

## MKT 적용과제에 나타난 초등예비교사의 반응 고찰 - 연꼴을 중심으로1)

권성룡\*

본 연구는 초등예비교사에게 교수를 위한 수학지식을 적용할 수 과제를 제시한 후 그 반응을 살펴봄으로써 교사교육에 대한 시사점을 얻는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 교수를 위한 수학지식을 적용할 수 있는 과제를 제시한 후 교육대학교 3학년에 재학중인 예비교사 77명을 대상으로 과제에 대한 반응을 분석하였다. 예비교사의 교수를 위한 수학지식의 적용을 위해서 기존 교육과정에서 지도되지 않는 ‘연꼴’개념을 도입하여 지도하는 과제를 제시하였다. 자료 분석 결과, 예비교사들은 사각형 개념간의 관련성 및 지도계열과 관련된 자신들의 지식을 바탕으로 연꼴개념의 지도차시를 선택하고 이를 지도하기 위한 교재 및 수업지도안을 작성함으로써 자신들이 가진 교수를 위한 수학지식을 적용하였다. 반응을 분석한 결과와 더불어 교수를 위한 수학지식의 적용과 관련된 시사점을 제시하였다.

### 1. 서론

교실의 수학수업에 영향을 미치는 요인은 여러 가지 있지만 이를 개선하는 방법으로 가장 먼저 언급되는 것이 교사의 수업전문성 향상이다. 이는 학생들이 경험하는 수학학습의 질에 영향을 미치는 가장 중요한 요인 중 하나가 바로 교사이기 때문이다(Joyner & Reys, 2000). 교사가 교실에서 제공하는 수학수업을 통해서 학생들은 수학을 이해하고 이를 문제해결에 활용하는 능력을 기르며 수학에 대한 확신 및 성향을 형성하게 된다(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 2000).

성공적인 수학수업을 위해 교사는 교육과정에 대한 이해를 바탕으로 학년, 학기, 차시의 목표를 설정하고, 설정된 목표달성을 위해 어떤 내용을 지도할 것인지를 결정한 후, 학생들의 준

비도와 이전 경험을 고려하여 어떤 학습경험을 어떤 순서로 제공하는 것이 가장 효과적인지를 결정해야 한다. 더불어 학습자가 학습목표를 스스로 인식할 수 있도록 도와주어야 하며, 목표인식을 바탕으로 학습자가 능동적으로 문제를 파악하고 이를 스스로 해결할 수 있도록 다양한 학습활동과 학습지원 전략을 구사해야 한다. 이를 위해서 교사는 서로 다른 종류의 다양한 지식을 필요로 한다.

교사가 가져야 할 여러 가지 지식과 관련해서 Shulman(1986, 1987)은 교수학적 내용지식(pedagogical content knowledge, PCK)라는 용어를 도입함으로써 교사가 가지는 특유의 지식을 설명하였다. PCK는 내용지식(content knowledge)와 교육적 지식(pedagogical knowledge)의 혼합물로서 학습자의 학습을 촉진하기 위해 다양한 맥락에서 교사가 가지는 교과지식에 대한 해석과 변형을 의미한다. Shulman의 연구를 바탕으로 여러

\* 공주교육대학교 (xenolord69@naver.com)

1) 이 논문은 2009학년도 공주교육대학교 교수학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

학자들(예를 들면, Ball & McDiarmid, 1988; Carpenter, Fennema, Peterson & Carey, 1988; Grossman, 1990; Fenstermacher, 1994; Ball & Bass, 2000)이 PCK나 그와 비슷한 개념(예를 들면, Mathematics Knowledge for Teaching[MKT]<sup>2)</sup>)를 지속적으로 연구해 왔다. NCTM(2000)에서도 수학교사는 수학적 지식과 교수학적 지식을 결합한 “가르치기 위한 수학(mathematics for teaching)”을 알고 이용할 수 있어야 한다고 보았는데, 여기에는 수학 전반에 대한 지식, 교육과정목표와 개별학년수준의 핵심적 수학 아이디어에 대한 지식 및 이들의 지도에 어떤 표상이 효과적인지와 이를 학습하면서 학생들이 직면하게 되는 어려움에 대한 지식, 학생들의 수학적 이해를 어떻게 평가하면 좋을지에 대한 지식 등이 포함된다.

교사가 갖춰야 할 지식을 교사양성과정에서 충분히 습득하는 것이 바람직해 보인다. 그러나 교사양성기간 중에 이뤄지는 준비는 교사로서 알고 이해해야 하는 것들의 일부만을 경험하는 것이기 때문에 학생들에게 양질의 수학수업을 제공하기 위해서는 교사가 된 이후에도 지속적으로 자신의 전문성을 개발할 필요가 있다(NCTM, 2000). 그렇다고 해도 교사양성기간에 어떤 경험을 하는가는 중요한 의미를 가진다. Hiebert, Morris, Berk & Jansen (2007)은 예비교사들은 교사가 된 이후에도 자신의 수업에 대해 연구하고 이를 통해 점진적으로 수업을 향상시킬 수 있도록 해 주는 지식, 기능, 성향을 습득할 필요가 있다고 보았다. 이와 같이, 교사교육에서는 예비교사들이 전문적인 기능, 특성, 능력을 가지도록

해야 한다(Putnam & Borko, 2000). 더 나아가 예비교사들이 이론과 실제의 관계인식을 바탕으로 PCK를 실제 교실상황에 적용할 수 있도록 해야 한다(Brady & Broadbent, 2012).

이들을 종합해보면, 예비교사들은 교사로서 필요한 지식을 획득해야 할 뿐만 아니라 이론과 실제에 대한 깊이있는 이해를 바탕으로 자신들이 알고 있는 것들을 실행해 보아야 한다(Hammerness, Darling-Hammond & Bransford, 2005; Meijer, de Graaf & Meirink, 2011). 그러나 제한된 시간(교사교육기간)과 자원(지도할 학생의 결여 및 기회 부족<sup>3)</sup>)때문에 예비교사들은 자신들이 획득할 지식의 성격에 맞지 않는 방법, 즉 경험을 통해서 스스로 지식을 구성하기 보다는 주로 강의를 듣고 지식을 암기하는 방법으로 다량의 지식을 획득하는 것이 현실이다. 예비교사들이 지식에 대한 행동주의적 관점을 소유(Putnam & Borko, 1997; Niemi, 2002)하게 된 개인성있는 설명이라고 할 수 있다.

이런 문제점을 해결하기 위해서는 현재의 교사교육을 개선해야 한다. 특히 교사교육이 현장중심성을 보다 강조해야 한다(유현숙, 2000; Tryggvason, 2009). 이는 교사 교육기관의 교수-학습방법이 획기적으로 개선되어야 하며, 현장에서 접할 수 있는 현실 문제를 해결할 수 있는 방법과 학습전략에 대한 경험이 제공될 필요성을 언급하는 것이다(유현숙, 2000).

예비교사의 PCK와 관련된 지금까지의 연구들을 살펴보면, 주로 특정 수학내용에 대해 예비교사들이 가진 PCK를 조사한 연구들이 주를 이룬

2) Shulman의 PCK의 개념에 기초해서 Ball과 그의 동료들(Ball et al., 2008; Hill, et al., 2008)이 제안한 개념으로 크게 교과내용지식(subject-matter knowledge)와 교수학적 내용 지식(pedagogical content knowledge)으로 구분된다. 교과내용지식은 Common Content Knowledge(CCK), Specialized Content Knowledge(SCK), Horizon Content Knowledge(HCK)로, 교수학적 내용지식은 Knowledge of Content and Students(KCS), Knowledge of Content and Teaching(KCT), Knowledge of Content and Curriculum(KCC)으로 구분된다.

3) Morris, Hiebert & Spitzer(2009)는 교사교육기간에는 예비교사들이 학생을 실제 지도할 기회가 많지 않기 때문에 교사교육자들이 학생지도와 독립적이라고 할 수 있는 특수내용지식(SCK)에 관심을 가질 필요가 있다고 보았다.

다(예를 들면, 서관석과 전경순, 2000; 송근영과 방정숙, 2008; 김현미와 류희수, 2012). 그러나 예비교사가 PCK를 획득하고 있다고 해도 이를 실제로 적용할 수 있는지는 여전히 미지수다.

따라서 본 연구에서는 초등예비교사들에게 그들이 가진 PCK를 포함한 MKT를 적용할 수 있는 과제를 제시한 후 그 반응을 살펴봄으로써 예비교사들이 새로운 과제에서 자신이 획득한 지식을 얼마나 잘 적용하는지를 살펴보고자 한다. MKT 적용을 위한 과제로 기존 교육과정에 포함되지 않은 ‘연꼴’개념을 활용하였다. 이는 기존 교육과정에 포함된 내용인 경우 예비교사들 자신의 아이디어가 아닌 타인이 생산한 아이디어를 그대로 모방할 가능성을 배제할 수 없기 때문이다. 이 과제를 통해서 첫째, 교육과정과 교과서에 대한 이해를 바탕으로 연꼴을 언제 도입·지도하는 것이 효과적인지 판단하고 그 이유를 제시하도록 함으로써 예비교사들의 가진 지식을 얼마나 잘 적용했는지, 둘째로 연꼴을 지도할 때 어떤 구체적인 예들과 자료를 주로 활용했는지를 살펴봄으로써 예비교사의 MKT 적용을 고찰해 보고자 한다.

## II. 이론적 배경

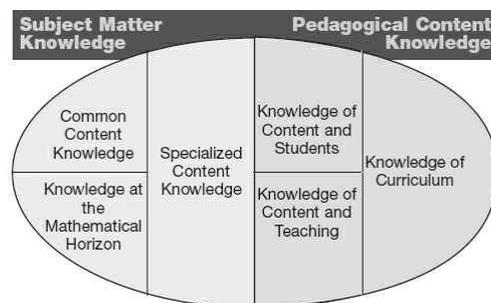
본 절에서는 먼저 수학교사를 위한 지식에 대해 살펴본 후, 본 연구의 과제로 제시된 연꼴 개념과 관련하여 초등학교에서 지도되고 있는 사각형 개념지도의 원리와 연꼴 개념에 대해 살펴볼 것이다. 그런 후, 개념지도에 활용되는 예의 유형과 역할에 대해 살펴보고자 한다.

### 1. 수학지도를 위한 지식

수학교사가 갖춰야 할 지식에 관한 연구에서

Shulman(1986)은 내용지식의 한 범주로 교수학적 내용지식을 도입하였다. 이 후 교사가 갖춰야 할 지식을 내용지식(content knowledge), 일반 교육지식(general pedagogical knowledge), 교육과정 지식(curriculum knowledge), 교수학적 내용 지식(pedagogical content knowledge), 학습자와 그 특성에 관한 지식(knowledge of learners and their characteristics), 교육적 맥락에 관한 지식(knowledge of educational contexts), 교육의 목적, 목표, 가치에 관한 지식(knowledge of education ends, purposes and values)으로 구분하였다. Shulman은 이 가운데 내용지식과 교육적 지식의 혼합물로서의 교수학적 내용지식을 강조하였다. 교수학적 내용 지식에는 가르칠 내용을 학습자에게 여러 가지 표상으로 나타내는 것과 관련된 지식, 특정한 내용을 학습자에게 쉽게 또는 어렵게 만드는 요인에 관한 지식 등이 포함된다. Grossman(1990)은 교수학적 내용지식에 1) 특정 과목을 가르친다는 것이 무엇을 의미하는지에 대한 대략적인 개념, 2) 특정 주제를 지도하기 위한 수업전략 및 표상에 관한 지식, 3) 주제 영역에서 학생들의 이해 및 잠재적인 오개념에 대한 지식, 4) 교육과정 및 교육과정 자료에 관한 지식이 포함된다고 보았다(Borko & Putnam, 1996에서 재인용).

한편, 교사의 수학적 지식과 관련해서 미국에서 널리 연구되어 받아들여지고 있는 개념이



[그림 1] MKT의 구성(Hill & Ball, 2009)

Mathematical Knowledge for Teaching(MKT)이다 (Ng, Mosvold & Fauskanger, 2011). Learning Mathematics for Teaching(LMT) project를 통해 구체화된 MKT는 기본적으로는 Shulman의 교과 내용지식과 교수학적 내용지식의 구분을 따르면서 프로젝트를 통해 이를 더 구체화하였다;

CCK는 잘 교육받은 성인이라면 누구나 획득 가능한 수학적 지식과 기능을 말하는 반면, SCK는 CCK를 넘어서서 교직을 수행하는 교사에게 필요한 수학적 지식과 기능을 말한다. Horizon Content Knowledge(HCK)로 불리는 KMH는 수학적 주제가 교육과정에 포함된 다른 수학들과 어떻게 관련되는지에 대한 인식을 말한다(Ball, Thames & Phelps, 2008). 이후에 Ball & Bass(2009)<sup>4)</sup>는 ‘현재의 경험과 수업이 위치한 큰 수학적 풍경에 대해 (관광가이드가 아닌) 경험 많고 감상력이 풍부한 관광객이 가지는 인식’이라고 설명하면서, 교육과정에는 포함되어 있지 않지만 현재 다루는 수학에 부분적으로만 드러나는 더 크고 중요한 의미를 부여해 줌으로서 학생의 학습에 유용한 수학적 측면이라고 보았다.

KCS는 내용과 학생에 관한 지식을 결합하는 지식으로 예를 들면, 지도내용에 대해 학생들의 일반적인 오류와 오개념을 예상하는 것을 들 수 있다. KCT는 내용과 교수를 결합하는 지식으로 예를 들면, 지도내용에 대한 지도계열을 아는 것이다. Knowledge of Content and Curriculum(KCC)로 불리는 KC는 내용과 교육과정을 결합하는 지식이다.

NCTM(2000)에서는 성공적인 수업을 위해 교사는 학생들이 알고 있는 것과 학습할 필요가 있는 것을 이해해야 할 뿐만 아니라 학습자가 이를 제대로 학습할 수 있도록 지원해야 한다고

주장한다. 이를 위해서는 앞에서 설명된 MKT를 구성하고 이를 실제 교실상황에 적용할 수 있어야 한다. 따라서 교사교육기간에도 다양한 종류의 지식을 구성하고 이를 적용하는 경험이 제공될 필요가 있다. Reynolds, Miller & Weiner(2003)는 예비교사들이 가르치는 것을 배우는 과정에서 핵심적인 일은 판단능력을 기르는 일이라고 보았다. 다시 말해, 예비교사들이 구성된 여러 영역의 다양한 종류의 지식을 발전시키고 조직화하여 문제상황에서 올바른 교수학적 판단을 하도록 하는 것이다. 이를 위해서는 구성된 지식을 실제 상황에 적용하는 경험이 지속적으로 제공될 필요가 있다.

## 2. 사각형 개념 지도와 연꼴

### 가. 사각형의 개념 지도<sup>5)</sup>

2007 개정 교육과정의 사각형 개념 관련 지도내용은 다음의 표와 같다.

<표 II-1> 사각형 개념의 지도

학년	사각형 개념	관련 개념
1학년	- 네모	-
2학년	- 사각형	- 직선/선분
3학년	- 직사각형 - 정사각형	- 각/직각 - 선분의 길이
4학년	- 사다리꼴 - 평행사변형 - 마름모 - 직사각형 - 정사각형	- 수직/평행 - 각도 - 대각선
5학년		
6학년		

4) 이들은 다음의 네 가지를 HCK의 구성요소로 보았다. (1) 수업의 현시점과 관련된 수학적 환경에 대한 감각, (2) 중요한 학문적 아이디어와 구조, (3) 핵심적인 수학적 관행, (4) 핵심적인 수학적 가치와 수학적 감수성  
5) 2011 개정 교육과정에 따른 교과서가 아직 활용되지 않는 관계로 본 연구에서는 2007 개정 교육과정에 따른 교과서를 중심으로 사각형 지도 내용에 대해 설명하기로 한다.

2007 개정 교육과정 교과서에서 사각형 개념과 관련된 내용의 지도 계열은 다음과 같다.

먼저, 1학년 2학기 2단원(여러 가지 모양)에서 실생활의 구체적인 모양을 통해서 ‘네모’를 학습한다. 2학년 1학기 3단원(여러 가지 모양)에서는 선분과 직선을 정의하고 이를 바탕으로 ‘사각형’을 ‘4개의 선분으로 둘러싸인 도형’으로 정의한다. 더불어 꼭짓점과 변의 개념을 도입한다. 3학년 1학기 3단원(평면도형)에서는 각의 개념을 도입하고 예시적 정의를 통해 직각을 도입한다. 직각의 개념을 활용하여 ‘네 각이 모두 직각인 사각형’으로 직사각형을, ‘네 각이 모두 직각이고 네 변의 길이가 모두 같은 사각형’으로 정사각형의 개념을 정의한다. 정사각형에서는 변의 길이가 언급되어야 하기 때문에 2학년 2학기 3단원(길이재기)에서 선분의 길이를 측정하는 것을 미리 학습한다.

4학년 2학기 4단원(사각형과 다각형)에서 먼저 다양한 사각형들 중 ‘마주보는 한 쌍의 변이 서로 평행한 사각형’을 ‘사다리꼴’로 정의한다. 사다리꼴을 정의하기 위해서는 ‘평행’의 개념을 이해해야 하기 때문에 4학년 2학기 3단원(수직과 평행)에서 ‘수직’과 ‘평행’의 개념을 미리 학습한다. 사다리꼴을 정의한 후, 사다리꼴 가운데 특수한 조건을 만족시키는 도형, 즉 ‘마주보는 두 쌍의 대변이 평행한 도형’을 ‘평행사변형’으로 정의한다. 이를 통해서 사각형은 특수화의 과정, 즉 일반적인 개념으로부터 특수한 개념으로 지도된다는 것을 알 수 있다. 평행사변형의 성질을 학습하면서 ‘마주보는 각의 크기가 같다’는 것을 다루기 때문에 4학년 1학기 3단원(각도)에서 각의 크기를 비교하는 측정하는 방법을 학습한다. 평행사변형을 학습한 후 ‘네 변의 길이가 모두 같은 사각형’을 ‘마름모’로 정의한다. 그런데 평행사변형과 마름모의 관련성은 다소 직접적이지 않게 제시되어 있다. 앞에서 지도된

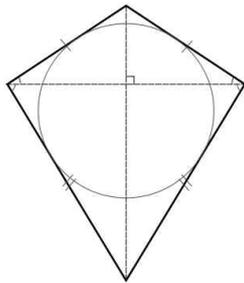
사다리꼴과 평행사변형은 사각형 중 한 쌍의 변이 평행한 사각형을 사다리꼴, 사다리꼴 중에서 두 쌍의 대변 모두가 평행한 사각형을 평행사변형으로 정의하여 지도하였다. 이런 맥락이라면 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같은 또는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형을 마름모라고 지도하는 것이 적절하다. 그러나 마름모의 지도에서는 특수한 예를 하나 제시한 후 이를 통해서 마름모의 개념을 정의한다.

한편, 직사각형과 정사각형은 ‘직각’의 개념을 도입한 후 개념을 학습하였기 때문에 이 단원에서는 직사각형과 정사각형의 성질을 학습하게 된다. 사각형의 개념을 모두 학습한 후에 대각선의 개념이 도입된다. 대각선의 개념은 사각형의 성질을 탐구하기 위해서 필요한 개념적 요소이다. 따라서 대각선의 개념을 도입한 후 두 대각선의 길이가 같은 도형, 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 도형, 두 대각선이 서로 수직으로 만나면서 길이가 같은 도형 등 사각형의 성질을 다룬다.

이상에서 살펴본 바와 같이, 우리 교육과정에서는 사각형의 개념을 일반→특수로 진행하여 지도하고 있다. 또한 각각의 사각형의 개념을 정의하는데 선수학습요소로 이용되는 개념들을 사각형 개념을 정의하기 전에 미리 학습함으로써 선수학습요소의 역할을 하도록 지도하고 있다. 더불어 구체물, 그림 등을 활용한 구체적 조작 활동을 통하여 도형의 기본 개념과 성질을 발견할 수 있도록 배려하고 있다.

#### 나. 연꼴

연꼴(kite)은 초등학교 교육과정에서는 직접적으로 개념지도가 되지 않는 사각형의 하나로 그림처럼 시각적으로 연의 모양을 닮았기 때문에 붙여진 이름이다.



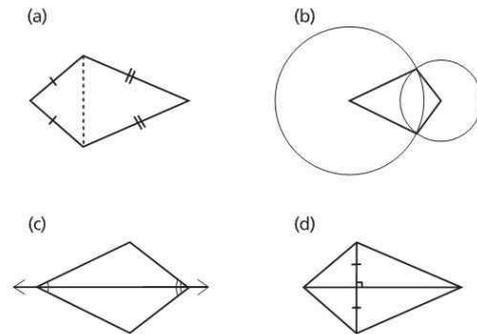
[그림 II-2] 연꼴

일반적으로 연꼴은 ‘이웃하는 두 쌍의 변의 길이가 같은 사각형’으로 정의되지만 다음과 같이 서로 다르게 정의될 수도 있다(Usiskin, Griffin, Witonsky & Willmore, 2008, p. 49);

- K(1): 서로 다른 두 쌍의 인접한 변의 길이가 같은 사각형(10)
- K(2): 오직 한 대각선이 다른 대각선을 수직이등분하는 사각형(3)
- K(3): 한 대각선이 다른 대각선을 수직이등분하는 사각형(2)
- K(4): 인접하는 두 쌍의 변은 합동이면서 대변은 합동이 아닌 사각형(1)
- K(5): 서로 다른 두 쌍의 인접한 변의 길이가 같은 볼록 사각형(1)
- K(6): 대칭축이 하나인 사변형(1)

위의 K(2), K(4), K(5)의 정의에 따르면 마름모는 연꼴이 될 수 없고, K(6)의 정의에 따르면 등변사다리꼴은 연꼴이 될 수 있다.

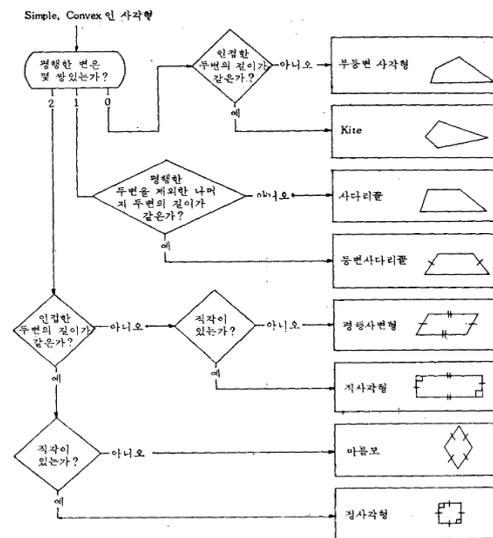
한편, 연꼴은 다음 그림과 같이 서로 다른 네 가지 수학적 맥락에서 발생될 수 있다. 첫째, 밑변의 길이가 같은 두 이등변삼각형을 붙인 후 밑변을 제거한 경우(a)이다. 둘째, 두 점에서 만나는 두 원의 중심과 교점을 연결한 경우(b)이다. 셋째, 각의 이등분선이 대칭축이 되는 경우(c)이다. 넷째, 주어진 선분과 이를 수직이등분하는 선분의 네 끝점을 연결한 경우이다.



[그림 II-3] 연꼴이 발생하는 수학적 맥락(Usiskin et al., 2008, p. 51)

이런 발생 맥락과 관련지어 생각하면 연꼴은 다음과 같은 특징을 가진다. 첫째, 하나의 대각선이 다른 대각선의 수직이등분선이다. 둘째, 하나의 대각선이 대칭축이다. 셋째, 하나의 대각선에 의해 한 쌍의 대각만이 이등분된다. 넷째, 한 쌍의 대각의 크기가 같다.

초등학교 교육과정에서 지도되는 사각형은 앞에서 살펴본 것처럼 일반적인 사각형에서 특수한 사각형으로 지도된다. K(1)의 정의에 따르면

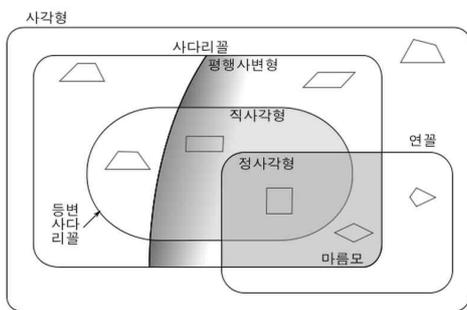


[그림 II-4] 사각형의 분류(최설영, 1978, p.4)

고 할 때, 연꼴을 포함한 볼록단일폐곡선인 사각형을 분류하면 다음과 같다.

분류에서 알 수 있는 것과 같이, 연꼴은 평행한 변은 없지만 인접한 두 변의 길이가 같은 사각형이다. 이런 특성을 바탕으로 포함관계를 살펴보면 다음 그림과 같다.

연꼴은 교육과정에서 직접 가르쳐지는 개념은 아니지만 교육과정에서 다루는 다른 사각형과의 관련성을 탐구할 수 있는 풍성한 맥락을 제공해 줄 수 있다.



[그림 II-5] 사각형의 포함관계  
(<http://ko.wikipedia.org/wiki/사각형>)

### 3. 수학교육과 예(example)

일반적으로 예(example)는 하나의 개념을 설명하기 위하여 보다 친숙하거나 구체적인 사례를 들어 주는 것을 말한다(박만구, 2010). 예는 수학적 아이디어를 이해하거나 문제를 해결하는데 중요하다. 학문으로서의 수학의 역사적인 발전뿐만 아니라 수학지도에서도 예는 중요한 역할을 한다. 이런 측면에서 예는 단순히 수학교육을 돕는 것이 아니라 학문으로서의 수학의 핵심적인 부분이라고 할 수 있다(Bills, Mason, Watson & Zaslavsky, 2006). 이런 이유로 여러 수학교육이론에서도 예에 관한 언급을 찾을 수 있다.

Skemp(1969)는 수학적 개념은 공통된 속성을

공유하는 예들로부터 추상화를 통해서 획득된다고 보았다. 따라서 학습자에게 제공되는 예가 중요하다. 그는 예를 제시함에 있어서 개념의 핵심적인 측면이 아닌 두드러진 속성, 즉 소음(noise)을 가진 비례(non-example)를 정례와 함께 제시함으로써 개념이 가지는 속성의 핵심적인 부분과 비핵심적인 부분을 구별하는데 학습자가 초점을 맞추도록 도움으로써 개념의 경계를 명확히 하는 것을 도울 수 있다고 보았다. 이런 이유로 그는 개념학습에서는 예와 비례를 함께 제시하는 것이 더 효과적이라고 보았다.

Dienes(1960) 역시 개념학습에 있어서 예의 역할을 강조하였다. 수학적 다양성의 원리(Mathematical Variability Principle)는 수학적 개념을 제시할 때 변화시킬 수 있는 것(변수)과 변화시켜서는 안 되는 부분 중 변화시킬 수 있는 것은 가능한 한 많이 변화시켜 다양하게 제시함으로써 개념의 일반화에 도움이 되도록 해야 함을 강조한다. 지각적 다양성의 원리(Perceptual Variability Principle)는 수학적 개념을 제시할 때, 그 개념의 핵심적인 부분을 가능한 한 다양한 구체물로 제시해 줌으로써 개념의 추상화를 도와야 함을 언급한다.

전체적으로 복잡하고 어려운 상황에서 예는 구체적인 사례를 제공해 줌으로써 상황에 대한 이해를 돕는다. 예를 들면, 학생들에게 ‘짝수+짝수’는 어떤 결과를 낳는지를 물었을 때, 일반적인 짝수에 대해 생각하기 어렵기 때문에 2나 4와 같은 구체적인 예를 들어서 문제를 이해하려고 한다. 이와 관련해서 Bills et al.(2006)은 예의 역할을 두 가지로 설명하였다. 첫째, 예는 이해하기 쉽고 분명해야 한다. 예를 통해서 학습자는 주어진 상황을 보다 쉽게 이해할 수 있어야 한다. 둘째, 일반화를 강화시켜야 한다. 예를 통해서 비슷한 구조적 속성을 가지는 것들에 대해서도 넓게 생각할 수 있도록 해 줄 필요가 있다.

예는 그 역할에 따라 세 가지-발생적 예, 반

례, 비례-로 구분할 수 있다(Bills, Mason, Watson & Zaslavsky, 2006). 발생적 예(generic example)는 개념이나 절차 또는 발생적 ‘증명’의 핵심이 된다. 반례(counter-example)는 반증할 가설이나 주장을 필요로 하지만 때로는 개념이나 절차 또는 증명에서도 이용된다. 비례(non-example)는 개념 지도에서 경계를 명확히 하거나, 올바른 결과를 얻지 못하는 절차나, 정리에서 조건의 민감성을 보여주는 데에도 이용된다.

이처럼 예는 수학학습에서 중요한 의미를 가진다. Ball et al.(2005)에 따르면, 구체적인 예의 선택은 MKT와 밀접한 관련을 가진다. 예를 선택할 때는 학습자의 이전 경험과 미리 학습한 개념 등을 고려해야 한다. 적절한 예를 잘 활용할 경우 교사는 학습자가 이전 지식과 경험으로부터 새로운 지식을 구성하도록 도울 수 있다(Bills, Mason, Watson & Zaslavsky, 2006).

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구는 초등예비교사들이 MKT 적용과제에서 보인 반응을 분석하여 교사교육에 시사점을 주려고 하였다. 따라서 연구대상은 교육대학교에 재학중인 예비교사들이다.

구체적으로 살펴보면, 본 연구에는 G시에 소재한 교육대학교 3학년 재학생 중 연구자의 강의를 수강하고 있는 77명(남자 15명, 여자 62명)을 연구대상자로 편의 선정하였다. 이 학생들은 2011학년도 1학기 및 2학기에 걸쳐 연구자의 수학교육관련 강의를 수강하였다. 따라서 초등수학교육의 이론과 실제에 대한 기본적인 배경지식을 가지고 있다고 가정할 수 있다. 특히 3학년 2학기에 4주간의 교육실습을 다녀온 경험이

있는 학생들로 실습에서의 수업경험이 본 연구에서 제시한 과제를 수행하는데 도움이 되었을 것이라고 판단된다.

#### 2. 자료 수집

2011년 2학기 초에 수강대상 학생들에게 강의계획을 설명하면서 학기 중에 제시할 과제에 대해서 설명하였다. 조사대상 학생들은 모두 3학년이기 때문에 2011년 10월 한 달 동안 교육실습을 다녀왔고 실습 후, 초등학교 교육과정의 도형영역에 대한 교과서 및 교육과정에 대한 강의를 끝낸 후 학기말 과제를 제시하였다. 교육과정에 포함되어 있지 않은 연꼴 개념을 현재의 사각형 개념 지도에 포함시켜서 지도한다고 할 때 첫째, 지도시점은 몇 학년, 몇 학기, 몇 차시가 적절한지를 결정한 후 그렇게 결정한 이유를 기술하도록 하였다. 둘째, 연꼴 개념 지도에 활용할 교재를 구성하도록 하였다. 교재 구성은 기존 교과서에 제시된 다른 사각형 개념 지도 차시를 참고하도록 하였다. 셋째, 교과서를 바탕으로 실제 연꼴 개념을 지도하기 위한 수업지도안을 작성하도록 하였다.

과제는 실습을 마친 후 2주 후인 10월 중순에 제시하였고 과제의 제출 기한은 12월 초 학기말 고사가 끝난 후였다. 과제를 통해서 첫째, 연꼴 개념과 다른 사각형 개념과의 관련성을 바탕으로 지도계획을 어떻게 선정하는지를 살펴보았다. 둘째, 구성된 교재와 수업지도안을 바탕으로 연꼴 개념을 지도하기 위해서 예비교사들이 이용한 예를 살펴보았다. 구체적으로 어떤 예를 활용했으며, 얼마나 다양한 예를 활용했는지 제시한 예의 수와 어떤 표상을 활용했는지를 살펴보았다.

#### 3. 자료 분석

예비교사들이 제출한 과제를 바탕으로 양적분

석과 질적 분석을 모두 사용하였다. 먼저 연꼴 개념의 지도시기를 조사한 후 각각의 지도시기를 선택한 빈도수를 조사하였다. 그런 후 연꼴 개념의 지도시기를 선택한 이유를 분석하였다. 분석된 결과는 유형별로 나누어 비율을 살펴보았다. 구성한 교재와 수업지도안의 내용을 바탕으로 연꼴 개념 지도를 위해 제시한 예의 수와 예의 표상을 살펴보았다.

#### IV. 결과 분석

##### 1. 연꼴 개념의 지도 시기

연꼴 개념을 현재 교육과정에 포함시켜서 지도한다고 할 때, 언제 지도하는 것이 적절한가에 대한 예비교사 77명의 반응을 분석한 결과는 다음과 같다.

<표 III-1> 연꼴 개념의 지도시기

지도시기				명(%)
학년	학기	단원	차시	
3	1	3. 평면도형	6	1(1.3)
4	2	4. 사각형과 다각형	1	5(6.5)
			2	5(6.5)
			3	30(39)
			4	14(18.2)
			5	8(10.4)
5	1	6. 직육면체와 정육면체	3	1(1.3)
	2	3. 도형의 대칭	2	1(1.3)
6	2	2. 원기둥과 원뿔	5	1(1.3)
계				77(100)

현행 교육과정에서 사각형의 개념은 3학년 1학기 3단원에서 직사각형과 정사각형의 개념을, 4학년 2학기 4단원에서 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 개념과 성질, 직사각형과 정사각형의 성질을 다룬다.

연꼴 개념을 현재 교육과정의 지도내용에 포함시켜서 지도한다고 할 때, 가장 먼저 할 일은 현행 교육과정의 사각형 개념 지도계열을 살펴보는 일이다.

지도시기에 대한 예비교사들의 반응은 학년별로는 4개 학년으로 나뉘진다. 그러나 4학년에 지도해야 한다는 반응이 전체의 94.9%로 거의 대부분이며 나머지는 1명씩이다. 이런 결과는 현재 대부분의 사각형의 개념과 성질이 4학년 2학기 4단원에서 지도되고 있기 때문에 자연스럽게 이 시기에 함께 지도해야 한다고 반응한 것으로 보인다. 이제 각 반응별로 지도시기를 결정할 이유를 살펴보았다.

##### 가. 3학년 1학기 3단원(평면도형)

연꼴을 3학년 1학기 3단원. 평면도형의 6차시에서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 그 이유를 아래와 같이 두 가지로 적고 있다.

첫 번째로, 3학년 1학기에는 직각, 직각삼각형, 직사각형, 정사각형의 도형들을 배우는데 이때는 평행과 관련된 개념보다는 길이와 각에 관련된 개념으로 도형을 이해한다. 연꼴은 이웃하는 두 쌍의 길이가 각각 같은 도형이므로 3학년 아이들이 이해하기에 무리가 없다.

두 번째로, 직사각형과 정사각형을 학습한 뒤에 연꼴을 이해한다면 두 도형과 비교하면서 연꼴이라는 사각형에 대해 더 쉬운 이해가 가능해진다. 모든 직사각형이 왜 연꼴이라 할 수 없는지 생각해 볼 수 있으며, 정사각형은 연꼴에 왜 포함이 되는가를 고민하면서 연꼴에 대한 더욱 쉬운 이해가 이루어질 수 있다.

##### [그림 III-1] 지도시기 선정 이유 1

이유에서 기술한 것을 보면, 단원지도내용에 대해 나름의 분석을 한 것으로 보인다. 그러나 이 단원에서는 직각을 도입한 후 직각을 포함하고 있는 도형들인 직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 도입·지도하고 있다. 따라서 이 단원에서 지도되는 세 가지 도형개념의 연결고리는

직각이라고 보는 것이 옳다. 이렇게 본다면, 정사각형을 지도한 후 연꼴을 지도하는 것은 앞에서 지도한 내용들과의 연계성이 떨어지기 때문에 적절하지 않게 보인다.

나. 5학년 1학기 6단원(직육면체와 정육면체)  
연꼴을 5학년 1학기 6단원, 직육면체와 정육면체의 3차시에서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사가 제시한 이유는 다음과 같다.

저는 '연꼴'을 5학년 1학기 6단원 평면도형의 둘레와 넓이 중 3차시에 집어넣었습니다. 1차시에서는 평면도형의 둘레에 대해 알아보고 2차시에서는 삼각형 넓이에 대해서 공부하는 것이 적절하다고 생각했습니다. 연꼴을 3차시에 집어넣은 가장 큰 이유는 연꼴의 넓이 때문입니다. 연꼴의 넓이는 두 대각선의 곱의 절반입니다. 한 대각선을 그리고 그 대각선을 A라하고, 그것을 기준으로 두 삼각형을 나누게 되면, 두 삼각형의 높이의 합이 다른 A대각선이 아닌 다른 대각선의 길이가 되기 때문에 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 합니다. 그러기 때문에 2차시에서 삼각형의 넓이에 대해서 먼저 이해한 다음에 3차시에 연꼴의 넓이를 알아보는 것이 적절하다고 생각했습니다. 또한 연꼴은 우리나 학생들에게 생소할 뿐 어려운 사각형이 아닙니다. 단지 두 쌍의 이웃하는 변의 길이가 같은 사각형이기 때문입니다. 그래서 추상적 수학사고가 심화 발전되는 6학년 이전 5학년 때에도 평면도형 수준에서 쉽게 가르칠 수 있는 수준이라고 생각했습니다.

[그림 III-2] 지도시기 선정 이유 2

기술한 이유를 보면, 이 예비교사는 삼각형과 연꼴의 관련성을 넓이구하는 방법에서 찾은 것으로 보인다. 즉, 연꼴을 하나의 대각선을 중심으로 두 개의 삼각형으로 분할하여 넓이를 구하는 것으로 표상하였다. 그러나 이 설명을 따른다면 연꼴의 넓이지도는 오히려 마름모의 넓이지도와 관련지어 지도하는 것이 더 적절하다. 더 중요한 사실은 연꼴의 넓이지도를 하기 전에 먼저 개념지도를 할 필요가 있다는 사실이다. 따라서 과제에서 요구하는 핵심을 간과한 것으로 보인다.

다. 5학년 2학기 3단원(도형의 대칭)  
연꼴을 5학년 2학기 3단원, 도형의 대칭의 2차시에서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사가 제시한 첫 번째 이유는 연꼴이 선대칭도형이라는 점이다. 예비교사가 구성한 연꼴과 관련된 지식 가운데 연꼴이 선대칭도형이라는 사

실이 지도계열의 판단에 가장 크게 영향을 미친 것으로 판단된다.

두 번째 이유는 연꼴이 마름모와 사다리꼴을 섞어 놓은 듯 하기 때문이라고 적고 있다. 이 설명은 예비교사 자신의 연꼴에 대한 개념이미지를 반영하고 있는 것처럼 보인다. 2차시의 목표가 '선대칭도형의 성질을 알고 그릴 수 있다.'라면 이 차시에는 다양한 선대칭도형을 살펴보고 그들의 공통점을 바탕으로 성질을 추상해야 한다. 그러나 연꼴은 많은 선대칭도형 중 하나일 뿐이기 때문에 이 차시에 연꼴의 개념을 학습하는 것은 적절치 않다고 판단된다.

연꼴의 개념을 5학년 2학기 3단원 도형의 대칭의 2차시 '선대칭도형의 성질을 알고 그릴 수 있어요'에 도입하는 것이 적절할 것 같다. 도형의 대칭의 단원에서는 4학년 1학기에 여러 가지 삼각형, 4학년 2학기에 여러 가지 사각형, 5학년 1학기에는 도형의 합동에 대해 이해한 것을 바탕으로 선대칭도형, 선대칭 위치에 있는 도형, 점대칭도형, 점대칭 위치에 있는 도형으로 나누어 학습한다. 따라서 학생들은 삼각형, 사각형에 대한 이해와 개념이 형성되어 있으므로 도형의 대칭에서 연꼴을 이해하는데 무리가 없을 것 같다. 물론 4학년 2학기 여러 가지 사각형 단원에도 연꼴의 개념을 도입할 수 있으나, 평행사변형, 마름모, 사다리꼴 등의 사각형을 제대로 이해하는 것이 더 중요하다고 생각된다. 더욱이 어떤 이웃한 두 쌍의 변의 길이가 각각 같은 사각형인 연꼴을 마름모와 사다리꼴을 섞어놓은 듯한 생각이 들어서 많은 학생들이 학습에 어려움을 느낄 것 같다. 따라서 4학년때 배웠던 여러 가지 사각형의 개념을 토대로 하여, 연꼴을 5학년 때 가르치는 것이 더욱 발전적인 학습이 가능하다고 보았다. 연꼴의 정의가 '어떤 이웃한 두 쌍의 변의 길이가 각각 같은 사각형'이므로 선대칭 도형이 된다. 따라서 본 단원의 2차시 '선대칭 도형의 성질을 알고 그릴 수 있어요'에 적절하다고 생각된다. 2차시의 활동1이 선대칭도형의

[그림 III-3] 지도시기 선정 이유 3

라. 6학년 2학기 2단원(원기둥과 원뿔)  
연꼴을 6학년 2학기 2단원, 원기둥과 원뿔의 5차시에서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 학생들에게 연꼴이 가지는 도형의 특징을 조금이라도 다양하게 바라보는 눈을 키워주기 위해서라고 이유를 적었다.

그러나 단순히 연꼴 그 자체에 대해서 인식만하고 끝난다면, 이는 그저 조금 어려운 마름모, 낫살은 사각형으로만 끝날 것이다. 적어도 학생들이 스스로 사고하는 능력을 개발하려면 연꼴이 가지는 도형적 특징을 조금이라도 다양하게 바라보는 눈을 키워 줄 필요가 있다. 그래서 6학년 2학기 2. 원기둥과 원뿔 5차시 회전체의 단원에 연꼴을 이용해보려고 한다. 우리가 흔히 익숙했던 사각형, 원 같은 것도 입체로 가면 학생들이 힘들어 하는 것을 자부할 수 있듯이 똑같은 소재라도 평면에서 입체로 가면 다소 어렵게 느껴지는 것은 아무래도 더 높은 차원의 수학적 사고력을 요구하기 때문일 것이다. 단순히 새로운 종류의 사각형이라고 정의할 줄 아는 수업보다는 연꼴을 실체로 입체로 해봄으로써, 그것이 평면으로서 가지는 의미 외에도, 입체로서 가지는 다양한 특성들을 감각적으로 이해할 수 있을 것이다. 그리고 5차시에서는 회전체에 대한 단원을 파악할 때에 실물을 가지고 구체적으로 이리저리 관찰하면서 조각도 할 수 있어, 어려운 연꼴에 대해 더 흥미를 가질 수 있을 것이다.

[그림 III-4] 지도시기 선정 이유 4

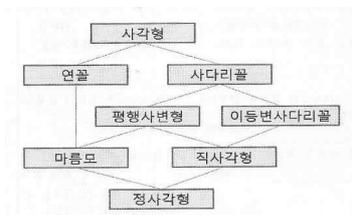
일반적으로 평면도형의 개념을 입체도형단원에서 지도한다고 생각하기는 쉽지 않다. 특히 회전체의 단면가운데 연꼴이 되는 것은 제한되어 있고, 교과서에서 다루는 회전체의 단면들은 원기둥과 원뿔을 회전축과 비스듬하게 잘랐을 때 나오는 타원을 제외한다면 이미 앞에서 학습한 개념들이 대부분이다. 따라서 이 차시에서 연꼴의 개념을 지도하는 것은 적절치 않아 보인다.

마. 4학년 2학기 4단원(사각형과 다각형)

조사대상자의 약 95%가 연꼴 개념을 도입해서 지도하기에 적절한 단원으로 ‘사각형과 다각형’을 들었다. 연꼴을 제외한 다른 사각형 개념이 지도되는 단원이기 때문에 이런 반응은 자연스러워 보인다. 아래에서는 이 단원을 선택한 반응 중 각 차시별로 선택한 이유를 살펴 보았다.

1) 1차시

연꼴 개념을 1차시에 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 5명(6.5%)이었다. 이들은 그림의 관계망에서와 같이 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형은 특수화과정을 통해서 자연스럽게 지도할 수 있기 때문에 이 연계성을 깨지 않으려면 연꼴을 1차시에 지도하는 것이 가장 적절하다고 판단 하였다.



[그림 III-5] 다각형의 관계망

그리고 학습 계열을 고려해도 연꼴은 1차시에 들어갈 수밖에 없다. 연꼴은 변의 길이 개념을 이용한 정의를 가지고 있고, 다음 차시인 사다리꼴은 평행 개념을 이용한 정의를 가지고 있기 때문이다. 변의 길이 개념은 2학년 때, 평행의 개념은 4학년 도형 단원을 배우기 전에 나온다.

[그림 III-6] 지도시기 선정 이유 5

한편, 연꼴을 1차시에 지도해야 한다는 생각은 같지만 지도계열을 다르게 제시한 경우도 있었다. 다음의 반응을 보면, 연꼴을 1차시에 지도하면서 더불어 기존에 평행사변형 이후에 지도되던 마름모를 2차시로 옮겨서 연꼴과 마름모를 관련지어 지도하는 것이 적절하다고 보고 있다. 이 경우, 연꼴→마름모→사다리꼴→평행사변형의 순서로 학습이 진행된다.

또한, 연꼴과 사다리꼴을 같은 수준으로 파악하였다고 해도, 굳이 연꼴을 사다리꼴보다 먼저 도입한 이유는 사다리꼴-평행사변형-직사각형-정사각형의 전개가 각각의 도형들이 평행한 변이 1쌍 이상이라는 성질을 갖고 있기 때문에, 공통된 성질에 따라서 점차적으로 전개가 되는 것으로 간주하였다. 이러한 이유로, 저 흐름을 깨지 않는 대신에 연꼴의 개념을 아이들이 혼동하지 않고 자연스럽게 받아들일 수 있는 방법으로 연꼴과 마름모의 개념을 단원의 초반부에 도입하는 것이 바람직하다고 판단했다. 연꼴과 마름모가 공통적으로 갖고 있는 성질로 자연스럽게 차시 연계가 되고, 또한 마름모는 사다리꼴의 성질도 일부 갖고 있으므로 자연스럽게 학습이 이루어질 수 있다고 생각하였다.

[그림 III-7] 지도시기 선정 이유 6

이 순서는 연꼴과 마름모의 관련성을 드러내게 한다는 측면에서는 적절하지만 마름모를 지도한 후에 사다리꼴을 지도할 때는 두 개념 간의 연계성이 자연스럽지 못하다는 문제가 있다.

2) 2차시

연꼴 개념을 2차시에 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사도 5명(6.5%)이었다.

다각형의 관계망을 보면, 사각형은 연꼴과 사다리꼴로 나뉜다. 그래서 사다리꼴의 개념을 배운 후, 같은 수준에 있는 연꼴을 가르치도록 배치했다.

[그림 III-8] 지도시기 선정 이유 7

이 단원에 언급되는 사각형들이 전체적으로 사다리꼴에 포함되는 구조를 띠고 있다. 위에 제시된 사각형의 관계망을 살펴보면, 일반적인 사각형인 ㉠ 다음으로 포괄적인 사각형은 사다리꼴 ㉡과 연꼴 ㉢이라고 할 수 있기 때문에 1차시인 사다리꼴 알아보기에 연꼴을 함께 포함시키는 것이 학습의 흐름상 가장 자연스럽다고 생각하였다. 그러나 한 도형의 개념을 가르치기 위해서는 하나의 차시를 새로 생성하여 교육시키는 것이 바람직하다고 여겨짐으로 사다리꼴 다음에 하나의 차시를 추가하여 연꼴의 개념을 지도하도록 하였다.

[그림 III-9] 지도시기 선정 이유 8

따라서 연꼴을 4학년 2학기 4단원에 도입해야 하며, 위의 다각형의 관계망에서 보듯 사각형은 크게 연과 사다리꼴로 나뉘고 정사각형으로 합쳐지므로 사다리꼴과 동등한 위치관계에서 배우는 것이 적절하다. 차시의 선택은 사다리꼴을 배운 뒤인 2차시로 하였다. 왜냐하면 이미 바로 앞 단원 3.수직과 평행의 학습의 흐름에서 평행의 개념이 여러 가지 사각형으로 이어진다고 하였고, 평행사변형을 배운 후에 마름모를 배우므로 평행사변형과 관련된 사다리꼴, 마름모와 관련된 연꼴을 배우는 순으로 해야 자연스럽기 때문이다.

[그림 III-10] 지도시기 선정 이유 9

그런데 이들이 연꼴을 2차시에 지도해야 한다고 주장한 이유를 보면 전체적으로 다소 설득력이 떨어진다. 연꼴과 사다리꼴이 비슷한 정도의 포괄적인 개념이기 때문에 사다리꼴을 지도한 후 지도하는 것이 적절하다거나, 사다리꼴과 평행사변형의 관계가 연꼴과 마름모의 관계와 유사한데 평행사변형을 마름모보다 먼저 지도하기 때문에 연꼴보다는 사다리꼴을 먼저 지도해야 한다고 이유를 제시하고 있다. 이런 주장들은 사각형들 간의 연계성을 바탕으로 제시되었던 이전의 주장들과는 다소 차이가 있다. 특히 연꼴과 사다리꼴이 비슷한 정도의 포괄적인 개념이라면 연꼴을 1차시에 지도하는 것과 2차시에 지도하는 것은 선택적이라고 할 수 있기 때문에 타당한 근거라고 보기 어렵다. 따라서 2차시를 주장한 예비교사들은 연꼴개념의 도입차시를 결정함에 있어서 개념간의 관련성이나 연계성에 대해 충분히 고민하지 않은 것처럼 여겨진다.

### 3) 3차시

연꼴 개념을 3차시에 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 전체 77명 중 30명(39%)으로 가장 비율이 높았다.

3차시에 연꼴 개념을 지도한다고 주장한 예비교사들이 주로 고민한 것은 개념간의 포함관계와 연계성이었다. 사다리꼴과 평행사변형이 포함관계를 바탕으로 특수화의 경로를 따라 지도되는 것처럼, 연꼴과 마름모도 이런 경로를 따라 지도하는 것이 바람직하다고 판단한 것이다. 반면, 연꼴이 3차시에 지도될 경우 2차시의 평행사변형과 3차시의 연꼴의 관계가 불분명해진다. 가장 많은 비율을 차지하는 반응이지만 이 문제에 대해서 명확한 설명을 한 예비교사는 한 명도 없었다. 따라서 연꼴 개념을 3차시에 지도하는 것이 적절하다고 반응한 응답자 수가 가장 많은 이유를 명확히 찾을 수는 없었다.

차시를 선정하는 것은 상당히 힘든 문제였다. 사각형의 어떤 특징을 기준으로 정하느냐에 따라서 차시 위치가 달라질 수 있었기 때문이다. 평행성 기준으로 선정하면, '연꼴'은 변들이 평행해야 하는 성질을 갖지 않기 때문에, 한 변이 평행하거나 두 변이 평행한 사다리꼴이나 평행사변형 보다 먼저 학습되어야 하는 것이 바람직하다. 반면에, 변의 길이에 초점을 맞추면 '연꼴'이 갖는 두 변의 길이가 같은 도형이므로, 네 변의 길이가 같은 마름모 이전 차시에 있는 것이 바람직하다. 이러한 여러 가지 기준들 중에서 교과서가 선택한 기준을 확인하기 위해, 4학년 지도서 단원의 개관을 참고하였다.

[그림 III-11] 지도시기 선정 이유 10

한편, 3차시에 연꼴 개념을 지도하면서 추가로 단원의 지도계열을 새롭게 변화시키는 것이 바람직하다는 제안도 있었다. 다음 그림에 제시된 것을 보면, 사다리꼴→평행사변형→직사각형과 연꼴→마름모→정사각형으로 구분하여 지도할 것을 제안하고 있다.

또는, 현재 단원의 전개 방법을 조정할 수 있다면, 4차시의 '직사각형과 정사각형의 성질 알아보기' 차시를 둘로 쪼개어, ①사다리꼴 - ②평행사변형 - ③직사각형 순서의 학습과, ④연꼴 - ⑤마름모 순서의 학습을 마친 후, 모든 개념을 포함하는 특수한 형태인 ⑥정사각형 개념을 맨 마지막에 도입하는 것도 좋을 것 같다.

[그림 III-12] 지도계열에 대한 제안

4) 4차시

연꼴 개념을 4차시에 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 14명(18.2%)이었다. 연꼴 개념을 4차시에 도입·지도할 경우, 1차시 사다리꼴, 2차시 평행사변형, 3차시 마름모의 순서로 지도하게 된다. 4차시에 연꼴을 지도해야 하는 이유에 대해서는 앞서 지도되는 세 도형(사다리꼴, 평행사변형, 마름모)의 개념적 연계성을 그대로 보존하면서 마름모와 연꼴의 관련성을 도입하기에 가장 적합한 차시가 4차시라고 생각했기 때문이라는 반응이 많았다.

마음 한편에서는 기존의 교육과정의 '사다리꼴→평행사변형→마름모'의 포함관계를 바탕으로 진행된 것처럼, 마름모보다 더 큰 개념인 연꼴이 마름모에 앞서 학습되어야 한다는 생각이 들었다. 즉, '연꼴→마름모'이기 때문이다. 반면에, 또 다른 마음 한편에서는 마름모와 연꼴만을 가르치는 것이 아니라, 사다리꼴, 평행사변형과 함께 여러 가지 포함관계로 얽혀있는 사각형을 가르쳐 나가야 하기 때문에, 평행사변형과 포함관계가 성립하지 않는 연꼴은 마름모의 뒤에서 별도로 가르쳐져야 한다는 생각이 들었다. 사다리꼴과 평행사변형은 '평행'이라는 관점에 의해 포함관계가 성립하고, 마름모는 연꼴과 '변의 길이'라는 관점에 의해 포함관계가 성립한다. 그런데 마름모는 또한 평행사변형과 '평행'이라는 관점에서 포함관계가 성립한다. 그래서 일단은 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 순으로 흐름을 깨지 않게 학습을 진행한 뒤, 그 후 연꼴의 개념을 도입하는 것이 헛갈리지 않고, 아이들의 직관적 학습에 조금이나마 도움이 될 것이다.

[그림 III-13] 지도시기 선정 이유 11

과 평행사변형 모두 계속해서 밀접한 관련을 갖고 있는 것이다. 이와 같이 1,2,3차시는 서로에게 관련성을 갖는 내용으로 이루어지고 있음을 알 수 있다. 그런데 다음 차시에서 직사각형과 정사각형의 개념이 등장하게 된다. 이것 역시 앞의 1,2,3차시와 자연스럽게 관계를 갖고 있다. 하지만 이 후에 '연꼴'의 개념을 도입하자면 '연꼴'과 '직사각형, 정사각형'과의 관계성이 멀어지게 된다. 정사각형과는 '연꼴'의 개념이 대응 될 수 있지만, 직사각형과는 부응하기 때문이다.

[그림 III-14] 지도시기 선정 이유 12

그러나 4차시에 연꼴을 도입할 경우, 사다리꼴→평행사변형→마름모의 특수화 경로와는 반대인 마름모→연꼴의 순서로 개념을 지도해야 한다. 이런 이유 때문에 예비교사들은 차시 선정에서 지도내용들 간의 연계성을 유지하기 위해 서 고민한 것을 확인할 수 있었다.

5) 5차시

연꼴 개념을 5차시에 도입해서 지도하는 것

이 적절하다고 반응한 예비교사는 8명(10.4%)이었다. 연꼴 개념을 5차시에 도입하는 것이 적절하다는 주장에는 이전에 지도되는 사각형 개념들의 지도계열을 그대로 유지하는 것이 효과적이라는 생각이 깔려있다. 이런 생각을 바탕으로 다각형과 정다각형을 학습하기 전에 연꼴 개념을 지도하고자 하는 것이다. 그러나 이런 차시 선택은 먼저 지도되는 사각형들간의 개념적 관련성을 그대로 보존할 수 있다는 장점은 있지만 연꼴이 특수화의 경로에서 벗어나 지도된다는 문제점은 여전하다.

그래서 사각형-사다리꼴-평행사변형-마름모, 직사각형-정사각형의 포함관계를 학습한 뒤 연꼴의 성질을 배우고 나서 앞의 도형들의 성질과 비교해서 포함관계를 직접 결정해보는 활동의 교육과정구성이 적절하다.

[그림 III-15] 지도시기 선정 이유 13

두고 있다. 이러한 현 교과서의 내용 구성은 단원의 목표인 사각형의 관계를 이해하는데 많은 도움이 된다. 왜냐하면 상위개념에 속하는 사다리꼴을 시작으로 그것의 개념과 성질을 이해한 후에 하위개념에 속하는 사각형들의 개념과 성질을 공부함으로써 학생들이 매우 어려워하는 포함관계를 보다 쉽게 이해할 수 있게 해주기 때문이다. 따라서 나는 사각형의 포함관계를 고려하여 배치해 놓은 1-4차시까지의 내용은 연속해서 배워야 한다고 생각한다. 그래서 사각형의 상위개념인 사다리꼴과 그 하위개념을 총 4차시에 걸쳐 학습한 후에 사각형의 나머지 상위개념인 연꼴을 도입하려고 하는 것이다.

[그림 III-16] 지도시기 선정 이유 14

6) 7차시

연꼴 개념을 7차시에 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 반응한 예비교사는 11명(14.3%)이었다. 7차시에 연꼴 개념을 도입하는 경우에는 기존에 지도되던 사각형 개념들의 지도계열을 그대로 유지하면서 대각선과 관련된 연꼴의 성질도 자연스럽게 학습할 수 있다는 장점이 있다.

위에서 볼 수 있듯이, 1~5차시까지는 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형, 다각형, 정다각형을 배우고, 6차시에는 대각선까지 배우게 된다. 내가 연꼴을 지도하기 위해 작성한 수업지도안 속에는 연꼴의 '두 대각선이 서로 수직이며, 이웃한 변의 길이가 각각 같다'라는 성질이 지도 된다고 나온다. 따라서 대각선이라는 개념을 포괄하고 있는 수업이므로 6차시를 끝마치고 7차시를 하기 전, 6차시와 7차시 사이에 연꼴의 개념을 도입해서 지도하는 것이 적절하다고 판단하였다.

[그림 III-17] 지도시기 선정 이유 15

의 성질을 배우기 딱 좋은 단원이었다. 차시를 7차시로 정한 이유는 원래는 성질이 비슷한 마름모 뒤에 4차시로 연꼴을 배운 뒤 5차시에 정사각형이 나오도록 하여 마름모나 정사각형도 연꼴로 볼 수 있다는 것을 알려주려고 했는데 6차시에 대각선에 대해 따로 배우고 있었다. 그래서 연꼴에도 대각선에 관련된 성질이 있기 때문에 대각선에 대해 배운 뒤인 7차시에 넣는 것이 더 적절하다고 생각했다.

[그림 III-18] 지도시기 선정 이유 16

7차시에 연꼴을 지도하는 것이 적절하다고 생각한 이유를 살펴보면, 6차시에서 대각선과 관련된 내용을 학습하고 난 이후이기 때문에 연꼴의 성질 중 대각선과 관련된 특성을 자연스럽게 지도할 수 있다는 장점 때문이다.

지금까지 연꼴 개념을 현재 지도되고 있는 사각형 개념에 포함해서 지도할 경우, 지도시기로 언제가 적절한지를 판단되는 과제에 대한 예비교사들의 반응을 살펴보았다. 소수의 의견 중에는 지도시기를 결정한 이유를 납득하기 어려운 경우도 있었다. 사실, 지도시기를 결정하는 과제는 정오의 여부를 판단하기 보다는 어떤 결정이 더 적절한지의 여부를 제시한 근거를 바탕으로 평가하는 것이다. 근거를 제시하면서 예비교사들은 자신들이 구성한 다양한 MKT를 적용해야만 한다. 실제로 예비교사들은 하나의 개념을 더 지도하는 것이지만 효과적인 지도를 위해서는 관련 개념들이 언제 지도되며, 지도계열이 어떤 의미를 가지는지를 판단해야만 했다. 적절한 판단을 위해서는 교육과정과 내용에 대한 지식뿐 아니라 효과적인 지도를 위한 계열구성의 원리에 대한 지식을 문제 상황에 적용해야 했다.

## 2. 연꼴 개념지도를 위한 예(examples)

효과적인 개념지도를 위해서는 적절한 예를 선택해서 제시할 필요가 있다. 일반적으로 개념 지도를 위해서는 정례와 비례를 함께 제시한 후 여러 개의 정례의 공통적인 속성을 추상하여 개념의 핵심적인 속성을 찾는다. 연꼴 개념의 지

도를 위해서 예비교사들이 활용한 예를 살펴본다.

### 가. 예와 비례의 사용

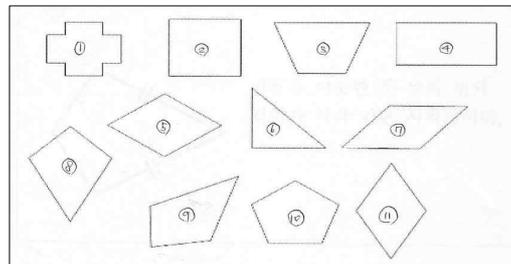
연꼴 개념의 지도에 예비교사들이 예를 어떻게 활용했는지를 알아보기 위해서 개념지도를 위해 구성한 교재에 제시된 예와 수업지도안에 부가적으로 설명된 예들을 살펴보았다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

<표 III-2> 개념지도1)에 이용된 예

	정례 수	비례 수	계
전체	163	128	291(개)
평균	2.117	1.662	3.779(개)
백분율	56.01	43.99	100(%)

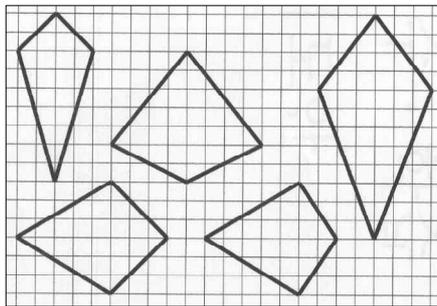
표에서 알 수 있는 바와 같이, 예비교사들이 연꼴 개념지도를 위해 이용한 예의 개수는 평균 3.779개였다. 제시된 예의 정례와 비례의 비율은 약 5.6:4.4로 정례의 수가 조금 더 많았음을 알 수 있다.

개념 지도에서 예를 가장 많이 제시한 경우는 11개였으며 이 중 정례가 3개, 비례가 8개였다. 반면에 개념을 정의할 때 하나의 예만 제시한 경우도 있었다. 이런 경우는 대부분 교사가 먼저 연꼴 개념을 정의한 후 이를 바탕으로 연꼴을 찾아보는 방식으로 수업을 전개한 경우였다.

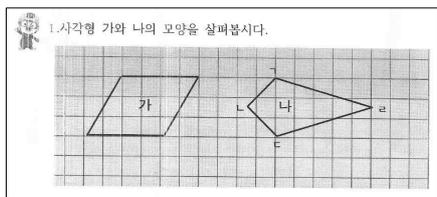


[그림 III-19] 연꼴 개념지도를 위한 예 1

효과적인 개념지도를 위해서는 가능한 다양한 예들을 제시해야 한다. 위 그림에 제시된 3개의 정례 중에 2개는 연꼴의 전형적인 예가 아닌 마름모임을 알 수 있다. 정례를 제시하는 경우에도 수학적 다양성의 원리를 적용하여 개념의 본질적인 속성은 남겨둔 채 비본질적인 속성은 다양하게 변화시킴으로써 개념의 추상을 돕는 것이 필요하다. 이와는 반대로, 비본질적인 속성들이 변화되지 않고 고정되어 제시되는 경우 학생들은 잘못된 개념을 구성할 가능성이 있다. 다음 그림에 제시된 예들은 연꼴에서 네 변의 길이가 같은 경우를 배제함으로써 마름모와의 관련성을 잘 드러내지 못하고 있다.



[그림 III-20] 연꼴 개념지도를 위한 예 2



[그림 III-21] 연꼴 개념지도를 위한 예 3

마찬가지로 개념학습을 위해 제시된 예의 수가 충분하지 못한 경우에도 학습자는 잘못된 개념을 추상할 수 있다. 실제로 전체 77명의 예비교사 중에서 39명(50.64%)이 2개 이하의 예를 이용하여 개념지도를 하려고 하였다. 따라서 학습지도를 위한 예를 선택할 때는 주의를 기울여야 한다.

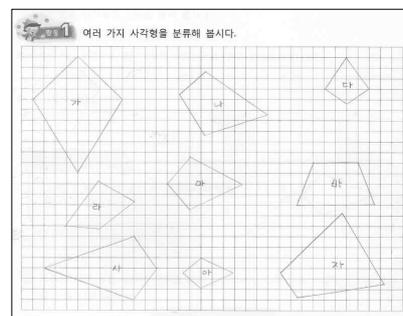
나. 개념지도를 위해 활용한 자료 유형

효과적인 연꼴 개념지도를 위해서 예비교사들은 다양한 자료들을 이용해서 예를 제시하였다. 예비교사가 활용한 자료들을 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 III-3> 예 제시에 활용한 자료

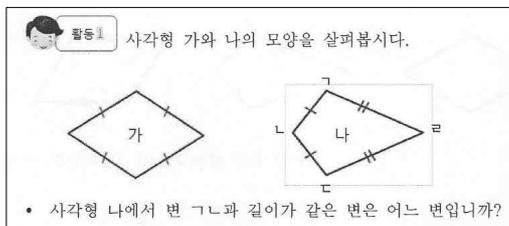
표상	사례 수(명)	비율(%)
도형그림	21	27.27
실물사진	3	3.90
구체물	1	1.30
도형그림 실물사진	28	36.36
도형그림 구체물	18	23.38
도형그림 실물사진 구체물	5	6.49
기타	1	1.30
계	77	100

예비교사들이 학생들에게 예를 제시하면서 가장 많이 활용한 자료는 도형그림이었다. 전체 조사대상 예비교사의 94.8%인 73명이 도형그림을 이용하여 예를 제시하였다.



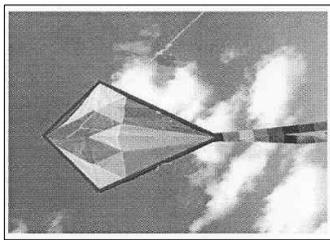
[그림 III-22] 도형그림을 이용한 예 제시

도형그림을 활용함에 있어서 예비교사들은 몇 가지 오류를 보이기도 했다. 조사대상 예비교사들이 보인 가장 대표적인 오류는 연꼴을 제시하면서 이웃하는 두변의 길이가 같다는 것을 그림 위에 표시한 것을 들 수 있다. 이런 오류는 조사대상 예비교사 77명 중 30명(38.9%)에게서 찾아볼 수 있었다.



[그림 III-23] 도형그림 제시에서의 오류

연꼴 개념지도를 위해서 도형그림 이외에 예비교사가 예를 제시하기 위해서 이용한 자료는 실물그림이었다. 전체 조사대상 예비교사의 46.8%인 35명이 실물사진을 제시하여 연꼴의 개념을 추상할 수 있도록 예를 제시하였다.



[그림 III-24] 실물그림을 이용한 예 제시

도형그림, 실물사진 이외에 개념지도를 위해서 예비교사들이 활용한 자료는 구체물이 있다. 전체 조사대상 예비교사의 31.2%인 24명이 개념지도를 위해서 구체물을 활용하였다. 이들이 활용한 구체물 자료에는 지오보드, 칠교판, 색종

이 등이 있었다.

다양한 예를 제시하기 위해서 도형그림, 실물사진, 구체물을 모두 활용한 예비교사는 5명으로 전체의 6.5%뿐이었다. 반면, 도형그림이나 실물사진, 구체물 중 한 가지 유형의 자료만을 이용해서 예를 제시한 경우는 25명으로 전체의 32.5%였다. 학생들의 개념 구성을 돕기 위해서는 가능한 다양한 자료를 활용해서 예를 제시하는 것이 필요하다. 비록 1명이기는 했지만 학생들에게 어떤 자료도 제공해 주지 않은 경우도 있었다. 이는 개념구성을 위해서는 가능한 다양한 유형의 자료를 활용하는 것이 효과적이라는 것은 알고 있지만 과제수행과정에서는 이를 적절히 적용하지 못한 것으로 생각된다.

## V. 결론 및 논의

본 연구는 초등예비교사들에게 교사교육기간 중에 구성된 다양한 MKT를 실제로 적용할 수 있는 과제를 제시한 후 그들이 보인 반응을 분석하여 교사교육에 대한 시사점을 얻고자 하였다. 이를 위해서 초등예비교사들에게 초등학교에 연꼴 개념을 도입하여 지도할 때, 적절한 개념지도의 시기 및 그 이유를 기술한 후 실제로 개념을 지도하기 위한 교재와 수업지도안을 작성하도록 한 후, 반응을 분석하였다. 이를 통해서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 연꼴 개념의 지도 및 도입 시기에 대해 조사대상 예비교사의 94.8%가 4학년 2학기 4단원이 적합하다는 반응을 보였고, 도입차시에서는 4차시가 39%로 가장 높게 나타났다. 4차시를 선택한 이유는 사다리꼴, 평행사변형, 마름모의 개념적 관련성을 유지하면서 연꼴과 마름모 간의 관련성을 학습하기에 가장 적합하다고 판단했기 때문이다. 기존에 지도되던 사각형 개

념들의 연계성을 그대로 유지하는 방안으로 1차시에 연꼴을 지도하는 방안과 대각선 학습이 끝난 7차시에 도입하는 방안도 있었다.

둘째, 연꼴 개념지도를 위해서 예비교사들이 활용한 예는 평균 3.779개로 4개에도 미치지 못했다. 정례와 비례의 활용 비율은 5.6:4.4로 정례의 활용비율이 다소 높았다. 개념학습을 돕기 위해서는 다양한 예들이 제공되어야 함에도 불구하고 실제로 연꼴 개념의 지도를 위해서 제시한 예는 충분하지 못했다.

셋째, 연꼴 개념지도를 위해서 예비교사들이 활용한 자료는 도형그림, 실물사진, 구체물이 있었으며 이중 도형그림의 활용비율이 94.8%로 가장 높았으며, 세 가지 자료를 모두 활용한 비율은 6.49%에 지나지 않았다.

넷째, 연꼴 개념지도를 위해 자료를 제시하면서 초등교과서에서 사용하지 않은 방법으로 등변, 평행을 표시하는 경우가 있었다. 이는 교과서에서 제시된 자료제시 방법에 대한 이해가 부족한 것에서 기인한 것으로 보인다.

과제에서 보인 예비교사들의 반응결과를 바탕으로 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있었다.

첫째, 초등수학교사 양성과정에서는 MKT의 구성도 중요하지만 구성된 MKT를 적용할 수 있는 기회도 제공해야만 한다. 수학지도를 위한 지식 중 상당 부분이 실제로 적용해야 의미를 이해할 수 있는 것들이다. 따라서 예비교사들에게 그들이 구성된 MKT를 실제 문제에 적용할 수 있는 기회를 제공해야 한다.

둘째, MKT의 적용을 위한 과제를 제공하기 전에 예비교사가 과제와 관련된 MKT를 가지고 있는지를 미리 평가한 후 과제를 수행하는 것이 필요하다. 본 연구에서의 연구대상자들은 3학년 1년간 수학교육관련 강의를 수강했지만 이들이 실제 구성된 MKT가 무엇인지를 정확히 파악하지 못했다. 따라서 MKT 적용과제를 제시하기

전에 미리 관련 지식을 구성하고 있는지를 확인하는 것이 필요하다.

## 참고문헌

- 곽병선(2001). 교실교육의 개혁과 교사의 수업 전문성. **한국교사교육**, 18(1), 5-13.
- 김현미·류희수(2012). 분수와 소수 관련 초등 예비 교사들의 PCK 실태 분석. **교과교육학 연구**, 16(1), 197-229.
- 박만구(2010). 초등 수학교과서의 삼각형의 개념에 대한 예 공간의 분석. **한국학교수학회논문집**, 13(1), 143-161.
- 서관석·전경순(2000). 예비 초등 교사들의 분수 연산에 관한 내용적 지식과 교수학적 지식 수준에 대한 연구. **수학교육학연구**, 10(1), 103-113.
- 송근영·방정숙(2008). 소수연산에 관한 예비초등교사의 교수내용지식 분석. **한국초등수학교육학회지**, 12(1), 1-25.
- 유현숙(2002). 교사교육에 대한 새로운 요구와 방향. **한국교사연구**, 19(3), 127-145.
- 최철영(1978). 삼각형과 사각형의 분류. **수학교육**, 16(2), 1-6.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing using mathematics. In J. Boaler (Ed.), *Multiple Perspectives on Teaching and Learning Mathematics* (pp.83-104). Westport, CT: Ablex.
- Ball, D., Bass, H., Sleep, L. & Thames, M. (2005). A theory of mathematical knowledge for Teaching. Work-Session presented at the 15th ICMI study conference: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. Águas de Lindóia, Brazil

- Ball, D.L., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Paper presented at the 43rd Jahrestagung fur Didaktik der Mathematik, Oldenburg, Germany.
- Ball, D.L., Hill, H. (2009). The curious - and crucial - case of mathematical knowledge for teaching. *Phi Delta Kappan*, 91(2), 68-71.
- Ball, D. L., & McDiarmid, B.(1988). Research on teacher learning: Studying how teachers' knowledge changes. *Action in Teacher Education*, 10(2), 17-23.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389 - 407.
- Bills, L., Mason, J., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). RF02: Exemplification: The use of examples in teaching and learning mathematics. In J. Novotná, H. Moraová M. Kráká & N. Stehlíová (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 125-154). Prague: PME.
- Borko, H., & Putnam, R. T. (1996). Learning to teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 673 - 708). New York, NY: Macmillan.
- Brady, J., & Broadbent, C. (2012). The "Down South Program"-Mutualism in university school partnerships. WACUHO Annual Conference & Exposition 2012 Refereed Paper - Discussion Paper.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 385-401.
- Dienes, Z. (1960). *Building up mathematics* (4th ed.). London: Hutchinson Educational.
- Fenstermacher, G. D. (1994). The knower and the known: The nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education*, 20, 3-56.
- Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *PCK and science education* (pp. 3 - 17). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.
- Hammerness, K., Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (2005). How teachers learn and develop. In L. Darling-Hammond & J. Bransford (Eds.), *Preparing teachers for a changing world* (pp. 358 - 389). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58, 47 - 61.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., et al. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*,

- 26, 430 - 511.
- Joyner, J., & Reys, B. (2000). Principles and Standards for school mathematics: What's in it for you? *Teaching Children Mathematics*, 26-31.
- Meijer, P. C., de Graaf, G., & Meirink, J. (2011). Key experiences in student teachers' development. *Teachers and teaching: theory and practice*, 17(1), 115-129.
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491 - 529.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ng, D., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012). Translating and Adapting the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) Measures: The Cases of Indonesia and Norway. *The Mathematics Enthusiast*, 9(1&2), 149-178.
- Niemi, H. (2002). Active learning: A cultural change needed in teacher education and schools. *Teaching and Teacher Education*, 18, 763 - 80.
- Putnam, R.T., & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29, (1), 4-15.
- Putnam, R.T., & Borko, H. (1997). Teacher learning: Implications of new views of cognition. In B. J. Biddle, T. I. Good & I. F. Goodson (Eds.), *International handbook of teachers and teaching* (pp. 1223-1296). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Reynolds, W. M., Miller, G. E., & Weiner, I. B. (2003). Handbook of Psychology. Vol. 7, Educational Psychology. John Wiley & Sons, Inc.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(1), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Skemp, R. (1969). *The psychology of learning mathematics*. Harmondsworth, UK: Penguin.
- Tryggvason, M. T. (2009). Why is Finnish teacher education successful? Some goals Finnish teacher educators have for their teaching. *European Journal of Teacher Education*, 32(4), 369 - 382.
- Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D., & Willmore, E. (2008). The classification of quadrilaterals: a study of definition. Charlotte, NC: Information Age Pub.

# Analysis of Pre-service Elementary School Teachers' Responses to MKT Applying Task – Focused on Kite

Kwon, Sungyong (Gongju National University of Education)

The purpose of this study was to investigate the responses of pre-service elementary school teachers to the task that require to apply mathematics knowledge for teaching and from this investigation to draw some conclusions about teacher education.

To do the study, task was to develop teaching materials and devise lesson plan for introducing the concept of plain figure 'kite'.

For gathering data, 77 pre-service elementary school teachers were selected from the University of Education located in G city.

Several conclusions were drawn as follow: first, task for applying MKT is needed to check whether pre-service teachers can apply. Second, assessment is needed to check what kind of MKT do pre-service elementary school teachers have.

\* key words : Mathematical Knowledge for Teaching(교수를 위한 수학적 지식), Pedagogical Content Knowledge(교수학적 내용지식), Pre-service Teacher(예비교사), Kite (연꼴), Example(예)

논문접수 : 2012. 5. 10

논문수정 : 2012. 5. 30

심사완료 : 2012. 6. 8