대한수학교육학회지 <학교수학> 제 14 권 제 2 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.14, No.2 213-232. June. 2012

# 중학교 함수 단원의 수학과제 분석[1)]

홍 창 준* · 김 구 연**

교과서에서 제시된 수학과제, 특히 함수 영역에서의 그것이 학생들이 일상생활에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있게 하는 기회를 갖도록 하는지 알아보기 위하여 Smith & Stein (1998)이 제안한 수학과제 분석틀에 따라 중학교 교과서의 함수 단원에 포함된 수학과제를 분석하였다. 분석 결과, 중학교 교과서의 함수 단원에 거의 대부분의 수학과제가 Low Level인 것으로 나타났다. 학년별 구성을 보면 High Level 수학과제의 분포가 학년이 올라갈수록 줄어들고 있음을 알 수 있었다. 교과서에서 포함된 대부분의 수학과제가 알고리즘적이고 간단한 절차만을 이용해서 해결할 수 있는 방법으로 정답을 찾아내도록 유도하는 과제만 제시된 것으로 나타났다. 또한 대부분의 High Level 과제는 교과서 본론에 위치하여 전개상 내용의 주가 되는 것이 아니라 단원을 마무리하는 뒷부분 혹은 중간에 간혹 제시되는 특이사항 부분에 포함되는 것으로 나타났다.

## I. 서론

교육과정은 실제 학교 현장에서 교사에 의해서 학생들에게 실행된다. 이 때 교사는 교실수업을 위해서 선정된 교육과정 자료들을 읽고 해석하고 시행하는 사람이다(Remillard, 1999, 2005; Remillard & Bryans, 2004; Stein, Remillard & Smith, 2007). 즉, 교사는 교육과정을 학생들에게 전달하는 '최종 실행자'인 매개체의 역할을 하며 교육내용과 학습활동을 체계적으로 학생들에게 제시한다. 교사는 이를 가르치기 위하여 중요한 학습 자료를 선택하게 되는데 그것이 바로 교과서이다. 교과서의 의미를 학교상황에만 국한하여 생각해 본다면, 교육과정과 수업활동(classroom activity)을 연결해주는 매개체이다(Schmidt, McKnight, & Raizen, 2002). 수학 교과서는 수학과 교육과정에 담긴 내용을 수학 교수 · 학습에서 활용할 수 있도록 구체화시킨 자료이므로 보다 실질적인 교수 · 학습에 대한 아이디어를 제공해야 한다(박경미, 임재훈, 2002). 여러 연구자들은 교과서에 담겨진 교육과정이 학습과 교습에 큰 영향을 끼친다고 주장한다(Reys, Reys & Chávez, 2004; Schmidt, McKnight, Houang, Wang, Wiley, Cogan & Wolfe, 2001; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang, 2002). 나아가 교과서에 포함된 교육과정을 어떻게 구체화하여 수업에 적용되는 지에 대한 연구를 통해 교사가 주된 학습 내용을 이해하는데 도움을 주고 교사의 교수 방법 또한 향상시킨다고 밝혔다(Ball & Cohen, 1996; Reys, Reys, Barnes, Beem, & Papick, 1997).

수학 교과서에는 각 단원마다 많은 수학과제

* (hongidol@nate.com)
** 서강대학교 (gokim@sogang.ac.kr), 교신저자
1) 이 연구는 2010년도 서강대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임.

가 제시되어있는데 교사는 이를 어떻게 학생들에게 표현하고 가르칠지 고민하게 된다. 따라서 제시된 수학과제는 수학 교과서 선택에 지대한 영향을 미친다. 미국수학교사협의회(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM])(2000)에서는 교과서에 포함된 수학과제의 역할을 다음과 같이 기술한다.

> 좋은 수학과제는 학생들이 각각의 단락 및 문맥 안에서 기술을 개발시키는데 도움을 준다. 학생들이 수학적으로 추론하고 의사소통하게끔 만드는 수학과제는 학생들이 문제를 해결할 수 있는 능력을 증진시키고 그들 간의 연결성을 생성하는 것에 더욱 효과적이다. 또 좋은 수학과제는 수학 개념과 기술들로부터 수학적 사고력을 분리시키지 않는데 이런 것들은 학생의 호기심을 끌어내고 그들이 추측하고 그들의 직관(hunches)을 자극하도록 안내한다. 결과적으로 수업시간에 학생들에게 수학과제를 해결하는데 필요한 전략을 추론하는 경험을 제공하고 대안들의 장단점 그리고 특정한 해결법을 찾는데 도움을 주는 등, 활발한 토론 분위기가 연출되도록 도와준다. 따라서 교사의 중요한 책무는 효과적인 수학과제를 적절히 선택하고 개발하는 것임을 부정할 수 없다. 이런 것들은 학생들이 수학적인 이해, 흥미, 그리고 또 수학적인 성향을 발달시키는데 큰 기회를 주기 때문이다(NCTM, 2000).

교과서에서 제시된 수학과제, 특히 함수 영역에서의 그것이 학생들이 일상생활에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있게 하는 기회를 갖도록 하는지 알아볼 필요가 있다. 구체적으로 교과서에 나타난 수학과제를 인지적 노력수준(cognitive demand)을 기준으로 어떻게 분류할 수 있는지 즉, 각각이 차지하고 있는 비중은 어떠한지 살펴보려고 한다. 이러한 목적을 위하여 구체적으로 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 2007년 개정 교육과정의 중학교 교과서 함수 단원에 제시된 수학과제를 Smith & Stein(1998)이 제안한 수학과제 분석틀에 따라 분석했을 때 인지적 노력수준은 어떠한가? 둘째, 인지적 노력수준으로 분석한 수학과제는 학년에 따라서 어떠한 차이를 보이는가?

## Ⅱ. 이론적 배경

학교 수학에서 함수를 지도하는 목적은 학생들이 “수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기르기 위함이다”(교육인적자원부, 2007, p. 104). 또 여러 가지 사물을 상황에 맞게 일정한 규칙성을 관찰하여 함수의 관점으로 파악하는 것이다. 이러한 경험을 통해 수학적인 사고를 신장할 수 있다. 자연에서 일어나는 현상에서 규칙성을 찾아 표나 그래프 혹은 수학식으로 나타내어보고 논리적으로 참, 거짓을 예측해 보는 것은 수학적 사고 신장에 도움을 준다.

이와 같이 함수 개념은 학생들이 일상생활을 영위해 가는데 흔히 접하는 것으로 수학뿐만 아니라 사회과학과 자연과학 분야를 전공하려는 학생들에게 필수적이라고 할 수 있다. 그러므로 함수 지도는 학교 교육 전반을 통해 더욱 강조되어야 한다. 또한 이는 간단한 수와 도형의 배열에서 규칙성을 찾는 것뿐만 아니라 자연, 물리, 사회적인 여러 가지 현상에서 함수적 관계를 인식하고 함수에 관련된 기본적 지식을 활용하는 것을 포함해야 한다.

대부분의 수학 교과서는 수학 개념을 설명하는 도입부와 중점적으로 내용을 전개하고 수학과제를 해결해보는 중심부, 마지막으로 단원을

정리하는 복습단계로 구성되어 있다. 각 단계에 걸쳐 수학과제도 다양하기 마련인데 모든 수학 과제가 학생들의 학습에 도움을 주는 것은 아니다. 어떤 과제는 규칙이나 절차의 단순 암기에 초점을 맞추는 반면 어떤 과제는 학생들을 다양한 형식의 사고와 추론에 노출시키려고 한다. NCTM(1991)에 의하면 학생들에게 학습기회가 단순히 주어진다고 해서 학습이 일어나지 않는다. 흔히 그룹 활동을 시키고 구체적인 조작물을 이용하게 하고 계산기를 사용하도록 하지만 이런 활동만으로 학습이 일어나지 않는다. 만약에 수학과제가 간단한 암기만을 요하는 것이라면 학생들은 오직 한 가지의 기회를 얻을 것이다. 반면에 개념과 연관 지을 수 있는 수학과제, 학생들에게 의미를 주는 과제, 수학적 아이디어와 관련된 과제들은 학생들에게 다방면의 기회를 주는데 이것은 수학을 사용한 정보를 다른 사람과 교환하는 능력, 실생활 혹은 다른 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력 그리고 서로 다른 학문적 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력, 학생 개인의 성향과 자신감을 표출하게 해주는 등 수학적인 면에서 학생들을 발달시키게 된다. NCTM(2000)은 수업에서 수학과제를 택하는 것은 교사의 중요한 역할 중 하나라고 지적하며, 바람직한 수학과제는 학생들의 이해와 관심을 반영하며 문제 해결력, 수학적 추론, 수학적 의사소통 등을 촉구시키는 기회를 제공한다고 언급하고 있다.

수학 과제란 "특정 수학적 개념에 대하여 학습자의 관심을 집중시키기 위한 하나의 수업활동"(Stein, Grover & Henningsen, 1996, p. 460)을 의미하며 "특정한 수학적 아이디어 개발에 기여하는 수업활동의 일부분"(Stein & Smith, 1998, p. 269)으로 정의할 수 있다. 본 연구에서는 수학 과제를 교실 상황에서 이루어지는 수학학습 활동 중에서 학습자의 수학적 이해를 목적으로 하는 구체적인 활동이라고 포괄적으로 명한다. 구체적으로는 학생들이 수업 시간에 다루게 될 교과서의 문제를 일컫는데 같은 문항 속에 포함되지 않는 문제이더라도 같은 수학적 개념이 필요한 경우, 비슷한 절차를 이용해야 하는 경우, 문제의 형태가 다르지 않고 단지 숫자만 바뀐 경우, 즉 수학적 내용상 같은 유형이면 하나의 수학 과제로 간주한다.

수학과제(mathematical tasks)는 학생들이 수학을 학습할 때 매우 중요한 역할을 한다. 왜냐하면 "수학과제는 수학이 무엇이고 Doing Mathematics가 어떤 의미를 포함하는지에 대한 메시지를 전달하기 때문이다"(NCTM, 1991, p. 24). 그리고 학생들에게 수학을 개념적으로 생각할 기회를 제공하고 그 속에서 상호간에 연결성(connections)을 발견할 수 있도록 도와준다(Stein & Smith, 1998). 따라서 인지적으로 낮은 수준의 수학과제에만 집중하는 것은 수학이 무엇이고 그것이 어떤 작용을 하는지에 대하여 제한된 이해만을 제공할 수 있다. 게다가 이런 종류의 수학과제에 대한 지나친 믿음(overreliance)은 규칙과 절차를 일반적으로 적용하는데 한계를 느끼게 하고 특정한 규칙과 절차가 어떤 다양한 상황에서 과연 적절하게 도입된 것인지 판단하는 것을 어렵게 만들 수 있다(NCTM, 1989). 그리하여 "인지적으로 수학과제를 분석하는 것의 중요성이 부각되면서 수학적 과제를 유형화 시키려는 시도가 나타났다"(이미연, 오영열, 2007, p. 396).

수학과제 분석틀은 과제의 수준을 판단하는 잣대인 것만은 아니다. Stein & Smith(1998)에 따르면 "수학과제 분석틀은 단순히 엄격한 처방만을 내리는 도구가 아니라 오히려 반성을 위한 도구이다. 수학과제 분석틀이 잘 사용된다면 학생들이 수업 중에 무엇을 하고 무엇을 생각하고 있는지 잘 파악할 수 있는 기준이 된다"(p. 274)

고 주장했다. Stein & Smith는 수학과제 분석틀(Task Analysis Guide)을 제안하였다. 이 분석틀에 따르면 수학과제는 학습자의 인지적 노력 수준에 따라서 달라진다. Stein & Smith(1998)에 따르면, 수학과제는 크게 낮은 수준(Low-Level)과 높은 수준(High-Level)으로 나누어지며 낮은 수준의 과제는 다시 암기 과제(Memorization Tasks)와 절차에 대한 의미나 이해 없이 절차적 지식을 활용하는 과제(Procedures Without Connections Tasks [PNC])로 분류되고, 높은 수준에서는 절차에 대한 의미나 이해를 바탕으로 절차적 지식을 활용하는 과제(Procedures With Connections Tasks [PWC])와 Doing Mathematics Tasks [DM]로 구분된다.

높은 수준의 수학과제는 낮은 수준의 그것보다 많은 인지적 노력을 필요로 한다. 즉 과제를 해결하는데 더 많은 수고와 시간이 필요하다는 뜻이다. Memorization Tasks에서는 특별한 절차나 응용이 필요 없고 Procedures Without Connections Tasks에서는 보통 적용할 절차가 주어지며 그 과정이 굉장히 단순하다. Procedures With Connections Tasks는 앞서 제시된 것들과는 달라서 절차가 주어지더라도 다양한 과정을 생각할 수 있고 수학적인 개념과 근본적으로 연관된다. Doing Mathematics Tasks에서는 더 나아가 수학적 개념을 연결 짓고 문제를 해결하는데 단계를 탐구하고 이해하도록 한다. 그러므로 수학과제의 인지적 노력 수준은 학생들이 얼마나 수학적으로 이해하고 있는지에 영향을 미친다.

수학 교과서가 바람직한 수학과제로 구성되어 있는지 분석하는 것은 중요하다. 홍미라, 차인숙(2005)에 따르면 교과서는 수학수업에서 가장 중심이 되는 교재이므로, 교과서의 질 향상을 위해서라도 교과서의 체제 및 분석은 매우 중요한 연구가 될 것이라 하였다. 그리하여 107편의 논문을 분석한 결과 국제간 교과서 비교 분석논문이 가장 큰 비중을 차지하였고, 교육과정에 따른 교과서 비교 분석 논문이 그 다음, 학습 내용에 따른 교과서 비교 분석 논문이 뒤를 이었으며, 마지막으로 그 외의 주제에 대한 비교 분석 논문이 분포를 이루고 있음을 밝혀냈다. 최근 교과서를 분석한 이승택(2009)은 2007년 개정 교육과정 수학 교과서에서 수와 연산 영역을 분석하였다. 하지만 교과서의 외형(크기, 색채, 두께, 화보 등), 단원의 구성 체계, 교과서에 제시된 여러 용어와 기호, 문제와 읽기 자료 배치 위치, 교과서의 집필자 수 등에 초점을 맞추어 교과서의 질적인 측면은 덜 강조하고 있는 것으로 보인다.

이에 비해, 김홍기(2001)와 최인숙(2010)은 교과서의 질적인 측면을 연구하였다. 최인숙(2010)은 학생들이 이해를 바탕으로 수학을 학습하고 또 수학적 사고력과 흥미를 유발하는 방법으로 배우고 있는지를 알아보기 위해서 중학교 1학년 수학교과서를 Skemp의 이론에 비추어 분석하였다. 관계적 이해와 도구적 이해로 분류한 것이 그 방법이다. 하지만 특별히 검정된 틀로 연구를 진행하지 않은 점이 아쉽다. 김홍기(2001)는 "잘못된 제조 과정에 의해 만들어진 잘못된 공산품은 버리면 되지만, 잘못된 교육으로 형성된 사람들은 공산품 같이 버릴 수 없는 것임을 명심해야 한다"(p. 150) 고 언급하며, 교과서는 충분한 연구와 실험을 거쳐 만들어져야 한다고 주장한다. 7차 교육과정의 문제점과 그 교육과정에 따른 교과서 심사의 문제점을 제시하며 근본적인 원인을 밝히려고 노력하였고, 수학적인 개념과 정리의 표현과 교과서 속 배치 순서를 설명하였다. 하지만 이 또한 학생이 수학을 학습하는 과정에 있어서 직접적인 과제 분석이 아니라는 한계가 남는다.

Son & Senk(2010)는 미국의 *Everyday Mathematics* [EM]와 한국의 7차 교육과정 [KM]의 교과서에서 분수의 곱셈과 나눗셈을 비교 연구하였다.

두 교육과정에서의 교과서는 모두 개념적 이해와 절차적 능숙함을 발달시킬 수 있는 기회를 제공하고 있지만 EM에서는 절차적 이해가 먼저 발달되고 절차적 능숙함(proficiency)이 나중에 따라오도록 지도한다는 것이고 이와 반대로 KM에서는 그것들이 동시에 발달되도록 계획되어 있는 것이다. 대부분의 분수의 곱셈과 나눗셈의 과제는 절차적 이해만 요구하는데 KM에서 다단계로 계산하는 문제가 더 많이 나타나고 응답하는 유형도 더 다양하다. 그리고 EM과 KM사이에는 다소 다른 계산 방법이 포함되어 있다. EM은 부분적, 가분수를 사용하는 방법으로 계산을 하고 있지만 KM에서는 각 연산에 대하여 추가적인 계산 방법을 소개한다. KM은 EM보다 더 다양한 연산의 의미를 제시하는데 분수의 곱을 해결할 때 다양한 표현과 문제해결력, 개념적 이해와 추론을 이용하도록 한다. 그리고 과제에 대한 응답도 더 다양하게 제시되어서 KM이 포함하는 수학과제가 EM보다 더욱 도전 의식을 북돋우는 과제일지도 모른다는 것을 암시한다. 이 연구는 EM과 KM 교과서의 많은 문제들이 현실과는 관련성이 없는 문제들로 구성되어 있음을 지적한다. 이러한 연구 결과는 Senk, Beckmann & Thompson(1997)의 연구 결과와도 일치한다. 그들은 어떤 도구로 학생들을 평가해야하고 이런 평가도구를 이용하여 어떤 방식으로 학생의 성적을 평가해야하는지 연구하였다. 그들은 NCTM에서 제시한 평가와도 어떤 점이 일치하고 또 불일치한지 알아보려 했지만 연구 결과는 실제 수학 교실과 동떨어진 방식으로 평가하고 있다고 설명했다. 한 예로 “교사가 사용한 평가 유형 중 테크놀로지 사용은 그 영향력이 다소 부족해서 수학이 학생들이 알고 싶어 하는 것, 하고 싶어 하는 것들을 제때 반영하지 못한다고 설명했다”(Senk, Beckmann & Thompson, 1997, p. 210).

김구연(2010)과 Özgeldi & Esen(2010)은 교과서에 포함된 수학과제를 Smith & Stein(1998)이 제시한 수학과제 분석틀을 가지고 인지적 노력 수준으로 분류하여 연구했다. 김구연(2010)은 초등학교 3학년 교과서에서 다루는 덧셈과 뺄셈의 과제를 분석틀에 따라 분석하고 더 나아가 교사용 지도서를 분석하여 교과서를 얼마나 적절하게 뒷받침하고 있는 수업자료인지를 연구하였다. 연구결과 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해서 교과서를 뒷받침해주어야 하는 교사용 지도서여야 함에 불구하고 교사의 교수법에 도움이 되지 못하였고 또한 교사가 학생의 반응을 예측할 수 있도록 하는 일종의 가이드 역할도 하지 못했다. Özgeldi & Esen(2010)은 터키의 6-8학년 학생의 수학 교과서를 가지고 42명의 예비교사(교사 지망자)에게 미리 교육을 시킨 후 같은 분석틀을 가지고 모든 과제를 분석하게 했다. 또한 김구연(2010)은 제7차와 2007년 개정 교육과정 초등 교과서를 비교분석하였는데, 그 결과 Procedures With Connections Tasks로 분류된 비율이 61%에서 36%로 감소하였음을 보여준다. Özgeldi & Esen(2010)이 실시한 6-8학년 학생의 터키 수학교과서 연구 결과는 55,3%의 설명 과제(explanation tasks)와 64,6%의 평가 과제(assessment tasks)로 각각 결과를 나타내어 인지적으로 낮은 수준의 과제의 분포가 더 높은 것을 보여주었다. 그러나 교과서가 담는 과제의 질 자체, 즉 과제가 담고 있는 인지 수준이 학생이 받아들이는 지식의 질을 그대로 반영한다고 주장하지는 않았다. 교사가 교육과정과 학생들 사이의 매개체로서 수학적인 내용 혹은 수학적인 지식의 성장을 꾀하는 것의 중심이라는 것도 그들 연구 결과의 공통점이다.

인지적으로 높은 수준의 수학과제가 항상 학생들의 수준향상을 보장하는 것은 아니다. 그러나 낮은 수준의 수학과제가 높은 수준의 지

식 습득을 만들어낼 수는 없기 때문에 인지적으로 높은 수준의 수학과제가 학생들의 수학실력 향상에 필요조건이 된다(Stein, Grover & Henningsen, 1996).

## III. 연구 방법

이 연구를 위하여 2007년 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 5종을 선택하여, 함수 단원에 포함된 수학과제를 수학과제 분석틀(Stein & Smith, 1998; Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000)에 따라 분석하였다. 그 과정을 통해 중학교 교과서 함수 단원에 제시된 수학과제들의 인지적 노력 수준은 어떠한지 그리고 그 수학과제들의 인지적 노력 수준이 학년에 따라서 어떠한 차이를 보이는지 밝히고자 하였다.

수학 교과서를 출판하는 각 출판사에서 만들어진 국・검정 교과서 중 5종을 택했다. 개인적으로 주변에서 구하기 쉬운 교과서를 임의로 선정했다. (주)교학사, 두산동아, 비유와 상징, (주)지학사, 천재문화가 그 대상으로 2007년 개정 교육과정에 따라 구성되었으며, 각 교과서에서 함수 단원만을 택하여 본 연구의 대상으로 정했다. 편의상 (주)교학사, 두산동아, 비상교육, (주)지학사, 천재문화 교과서를 임의대로 A, B, C, D, E로 각각 표기하였다. 본 연구는 5종의 각 교과서에서 문항들을 출판사마다 추출하였고, 각 교과서들은 각기 서로 다른 구성을 띄고 있다. 하지만 교과서는 교육과정에 부합하여 집필되므로 전체적인 학습구성요소는 거의 같다고 할 수 있다.

2007년 개정 교육과정 5종의 교과서에서 함수 단원만을 선택하였다. 전체 397개의 수학과제를 분석하였고 교과서마다 수학과제 개수는 <표 III-1>과 같다. 각 교과서에는 저마다의 기준과 그에 따른 항목의 이름으로 많은 수학과제를 포함하고 있다. 각 수학과제를 인지적 노력 수준에 따라서 체계적이고 일관성 있게 분석하기 위하여 교과서 구성을 참고하며 다음과 같이 기준을 세워 적용하였다. 첫째, 수학적인 개념을 설명하기 위하여 도입한 첫 예제는 수학과제로 간주하지 않는다. 둘째, 직전학년까지 학습한 내용을 복습하는 문항의 경우 현재 연구하는 단원이 아니므로 수학과제로 간주하지 않는다. 셋째, 개념 설명 후 제시된 예제와 그 뒤를 따르는 문제의 경우 숫자만 바뀐 같은 유형인 확률이 크다. 이럴 때에는 하나의 수학과제로 통합하여 생각한다. 넷째, 하나의 문제가 여러 개의 소 문제로 구성되는 경우에 문제 성격에 따라서 한 가지 혹은 그 이상으로 과제를

<표 III-1> 교과서별 수학과제 개수

| 과제유형 / 교과서 | 중1 | 중2 | 중3 | 총계 |
|---|---|---|---|---|
| A | 27 | 27 | 23 | 77 |
| B | 23 | 29 | 22 | 74 |
| C | 32 | 41 | 41 | 114 |
| D | 14 | 27 | 22 | 63 |
| E | 17 | 28 | 24 | 69 |
| 5종 교과서 | 잘못된 계산식 | 잘못된 계산식 | 잘못된 계산식 | 잘못된 계산식 |

분류한다. 예를 들어 지문이 먼저 주어지고 소 문제들이 그것의 해석을 필요로 하면 전체를 하나의 수학과제로 분류한다. 하지만 소 문제끼리 관련이 없는 유형일 경우에는 두 가지 이상의 과제로 분석할 수 있다. 다섯째, 중단원 혹은 대단원을 마무리하는 복습 유형의 문제의 경우 같은 개념, 맥락을 사용하는 문제인 경우에만 통틀어 하나의 수학과제로 분석하고 그렇지 않을 경우 모두 다른 수학과제로 간주한다.

위 기준을 토대로 교과서 사본을 가지고 5종 교과서의 모든 과제를 유형별로 분석하였다. 하나의 수학과제로 분류할 수 있는 문제끼리 수집하고 분석표를 만들어 문제가 위치해있는 쪽수, 문제번호 그리고 과제의 특징을 기입하였다. 쓰인 특징마다 수학과제 분석틀과 비교하여 네 가지 유형(Memorization Tasks, Procedures Without Connections Tasks, Procedures With Connections Tasks, Doing Mathematics Tasks) 중 한 가지를 선택하였다. 보다 객관적으로 검토하기 위하여 학년별로 분석했다. 교과서 구성은 다를지라도 내용적인 면은 일치하기 때문에 학년별 학습내용을 한 눈에 확인하고 오랫동안 기억할 수 있기 때문이다. 수학과제 분석틀로 분석 과정을 거친 후 결과의 신뢰성을 높이기 위하여 전체 수학과제의 약 20%의 수학과제를 두 저자가 각각 분석하였고 92%의 일치된 분석 결과를 얻게 되었다. 일치하지 않은 과제는 협의 과정을 거친 후 합의하였다.

# Ⅳ. 연구 결과

## 1. 수학과제의 인지적 노력 수준

5종 교과서의 함수 단원 수학과제를 수학과제 분석틀에 따라 분석한 결과는 다음과 같다. <표 IV-1>에서 볼 수 있듯이 총 397개의 수학과제의 높은 수준, 낮은 수준의 과제 비율은 각각 5%(19/397)와 95%(378/397)로 나타났다. High Level 과제는 Doing Mathematics Tasks[DM]와 Procedures With Connections Tasks[PWC]로 이루어져있는데 그 구성이 어떠한지 살펴보도록 한다. DM은 인지적으로 높은 수준의 사고가 필요하며 절차가 주어지지 않는 수학과제로 1%(4/397)의 비율을 나타냈고, PWC는 역시 인지적으로 높은 수준에

<표 IV-1> 5종 교과서 수학과제 분석 결과

| 교과서 \ 인지적 노력수준 | | M | PNC | PWC | DM |
|---|---|---|---|---|---|
| 5종 | A교과서 | 5% (4/77) | 88% (68/77) | 7% (5/77) | 0% (0/77) |
| | B교과서 | 4% (3/74) | 90% (67/74) | 3% (2/74) | 3% (2/74) |
| | C교과서 | 2% (2/114) | 90% (103/114) | 6% (7/114) | 2% (2/114) |
| | D교과서 | 3% (2/63) | 97% (61/63) | 0% (0/63) | 0% (0/63) |
| | E교과서 | 4% (3/69) | 95% (65/69) | 1% (1/69) | 0% (0/69) |
| 계 | | 3% (14/397) | 92% (364/397) | 4% (15/397) | 1% (4/397) |

해당하면서 다양한 절차를 사용할 수 있는 기회를 주는 과제로서 4%(15/397)의 비율을 보였다. Low Level 과제는 Procedures Without Connections Tasks[PNC]와 Memorization Tasks[M]로 구성된다. PNC는 수학 개념과 직접적으로 연관되지 않고 알고리즘적 절차를 담고 있는 과제로서 92%(364/397)의 비율을 보였고 M은 학습자의 기억력을 바탕으로 수학의 개념, 공식 및 수학 용어를 그대로 회상시키는 과제로서 3%(14/397)의 비율로 나타났다.

<표 IV-1>에서 5종의 교과서를 종합적으로 살펴보면 high level 과제의 비율은 매우 낮았다. 그 비율을 보면 A교과서에는 7%(5/77), B교과서에는 6%(4/74), C교과서에는 8%(9/114), E교과서에는 1%(1/69)로 각각 나타났고 D교과서는 High Level 수학과제를 하나도 포함하지 않는 것으로 나타났다. 반면에 Low Level 수학과제는 교과서에서 대부분을 차지하고 있는데 A교과서에는 93%(72/77), B교과서에는 94%(70/74), C교과서에는 92%(105/114), D교과서에는 100%(63/63), E교과서에는 99%(68/69)의 비율을 보였다.

학년별 구성을 보면 <표 IV-2>에서 제시되어 있듯이 High Level 수학과제의 분포가 학년이 올라갈수록 9%(10/113), 5%(8/152), 1%(1/132)로 줄어들고 있음을 알 수 있다. 다시 말하면 Low Level 과제의 분포 비율이 91%(103/113), 95%(144/152), 99%(132/132)로 학년이 올라가면서 증가추세에 있음을 보여준다. 학년별 과제수가 서로 다르기 때문에 비율을 비교하는 것이 무의미할 수 있으나 절대적인 수치를 보더라도 중학교 3학년 교과서에서 High Level 수학과제는 1개로 학년별 분포의 차이를 느끼게 해준다.

<표 IV-2> 학년별 수학과제 분석 결과

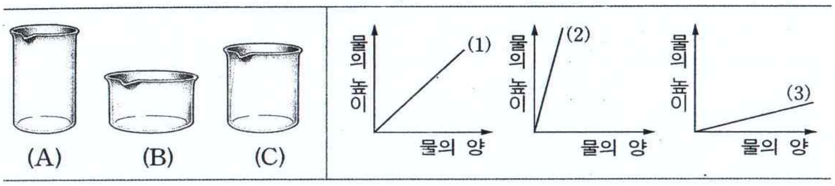
| 인지적 노력수준 / 학년 | High Level | Low Level |
|---|---|---|
| 중1 | 9% (10/113) | 91% (103/113) |
| 중2 | 5% (8/152) | 95% (144/152) |
| 중3 | 1% (1/132) | 99% (131/132) |
| 계 | 5% (19/397) | 95% (378/397) |

교과서 별로 분석한 결과를 앞서 임의로 순서를 정한 A, B, C, D, E 교과서 순으로 세부적으로 제시하면, 수학과제 분석틀을 가지고 397개의 수학과제를 분석 했을 때 교과서별로 다른 비율로 보였다. <표 IV-1>에서 A교과서를 살펴보면 Low Level 과제는 전체의 93%로 77개의 수학과제 중 72개를 차지하였다. 반면 High Level 과제는 7%에 해당하는 5개의 수학과제로 구성되었다. Low Level에 속하는 PNC는 88%(68/77), M은 5%(4/77), High Level에 속하는 PWC는 7%(5/77)의 비율로 분석되었다. 특징적으로 DM은 찾아볼 수 없었다. 학년별로 나타나는 특징은 High Level로 분석된 수학과제를 중학교 3학년 교과서에서는 찾아볼 수 없다는 것이다. Low Level 과제에서도 오직 1개만 M에 속할 뿐 이것을 제외하면 모두 PNC에 속했다. A교과서는 중학교 3학년 학생들에게 [그림 IV-1]과 같은 수학과제를 해결하도록 제시했다. M으로 분석된 이 수학과제를 통하여 A교과서는 학생들이 개념을 암기하고 그 결과를 이용하여 낱말 퍼즐을 해결하게 한다.

> 낱말 맞히기
> (가로 열쇠)
> 1. 차수가 2인 다항식
> 3. 이차함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값
> 4. 포물선과 축과의 교점을 포물선의 □□□ 이라고 한다.
> 6. 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선
>
> (A교과서, 2011, p. 99)

[그림 IV-1] 수학과제 A교과서 3학년

다음은 세 종류의 물통에 일정한 속도로 물을 받을 때, 물의 양과 높이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다.




각 물통에 어울리는 그래프를 찾고, 그 이유를 설명해 보자.

(A) ⇔ (___) : ______________________________

(B) ⇔ (___) : ______________________________

(C) ⇔ (___) : ______________________________

(A교과서, 2009, p. 142)

[그림 IV-2] 수학과제 A교과서 1학년

<표 IV-3> B교과서 수학과제 분석 결과

| 학년 \ 인지적 노력수준 | | M | PNC | PWC | DM |
|---|---|---|---|---|---|
| B | 중1 | 4% (1/23) | 87% (20/23) | 0% (0/23) | 9% (2/23) |
| | 중2 | 7% (2/29) | 86% (25/29) | 7% (2/29) | 0% (0/29) |
| | 중3 | 0% (0/22) | 100% (22/22) | 0% (0/22) | 0% (0/22) |
| | 계 | 4% (3/74) | 90% (67/74) | 3% (2/74) | 3% (2/74) |

이는 수학적인 개념을 수학과제와 연결 지어 생각하지 않아도 학생들의 암기력에 의존하여 해결할 수 있다. 학생들은 수학 개념의 의미와 그것에 관련된 수학적 지식을 모른 채 정답을 추측할 수 있다. 중학교 1학년, 2학년 교과서에서는 High Level 수학과제가 나타났다. 각각 16%와 4%의 비율로 중학교 1학년 교과서에서의 High Level 비중이 더욱 높은 것으로 분석되었다. 중학교 1학년에서는 함수의 개념을 처음으로 다루게 되는데 실생활에서 볼 수 있는 현상을 함수와 연관 지어 생각해보고 직접 관계식으로 나타내어 보는 과제가 주어졌다. 이는 학생들이 직접적으로 함수 관계를 만들어 볼 수 있게 하는 기회를 주며 수학적 의미를 탐구하는데 도움을 준다. 이것은 PWC의 특징으로서 예로 [그림 IV-2]은 중학교 1학년 학생들에게 함수의 그래프를 이해시키도록 하는 과제로서 그들에게 직접적으로 답을 제시하는 것보다 관계적으로 생각할 수 있는 기회를 마련한다. 이 수학과제를 해결하기 위한 어떤 설명도 주어지지 않는다. 직접적인 경험과 학습지식을 바탕으로 특정한 물통에 채워진 물의 양과 그것의 높이를 어떤 그래프가 나타내고 있는지를 유추해야 한다. 이 과제에서는 뚜렷하게 절차를 제시하는 것이 아니므로 개념을 활용하기 위하여 학습자 자신이 절차를 결정하고 정답을 논해야 한다. 특히 정답에 대한 근거까지 타인에게 설명해야하므로 문제해결력에 이은 의사소통 능력까지 활용하게 된다.

<표 IV-3>은 B교과서의 수학과제의 인지적 노력 수준을 보여준다. Low Level 과제는 전체

함수 $y=ax(a\neq 0)$에서 $a$의 절댓값이 커질수록 그래프가 어떻게 변화되는지 이야기하여 보자.

(B교과서, 2009, p. 139)

[그림 IV-3] 수학과제 B교과서 1학년

$x$절편과 $y$절편을 이용하면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 항상 그릴 수 있는지 이야기하여 보자.

(B교과서, 2010, p. 137)

[그림 IV-4] 수학과제 B교과서 2학년

의 94%에 해당하며 총 과제 74개 중에 70개만큼이고 High Level 과제는 6%에 해당하는 4개이다. Low Level 중에서는 90%에 해당하는 대부분의 수학과제가 PNC로 분석되었고 4%의 수학과제가 M으로 분석되었다. 앞서 설명한 A교과서와 다르게 B교과서에서는 High Level 과제 중 DM이 포함되었다. 각각 3%에 해당하는 2개의 수학과제가 PWC와 DM으로 나타났다. B교과서에서 포함된 DM은 비알고리즘적인 사고를 요하며 예측이 가능한 과제 해결 절차나 앞 과정에서 연습하던 문제형태로 제시되지 않는 특징을 보인다. 예로 [그림 IV-3]는 중학교 1학년 B교과서에 제시된 DM이다. 이 수학과제는 학생들이 $y=ax(a\neq 0)$에서 $a$의 변화에 따라서 그래프의 모양 변화를 탐구하고 이해하도록 한다. 중학교 2학년 교육과정에서 일차함수를 언급하므로 위의 식에서 $a$를 직접적으로 기울기라고 명하지 않는다. 더구나 $a$의 절댓값의 변화를 살펴보아야 하므로 학생들은 양과 음의 경우를 모두 생각하게 된다. 따라서 이 수학과제를 수행하기 위해서 필요한 해결전략을 찾는데 어려움을 느낄 수 있고 상당한 시간을 소요할 수도 있다. 중학교 2학년 B교과서에서는 학생이 이전에 학습한 개념, 공식 등을 기억력에 의존하여 회상 하는 M이 2문제로 7%,

일차함수 $y=ax+b$에서 $a, b$의 부호에 따라 그래프가 제 몇 사분면을 지나게 되는지 이야기하여 보자.

(B교과서, 2010, p. 142)

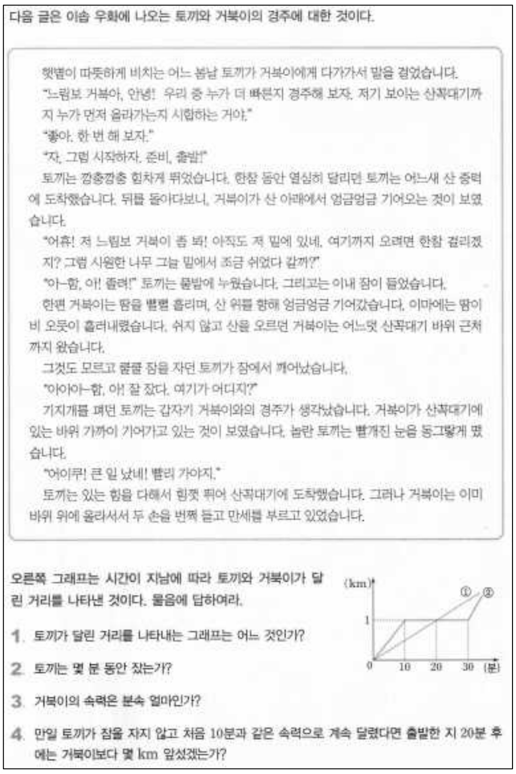
[그림 IV-5] 수학과제 B교과서 2학년

다양한 절차를 사용하여 과제를 해결할 수 있는 PWC 역시 2문제인 7%로 분석되었다. PWC의 특징은 과제를 해결하는 과정 속에서 수학 개념과의 연결성이 필요하다는 것인데 [그림 IV-4], [그림 IV-5]를 통해서 기울기와 절편의 개념을 주어진 그래프와 비교하여 사고하고 상대방에게 설명할 수 있는 기회를 얻게 된다. B교과서의 특징 중 하나는 3학년 교과서에서의 모든 과제가 Low Level로 분석되었다는 것이다. 그 중에서도 모두 PNC로 분석되어 과제 해결을 위한 인지적 노력이 상당히 제한적이다. 이것은 학생들이 함수 단원의 수학과제를 해결할 때 단순한 절차만을 사용하도록 할 수 있다.

<표 IV-4>는 C교과서의 수학과제를 분석한 비율을 보여준다. C교과서는 5종 교과서 중 High Level 수학과제가 가장 많이 포함된 교과서이다. 전체적으로 8%(9/114)의 수학과제가 High Level 수학과제로 분석되고 92%(105/114)의 과제는 Low Level로 분석되었다. 타 교과서와 비교했을 때 PWC는 6%(7/114)로 비교적 높은 비율을 보이고 인지적으로 높은 노력 수준이 필요한 DM도 2%(2/114)의 비율을 보이고 있다. Low Level인 M은 2%(2/114), PNC는 역시 가장 높은 비율인 90%(103/114)에 해당한다. DM은 과제에서 주어지는 지문을 한 번 훑어보고 단번에 정답을 유추해가는 가는 것이 아니라 단계를 거듭 생각하는 사고과정이 필요하다. [그림 IV-6]을 보면 제시된 이솝 우화를 읽고 그래프와 관련지어 생각해야함은 물론, 토끼의 행동을 바꾸어 가정해보는 물음도 하나의 과제 속에 포함되어있다. 이

<표 IV-4> C교과서 수학과제 분석 결과

| 학년 \ 인지적 노력수준 | | M | PNC | PWC | DM |
|---|---|---|---|---|---|
| C | 중1 | 0%<br>(0/32) | 88%<br>(28/32) | 6%<br>(2/32) | 6%<br>(2/32) |
| | 중2 | 5%<br>(2/41) | 85%<br>(35/41) | 10%<br>(4/41) | 0%<br>(0/41) |
| | 중3 | 0%<br>(0/41) | 98%<br>(40/41) | 2%<br>(1/41) | 0%<br>(0/41) |
| | 계 | 2%<br>(2/114) | 90%<br>(103/114) | 6%<br>(7/114) | 2%<br>(2/114) |


다음 글은 이솝 우화에 나오는 토끼와 거북이의 경주에 대한 것이다.

햇볕이 따뜻하게 비치는 어느 봄날 토끼가 거북이에게 다가가서 말을 걸었습니다.
"느림보 거북아, 안녕! 우리 중 누가 더 빠른지 경주해 보자. 저기 보이는 산꼭대기까지 누가 먼저 올라가는지 시합하는 거야."
"좋아. 한 번 해 보자."
"자, 그럼 시작하자. 준비, 출발!"
토끼는 깡충깡충 힘차게 뛰었습니다. 한참 동안 열심히 달리던 토끼는 어느새 산 중턱에 도착했습니다. 뒤를 돌아다보니, 거북이가 산 아래에서 엉금엉금 기어오는 것이 보였습니다.
"어휴! 저 느림보 거북이 좀 봐! 아직도 저 밑에 있네. 여기까지 오려면 한참 걸리겠지? 그럼 시원한 나무 그늘 밑에서 조금 쉬었다 갈까?"
"아-함, 아! 졸려!" 토끼는 풀밭에 누웠습니다. 그리고는 이내 잠이 들었습니다.
한편 거북이는 땀을 뻘뻘 흘리며, 산 위를 향해 엉금엉금 기어갔습니다. 이마에는 땀이 비 오듯이 흘러내렸습니다. 쉬지 않고 산을 오르던 거북이는 어느덧 산꼭대기 바위 근처까지 왔습니다.
그것도 모르고 쿨쿨 잠을 자던 토끼가 잠에서 깨어났습니다.
"아이아-함, 아! 잘 잤다. 여기가 어디지?"
기지개를 펴던 토끼는 갑자기 거북이와의 경주가 생각났습니다. 거북이가 산꼭대기에 있는 바위 가까이 기어가고 있는 것이 보였습니다. 놀란 토끼는 빨개진 눈을 동그랗게 떴습니다.
"어이쿠! 큰 일 났네! 빨리 가야지."
토끼는 있는 힘을 다해서 힘껏 뛰어 산꼭대기에 도착했습니다. 그러나 거북이는 이미 바위 위에 올라서서 두 손을 번쩍 들고 만세를 부르고 있었습니다.

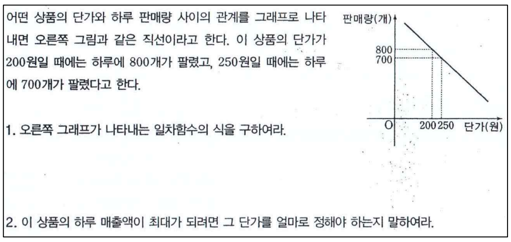
오른쪽 그래프는 시간이 지남에 따라 토끼와 거북이가 달린 거리를 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

1. 토끼가 달린 거리를 나타내는 그래프는 어느 것인가?
2. 토끼는 몇 분 동안 잤는가?
3. 거북이의 속력은 분속 얼마인가?
4. 만일 토끼가 잠을 자지 않고 처음 10분과 같은 속력으로 계속 달렸다면 출발한 지 20분 후에는 거북이보다 몇 km 앞섰겠는가?



(C교과서, 2009, p. 153)

[그림 IV-6] 수학과제 C교과서 3학년


어떤 상품의 단가와 하루 판매량 사이의 관계를 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같은 직선이라고 한다. 이 상품의 단가가 200원일 때에는 하루에 800개가 팔렸고, 250원일 때에는 하루에 700개가 팔렸다고 한다.

1. 오른쪽 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

2. 이 상품의 하루 매출액이 최대가 되려면 그 단가를 얼마로 정해야 하는지 말하여라.



(C교과서, 2011, p. 102)

[그림 IV-7] 수학과제 C교과서 3학년

는 시간과 속력의 관계를 학생들이 확실히 알고 있는지 다시 확인시켜주는 과정으로 함수의 그래프를 현실 상황과 연결하여 생각할 수 있는 기회를 제공 한다. C교과서는 유일하게 중학교 3학년 과정에서 High Level 수학과제를 포함하고 있다. 중학교 3학년 과정에서는 이차함수를 다루게 되는데 대부분의 수학과제가 $y=ax^2, y=a(x-p)^2$, $y=ax^2+q, y=a(x-p)^2+q$ 꼴의 그래프 유형별로 '그래프의 오목·볼록성', '대칭축', '꼭짓점의 좌표', '평행이동' 에 대한 물음에 집중하고 있다. 이런 개념을 도입한 후 '구하여라', '말하여라', '그려라' 등의 서술어미가 포함된 수학과제는 학생들에게 직접적으로 절차를 제공하고 이러한 과제는 학생이 생각할 수 있는 인지적 노력수준을 제한할 수 있다. 직접적으로 이차함수의 그래프를 드러내지 않으면서 이차함수를 이용해야하는 수학과제 (그림 IV-7)로, 상품의 단가와 판매량 사이의 관계를 다룬 것으로 일상생활과 밀접한 소재를 이용하고 주어진 과제의 설명과 그래프와는 별개로 상품의 매출액을 어떻게 나타낼 수 있는지 아이디어가 필요하다. 따라서 절차를 생각하는데 상당한 시간소요가 필요하고 그것에 준하는 기본 개념을 활용해야 하므로 DM의 특징이라 하겠다. [그림 IV-7]은 이것의 예시로 문제해결력을 연습할 수 있는 High Level 과제이다.

D교과서는 C교과서와 다르게 High Level 로 분석된 수학과제가 존재하지 않았다. <표 IV-5>을 보면 총 63개의 수학과제 중에서 97%(61/63)의 수학과제가 Low Level 인 PNC로 분석되었고 3%(2/63)가 M으로 분석되었다. 1, 3학년 교

<표 IV-5> D교과서 수학과제 분석 결과

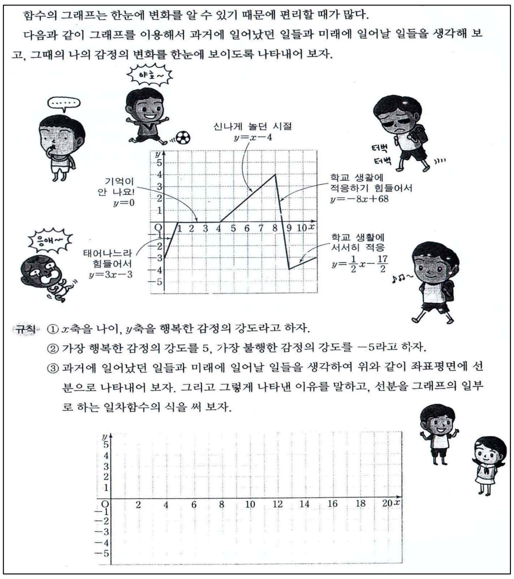
| 학년 \ 인지적 노력수준 | | M | PNC | PWC | DM |
|---|---|---|---|---|---|
| D | 중1 | 0% (0/14) | 100% (14/14) | 0% (0/14) | 0% (0/14) |
| | 중2 | 7% (2/27) | 93% (25/27) | 0% (0/27) | 0% (0/27) |
| | 중3 | 0% (0/22) | 100% (22/22) | 0% (0/22) | 0% (0/22) |
| | 계 | 3% (2/63) | 97% (61/63) | 0% (0/63) | 0% (0/63) |

<표 IV-6> E교과서 수학과제 분석 결과

| 학년 \ 인지적 노력수준 | | M | PNC | PWC | DM |
|---|---|---|---|---|---|
| E | 중1 | 0% (0/17) | 100% (17/17) | 0% (0/17) | 0% (0/17) |
| | 중2 | 11% (3/28) | 86% (24/28) | 3% (1/28) | 0% (0/28) |
| | 중3 | 0% (0/24) | 100% (24/24) | 0% (0/24) | 0% (0/24) |
| | 계 | 4% (3/69) | 95% (65/69) | 1% (1/69) | 0% (0/69) |

과서의 수학과제는 모두 Low Level인 PNC로 분석되었고 2학년 교과서에서는 M과제로 나타난 2개를 제외한 93%(25/27)의 과제가 PNC로 분석되었다.

<표 IV-6>은 E교과서에 대한 수학과제 분석 결과를 보여주는데, 총 69개의 수학과제에서 1개의 과제만이 High Level, 그 중에서 PWC로 분석되었다. 나머지 68개의 수학과제는 Low Level 과제로 분석되었는데 95%의 비율인 65개가 PNC, 나머지 7%에 해당하는 3개는 M으로




(E교과서, 2010, p. 157)

[그림 IV-8] 수학과제 E교과서 2학년

분석되었다. 그 중 3개의 M은 중학교 2학년 교과서에 포함된 것이고 High Level로 분석된 1개의 수학과제도 중학교 2학년 교과서에 포함되었다. 1,3학년 교과서에서는 High Level 수학과제가 하나도 존재하지 않았다. 현실 생활과 관련하여 제시되는 수학과제 중에는 제시되는 지문만 일상생활과 관련된 것이고 절차가 직접적으로 주어져 과제의 활용도가 크지 않은 것이 있었다. PWC는 시각적 도표, 조작물, 문제 상황과 같은 다양한 표현을 이용하여 제시되고 이는 학생들이 수학 개념과 연관 지어 사고하고 탐구하는데 도움을 준다. 예를 들어 [그림 IV-8]은 이런 PWC의 특징을 나타내고 있다. 이 과제는 단원을 마무리하면서 주어진 것으로 앞서 이미 학습한 일차함수를 이용하여 현재까지 살아온 자신의 인생 그래프를 직접 그려 나타내어 보고 상대방에게 설명하는 것이다. 이 수학과제는 학생들이 자신이 느꼈던 기쁨과 슬픔의 강도를 절대적인 수치로 표현할 수 있다. 교과

서에서 일반적으로 소개하는 예시에서는 기울기와 $y$절편의 수치가 대부분 자연수이거나 절댓값이 크지 않은 수인데 [그림 IV-8]에서 보여주고 있는 예는 $-8$, $-\frac{17}{2}$와 같이 비교적 절댓값이 크거나 유리수 꼴이다. 이것은 학생들에게 기울기와 절편의 다양한 수치를 느껴보게 하고 스스로 기울기와 절편의 값을 변화시켜보면서 그것의 수학적 의미를 거부감 없이 받아들일 수 있게 한다.

## 2. 교과서 내 수학과제의 구성

위에서 수학과제 분석틀을 기준으로 한 397개의 수학과제 분석 결과를 전체적으로 제시하고 후에 학년별, 교과서별로 제시하였다. 이제는 그 결과를 교과서 의 구성과 비교하여 살펴보려 한다. 5종 교과서의 구성을 보면 본격적인 학습을 시작하기 전에 단원을 소개하는 도입부분과 본론으로 들어가서 수학의 개념을 살펴본다. 그 후에 예제 혹은 문제를 풀어보며 개념을 확인하고 중단원, 대단원 확인학습으로 마무리하는 것이 일반적이다. <표 IV-7>은 5종 교과서의 전체적인 구성과 함께 분포되어 있는 수학과제의 종류와 그 개수를 나타낸다. 상대적으로 과제의 개수가 적은 M, PWC, DM의 분포는 직접 나타내었고 PNC의 분포는 따로 표

<표 IV-7> 교과서별 내용구성상의 수학과제 분포

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 수학과제 수 | 77 | 74 | 114 | 63 | 63 |
| 예제 | 다함께 | 예 | 예제 | 함께하기 | 함께풀기 |
| 문제 | 문제<br>(M:1,PWC:1) | 문제<br>(M:1) | 문제<br>(M:2,PWC:1) | 스스로하기<br>(M:2) | 문제<br>(M;3) |
| 소단원<br>확인 문제 | | 확인해 봅시다 | | | 확인문제 |
| 중단원<br>확인 문제 | 확인학습 | 학습내용<br>확인하기<br>(M:2) | 중단원<br>학습점검 | 중단원<br>확인하기 | |
| 대단원<br>확인 문제 | 마무리 학습<br>(M:3) | 말로 글로<br>수학 나누기 | 대단원<br>마무리평가<br>(PWC:1) | | 배운 내용<br>정리 |
| 특이 사항 | 생각과 표현<br>(PWC:4) | 문제해결력<br>기르기 | 수학적 사고력을<br>키워보자<br>(PWC:4,DM1) | 모둠탐구 | 토의하기 |
| | 생각하는<br>읽기자료 | 토론하기<br>(PWC:2,DM:2) | 내생각 네생각 | 읽은거리 | 수학놀이터<br>(PWC:1) |
| | 컴퓨터 수학<br>실습실 | | 내가 만드는<br>문제<br>(PWC:1) | 공학적 도구의<br>이용 | 동화에서<br>찾은수학 |
| | | | 논리를 키우는<br>수학<br>(DM:1) | 스스로 하는<br>학습 | |

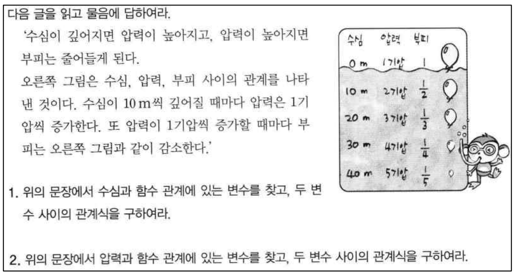
(표기하지 않은 부분에는 모두 PNC로만 분석되었다)

기하지 않았다. 각 교과서에는 <표 IV-7>에서 특이사항으로 표시된 부분처럼 특징적인 부분이 존재한다. 이 부분의 특징은 수학과 관련된 이야기 소개, 수학 학습에 도움이 되는 프로그램 소개, 친구들과 함께 하는 그룹 토론 활동 등을 소개하고 있다.

전체의 5%(19/397)에 해당하는 High Level 수학과제 중에서 17개의 과제가 특이사항으로 표시된 부분에 분포되어 있다. 반면에 Low Level에 속하는 M과제는 특이사항으로 표시된 부분에 하나도 포함되지 않고 주로 본론 부분에서 문제로 나타난다. Low Level에 해당하는 과제 중에서 M의 특징은 학습 내용을 확인하는 목적으로 수학 개념을 단순히 열거한다. 분석표를 보면 M과제는 교과서의 '문제' 혹은 '중·대단원 확인 문제'에 제시되어 있었다.

<표 IV-7>을 보면 총 397개의 과제에서 대부분의 수학과제가 PNC로 분석된 것을 알 수 있다. PNC는 직접적으로 수학 개념과 연결되지 않고 주어진 절차를 그대로 이용하여 정답을 제시할 수 있는 수학과제인데 교과서의 구성상 특별히 집중되어 분포된 곳은 없었다. 5종 교과서에 포함된 많은 과제들은 알고리즘적인 절차를 이용하거나 수학 개념을 습득 후 간단한 계산을 이용하면 바로 정답을 유추할 수 있는 것들이 많았다.

전체의 약 5%를 차지한 High Level 수학과제는 인지적으로 높은 노력 수준을 요구하므로 Low Level 과제보다 문제를 해결하는데 더 많은 시간을 필요로 한다. High Level 과제 중 PWC는 '문제', '대단원 확인 문제', '특이 사항' 부분에 걸쳐서 약간씩 나타났다. PWC는 학생들이 수학적 절차를 사용하여 수학 개념과 아이디어를 더 높은 수준에서 이해하도록 한다. 알고리즘의 절차를 사용하는 것이 아니라 주어진 문제 상황에 맞게 학습자의 자연스러운 사고 과정을


다음 글을 읽고 물음에 답하여라.

'수심이 깊어지면 압력이 높아지고, 압력이 높아지면 부피는 줄어들게 된다.
오른쪽 그림은 수심, 압력, 부피 사이의 관계를 나타낸 것이다. 수심이 10 m씩 깊어질 때마다 압력은 1기압씩 증가한다. 또 압력이 1기압씩 증가할 때마다 부피는 오른쪽 그림과 같이 감소한다.'



1. 위의 문장에서 수심과 함수 관계에 있는 변수를 찾고, 두 변수 사이의 관계식을 구하여라.

2. 위의 문장에서 압력과 함수 관계에 있는 변수를 찾고, 두 변수 사이의 관계식을 구하여라.

(C교과서, 2009, p. 149)

[그림 IV-9] 수학과제 C교과서 2학년

요하는 것으로 수학 개념과 연결 지어 적용할 자의 자연스러운 사고 과정을 요하는 것이다. DM과제는 학습자에게 복잡하고 비알고리즘적인 사고를 요구한다. 학습자들은 DM을 통하여 지식 혹은 경험을 수학과 관련되어 사고한다. 수학과제 분석 결과 1%에 해당하는 4개의 수학과제가 DM으로 분석되었는데 모두 특이사항부분에서 나타나는 것이 특징이다. [그림 IV-9]은 C교과서의 '수학적 사고력을 키워보자' 부분에서 제시된 수학과제이다. 이 과제를 접한 학생은 우선 주어진 지문을 꼼꼼하게 읽어야하고 그것을 주어진 그림과도 연결 지어 생각해야 한다. 함수로 나타낼 수 있는 관계를 보고 직접 변수를 결정하여 관계식을 만들어야하는 많은 노력이 필요하다. 결과적으로 주어진 수학과제를 성공적으로 완수하기 위해서는 인지적으로 제한되지 않은 수학적으로 다양한 사고 활동이 필요하다.

## V. 결론 및 논의

이 연구는 2007년 개정 교육과정을 따르는 중학교 교과서 중 5종을 선택하여 Stein & Smith (1998)가 제시한 수학과제 분석틀에 따라 함수 단원에 제시된 수학과제 397개를 인지적 노력 수준으로 분석하였다. 중학교 교과서의 함수 단

원에는 High Level 수학과제는 거의 포함되어 있지 않았으며 학년이 높아갈수록 그 비율이 점차 줄어들었다. 중학교 교과서의 함수 단원에는 High Level 수학과제는 5%(19/397)의 비율로, 함수의 개념, 일차함수, 이차함수와 관계된 대부분의 수학과제의 95%(378/397)가 Low Level로 나타났는데 그 중에서 92%(364/397)에 해당하는 비율이 Procedures Without Connections Tasks로 나타났다. 교과서에서 포함된 대부분의 수학과제가 알고리즘적이고 간단한 절차만을 이용해서 해결할 수 있는 방법으로 정답을 찾아내도록 유도하는 과제만 제시된 것을 알 수 있다. 이 연구의 대상인 중학교 교과서와 같은 중등 수준은 아니지만 미국의 초등 교과서에서 함수영역을 연구한 결과가 있다. 서경혜(2003)의 연구에 따르면, 미국의 초등학교 교과서 Everyday Mathematics는 우리나라의 초등학교에 해당하는 학년에서부터 규칙성과 함수영역이 다른 영역들과 연관 지으며 규칙성과 함수 개념을 수학의 전 영역에 걸쳐 적용할 수 있는 기회를 제공하였다. 그리고 함수의 기본적인 개념을 유치원 과정부터 소개하며 초등학교 전 과정으로까지 확대하여 지속적으로 다루었다.

예를 들어 "6학년 과정에서는 규칙성과 함수 개념을 다양한 방식으로 표현하는 활동이 제시되었는데 특히 공식적인 수학 용어와 표현방식, 예컨대 표나 그래프 등을 적절하고 융통성 있게 활용하는 것이 주가 되어 다루어졌다"(p. 170). 또 미국의 Everyday Mathematics와 Investigations in Number, Data, and Space로 초등 수학의 수학과제를 전반적으로 연구한 결과가 있다. Stein & Kim(2009)의 연구에 따르면, Everyday Mathematics에서 High Level 과제의 비율이 91%(52/57), Investigations에서는 High Level 과제의 비율이 100%(44/44)로 나타났다. 다소 차이가 나는 부분은 Investigations의 대부분(89%)이 Doing Mathematics Tasks로 나타났고, Everyday Mathematics의 대부분(79%)이 Procedures With Connections Tasks로

제임스와 자나는 수의사 실습을 하고 있다. 그들은 각각 일주일에 이틀씩 농장을 방문한다. 그들은 사무실에 연락하기 위하여 이번 실습동안 휴대폰을 지니고 있다. 제임스는 주중에 농장을 방문한다. 그의 휴대폰 요금은 한 달에 $14.95이고 매분 $0.50씩 추가된다. 자나는 토요일과 일요일에 농장을 방문하고 휴대폰 요금은 한 달에 $29.95이고 매분 $0.25씩 추가된다.

*a*) 각각의 청구 계획을 방정식으로 나타내어라.

*b*) 제임스의 휴대폰 요금이 자나의 것보다 더 많을 수 있는가? 어떻게 알아낼 수 있는지 설명하여라.

*c*) 제임스와 자나의 휴대폰 요금이 같을 수 있는가? 같으려면 두 사람은 각각 몇 분씩을 통화해야하는가?

*d*) 자나는 주중과 주말에 동일한 비율로 휴대폰 요금을 청구하는 통신회사를 찾았다. 이 회사의 청구 계획은 $A=25+0.25m$[$A$:월 요금, $m$:통화시간(분)] 로 나타낼 수 있다. 앞에서 계획한 두 개의 청구 계획서와 이것을 비교해보아라.

(Connected Mathematics, 2002, Moving Straight Ahead(p. 75))

[그림 V-1] 미국 교과서의 수학과제 예

나타났다. 함수 단원만을 살펴본 연구는 아니지만 전반적으로 High Level 과제의 비율이 높기 때문에 함수 단원에서도 High Level 과제를 균질하게 포함하고 있을 것이라 예상한다. [그림 V-1]은 미국의 중등 교과서에서 대수 영역에 해당하는 과제이다. 실제로 이 과제에서는 무엇을 변수로 지정해야할지 주어지지 않았으며 결과에만 집중한 것이 아니라 과정을 설명하도록 요구하고 있다. 또 얻어낸 결과를 서로 비교해봄으로써 학생들은 수학적 사고력을 키울 수 있다. 이 과제는 Doing Mathematics Tasks로 분석될 수 있는데 실제로 다른 많은 과제에서도 High Level 과제의 특징을 엿볼 수 있다. 위 두 개의 연구를 보면 우리나라의 교과서에서도 High Level의 수학과제를 제시하여 학생들의 수학 학습에 긍정적인 영향을 줄 수 있도록 기대한다.

우리나라 중학교 수학교과서의 함수 단원을 분석한 결과 인지적 노력을 요구하는 High Level 과제는 거의 없었다. 학년이 올라갈수록 High Level 과제의 비율은 줄고 있으나 절대적인 수치를 보면 그 값이 작아서 학년 간의 차이를 뚜렷하게 보기는 힘들었다. 게다가 5종의 교과서 중에서 3종의 교과서에서는 Doing Mathematics Tasks가 하나도 발견되지 않았다. 학생들은 Low Level 과제로만 수학을 배운다면 수학 학습의 지향점인 수학적인 사고력을 키울 수 없다.

교과서는 교수・학습의 과정에서 사용되는 자료이므로 답과 해설 등이 적절하게 제시되어야 의미가 있으며, 참고자료를 과다하게 수록할 경우 학습량의 과다 현상 발생이 우려된다. 따라서 학생들에게 필요한 읽기자료, 해답 및 해설 등을 제시해야하며, 쉽고 친절한 교과서에 대한 학생들의 요구가 강하므로, 안내의 역할이 현재보다 더 충실하게 구현될 수 있도록 구성하는 방안이 요구된다. 교과서에 제시되는 모든 수학과제의 인지적인 수준이 항상 동등할 수는 없다. 모든 수학과제들의 목표는 학생들이 수학을 학습하는데 도움이 되는 다양한 기회를 제공해주는 것이다. 높은 인지적 노력을 요구하는 수학과제는 성공적으로 수행하기 어렵고 많은 시간 소요를 필요로 한다(Stein & Lane, 1996). 그러나 그것은 학생들이 문제해결력과 추론하는 능력을 발전시키며 수학을 개념적으로 이해하고 수학적 힘을 신장할 수 있게 하기 때문에 수학적인 사고를 성장시키는데 효과적인 도구가 될 수 있다. 교과서는 학년이 올라가면서 더욱 추상적이고 상징적인 표현을 사용하는 과제를 다루기 마련이다. 교사들은 학생들이 수학과제를 해결할 때 얼마나 인지적인 노력이 필요하고 또 얼마나 중요한지 경험할 수 있는 기회를 학생들에게 부여해 스스로 깨닫게 해줄 수 있다. 이는 학교 현장에서 교사 역할의 중요성을 보여준다. 권성호, 강경희, 금용한, 오현숙 (2007)가 실시한 초등학교 수학 교과용 도서의 연구를 보면 교사들은 교과서에 제시된 학습내용 양에 대해서 점점 어려워지는 개념들을 소화하기에는 시간이 절대적으로 부족하고 학습량도 너무 많아서 깊이 있게 다루기가 힘들다고 했다. 따라서 차라리 전체적인 양을 줄이고 각 학년에서 강조해야할 점을 찾아, 그에 맞는 전략을 구상하는 것이 필요하다. 또 이 연구에서 학생들은 학년이 올라갈수록 교과서를 활용한 학교 교육에 신뢰하지 못하는 것으로 나타났는데 학생들의 흥미와 호기심을 불러일으키고 직접적으로 개념과 연결 지어 많은 생각을 요하는 Doing Mathematics Tasks의 부족이 이를 뒷받침하는 것으로 예측된다.

이 연구에서는 교과서의 구성상 수학과제의 분포를 알아보았다. 연구 결과 대부분의 High Level 과제는 교과서 본론에 위치하여 전개상 내용의 주가 되는 것이 아니라 단원을 마무리는 뒷부분 혹은 중간에 간혹 제시되는 특이사항 부분에 주어졌다. 그러나 오히려 이런 과제가 학생들이 수

학을 심도 있게 사고하도록 하는데 더욱 큰 기회를 준다. 교과서 전개 과정에 골고루 High Level 과제를 위치시켜 Low Level 과제와 구성상 조화를 이루는 것이 바람직하다. 게다가 예제와 문제에서 제시되는 과제와 중단원, 대단원을 점검하는 과제는 숫자만 다를 뿐이지 유형이 같은 경우가 있었다. 만약 앞에서 제시한 과제가 인지적 노력 수준에 의하여 Procedures With Connections Tasks가 된다고 하더라도 같은 구성인 과제를 숫자 혹은 문자만 변형하여 반복하는 것은 그 과제를 Procedures With Connections Tasks라고 보장할 수 없다. 학생들이 앞서 해결한 절차를 그대로 반복 사용한다면 그 과제는 결국 Memorization Tasks나 Procedures Without Connections Tasks로 절차적 지식, 알고리즘, 법칙 등을 적용하며 반복 수행하게 된다. 교과서 과제를 구성하고 설계할 때에는 유사한 유형의 반복이 아니라 앞에서 정의한 개념과 문항을 해결하고 난 뒤 학생이 또 다시 수학적 사고력을 요하는 과제가 포함될 수 있게 반복의 정도 및 횟수를 조정하는 것이 필요하다.

수학과제의 궁극적인 목표가 학생들의 수학적 사고력, 문제해결 능력을 개발시키는 것이라면 인지적으로 높은 수준 그리고 절차가 복잡한 과제를 제시하며 활동하게 해야 한다(Stein & Lane, 1996). 그러나 Ron Castleman에 의하면, “인지적으로 높은 수준의 과제를 잘 선택하고 설정하는 것이 학생 자체를 높은 수준으로 만드는 것을 보장하는 것은 아니다”(Stein & Smith, 1998, p. 274에서 재인용). 동시에 인지적 노력 수준이 낮은 과제가 학습상황에서 교사에 의해서 실현되었을 때 항상 낮은 수준으로 머무르는 것도 아니다(Stein, Grover & Henningsen, 1996). 따라서 수학과제가 인지적 노력 수준으로 어느 과제임을 알아보는 것만큼 중요한 것이 교사의 역할이다. 교사는 결국 교육과정의 직접적인 실행자이므로 저학년부터라도 높은 인지 수준의 수학을 가르친다면 학생들에게 직접적인 효과를 제공할 수 있다. 교사 연수를 통하여 인지적으로 높은 수준의 수학과제를 적용할 수 있도록 교사의 인식을 조성하는데 도움을 주어야 한다. 더 나아가 그 과제를 직접 실행할 수 있는 수준이 되도록 체계가 갖추어져야 한다. 학생들의 사고를 엿볼 수 있는 틀을 제공하는 수학과제를 심사숙고하여 고르는 것 또한 교사의 역할인데 이렇게 준비된 교사들을 양성하기 위하여 사범대학교, 교육대학교, 교육대학원등에서의 교사교육에도 관심을 가져야 한다. 교육과정을 토대로 교사들 및 예비교사들에게 실시하는 노력이 후에 실제 학교 현장에서 힘을 발휘할 수 있다. 교육을 통해서 그들에게 먼저 수학적으로 사고하고 수학적 힘을 기를 수 있는 기회를 경험하게 할 필요가 있다.

## 참고문헌


강신덕·함남우·홍인숙·김영우·이재순·전민정·라미영(2009). **중학교 수학 1, 2, 3.** 서울: (주)교학사

교육인적자원부(2007). **중학교 교육과정**. 서울: 교육과학기술부.

권성호·강경희·금용한·오현숙(2007). **수학 교과서에 대한 교사, 학생, 학부모, 전문가들의 의미 이해 차이 분석에 관한 연구: 초등학교 수학 교과용 도서를 중심으로**, 한국교과서연구재단 연구 보고서.

김구연(2010). The analysis of mathematics curriculum material: addition and subtraction in grade 3. **교육과정평가연구**, 13(2), 59-78.

김원경·김영주·김윤희·방황선·윤기원·이춘신·조민식(2009). **중학교 수학 1, 2, 3.** 서울: (주)비유와 상징.

김홍기(2001). 제7차 교육 과정과 교과서의 문제점. **한국수학교육학회지 시리즈 A 수학교육**, 40(1), 139-159.

박경미・임재훈(2002). 교과서: 한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교. **학교수학**, 4(2), 317-331.

서경혜(2003). 한국과 미국의 초등학교 수학 교과서 비교 연구. **교육과학연구**, 34(1), 163-180.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재훈・박 인・이영란・고현주・김은경(2009). **중학교 수학** 1. 서울: 두산동아.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재훈・박 인・이영란・고현주・김은경(2010). **중학교 수학** 2. 서울: 두산동아.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재훈・박 인・이영란・고현주・김은경(2011). **중학교 수학** 3. 서울: 두산동아.

이강섭・왕규채・송교식・이강희・안인숙(2009). **중학교 수학** 1, 2, 3. 서울: (주)지학사.

이미연・오영열(2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향. **수학교육학연구**, 17(4), 395-418.

이승택(2010). **2007년 개정 교육과정 수학 교과서의 수와 연산 영역 분석**. 서울시립대학교 교육대학원 석사학위논문

최용준・한대희・박진교・김강은・신태양・배명주(2009). **중학교 수학** 1, 2, 3. 서울: 천재문화.

최인숙(2010). **Skemp의 관계적 이해와 도구적 이해에 기초한 수학 교과서 분석: 제7차 개정 중학교 1학년 중심으로**. 경희대학교 교육대학원 석사학위논문

홍미라・차인숙(2005). 수학 교과서 비교 연구 논문에 관한 분석. **수학교육**, 44(2), 201-213.

Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is-or might be-the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? *Educational Researcher*, 25(9), 6-8.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Özgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 2277-2281.

Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, 29, 315-342.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematic curricula. *Review of Educational Research*, 75, 211-246.

Remillard, J. T., & Bryans, M. B. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for research in Mathematics Education*, 35, 352-388.

Reys, B. J., Reys, R. E., & Chávez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.

Reys, B. J., Reys, R. E., Barnes, D., Beem, J., & Papick, I. (1997). Collaborative curriculum investigation as a vehicle for teacher enhancement and mathematics curriculum reform. *School Science and Mathematics*, 97. 253-259.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., et al. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Raizen, S. A. (2002). *A splintered vision: An investigation of U.S. science and mathematics education*. New York: Kluwer.

Senk, S. L., Beckmann, C. E., & Thompson, D. R. (1997). Assessment and grading in high school mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 187-215.

Smith, M. S., & Stein. M. K. (1998) Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344-350

Son, J. W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 117-142.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classroom. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.

Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform: An analysis of demands and opportunities for teacher learning. in J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37-55). New York: Routledge.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.

Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268-275.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht Netherlands: Kluwer.

# Functions in the Middle School Mathematics: The Cognitive Demand of the Mathematical Tasks

Hong, Chang-Jun
Kim, Gooyeon (Sogang University)

The purpose of this study was to examine and analyze the cognitive demand of the mathematical tasks suggested in the middle school textbooks. In particular, it aimed to reveal the overall picture of the level of cognitive demand of the mathematical tasks on function in the textbooks. We adopted the framework for mathematical task analysis suggested by Stein & Smith (1998) and analyzed the mathematical tasks accordingly. The findings from the analysis showed that 95 percent of the mathematical tasks were at low level and the rest at high level in terms of cognitive demand. Most of the mathematical tasks in the textbooks were algorithmic and focused on producing correct answers by using procedures. In particular, the high level tasks were presented at the end of each chapter or unit for wrap up rather than as key resources.

* key words : mathematical task(수학과제), cognitive demand(인지적 노력수준), middle school mathematics(중학교 수학), function(함수), mathematics textbooks(수학 교과서)

논문접수 : 2012. 5. 15
논문수정 : 2012. 5. 30
심사완료 : 2012. 6. 8