum_r \sum_s A_{mn}^* A_{rs} \text{Re}\{iZ_{mnr s}\}}{\sum_m \sum_n |A_{mn}|^2} \quad (15)$$

Z_{mnr_s} 는 4중 적분이지만 참고문헌 (3)~(5)에 제시된 좌표변환을 이용하면 2중 적분으로 차수를 2단계 낮출 수 있다. Z_{mnr_s} 는 (m,n) 과 (r,s) 에 대해 대칭이며 다음 조건이 성립할 때만 제로가 아닌 값을 갖는다.

$$|m \pm r|, |n \pm s| = 0, 2, 4, 6, \dots \quad (16)$$

$m = r, n = s$ 인 경우 Z_{mnmn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$Z_{mnmn} = \int_0^b \int_0^a [(a-\zeta)\cos(\alpha_m\zeta) + \sin(\alpha_m\zeta)/\alpha_m] \times [(b-\tau)\cos(\beta_n\tau) + \sin(\beta_n\tau)/\beta_n] \frac{e^{-ikR}}{R} d\zeta d\tau \quad (17)$$

여기서 $\alpha_m = m\pi/a, \beta_n = n\pi/b, R = \sqrt{\zeta^2 + \tau^2}$. $m \neq r, n \neq s$ 인 경우는 다음과 같다.

$$Z_{mnr_s} = \frac{4}{(\alpha_m^2 - \alpha_r^2)(\beta_n^2 - \beta_s^2)} \times \int_0^b \int_0^a (\alpha_m \sin \alpha_r \zeta - \alpha_r \sin \alpha_m \zeta) \times (\beta_n \sin \beta_s \tau - \beta_s \sin \beta_n \tau) \frac{e^{-ikR}}{R} d\zeta d\tau \quad (18)$$

여기서 $\alpha_r = r\pi/a, \beta_s = s\pi/b$. $m = r, n \neq s$ 또는 $m \neq r, n = s$ 인 경우에는 Z_{mnr_s} 는 식 (17)과 (18)의 혼합된 형태로 주어지며 자세한 표현은 참고문헌 (4)와 (5)에 나와 있다.

3. 공기 중 방사효율

만일 판이 공기 중에 있다면 판의 진동은 공기저항에 영향을 받지 않는다고 가정할 수 있으며 이는 식 (7a)에서 B_{mn} 항을 무시하는 것과 같다. 이 경우 A_{mn} 은 다음과 같이 주어지며 방사효율은 식 (15)에 의해 주어진다.

$$A_{mn} = \frac{F_{mn}}{(Sm_p/4)(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \quad (19)$$

식 (15)에서 $Re\{iZ_{mnr_s}\}$ 를 계산하는데 많은 노력

이 요구되는데 $\sin(kR)/R$ 을 (ζ, τ) 의 무한급수로 전개한 후 적분을 해석적으로 수행하여 계산시간을 줄이고자 하는 방법에 대해 여러 연구결과⁽⁴⁻⁸⁾가 발표되었다.

Z_{mnr_s} 에서 대각선 항($m = r, n = s$)만 고려하고 크로스 모드항($m \neq r, n \neq s$)을 무시하면 방사효율은 다음과 같이 된다.

$$\sigma_{diag} = \frac{\sum_m \sum_n |A_{mn}|^2 \sigma_{mn}}{\sum_m \sum_n |A_{mn}|^2} \quad (20)$$

모달 방사효율 σ_{mn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_{mn} = \frac{2k}{\pi S} Re\{iZ_{mnmn}\} \quad (21)$$

Leppington⁽³⁾은 식 (21)에서 $m/ka, n/kb$ 는 일정한 값을 유지하고 k 가 커질 때 $f < f_c$ 인 경우 모달 방사효율의 근사식을 다음과 같이 유도하였다.

$$\sigma_{mn} = \frac{Pc}{4\pi^2 S f_c} \times \frac{(1-\alpha^2)\ln((1+\alpha)/(1-\alpha)) + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{3/2}} \quad (22)$$

여기서 $\alpha = f/f_c, f_c = \sqrt{m_p/D} c^2/2\pi, P = 2(a+b)$. 식 (22)는 참고문헌 (1)과 (2)의 식 중 $g_2(\alpha)$ 와 같다.

음향과위를 가진 위치에 대해 평균을 취하면 다음과 같이 된다.

$$\bar{W} = \frac{1}{S} \int_0^a \int_0^b W dx_0 dy_0 = \sum_m \sum_n \bar{W}_{mn} \quad (23)$$

여기서

$$\bar{W}_{mn} = \frac{\rho\omega^3 F_0^2}{\pi(Sm_p)^2} \frac{Re\{iZ_{mnmn}\}}{|\omega_{mn}^2 - \omega^2|^2} \quad (24)$$

식 (23)에서 ϕ_m^x, ϕ_n^y 의 직교성을 이용하여 r, s 항은 사라지며 이는 마치 크로스 모드 항의 기여도를 무시한 것과 같은 결과를 낳는다. 속도 항 $\langle v^2 \rangle$ 도 가진 위치에 대해 평균을 취하면 다음과 같이 된다.

$$\overline{\langle v^2 \rangle} = \sum_m \sum_n \frac{\omega^2 F_0^2}{2(Sm_p)^2} \frac{1}{|\omega_{mn}^2 - \omega^2|^2} \quad (25)$$

가진 위치에 대해 평균한 방사효율은 다음과 같
이 된다.

$$\sigma_{diag_avg} = \frac{\overline{W}}{\overline{\langle v^2 \rangle}} = \frac{\sum_m \sum_n \sigma_{mn} |\omega_{mn}^2 - \omega^2|^{-2}}{\sum_m \sum_n |\omega_{mn}^2 - \omega^2|^{-2}} \quad (26)$$

여기서 모달 방사효율 σ_{mn} 은 식(21)과 같다.

Fig. 2에는 참고문헌 (9)에서 예제로 다루어진 알루미늄 판의 방사효율을 계산하였는데 크기는 0.6×0.5 m, 두께는 3 mm, 댐핑은 $\eta = 0.0005$ 를 가정하였다. 모드 m 과 n 은 각각 M 과 N 까지 고려하였는데 식(6a,b)가 수렴하도록 충분히 크게 잡았으며 8000 Hz에서 $M=45$, $N=37$ 를 적용하였다. Fig. 2에는 4가지 결과를 비교하였는데 식(15)의 모든 모드를 고려한 σ_{full} , 대각선 항만 고려한 식(20)의 σ_{diag} , 근사식⁽²⁾ (Ver & Holmer), 가진 위치에 대해 평균한 식(26)의 σ_{diag_avg} 를 비교하였다. 가진 위치는 (0.2, 0.01)이다. 식(15)의 계산시, 다음 절의 수중방사효율계산에서 기술한 방법에 따라 밴드 매트릭스를 고려하였으며 밴드의 크기는 $L=12$ 를 적용하였다. σ_{full} 과 σ_{diag} 는 고주파수로 갈수록 f_c 를 제외하고는 잘 일치하며 근사식은 대체로 가진 위치에 대해 평균한 방사효율 σ_{diag_avg} 의 주파수 평균에 해당함을 알 수 있다.

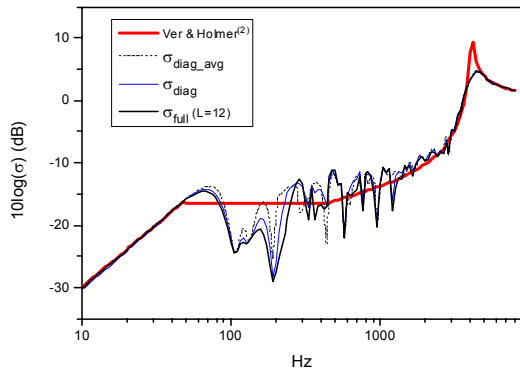


Fig. 2 Radiation efficiency of an aluminium plate in air($a=0.6$ m, $b=0.5$ m, thickness $h=3$ mm)

4. 수중 방사효율

판이 물속에 있으면 식(7a)에서 B_{mn} 항을 무시할 수 없으며 식(11)의 매트릭스 식을 풀어야 한다. 모드 m 또는 n 을 최대 N_{max} 까지 고려한다고 하면 매트릭스 식의 크기는 N_{max}^4 이 되며 주파수가 커짐에 따라 Z_{mnr} 을 계산하는데 대단히 많은 시간이 소요된다. 또한 $Re\{iZ_{mnr}\}$ 과는 달리 $Im\{iZ_{mnr}\}$ 는 무한 급수로 전개한 후 해석적인 적분이 불가능하다. 이 논문에서는 Z_{mnr} 을 2차원 적분을 수행하여 계산하였는데 R 이 제로로 접근하면 적분함수가 특이성(singularity)을 보이므로 적분시 주의하여야 한다. 공기 중 방사효율은 대각선 항만 고려한 식(20)과 모든 항을 고려한 식(15)가 대체로 대등한 값을 보였는데 수중에서도 같은 결론이 성립하는가를 먼저 살펴보았다. 식(7)에서 대각선 항만 고려하면 A_{mn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$A_{mn} = F_{mn}/H_{mn} \quad (27)$$

여기서

$$H_{mn} = (Sm_p/4)(\omega_{mn}^2 - \omega^2) - \rho\omega^2 Z_{mnmn}/2\pi \quad (28)$$

방사효율은 식(20)과 (21)로 주어진다. 계산예제로 참고문헌(13)에서 고려한 크기 1.41×0.91 m, 두께 10 mm의 강판의 방사효율을 계산하였는데 가진 위치는 (0.7 m, 0.01 m)이며 댐핑은 $\eta = 0.01$ 을 가정

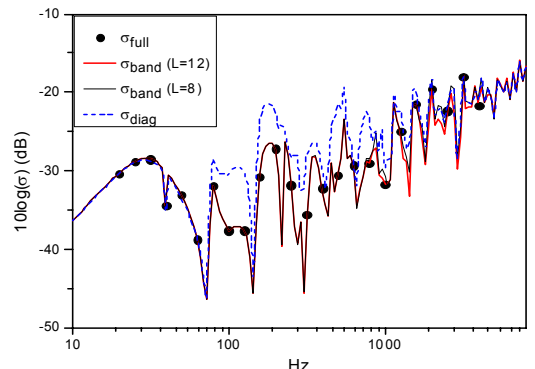


Fig. 3 Radiation efficiency of a steel plate($a=1.41$ m, $b=0.91$ m, $h=10$ mm)

하였다. Fig. 3에는 4,000 Hz까지 식 (20)의 대각선 항만 고려한 방사효율 σ_{diag} 와 식 (11)의 해를 구한 후 모든 항을 고려한 식 (15)에 의한 방사효율 σ_{full} 을 비교하였다. 4,000 Hz에서 $M=55$, $N=35$ 를 적용하였다. Fig. 3은 중간 주파수 대역에서 σ_{diag} 와 σ_{full} 는 최대 10 dB까지 차이가 나고 주파수가 커질수록 거의 대등한 레벨임을 보여주는데 수중방사효율을 계산할 때는 크로스 모드 항을 반드시 고려해야 한다는 것을 알 수 있다.

그러나 σ_{full} 의 계산시 Z_{mnrs} 를 구하는데 대단히 많은 시간이 소요되는 것이 가장 큰 단점이다. 음장이나 진동을 모드의 무한 급수의 합으로 전개할 때 각 모드가 최종 값에 대등하게 기여하는 것은 아니며 일반적으로 크기가 작은 공간이나 구조물의 경우 크로스 모드는 초기 몇 개, 또는 몇십 개의 모드가 전체 레벨을 대부분 결정한다. Table 1에 500 Hz에서 $|Z_{mnrs}/Z_{mmmm}|$ 을 여러 (m,n,r,s) 에 대해 나타냈는데 처음 몇 개의 모드를 제외하고는 (m,n,r,s) 가 커짐에 따라 $|Z_{mnrs}/Z_{mmmm}|$ 는 1보다 매우 작아짐을 알 수 있다.

따라서 크로스 모드는 처음 L 개의 항만 고려하고 이보다 큰 모드의 기여도는 무시할 수 있으며 이점에 근거하여 식(11)의 전체 매트릭스 식을 푸는 대신 식 (7a,b)를 다음과 같이 L 개의 크로스 모드만 사용하여 반복하여 계산하도록 알고리즘을 고안하였다.

Table 1 Ratio $\epsilon = |Z_{mnrs}/Z_{mmmm}|$ for various (m, n, r, s) at 500 Hz(steel plate, $a=1.41$ m, $b=0.91$ m, $h=10$ mm)

r	s	$\epsilon (m=1, n=1)$	r	s	$\epsilon (m=1, n=2)$
1	1	1.000	1	2	1.000
1	3	0.184	1	4	0.164
1	5	0.112	1	6	0.113
r	s	$\epsilon (m=1, n=3)$	r	s	$\epsilon (m=1, n=4)$
1	1	0.603	1	2	0.369
1	3	1.000	1	4	1.000
1	5	0.161	1	6	0.151
r	s	$\epsilon (m=2, n=1)$	r	s	$\epsilon (m=5, n=1)$
2	1	1.000	1	1	0.352
2	3	0.119	1	3	0.100
2	5	0.0766	5	1	1.000

$$A_{mn}^{(j+1)} = \frac{1}{H_{mn}} \left[F_{mn} + \frac{\rho\omega^2}{2\pi} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq m}}^L \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq n}}^L Z_{mnrs} A_{rs}^{(j)} \right] \quad (29)$$

초기치 $A_{mn}^{(0)}$ 는 $m, n \leq L$ 에 대해서는 식 (11)을 풀고 $(r, s \leq L)$ $m, n > L$ 인 경우에 대해서는 크로스 모드는 $Z_{mnrs} \approx 0$ 로 가정하여 다음 식으로 주어진다.

$$A_{mn}^{(0)} = F_{mn}/H_{mn} \quad (m, n > L) \quad (30)$$

따라서 식 (11)은 $1 \leq m, n, r, s \leq L$ 에 대해서만 풀리며 메모리 및 계산시간이 L^2/MN 으로 줄어든다. 식 (29)의 반복계산은 수렴속도가 매우 빠르며 이 논문에서는 L/M , L/N 을 대략 1/10에서 1/3의 범위로 잡았다. 식 (13)의 음향과위도 크로스 모드 항은 L 보다 작은 모드만 고려한다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\pi}{\rho\omega^3} \right) W_{band} &\approx \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |A_{mn}|^2 Re\{iZ_{mmnn}\} \\ &+ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq m}}^L \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq n}}^L A_{mn}^* A_{rs} Re\{iZ_{mnrs}\} \end{aligned} \quad (31)$$

L 개의 크로스 모드만 고려한 방사효율 σ_{band} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_{band} = \frac{W_{band}}{(\rho c S \omega^2 / 8) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |A_{mn}|^2} \quad (32)$$

Fig. 3에는 식 (15)의 모든 모드를 고려한 방사효율 σ_{full} 과 L 개의 크로스 모드 밴드를 고려한 방사효율 σ_{band} 를 $L=8$ 과 $L=12$ 두 가지 밴드에 대해 비교하였는데 대략 3000 Hz까지 σ_{full} 과 σ_{band} 는 잘 일치하며 그 이상부터는 약간의 차이를 보임을 알 수 있다.

고주파수로 갈수록 σ_{band} 가 σ_{full} 에 수렴하기 위해서는 L 이 커져야한다. Fig. 4에는 $a=0.455$ m, $b=0.375$ m, $h=1$ mm인 강판에 대해 σ_{full} , σ_{diag} 와 $\sigma_{band}(L=8)$ 를 비교하였는데 가진위치는 (0.127 m, 0.087 m)이며 Fig. 3과 마찬가지로 중간 주파수대역에서는 σ_{full} 과 σ_{diag} 가 차이를 보이지만 σ_{full} 과 σ_{band} 는 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 3과 4는 σ_{band} 가

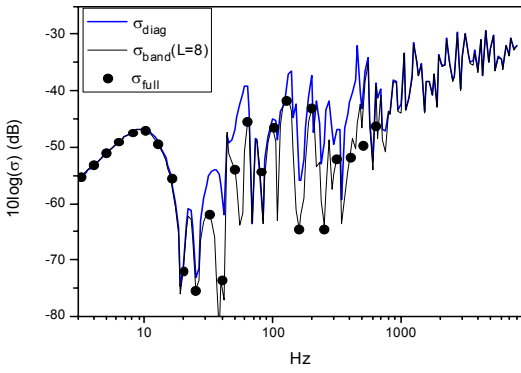


Fig. 4 Radiation efficiency of a steel plate($a=0.455$ m, $b=0.375$ m, $h=1$ mm)

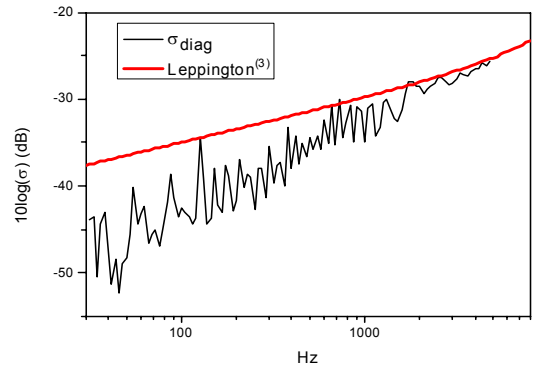


Fig. 7 Radiation efficiency of a steel plate($a=1.41 \times 5$ m, $b=0.91 \times 5$ m, $h=10$ mm)

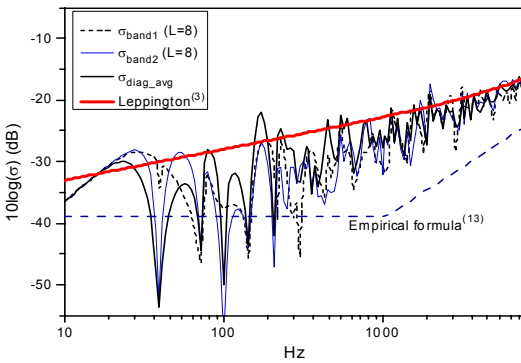


Fig. 5 Radiation efficiency of a steel plate($a=1.41$ m, $b=0.91$ m, $h=10$ mm)

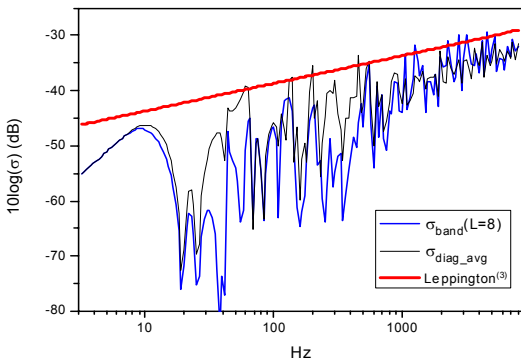


Fig. 6 Radiation efficiency of a steel plate($a=0.455$ m, $b=0.375$ m, $h=1$ mm)

충분한 정확성을 갖고 σ_{full} 을 대체할 수 있으며 계산시간을 크게 절감할 수 있음을 보여준다.

Fig. 5와 6에는 Fig. 3과 4에서 고려한 강판에 대해 대해 $\sigma_{band}(L=8)$, 가진위치에 대해 평균한 값

σ_{diag_avg} 과 근사식 (22)를 비교하였다. Fig. 5에서 σ_{band1} 과 σ_{band2} 는 가진 위치가 각각 (0.7 m, 0.01 m), (0.6 m, 0.35 m)에 해당한다. σ_{band} 와 σ_{diag} 는 중간 주파수대역을 제외하고는 대체로 서로 대등하며 근사식 (22)는 방사효율을 과장되게 예측함을 알 수 있다. Fig. 5에는 경험식⁽¹³⁾도 비교하였는데 해석결과보다 낮게 예측한다. Fig. 7에는 Fig. 5의 판이 두께는 10 mm로 일정하지만 크기가 5배로 커진 경우에 대해 σ_{diag} 와 식 (22)를 비교하였다.

5. 결 론

수중에 있는 판은 물과 판의 연성거동을 동시에 풀어야만 정확한 방사효율을 구할 수 있는데 이를 위해서는 모든 크로스 모드를 고려해야 한다. 이 논문에서는 판의 거동과 수중 압력은 대각선 항외에 크로스 모드는 초기 몇 개, 또는 몇십 개의 모드가 전체 레벨을 대부분을 결정하는 점에 착안하여 크로스 모드 일부만 포함하는 밴드 매트릭스를 고려하여도 충분히 정확한 방사효율을 구할 수 있음을 보였다. 또한 주파수가 커지면 대각선 항만 고려한 방사효율은 밴드를 고려한 결과와 대등함을 보였다. 공기 중 판에 대해 유도된 근사식에 물의 밀도와 음속을 대입한 결과는 방사효율을 과도하게 예측하지만 오차는 고주파수로 갈수록 작아진다.

후 기

이 연구는 한국기계연구원 임무형과제의 지원을

받아 수행한 연구과제이다.

참 고 문 헌

(1) Maidanik, G., 1962, Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 34, pp. 809~826.

(2) Ver, I. L. and Holmer, C. I., 1971, *Noise and Vibration Control*, edited by Beranek, L. L., McGraw-Hill, New York, pp. 287~296.

(3) Leppington, F. G., Broadbent, E. G. and Heron, K. H., 1982, The Acoustic Radiation Efficiency of Rectangular Panels, *Proceedings of the Royal Society London, A* 382, pp. 245~271.

(4) Li, W. L. and Gibeling, H. J., 2000, Determination of the Mutual Radiation Resistances of a Rectangular Plate and their Impact on the Radiated Sound Power, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 229, No. 5, pp. 1213~1233.

(5) Li, W. L., 2001, An Analytical Solution for the Self-and Mutual Radiation Resistances of a Rectangular Plate, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 245, No. 1, pp. 1~16.

(6) Snyder, S. D. and Tanaka, N., 1994, Calculating Total Acoustic Power Output using Modal Radiation Efficiency, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 97, No. 3, pp. 1702~1709.

(7) Berry, A., 1994, A New Formulation for the Vibrations and Sound Radiation of Fluid-loaded Plates with Elastic Boundary Conditions, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 96, No. 2, pp. 889~901.

(8) Atalla, N. and Berry, A., 1994, Acoustic Radiation from a Coupled Planar Semi-Complex Structure in Heavy Fluid, *Journal of Ship Research*,

Vol. 38, No. 3, pp. 213~224.

(9) Xie, G., Thompson, D. J. and Jones, C. J. C., 2005, The Radiation Efficiency of Baffled Plates and Strips, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 280, pp. 181~209.

(10) Kim, H. S., Kim, J. S., Kim, B. K., Kim, S. R. and Lee, S. H., 2012, An Analysis of Radiation Efficiency of the Plate Exposed to Air on One-side and Water on the Other Side, *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, pp. 346~347.

(11) Nelisse, H., Beslin, O. and Nicolas, J., 1998, A Generalized Approach for the Acoustic Radiation from a Baffled or Unbaffled Plate with Arbitrary Boundary Conditions, Immersed in a Light or Heavy Fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, No. 2, pp. 207~225.

(12) Andresen, K., 1999, Underwater Noise from Ship Hulls, *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration in the Marine Engineering*, London, pp. 1~22.

(13) Uchida, S., Yamanaka, Y., Ikeuchi, K., Hattori, K. and Nakamachi, K., 1986, Prediction of Underwater Noise Radiated from Ship's Hull (in Japanese), *Bulletin of the Society of Naval Architects of Japan*, No. 686, pp. 36~45.

(14) Tanaka, T., Asano, T., Yokokura, Y. and Shigemitsu, T., 1990, Prediction and Fullscale Measurement of Underwater Radiated Noise from Ships, *IHI Engineering Review*, Vol. 23, No. 4, pp. 134~143.

(15) Choi, S. W., Kim, K. H., Cho, D. S. and Suh, K. Y., 2012, Analysis of Acoustic Radiation Efficiency and Underwater Radiated Noise of Double Bottom-shaped Structure, *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 49, No. 2, pp. 158~163.