

부분 탄성지지된 유체 저장 원통셸의 자유진동

Free Vibrations of Fluid-filled Cylindrical Shells on Partial Elastic Foundations

정 강* · 김 영 완†

Kang Jung and Young-Wann Kim

(2012년 5월 24일 접수 ; 2012년 6월 26일 심사완료)

Key Words : Pasternak Elastic Foundation(Pasternak형 탄성지지), Fluid-structure Interaction(유체-고체 상호작용), Fluid-filled Cylindrical Shell(유체 저장 원통셸), First Order Shear Deformation Theory(1차 전단변형이론)

ABSTRACT

The free vibration characteristics of fluid-filled cylindrical shells on partial elastic foundations are investigated by an analytical method. The cylindrical shell is fully or partially surrounded by the elastic foundations, these are represented by the Winkler or Pasternak model. The motion of shell is represented by the first order shear deformation theory to account for rotary inertia and transverse shear strains. The steady flow of fluid is described by the classical potential flow theory. The fluid-structure interaction is considered in the analysis. The effect of internal fluid can be considered by imposing a relation between the fluid pressure and the radial displacement of the structure at the interface. To validate the present method, the numerical example is presented and compared with the available existing results.

1. 서 론

탄성체 기초위에 놓여 있거나 둘러싸인 원통셸(이하 탄성지지된 원통셸)은 항공우주, 원자로, 석유화학 플랜트, 해양 산업, 토목 및 기계설비 등의 많은 분야에서 중요한 구조요소로 사용되고 있다. 이들 구조물은 종종 지진, 외부 폭발 등과 같은 다양한 형태의 동적 하중을 받게 된다. 특히 이들 구조물의 많은 경우가 유체를 포함하고 있어 유체에 의해 고유동수가 감소하게 된다. 고유진동수가 작아지면 외부 동적 하중에 의해 보다 쉽게 공진이 발생할 수 있으며, 심한 경우 구조물이 파괴될 수도 있

다. 따라서 설계자는 미리 구조물의 고유진동수를 알아야 하며, 이를 이용하여 외부 하중의 가진 진동수와 다른 고유진동수를 갖도록 구조물을 재설계하여야 한다.

탄성지지된 원통셸에 대해 많은 연구자들이 진동 해석을 수행하였다⁽¹⁻⁴⁾. 이들 대부분은 셸 전체가 탄성지지된 것을 고려하였다. 그러나 경우에 따라 원통셸은 셸 전체가 아닌 부분적으로 탄성 지지될 수 있다. 일부 연구자들만이 부분적으로 탄성지지된 원통셸에 대해 진동해석을 수행한 정도이다^(5,6). Amabili 와 Garziera⁽⁵⁾는 원주방향으로만 부분 탄성지지된 원통셸에 대해 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동해석을 수행하였다. 이들은 유한요소법을 이용하여 원주방향 및 길이방향으로 부분탄성 지지된 원통셸에 대해 진동해석을 수행하였다. Gunawan 등⁽⁶⁾은 원주방향뿐만 아니라 길이방향으로도 부분

† 교신저자; 정회원, 전남대학교 기계자동차공학부
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr

Tel : (061)659-7285, Fax : (061)659-7280

* 전남대학교 기계자동차공학부

탄성지지된 원통셀에 대해 해석을 수행하였다. 유체가 채워진 원통셀에 대해서도 많은 연구자^(7,8)에 의해 연구되었으나, 이들 연구는 모두 탄성지지는 고려하지 않고 유체만을 고려하였다. 유체와 탄성지지를 동시에 고려한 연구는 매우 드물다^(9,10). Amabili와 Garziera⁽⁹⁾는 셀 전체가 탄성지지된 유체 저장 원통셀에 대해 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동해석을 수행하였다. 한편 부분 탄성지지 및 유체를 동시에 고려한 연구는 Gunawan 등⁽¹⁰⁾에 의해 보고된 것이 전부이며, 이들은 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 그러나 이들 모두는 Winkler형 탄성지지만을 고려하였다. 일반적으로 구조요소와 탄성지지부의 상호 작용을 묘사하기 위해 가장 많이 사용되는 것은 탄성지지부의 반경방향 강성 및 전단강성을 모두 고려한 Pasternak형 모델이다. 잘 알려진 Winkler형 탄성지지는 Pasternak형 탄성지지의 특별한 경우로 반경방향 강성만을 고려한 것이다.

이상에서와 같이 유체와 부분 탄성지지를 동시에 고려한 원통셀에 대한 연구는 매우 드물며 Pasternak형 탄성지지를 고려한 경우는 전무한 상태이다. 따라서 이 연구에서는 탄성지지되고 유체가 채워진 원통셀에 대해 유체-고체 연성 특성을 고려한 진동해석을 하였다. 이때 반경방향 및 전단 강성을 모두 고려하는 Pasternak형 탄성지지를 고려하였다. 해를 구하기 위해 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 운동방정식을 유도하였으며, 이론해의 타당성을 검증하기 위해 기존의 자료와 비교하였다.

2. 수식화

길이가 L , 평균 반지름이 R 이고 두께가 h 인 원통셀에 대한 기하형상을 Fig. 1에 나타냈다. 여기서 u, v 및 w 는 셀의 축방향(x), 원주방향(θ) 및 반경방향(z) 변위이다. 셀 내부에는 비압축성, 비점성 및 비회전성 유체가 가득 채워져 있다. 셀의 외부는 축방향으로 임의의 폭 $b(= \beta L)$, 원주방향으로는 일정 각도 $2\theta_0(-\theta_0 \sim \theta_0)$ 에 걸쳐 탄성 지지되어 있다. 탄성지지는 연속적으로 지지된 탄성 스프링에 의해 표현된다. 여기서 β 는 탄성지지부의 길이방향 크기를 나타내는 매개변수이다.

이 연구에서는 중립면에 대한 각 방향변위 u_0, v_0 및 w_0 그리고 x, θ 축에 대한 회전 ϕ_x 와 ϕ_θ 는 $\theta = 0$

축에 대해 대칭 및 비대칭 변형을 포함할 수 있도록 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_\theta \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N \eta(t) \begin{Bmatrix} U_{mn} \psi'_m(x) (\cos n\theta + \sin n\theta) \\ V_{mn} \psi_m(x) (\sin n\theta + \cos n\theta) \\ W_{mn} \psi_m(x) (\cos n\theta + \sin n\theta) \\ X_{mn} \psi'_m(x) (\cos n\theta + \sin n\theta) \\ Y_{mn} \psi_m(x) (\sin n\theta + \cos n\theta) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}$ 은 진폭을 나타내는 상수이며, m 및 n 은 축방향 반파수(half-wave number) 및 원주방향 파수이다. η 는 모드관계수로 시간 t 의 함수이다. 축방향 진동모드를 구현하기 위해 사용한 ψ'_m, ψ_m 는 축방향 경계조건을 만족하는 보함수이다.

1차 전단변형이론으로부터 원통셀의 변위장을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u_0 + z\phi_\theta; \quad v = v_0 - z\phi_x; \quad w = w_0 \quad (2)$$

원통셀의 변형률은 식 (3)과 같이 내평면 변형률과 횡전단변형률로 나타낼 수 있으며, 원통셀에 대한 응력성분은 식 (4)와 같다.

$$\epsilon = \{\epsilon_x \quad \epsilon_\theta \quad \gamma_{\theta z} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{x\theta}\}^T \quad (3)$$

$$\sigma = D\epsilon = \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{x\theta}\}^T \quad (4)$$

식 (4)에서 D 는 응력과 변형률의 관계를 나타내는 구성행렬이다. 식 (3)에서의 내평면 변형률은 식 (5), 횡전단변형률은 식 (6)과 같다.

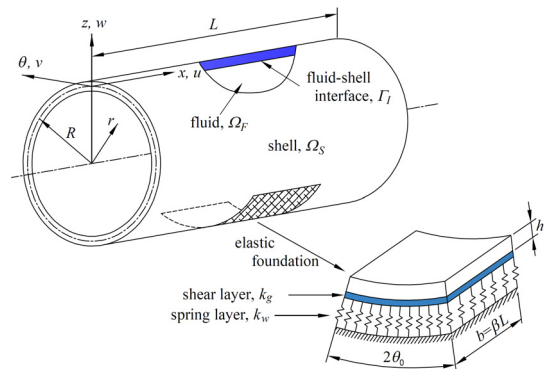


Fig. 1 Geometry of cylindrical shell on a partial elastic foundation

$$\epsilon_x = u_{,x}; \epsilon_\theta = \frac{1}{R}(v_{,\theta} + w); \gamma_{x\theta} = \frac{u_{,\theta}}{R} + v_{,x} \quad (5)$$

$$\gamma_{\theta z} = v_{,z} + \frac{1}{R}(w_{,\theta} - v); \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} \quad (6)$$

셀에 대한 변형 및 운동에너지는 다음과 같다.

$$U_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \{\sigma\}^T \{\epsilon\} d\Omega_S \quad (7)$$

$$T_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \rho [u_{,t}^2 + v_{,t}^2 + w_{,t}^2] d\Omega_S \quad (8)$$

여기서 $d\Omega_S = dxRd\theta dz$ 이다.

셀의 외부는 탄성지지부와 접촉하고 있다. 이때 탄성지지부는 반경방향 강성 k_w 와 전단강성 k_g 를 갖는 Pasternak형 탄성지지를 고려하였다. 전단강성 k_g 가 0인 경우에는 Winkler형 탄성지지부가 된다. 탄성지지부는 길이방향으로 폭 $b(= \beta L)$, 원주방향으로 각 $2\theta_0$ 에 걸쳐 연속적으로 균일하게 분포된다고 가정하였다. 이때 길이방향으로의 탄성지지부는 Fig. 2와 같이 3가지 종류의 탄성지지형태를 고려하였다. Type-1은 폭이 b 인 탄성지지부의 중심이 고정단에서 ξL 만큼 떨어진 곳에 위치하며, Type-2는 탄성지지부가 고정단으로부터 b 만큼, Type-3은 자유단으로부터 b 만큼의 일정구간에 걸쳐 있는 것을 고려하였다. 탄성지지에 의한 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_{EF} = \frac{1}{2} \int_{A_{EF}} \left[k_w w^2 + k_g \left(w_{,x}^2 + \frac{w_{,\theta}^2}{R_o^2} \right) \right] dA_{EF} \quad (9)$$

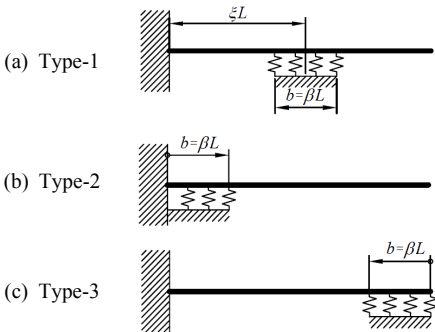


Fig. 2 Types of considered elastic foundation

여기서 A_{EF} , R_o 는 각각 탄성지지부의 면적, 셀의 바깥 반지름이다.

고려된 유체에 대한 속도 포텐셜 Φ 는 다음의 라플라스 식을 만족해야 한다.

$$\Phi_{,rr} + \frac{1}{r}\Phi_{,r} + \frac{1}{r^2}\Phi_{,\theta\theta} + \Phi_{,xx} = 0 \text{ in } \Omega_F \quad (10)$$

유체 밀도를 ρ_F 라 하면 원통셀의 벽면에 작용하는 유체 동압 p_d 는 베르누이 방정식으로부터 다음과 같이 된다.

$$p_d = -\rho_F \Phi_{,t} \quad (11)$$

셀과 유체가 접하는 지점 Γ_I 에서 반경방향 속도는 서로 같아야 하므로 다음 조건을 만족해야 한다.

$$V_r = \Phi_{,r} = w_{,t} \text{ at } \Gamma_I \quad (12)$$

라플라스식 (10)과 연속 조건식 (12)를 동시에 만족하는 속도 포텐셜 Φ 를 2종 Bessel함수 I_n 을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \psi_m \eta_{,t} \cos n\theta \quad (13)$$

따라서 원통셀의 벽면에 작용하는 유체 동압 식 (11)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_d = -\rho_F \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \psi_m \eta_{,tt} \cos n\theta \quad (14)$$

이 유체 동압에 의해 행해진 일은 다음과 같다.

$$W_P = \int_{\Gamma_I} p_d w d\Gamma_I \quad (15)$$

원통셀에 저장된 총 에너지는 아래와 같다.

$$\Pi = U_S + U_{EF} - W_P - T_S \quad (16)$$

식 (16)에 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 식 (17)과 같은 유체 저장 및 탄성지지를 고려한 원통셀의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[M\eta_{,tt} + K\eta] \{d\} = 0$$

$$M = M_S + M_F, \quad K = K_S + K_F + K_{EF} \quad (17)$$

Table 1 Comparison of 1st natural frequency parameter $\Omega = \omega L \sqrt{\rho(1-\nu^2)}/E$

$\frac{k_w L}{E}$	θ_0	Symm.		Asymm.	
		Gunawan	Present	Gunawan	Present
0.0001	$\pi/6$	0.1066	0.1064	0.1059	0.1057
	$\pi/3$	0.1088	0.1085	0.1101	0.1098
	$\pi/2$	0.1146	0.1144	0.1128	0.1126
0.001	$\pi/6$	0.1130	0.1128	0.1095	0.1092
	$\pi/3$	0.1156	0.1154	0.1191	0.1188
	$\pi/2$	0.1303	0.1300	0.1246	0.1243
0.01	$\pi/6$	0.1160	0.1158	0.1115	0.1113
	$\pi/3$	0.1193	0.1192	0.1219	0.1216
	$\pi/2$	0.1433	0.1432	0.1313	0.1316

여기서 \mathbf{M} , \mathbf{K} 는 질량, 강성행렬이다. 이들 행렬에서의 \mathbf{K}_S , \mathbf{M}_S 는 셸의 강성 및 질량행렬이며, \mathbf{K}_F , \mathbf{M}_F 는 유체에 의한 부가강성, 부가질량행렬이다. 그리고 \mathbf{K}_{EF} 는 탄성지지부의 강성행렬이다.

자유진동해석을 하기 위해 식 (17)은 다음과 같이 고유치 문제가 된다.

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}]\{\mathbf{d}\} = 0 \tag{18}$$

식 (18)로부터 계의 고유진동수 ω 와 진동형상을 구할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

이 연구에서는 밀도가 $\rho_F = 1000 \text{ kg/m}^3$ 인 유체와 탄성계수 $E = 206 \text{ GPa}$, 푸아송 비 $\nu = 0.3$ 및 밀도 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ 인 셸을 고려하였다.

해의 타당성을 검증하기 위해 유체가 가득 채워진 단순지지된 원통셸에 대해 다양한 탄성지지조건에 따른 진동수의 변화를 참고문헌⁽¹⁰⁾의 결과와 함께 Table 1에 제시하였다. 탄성지지부는 원주방향으로는 $-\theta_0 \sim \theta_0$, 길이방향으로는 전체에 걸쳐 균일하게 분포($\beta = 1$)되었다. 이때 셸의 길이 대 반경 비(L/R)는 5, 셸의 반경 대 두께 비(R/h)는 100이다. 표에 나타난 것처럼 고려된 모든 셸에 대해 참고문헌의 결과와 매우 잘 일치한다.

앞으로의 모든 해석은 외팔형 원통셸에 대해 해석이 전개된다. 스프링 상수와 진동수를 다음과 같이 무차원화하여 사용하였다.

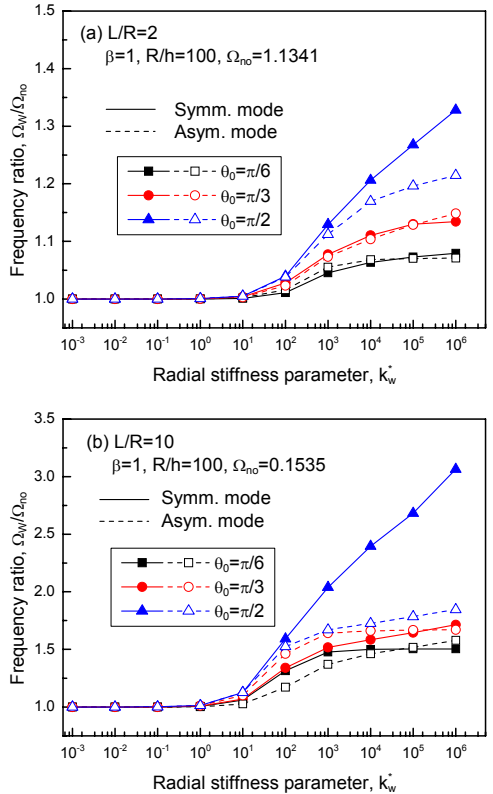


Fig. 3 Effect of radial stiffness of elastic foundation ($k_g^* = 0$)

$$k_w^* = \frac{k_w R^4}{D_x}, \quad k_g^* = \frac{k_g R^2}{D_x}, \quad \Omega = \frac{\omega R^2}{\pi^2 \sqrt{D_x}/(\rho h)} \tag{19}$$

여기서 $D_x = Eh^3/12(1-\nu^2)$ 는 셸의 굽힘강성계수이다. 수치예에서 사용된 진동수비는 탄성지지된 무차원 진동수를 탄성지지되지 않은 무차원 진동수 Ω_{no} 로 나눈 값으로 탄성지지된 경우에서 Winkler형 탄성지지($k_w \neq 0, k_g = 0$)된 경우의 무차원 진동수는 Ω_w , Pasternak형 탄성지지($k_w \neq 0, k_g \neq 0$)된 경우의 진동수는 Ω_p 로 표기하였다.

Fig. 3은 길이방향으로 전체에 걸쳐 탄성지지된 원통셸($\beta = 1$)에 대해 탄성지지부의 반경방향 강성에 따른 진동수변화를 나타낸 것이다. 그림에서처럼 길이 대 반경 비(L/R)가 작은 경우에는 탄성지지에 의해 진동수가 그다지 크게 증가하지는 않지만 L/R 비가 큰 셸에서는 탄성지지효과가 커 진동수가

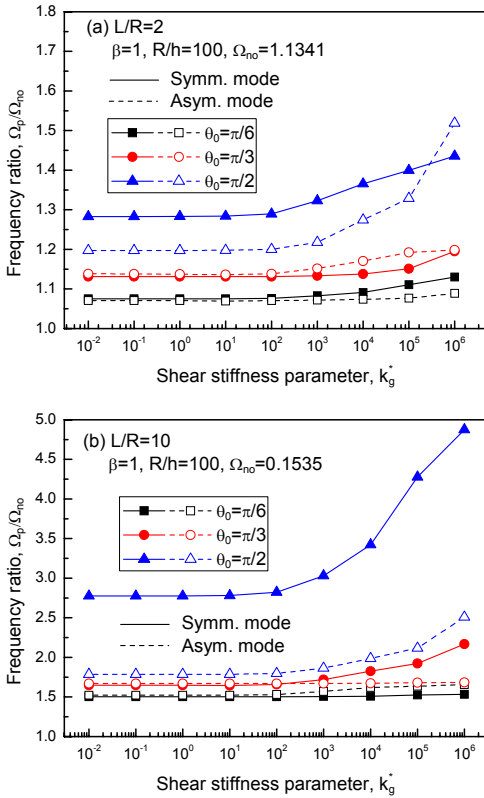


Fig. 4 Effect of shear stiffness of elastic foundation ($k_w^* = 10^5$)

크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고 전반적으로 대칭모드에서의 탄성지지효과가 비대칭모드에서보다 큰 것을 볼 수 있다. 원주방향으로 탄성지지된 부분이 적을수록 작은 진동수를 보이며, $\theta_0 = \pi/6$ 인 경우에는 탄성지지부의 강성 증가와 함께 진동수가 일정한 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 경향으로부터 다른 탄성지지 조건을 갖는 경우에도 탄성지지부의 강성이 크게 증가하면 일정한 진동수비로 접근할 것으로 예측된다.

Fig. 4는 Fig. 3에서 이용된 셀에 대해 Pasternak 모델을 고려하기 위해 탄성지지의 전단강성계수 k_g^* 에 따른 영향을 나타낸 것으로 $k_w^* = 10^5$ 이 고려되었다. 예상되는 바와 같이 지지부의 전단강성증가는 진동수를 증가시키며, 많은 부분을 탄성지지 함으로써 진동수비가 증가한다. 또한 셀의 길이가 길수록 탄성지지의 효과가 커 진동수변화가 크게 나타난다. 탄성지지부의 강성이 증가함에 따라 $\theta_0 = \pi/2$ 인 경우 대칭모드의 진동수와 비대칭 모드의 진동수간의

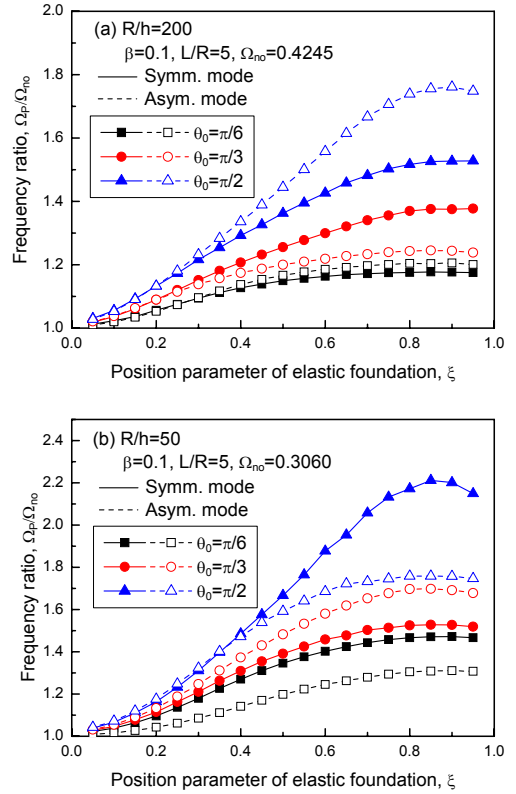


Fig. 5 Effect of position of elastic foundation for Type-1 elastic foundation ($k_w^* = k_g^* = 10^5$)

차이가 다른 탄성지지보다 크게 나타나고 있다. 즉 원주방향 탄성지지부의 크기가 커질수록 대칭모드와 비대칭 모드에 대한 진동수 차이가 커짐을 알 수 있다.

Fig. 5는 길이방향의 폭 $b=0.1L$ 만큼 부분 탄성지지된 Type-1 탄성지지 원통셀에 대해 탄성지지부의 축방향 위치계수 ξ 에 따른 진동수 거동을 보이고 있다. 그림에서처럼 부분탄성지지부가 자유단 쪽으로 이동할수록(ξ 가 커짐) 진동수비는 증가하는 것을 볼 수 있다. 특히 $R/h = 50$ 인 경우에는 반경 대 두께비가 큰 것보다 민감하게 작용하는 것을 볼 수 있다. 또한 원주방향으로 탄성지지가 많이 될수록 탄성지지부의 위치에 대해 민감하게 작용하여 진동수변화가 크게 나타나고 있다. 이와 같이 진동수가 증가하는 이유는 탄성지지부와 셀의 자유단까지의 길이 변화에 의한 것으로 판단된다. 탄성지지가 자유단 쪽으로 이동하면서 자유단의 길이가 보다 짧은 외팔형 셀이 되어 고유진동수가 자유단의 셀 길이

에 의해 결정되기 때문이다. 또한 탄성지지부 위치 계수 ξ 에 따라 진동수가 증가를 하다 자유단에 매우 가까워지면 진동수는 정점을 이룬 후 감소를 한다. 이와 같은 현상이 나타나는 이유는 진동수가 자유단의 셸 크기가 아니라 고정단과 탄성지지부 사이의 셸에 의해 진동형상이 지배를 받기 때문이다.

Fig. 6은 Fig. 5에서 고려된 셸 중에서 $\xi = 0.9$ 에 탄성지지된 셸에 대해 탄성지지부 중앙에서의 원주 방향 진동형상을 나타낸 것이다. Ω_S, Ω_A 는 각각 대칭 및 비대칭 모드에서의 무차원 진동수이다. 굵은 실선은 탄성지지부분을, 일점쇄선은 변형 전의 형상이며, 실선은 대칭, 점선은 비대칭 진동형상을 나타낸다. 제시된 진동형상에서처럼 부분 탄성지지부의

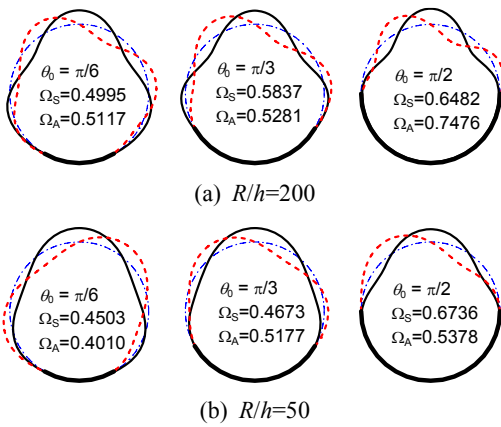


Fig. 6 Mode shapes of shells considered in Fig. 5

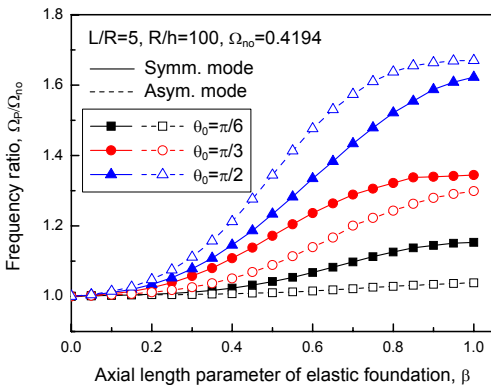


Fig. 7 Effect of axial length of elastic foundation for shell with Type-2 elastic foundation ($k_w^* = k_g^* = 10^5$)

위치가 잘 표현된 것을 볼 수 있다.

Fig. 7은 Type-2의 탄성지지부를 갖는 원통셸에 대해 탄성지지부의 길이방향 크기 매개변수 β 에 따른 진동수 변화를 보이고 있다. 그림에서처럼 탄성지지부의 크기가 작은 경우 진동수의 변화가 작게 나타나지만 $\beta=0.4$ 이상이 되면 진동수가 급격히 증가한다. 그리고 축방향으로 탄성지지부가 커질수록 대칭모드에 대한 진동수와 비대칭 모드에 대한 진동수 차이가 크게 나타나다가 다시 감소하는 경향을 보인다.

한편, Fig. 8은 Type-3의 탄성지지부를 갖는 원통셸에 대해 탄성지지부의 크기에 따른 진동수 변화를

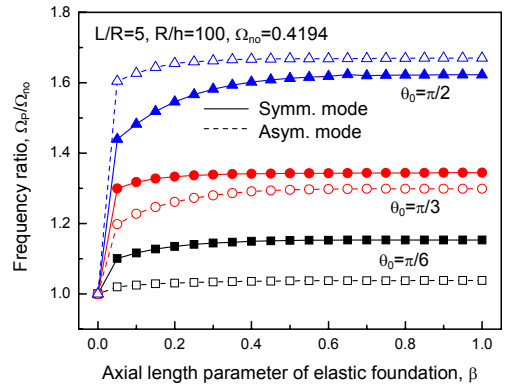


Fig. 8 Effect of axial length of elastic foundation for shell with Type-3 elastic foundation ($k_w^* = k_g^* = 10^5$)

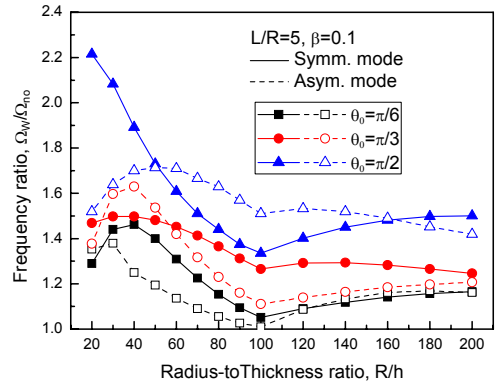


Fig. 9 Effect of radius-to-thickness ratio R/h for shell with Type-3 elastic foundation ($k_w^* = 10^5, k_g^* = 0$)

보이고 있다. 그림에서처럼 탄성지지부의 크기가 증가함에 따라 진동수가 초기에는 급격히 증가를 하다가 어느 이상의 β 값에 이르러서는 일정한 값으로 근접하는 것을 볼 수 있다. 이는 어느 이상의 탄성지지는 더 이상 진동형상에 영향을 주지 않기 때문이다. 또한 탄성지지부의 크기가 커짐에 따라 대칭모드의 진동수와 비대칭 모드의 진동수 차이도 작은 β 값에 따라 원주방향 탄성지지부의 크기가 클수록 급격히 감소를 한다.

Fig. 9는 Fig. 8에서 고려한 모델 중에 $\beta=0.1$ 인 Type-3의 Winkler형 탄성지지부($\bar{k}_w=10^5$, $\bar{k}_g=0$)를 갖는 원통셀에 대해 반경 대 두께 비(R/h)에 따른 진동수비 거동을 보이고 있다. 그림에서처럼 고려된 원통셀은 R/h 가 커짐에 따라 전반적으로 진동수비가 증가-감소를 반복하는 경향을 갖는다. $R/h=100$ 을 기점으로 진동수비가 다시 증가-감소 거동을 한다. 이와 같이 진동수비의 변화에 요동현상이 나타나는 이유는 기본진동수가 나타나는 진동형상에서 원주방향 반파수가 R/h 의 변화에 따라 달라지기 때문이다. 예로 $\theta_0 = \pi/3$ 의 대칭모드에 대해 작은 $R/h < 100$ 에서는 $n=2$ 에서 기본진동수가 나타나지만 $R/h \geq 100$ 에서는 $n=3$ 에서 기본진동수가 나타난다.

4. 결 론

이 연구에서는 다양한 형태로 부분 탄성지지 되고 유체가 채워진 외곽형 원통셀에 대해 유체-고체연성 효과를 고려하여 진동특성을 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 대칭모드에서의 탄성지지효과가 비대칭모드에서보다 커 탄성지지부의 크기가 커질수록 대칭모드와 비대칭 모드간의 진동수 차이가 커진다.
- (2) 진동형상에서 부분 탄성지지부의 영향을 쉽게 구현할 수 있었다.
- (3) 부분 탄성지지부가 자유단 쪽으로 이동할수록 진동수가 증가하며, R/h 가 작을수록 보다 민감하게 작용한다.
- (4) 탄성지지부의 크기가 고정단으로부터 자유단 쪽으로 커짐에 따라 대칭모드의 진동수와 비대칭 모드의 진동수 차이는 원주방향 탄성지지부의 크기가 클수록 커진다.

(5) 반대로 탄성지지부의 크기가 자유단으로부터 고정단 쪽으로 커짐에 따라 대칭모드의 진동수와 비대칭 모드의 진동수 차이는 원주방향 탄성지지부의 크기가 클수록 급격히 감소를 한다.

(6) R/h 가 증가함에 따라 진동수비는 증가-감소 거동을 반복하는 요동현상이 나타난다.

참 고 문 헌

- (1) Paliwal, D. N., Pandey, R. K. and Nath, T., 1996, Free Vibrations of Circular Cylindrical Shell on Winkler and Pasternak Foundation, Int. J. of Pressure Vessels and Piping, Vol. 69, No. 1, pp. 79~89.
- (2) Sheng, G. G. and Wang, X., 2008, Thermal Vibration, Buckling and Dynamic Stability of Functionally Graded Cylindrical Shells Embedded in an Elastic Medium, J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 27, No. 1, pp. 17~34.
- (3) Malekzadeh, P., Farid, M., Zahedinejad, P. and Karami, G., 2008, Three-dimensional Free Vibration Analysis of Thick Cylindrical Shells Resting on Two-parameter Elastic Supports, J. of Sound and Vibration, Vol. 313, No. 3~5, pp. 655~675.
- (4) Shen, H. S., 2012, Nonlinear Vibration of Shear Deformable FGM Cylindrical Shells Surrounded by an Elastic Medium, Composite Structures, Vol. 94, No. 3, pp. 1144~1154.
- (5) Amabili, M. and Dalpiaz, G., 1997, Free Vibration of Cylindrical Shells with Non-axisymmetric Mass Distribution on Elastic Bed, Meccanica, Vol. 32, pp. 71~84.
- (6) Gunawan, H., Mikami, T., Kanie, S. and Sato, M., 2006, Free Vibration Characteristics of Cylindrical Shells Partially Buried in Elastic Foundations, J. of Sound and Vibration, Vol. 290, pp. 785~793.
- (7) Kim, Y. W., 2004, Vibration Analysis of Partially Fluid-filled Continuous Cylindrical Shells with Internal Supports, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 244~252.
- (8) Chen, W. Q., Bian, Z. G. and Ding, H. J.,

2004, Three-dimensional Vibration Analysis of Fluid-filled Orthotropic FGM Cylindrical Shells, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 46, pp. 159~171.

(9) Amabili, M. and Garziera, R., 2000, Vibrations of Circular Cylindrical Shells with Non-uniform Constraints, Elastic Bed and Added Mass: Part I:

Empty and Fluid-filled Shells, J. of Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 669~690.

(10) Gunawan, H., Mikami, T., Kanie, S. and Sato M., 2005, Free Vibrations of Fluid-filled Cylindrical Shells on Elastic Foundations, Thin-walled Structures, Vol. 43, pp. 1746~1762.