

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염의 불안정성 해석

이 수 룡*†

* 서울과학기술대학교 기계·자동차공학과

Instability Analysis of Counterflow Diffusion Flames with Radiation Heat Loss

Su Ryong Lee *†

* Dept. of Mechanical & Automotive Engineering, Seoul Nat'l Univ. of Technology

(Received April 25, 2012 ; Revised May 18, 2012 ; Accepted May 18, 2012)

Key Words: Diffusion Flame(확산화염), Linear Stability Analysis(선형안정성해석), Pulsating Instability(맥동 불안정성), Radiation Heat Loss(복사열손실)

초록: 복사열손실을 받는 확산화염의 선형 안정성 해석을 수행하여 복사강도와 Damkohler 수에 대한 화염 불안정이 나타나는 조건을 확인하였다. 대향류 유동장을 모델로 하여 Lewis 수는 1로 가정하였다. 반응속도 제한에 의한 소염근처에서 교란의 증가율은 실수의 고유값을 가지며 안정한계는 정상상태 소염 조건과 정확하게 일치한다. 반면에 복사 열손실에 의한 소염 영역 근처에서 증가율의 고유값은 복소수이며 정상상태 소염 전에 맥동 불안정성이 예측된다. 진동하는 화염온도가 양의 실수 고유값을 갖는 정상상태 화염온도 보다 클 경우에만 한계 순환 안정 특성이 나타난다. 만약 그 온도보다 작게 되면 화염은 회복되지 못하고 소염된다. 넓은 복사강도 범위에 대하여 복사 열손실에 의한 불안정성의 안정한계 곡선을 도출하였다.

Abstract: A linear stability analysis of a diffusion flame with radiation heat loss is performed to identify linearly unstable conditions for the Damköhler number and radiation intensity. We adopt a counterflow diffusion flame with unity Lewis number as a model. Near the kinetic limit extinction regime, the growth rates of disturbances always have real eigenvalues, and a neutral stability condition perfectly falls into the quasi-steady extinction. However, near the radiative limit extinction regime, the eigenvalues are complex, which implies pulsating instability. A stable limit cycle occurs when the temperatures of the pulsating flame exceed the maximum temperature of the steady-state flame with real positive eigenvalues. If the instantaneous temperature of the pulsating flame is below the maximum temperature, the flame cannot recover and goes to extinction. The neutral stability curve of the radiation-induced instability is plotted over a broad range of radiation intensities.

- 기호설명 -

A_F : 연료측 혼합분율값
 a : 스트레인율 인자
 Da : Damkohler 수
 H : 총합엔탈피
 K_P : Planck Mean Absorption 상수
 q : 무차원 열발생률
 T : 온도
 T_a : 활성화 온도
 t : 무차원 시간

v : 속도
 x, y : 무차원 공간좌표
 Y : 질량분율
 Z : 혼합분율

그리스문자

Θ : 무차원 온도
 κ : 복사 강도
 σ : 무차원 증가율
 ψ : 교란량

하첨자

ext : 소염조건

† Corresponding Author, srlee@seoultech.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

F	: 연료
I	: 허수부분
O	: 산화제
R	: 실수부분
r	: 화염면
Z	: 혼합분율
∞	: 산화제측

1. 서 론

층류화염소(flamelet) 모델로 이용되고 있는 대향류 유동장에 대한 확산화염의 구조 및 소멸에 대하여 많은 연구가 수행되어, 스트레치 및 복사 열손실이 확산화염의 구조 및 소멸(extinction) 특성에 미치는 영향에 대해서는 잘 알려져 있다. 스트레치가 증가하여 임계값인 소멸 스트레치 보다 크면 확산 화염이 소멸되며, 이 때 복사 열손실은 확산 화염의 소멸 스트레치에 어느 정도 영향을 줄 수 있다. 그러나 스트레치가 매우 작은 경우에는 복사 열손실에 의해서 화염 온도가 낮아져서 소멸된다는 것을 Tien⁽¹⁾이 보여주었다.

최근 확산화염에서 물질확산-열전도 불안정성(diffusional-thermal instability)이 반응율의 감도가 매우 큰 소멸근처에서 나타나서 층류화염소의 소멸조건에 영향을 줄 수 있다는 것이 선형 안정성 및 비선형 해석을 통하여 밝혀졌다. 만약 화염지역에서 화학종의 확산이 열전도보다 클 경우에는 줄무늬 모양(striped pattern)의 불안정성이 나타나서 정상상태 화염의 소멸보다 더 큰 스트레치에서도 화염이 존재할 수 있다. 그러나 화염지역에서 열전도가 물질확산보다 더 강할 때는 맥동불안정성(pulsating instability)이 나타나서 정상상태 화염의 소멸조건 전에 화염이 소멸된다. 이러한 물질확산-열전도 불안정성은 화염의 고유불안정성(intrinsic instability)에 해당하며, 이에 대한 연구는 많이 수행되었다.^(2,3) 그런데 화염지역에서 외부 비반응 유동장으로 열전도되는 고유의 열손실 이외에 복사 열손실 등과 같은 다른 열손실이 존재한다면 화염 불안정성이 더욱 촉진 될 수 있다. 특히 물질확산 및 열전도가 균형을 이루어 화염의 고유 불안정성이 나타나지 않을 때 복사 열손실과 같은 부가된 열손실이 화염 불안정성에 미치는 영향을 파악하는 것도 중요하다. 그러나 복사 열손실이 화염 불안정성에 미치는 영향에 대한 연구는 아직 많지 않다.

Sohn과 Kim⁽⁴⁾은 스트레치가 없는 정체 혼합층을

모델로 하여 Lewis 수가 1 일 때 복사열전달을 받는 확산화염에 대하여 비선형 해석을 수행하였다. Damkohler 수가 큰 경우, 복사열손실에 의하여 소멸 근처에서 확산-열전도의 불안정성과 유사한 맥동불안정성이 나타날 수 있음을 보였다. 일단 불안정성이 시작되면 화염온도가 시간에 따라 진동하면서 진폭이 증폭되어 소멸되는 경우, 진폭이 감쇄되어 정상상태 화염온도로 가는 경우, 일정한 진폭으로 계속 진동하는 안정된 한계순환(limit cycle)을 보이는 경우 등 세가지 형태로 화염이 전개됨을 보였다. Milkavcic⁽⁵⁾ 등은 정체 혼합층을 모델로 하여 복사열손실을 고려하여 확산화염의 비선형 거동을 해석하였다. 복사열손실이 없을 경우에는 Lewis 수가 매우 큰 5 에서 안정된 한계순환 거동과 함께 세가지 화염거동이 나타났으며, 복사열손실이 있을 경우에는 Lewis 수가 1인 경우에도 세가지 화염 거동이 나타남을 보여주었다. Park 등⁽⁶⁾은 대향류 확산화염에서 형성된 에지화염(edge flame)에 열손실이 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 스트레치가 작은 경우 복사 열손실뿐만 아니라 반경방향 전도 열손실에 의하여 에지화염이 진동하며, 진동모드는 위와 같이 증폭모드, 감쇄모드 그리고 조화모드 등 세가지 형태가 있음을 실험적으로 밝혔다.

위에 소개한 비선형 해석은 맥동 불안정성이 일어난 후 화염이 소멸되는지 혹은 정상상태 화염으로 되는지 등 화염의 최종 향방에 대하여 연구하였다. 어떠한 조건에서 안정된 한계순환 조건이 나타나는지 혹은 소멸되는 지에 대해서는 거의 해석하지 않았다. 본 연구에서는 선형 안정성 해석을 통하여 불안정성이 일어날 수 있는 여러 변수의 임계값과 불안정성의 특성을 파악하고, 비선형 해석을 통하여 선형 안정성 해석의 결과와 비교하여 복사 열손실을 받는 화염의 불안정성의 특성을 명확하게 밝혀려고 연구하였다.

2. 지배방정식 및 해석방법

2.1 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서는 층류화염소(laminar flamelet)의 연소해석에 널리 사용되는 이차원 대향류 유동장을 모델로 채택하였으며, Fig. 1에 도시하였다.

공간좌표 및 시간은 혼합층의 특성길이 $\sqrt{2D_T^*/a^*}$ 와 특성시간 $2/a^*$ 로 무차원화하여 다음과 같이 정의되었다.

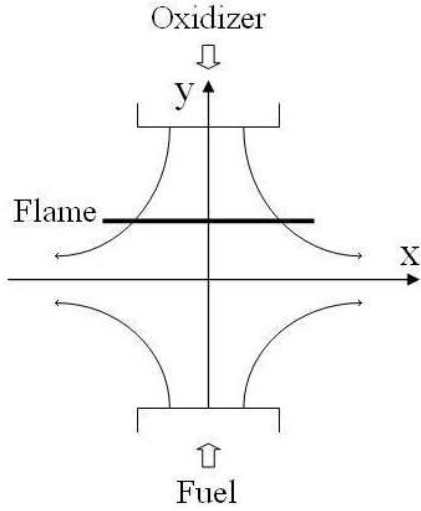


Fig. 1 Schematic diagram of counterflow diffusion flame

$$(x, y) \equiv \sqrt{\frac{a^*}{2D_T^*}} (x^*, y^*), \quad t \equiv \frac{a^* t^*}{2} \quad (1)$$

여기에서 a^* 는 dv_x/dx^* 로 정의된 유동장의 변형을 인자, 즉 스트레치와 관련된 인자이다. 산화제의 질량당 열발생 Q^* 와 정압비열로서 정의된 특성온도 $T_c^* \equiv Q^*(Y_{O_\infty}^*/L)/c_p^*$ 로 온도를 무차원화 하였고, 산화제 및 연료의 농도는 다음과 같이 정의하였다.

$$\Theta = \frac{T^* - T_\infty^*}{T_c^*} = \frac{T^* - T_\infty^*}{q T_\infty^*} \quad (2)$$

$$Y_O = \frac{Y_O^*}{Y_{O_\infty}^*} \quad Y_F = \frac{Y_F^*}{\nu Y_{O_\infty}^*}$$

여기에서 T_∞^* 는 산화제측의 온도, $q \equiv T_c^*/T_\infty^*$ 로 정의된 무차원화된 열발생이며, ν 는 연료-공기 화학양론비이다. 경계조건에서 나타나는 인자는 당량비로서 $A_F = Y_{F,-\infty}^*/(\nu Y_{O_\infty}^*)$ 이며, $Y_{F,-\infty}^*$ 는 연료측의 연료 질량분율이다.

해석을 단순화하기 위하여 여러 가지 가정을 도입하였다. 열적팽창을 무시하여 밀도 ρ 를 일정하게 두고, Lewis 수는 1 로 가정하였다. 화학반응은 일단계 총체 Arrhenius 반응을 채택하였다.

복사열손실을 계산하기 위하여, 기체복사는 광학적으로 얇다(optically thin)고 가정하였다.⁽⁵⁾ 단위체적당 복사열손실은 다음과 같다.

$$q_R^* = -4\delta^* K_P^* (T^{*4} - T_b^{*4}) \quad (3)$$

여기에서 δ^* 는 Stefan-Boltzmann 상수이며 K_P^* 는 Plank mean absorption 상수이다. K_P^* 는 화학종 및 온도에 따라 변하는 물성치이지만 본 연구에서는 해석상의 간편함을 위하여 상수 값으로 두고,⁽⁴⁾ K_P^* 값을 변화시키면서 화염 특성을 연구하였다.

확산화염의 구조를 해석하는 경우, 혼합분율 (mixture fraction) Z 와 총엔탈피(total enthalpy) H 와 같은 연계함수(coupling function)를 도입하면 편리하며 각각 다음과 같이 정의되었다.

$$Z \equiv \frac{Y_F - Y_O + 1}{A_F + 1}, \quad H \equiv \Theta + \frac{Y_F + Y_O}{2} \quad (4)$$

이러한 가정 하에서 대향류 유동장에서 화학종 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Y_O}{\partial t} - 2y \frac{\partial Y_O}{\partial y} - \frac{\partial^2 Y_O}{\partial y^2} = -Da Y_O Y_F \exp\left[-\frac{T_a}{1+q\Theta}\right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} - 2y \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} - 2y \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \kappa Da [(1+q\Theta)^4 - 1] = 0 \quad (7)$$

여기에서 T_a 는 무차원 활성화온도, Da 는 Damkohler 수이며 κ 는 복사열손실과 관련된 무차원 수로 다음과 같이 각각 정의되었다.

$$Da = 2B^* \nu Y_{O_\infty}^* / a^* \quad (8)$$

$$\kappa \equiv 4 \frac{\sigma^* K_P^* T_b^{*4}}{\rho^* Q^* B^* \nu} \quad (9)$$

여기에서 B^* 는 빈도인자이다. κ 는 발생열에너지에 대한 복사열손실 에너지의 비를 표시하는 무차원 변수이며, 이 크기를 변화하여 복사강도를 조절할 수 있다.

위 지배방정식의 경계조건은 다음과 같다.

$$Y_O \rightarrow 1, \quad Z \rightarrow 0, \quad H \rightarrow 1/2 \quad \text{as } y \rightarrow \infty$$

$$Y_O \rightarrow 0, \quad Z \rightarrow 1, \quad H \rightarrow A_F/2 \quad \text{as } y \rightarrow -\infty \quad (10)$$

2.2 선형안정성 해석

정상상태의 화염에 임의의 매우 작은 교란 (perturbation)을 가하여, 그 교란의 크기가 시간에 따라 증가하는지 감소하는지를 살펴봄으로써 화염의 안정성 해석을 할 수 있다. 산화제, 혼합분율 및 엔탈피에 대하여 다음과 같이 정상상태의 해에 매우 작은 교란을 더하여 전개하였다.

$$\begin{aligned}
Y_O(y,t) &= \bar{Y}_O(y) + \epsilon \psi_O(y) \exp(\sigma t) \\
Z(y,t) &= \bar{Z}(y) + \epsilon \psi_Z(y) \exp(\sigma t) \\
H(y,t) &= \bar{H}(y) + \epsilon \psi(y) \exp(\sigma t)
\end{aligned} \quad (11)$$

여기에서 $\bar{}$ 는 정상상태의 해를, ϵ 은 선형 안정성 해석과 관련된 작은 매개변수, σ 는 가해진 교란의 무차원 증가율을 나타낸다. σ 가 실수 일 때는 가해진 교란이 시간에 따라 단조증가 (monotonic increase) 혹은 감소하며, 복소수일 때는 교란이 시간에 따라 진동하게 된다. 정상상태 화염의 안정성에 대한 판단 기준은 σ 의 실수값 혹은 복소수 값의 실수 부분의 값에 있다. 실수 부분이 양수이면 정상상태의 화염에서 가해진 교란이 시간에 따라 증가하므로 화염이 불안정하게 되고, 실수부분이 음수이면 교란이 시간에 따라 감소하므로 화염은 안정하게 된다.

식 (11)을 지배방정식 (5)~(7)에 대입하고 선형 차수(leading order)와 ϵ 차수에 따라 정리하면 정상상태와 교란과 관련된 량들의 선형 미분방정식을 얻을 수 있다. 각 산화제, 혼합분율 및 엔탈피의 교란에 대하여 선형 미분방정식들은

$$\mathcal{L}(\psi_O) = Da \left[\psi_O \bar{Y}_F + \psi_F \bar{Y}_O + \frac{q T_a \theta \bar{Y}_O \bar{Y}_F}{(1+q\bar{\theta})^2} \right] \exp\left(-\frac{T_a}{1+q\bar{\theta}}\right) \quad (12)$$

$$\mathcal{L}(\psi_Z) = 0 \quad (13)$$

$$\mathcal{L}(\psi) - 4q\theta\kappa Da(1+q\bar{\theta})^3 = 0 \quad (14)$$

이며, $y = \pm \infty$ 에서 동차경계조건(homogeneous boundary condition)을 갖는다. 여기에서 연산자(operator) \mathcal{L} 과 θ 는 다음과 같이 정의되었다.

$$\mathcal{L} \equiv \frac{d^2}{dy^2} + 2y \frac{d}{dy} - \sigma \quad (15)$$

$$\theta \equiv \psi - \frac{\psi_O + \psi_F}{2} \quad (16)$$

2.3 수치해석 방법

지배방정식 (5)와 (7)을 공간적으로 2차 유한 차분방법을 이용하고 Newton's method 를 이용하여 비선형 차분방정식을 해석하였다. y 방향의 경계는 혼합경계층의 바깥 영역까지 고려하기 위하여 충분히 큰 값인 $y = \pm 5$ 로 두었고, 총 500 개의 격자를 두었다. 모든 계산은 Lewis 수는 1 로 가정하였고, $T_a = 50$, $q = 10$ 그리고 $A_F = 1$

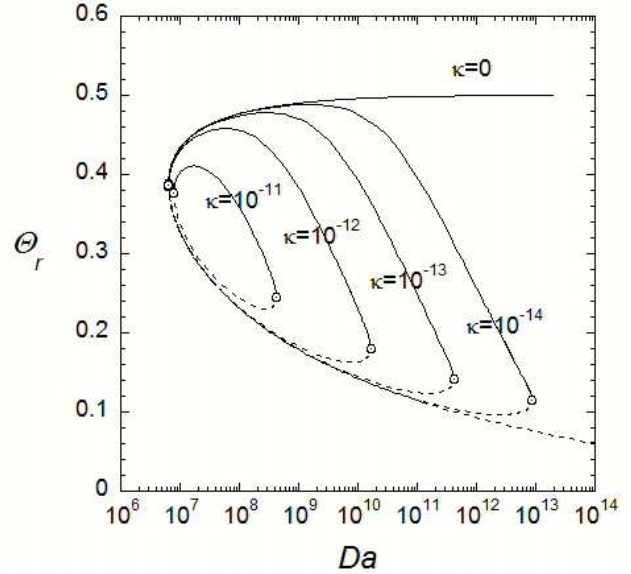


Fig. 2 Flame temperature response as a function of Damkohler number for various values of κ

로 두었다.

선형안정성 미분방정식 (12)~(14)은 증가율 σ 에 대한 고유값 문제(eigenvalue problem)이다. 고유값을 찾는 방법은 여러 가지가 있으나, 본 연구에서는 유한차분방법을 이용하였다. 먼저 정상상태의 해를 구하고 식 (12)~(14)를 차분화하였다. 일반적인 행렬을 Hessenberg 형태의 행렬로 변환한 후에 직교행렬과 upper triangular 행렬로 바꾸는 QR 알고리즘을 이용하여 대수방정식의 복소수 고유값을 구하였다. 프로그램은 Numerical Recipes⁽⁷⁾에 수록되어 있는 것을 이용하였다.

소염점 근처의 정상상태의 해로부터 Da 에 0.001%의 교란을 부과한 후에 비정상 수치해석을 수행하여 매우 작은 교란에 대하여 비선형 거동을 해석하였다. 공간적으로 2차 유한차분방법 그리고 시간적분은 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수행하였다. 시간 적분을 위한 time step 은 수치해석의 결과가 일치하는 최대크기인 $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ 으로 두었다.

3. 결과 및 검토

복사 열손실이 정상상태 화염에 미치는 영향을 보기 위하여, 복사강도 κ 값에 대하여 Da 에 따른 화염의 온도를 Fig.2 에 도시하였다. 각각의 소염점을 \odot 로 표시하였으며, 실선이 안정된 정상상태 화염, 점선이 불안정한 정상상태 화염을 나타낸다. 복

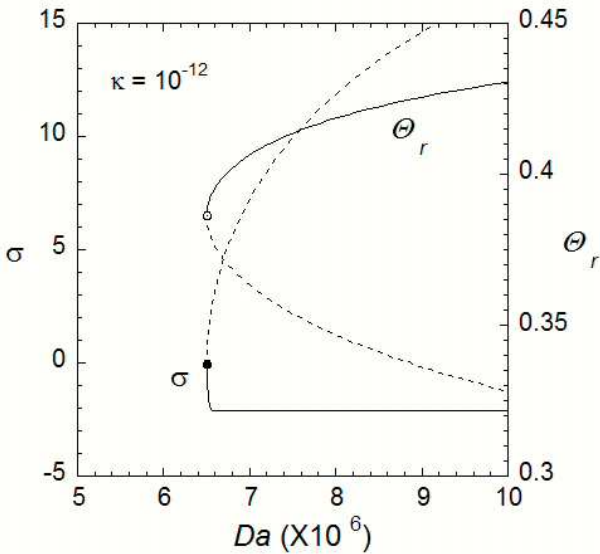


Fig. 3 Variation of flame temperature and growth rate as a function of Damkohler number for kinetic limit extinction regime (⊙: steady-state extinction point, • : flame instability point)

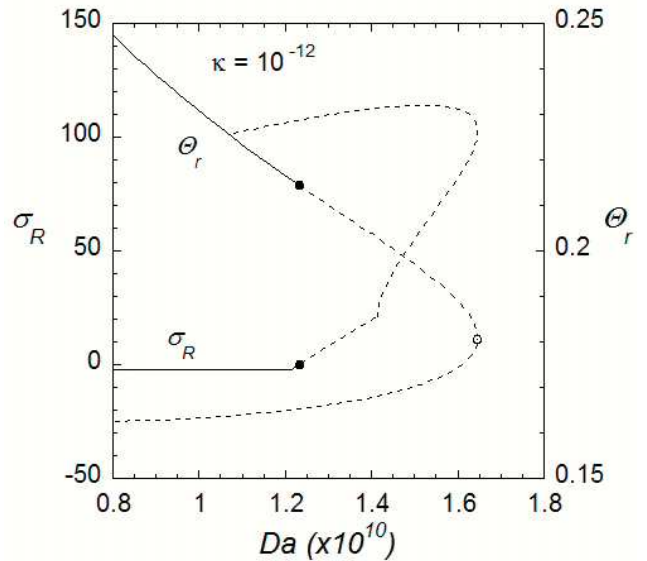


Fig. 4 Variation of flame temperature and growth rate as a function of Damkohler number for radiation limit extinction regime (⊙: steady-state extinction point, • : flame instability point)

사열손실이 없는 $\kappa = 0$ 일 경우에는 Da 가 증가하면 유동시간에 비해 화학반응시간이 짧아져서 온도가 높고 매우 강한 화염을 유지한다. 반면에 Da 가 감소하면 유동시간에 비해 화학반응시간이 상대적으로 길어지기 때문에 화염온도가 감소한다. 만약 Da 가 임계값보다 작아지면 화염이 더 이상 존재하지 못하고 소멸되며, 이를 반응속도 제한에 의한 소멸 Da 라 한다.⁽⁸⁾ 에너지 방정식 (6)에서 복사열손실에 의한 에너지 손실항이 κDa 와 온도 4제곱에 비례한다. 복사 열손실이 존재할 경우 Da 가 크게 증가하면 복사열손실이 증가하여 온도가 감소하게 된다. $\kappa = 10^{-14}$ 일 때 Da 가 증가함에 따라 온도가 증가하지만 Da 가 더 크게 증가하면 복사열손실에 의해 온도가 감소하게 된다. Da 가 임계값보다 커지게 되면 복사 열손실이 너무 커져서 더 이상 화염이 존재하지 못하고 소멸된다. 이 경우의 소멸은 복사 열손실에 의한 소멸이라고 한다.⁽⁸⁾ 이와 같이 열손실이 존재할 경우, 소멸점이 두 개인 섬 (island) 형태를 띠게 된다. κ 가 증가함에 따라, 즉 복사 강도가 증가함에 따라, 반응속도 제한에 의한 소멸 Da 는 크게 변하지 않는 것을 볼 수 있다. Da 가 작을 경우에는 복사강도 보다 유동속도 증가가 반응속도의 제한에 더 큰 영향을 주기 때문이다. 따라서 기상 연소(gas-phase combustion)에서 반응속도 제한에 의한 소멸 해석에서는 복사 열전달

을 무시하여도 크게 오차가 없을 것이다. 그러나 Da 가 큰 경우의 소멸은 복사 강도에 따라 크게 영향을 받는 것을 볼 수 있다. κ 가 커지면 화염이 존재할 수 있는 Da 의 영역이 점점 좁아지며, 본 연구의 조건에서는 $\kappa = 2.6 \times 10^{-11}$ 이상이 되면 복사 강도가 너무 커서 더 이상 화염이 존재할 수 없었다.

정상상태의 소멸조건과 화염의 불안정성과의 관계를 파악하기 위하여 선형 안정성 해석을 수행하였다. Fig. 3에 반응속도 제한에 의한 소멸조건 근처에서 정상상태의 화염온도와 교란의 증가율 σ 를 도시하였다. • 는 $\sigma = 0$ 이 되는 지점으로 화염이 불안정하기 시작하는 점을 나타낸다. 실선은 화염이 안정한 영역을 나타내고, 점선은 화염이 불안정한 영역을 나타낸다. 반응 속도 제한에 의한 소멸조건 근처에서 σ 는 항상 실수 값을 가지므로, 진동형태의 불안정성은 일어나지 않음을 알 수 있다. 또한 Fig. 3에서 보는 것처럼 정상상태 화염의 소멸조건인 전환점(turning point)에서의 Da 값과 화염의 한계 안정 (marginally stable) 조건인 $\sigma = 0$ 에서의 Da 값이 정확하게 일치한다. 이 경우의 소멸조건 근처에서는 복사 열손실이 존재하더라도 정상상태의 소멸조건 전에 화염의 불안정성이 나타나지 않는다. 여러 가지 κ 에 대하여 계산한 결과, 복사 강도인 κ 와 관

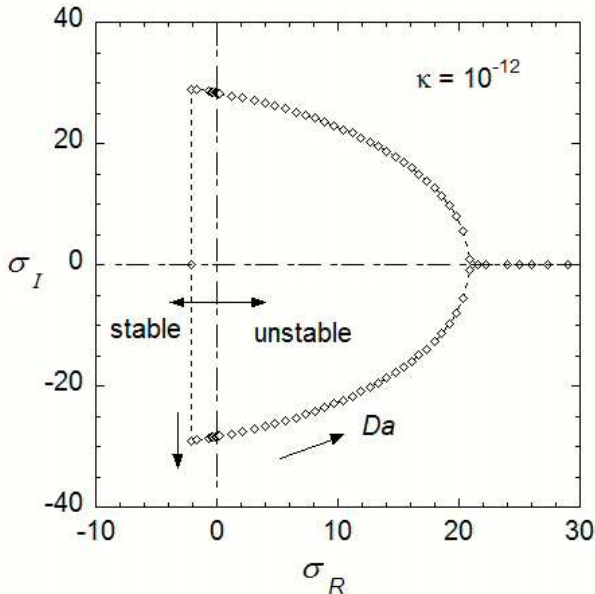


Fig. 5 Variation of the eigenvalues for increasing values of Da (direction of arrow)

계없이 정상상태 화염의 소염조건과 화염의 불안정하기 시작하는 조건이 일치하였다. 따라서 반응속도 제한 소염조건에서는 복사 열손실 강도가 증가하면 정상상태 화염의 소염 Da 에도 큰 영향을 주지 못하고, 정상상태 소염조건 전에 화염의 불안정성이 나타나지는 않는다.

복사열손실에 의한 소염조건 근처에서 정상상태의 화염온도와 교란의 증가율 σ 를 Fig. 4에 도시하였다. 반응속도 제한에 의한 소염 근처의 결과와 달리, 정상상태 화염의 소염조건 전인 $Da = 1.23 \times 10^{10}$ 에서부터 $\sigma_R > 0$ 이 되어 화염이 불안정하게 됨을 알 수 있다. 또한 Fig. 3의 경우 소염근처에서 교란 증가율 σ 가 항상 실수 값을 갖지만, 복사열손실에 의한 소염 근처에서는 불안정성이 시작되는 부근에서 σ 가 복소수 값을 갖는다. 따라서 복사 열손실에 의한 소염근처에서는 정상상태 화염의 소염조건 전에 진동 불안정성이 나타남을 알 수 있다.

복사 열손실에 의한 소염 근처에서 맥동 불안정성의 특성을 파악하기 위하여, 복사 강도가 $\kappa = 10^{-12}$ 일 때 Da 에 따른 증가율 σ 의 실수부분 및 허수부분의 값을 Fig. 5에 나타내었다. 정상상태의 화염이 안정된 상태에서는 선행차수 고유값이 $\sigma \approx -2.1$ 으로 음의 실수이다. 그러나 $Da = 1.21 \times 10^{10}$ 이 되면 실수부분의 값이 -2.1 보다 큰 다른 복소수 고유값이 나타나서 선행차

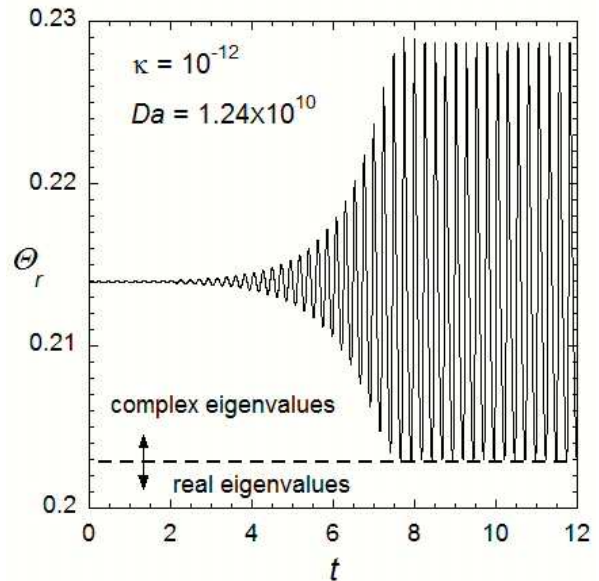


Fig. 6 Flame evolutions as a function of time for $Da = 1.24 \times 10^{10}$

수의 고유값이 쥘레 복소수(conjugate complex number)가 된다. Da 가 증가함에 따라 복소수 고유값의 실수부분은 증가하고 허수부분은 점차 감소하게 되며, 약 $Da = 1.23 \times 10^{10}$ 이 되면 $\sigma_R = 0$ 이 되어 불안정이 시작되는 분기점(bifurcation point)이 된다. $Da = 1.42 \times 10^{10}$ 이 되면 복소수 고유값이 양의 실수 고유값이 되며, Da 가 증가함에 따라 양의 실수 값이 계속 증가한다. 증가율 σ 가 복소수 값을 갖는 Da 영역에서 교란이 진동하는 특성을 나타내며, 만약 $\sigma_R < 0$ 이면 교란이 진동하면서 감쇄하는 특성, $\sigma_R > 0$ 이면 교란이 진동하면서 증폭되는 특성을 갖는다. Sohn과 Kim⁽⁵⁾은 복사 열손실을 받는 정체 혼합층 확산화염의 비선형 해석을 수행하여, 교란이 증폭되어 화염의 온도가 계속 진동하는 안정된 한계순환(stable limit cycle)이 나타남을 보였고, 불안정성이 시작되는 분기점에서 충분히 큰 Da 에서 화염에 가해진 교란이 진동하지 않고 증폭되어 화염이 소멸됨을 보여주었다. 그러나 선형해석을 하지 않았기 때문에 어떤 Da 의 영역에서 화염에 가해진 교란이 한계순환이 나타나는 것인지 혹은 진동하다가 결국 화염이 소멸되는 것인지에 대한 설명을 할 수 없었다. 본 연구에서는 선형해석의 결과를 토대로 복소수 고유값을 갖는 Da 영역에서 비선형해석을 수행하여 화염이 한계안정 진동 혹은 소멸되는 이유를 연구하였다.

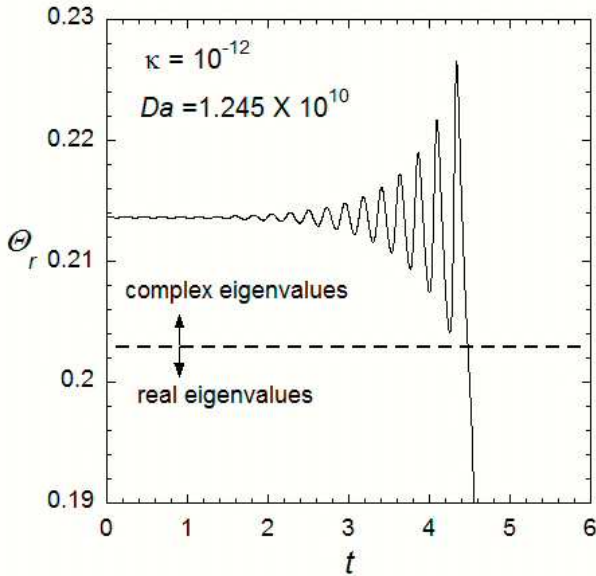


Fig. 7 Flame evolutions as a function of time for $Da = 1.245 \times 10^{10}$

정상상태의 화염 줄기(branch)에서 맥동 불안정성의 특성을 알아보기 위하여 Da 를 0.001% 섭동시켜 비정상상태 계산을 수행하였다. Fig. 6에 $Da = 1.24 \times 10^{10}$ 일 때 시간에 따른 화염의 거동을 나타내었다. Da 가 섭동되면 복소수 고유값을 갖기 때문에 맥동불안정성이 나타나고 시간에 따라 진폭이 점점 크게 된다. $t > 8$ 에서는 더 이상 진폭이 증가하지 않고 일정하게 유지되는 한계안정 불안정성을 보여준다. 이 경우 화염은 소멸되지 않고 계속 진동하게 된다. 여기에서 주목할 것은 진동하는 화염의 진폭의 크기이다. 횡으로 그어진 점선은 Fig. 5에서 복소수 고유값에서 양의 실수 고유값이 되는 Da 에서 정상상태 화염의 온도값을 나타낸다. 나타낸 온도 보다 큰 온도에서는 복소수 고유값을 갖게되므로 진동하는 특성이 있으며, 작은 온도에서 양의 실수값을 갖게 되므로 진동하는 특성이 없이 교란이 계속 증폭하게 된다. Fig. 6에서 진동하는 화염 온도의 진폭의 끝이 양의 실수 고유값을 갖는 정상상태의 화염온도보다 항상 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 진동하는 화염온도의 영역이 항상 복소수 고유값을 갖는 영역에 있기 때문에 화염이 소멸되지 않고 한계순환 특성을 갖게 되는 것이다.

Nanduria 등⁽⁹⁾에 의하면 진동하는 화염의 온도가 정상상태의 불안정한 줄기의 화염온도 보다 작아지면 화염이 회복되지 못하고 소멸된다고 하

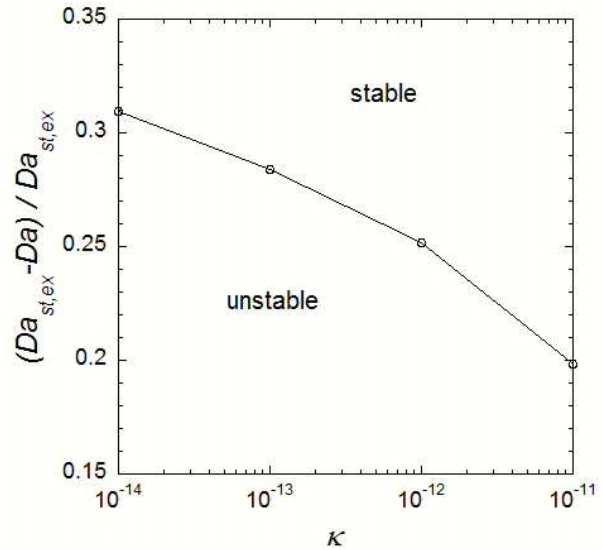


Fig. 8 Neutral stability curve as a function of κ

였다. 그러나 본 연구의 선형해석과 비선형해석의 결과들을 비교해 보면 Nanduri 등의 예측이 틀린 것을 알 수 있었다. Fig. 7에 $Da = 1.245 \times 10^{10}$ 일 때 시간에 따른 화염의 거동을 나타내었다. 화염에 가해진 교란에 의하여 화염온도는 진동하게 되고 시간에 따라 진폭이 증가한다. 그러나 약 $t = 4.5$ 에서 화염온도가 양의 실수 고유값을 갖는 정상상태 화염온도 보다 낮아지면 더 이상 진동하는 특성이 사라지고 교란이 증폭하여 결국 소멸되는 것을 알 수 있다. 그러나 본 연구의 선형해석의 결과로 나타난 따라서 화염에 가해진 교란에 의해 화염이 불안정해져서 진동하게 되면 화염의 온도가 양의 실수 고유값을 갖게 되는 정상상태 화염온도 보다 낮아지면 화염이 소멸됨을 알 수 있다. 선형 안정성 해석에서 $\sigma_R = 0$ 의 조건은 안정성 한계를 찾는 데 이용되며, 불안정성이 나타난 후 시간에 따라 화염이 한계 안정을 보일 것인가 소멸될 것인가 하는 것은 복소수 고유값에서 양의 실수 고유값을 갖는 조건이 중요하다. 선형 안정성 해석에서 복소수 고유값을 갖는 Da 영역이 $1.23 \times 10^{10} \leq Da \leq 1.42 \times 10^{10}$ 로 비교적 넓지만 불안정성이 시작되면서 교란이 점점 증폭하기 때문에 안정된 한계 순환이 나타나는 영역은 $\sigma_R \rightarrow 0+$ 근처의 매우 좁은 지역에 국한된다.

Fig. 8 에 복사강도의 크기에 따라 화염의 불안정성이 생기기 시작하는 $(Da_{st,ext} - Da) / Da_{st,ext}$

를 나타내었다. 실선은 $\sigma_R = 0$ 인 한계 안정을 나타내고 있으며, 실선 아래가 불안정한 영역이며 위쪽이 안정한 영역을 나타낸다. 전술한 바와 같이 안정된 한계 순환 영역은 한계안정 곡선 근처의 매우 좁은 지역에 국한되며, 불안정한 영역의 대부분은 화염이 소멸되는 영역이다. 복사강도가 커짐에 따라 $Da_{st,ext}$ 에 대하여 불안정성이 나타나는 Da 의 비는 작아짐을 알 수 있다.

4. 결 론

대향류 유동장을 모델로 하여 복사 열손실을 받는 확산화염의 선형 안정성 해석과 비선형 해석을 수행하여 불안정성의 특성을 연구하였다. 열 및 물질 전달에 의한 불안정성을 배제하기 위하여 Lewis 수를 1로 가정하고 복사 강도를 변화하면서 화염 불안정성을 조사하였다. 정상상태의 해에 작은 교란을 더하여 교란에 대한 선형 미분 방정식을 구하였고, 유한 차분 방법을 이용하여 고유값인 증가율을 구하였다.

복사 열손실을 받는 확산화염의 온도는 Da 가 클 때 와 작을 때 두 개의 소멸점을 갖는 섬형태를 갖는다. 선형 해석의 결과, 반응속도 제한에 의한 소멸 근처에서는 정상상태 화염의 소멸점에서 화염의 불안정성이 나타나며 소멸 전에 화염 불안정성이 나타나지 않는다. 반면에 복사 열손실에 의한 소멸근처에서는 정상상태 화염의 소멸 전에 복소수의 고유값을 갖게되며 맥동 불안정성이 나타난다.

복사 열손실에 의한 소멸근처에서는 화염에 가해진 교란에 의하여 화염온도는 시간에 따라 진동하게 된다. 진폭의 끝이 선형 안정성 해석에서 구한 양의 실수 고유값을 갖는 정상상태 화염의 온도 보다 클 경우에는 화염온도가 계속 진동하는 안정된 한계 순환 특성을 갖는다. 그러나 진폭의 끝이 양의 실수 고유값을 갖는 정상상태 화염의 온도 보다 작을 경우에는 더 이상 진동하지 못하고 교란이 증폭되어 소멸된다. 따라서 화염이 불안정하게 된 후 소멸되는 조건은 선형 안정성 해석을 통해 구한 양의 실수 고유값을 갖는 화염의 조건이 중요하다.

후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Tien, J. S., 1986, "Diffusion Flame Extinction at Small Stretch Rates: The Mechanism of Radiative Loss" *Combustion and Flame*, Vol. 65, pp. 31~34.
- (2) Kim, J. S. and Lee, S. R., 1999, "Diffusional-Thermal Instability in Strained Diffusion Flames with Unequal Lewis Numbers," *Combustion Theory and Modelling* 3-1, 123~146.
- (3) Kukuck, S. and Matalon, M., 2001, "The Onset of Oscillations in Diffusion Flames," *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 5, pp. 217~240.
- (4) Sohn, C. H., Kim J. S., Chung, S. H. and Maruta, K., 2000, "Nonlinear Evolution of Diffusion Flame Oscillations Triggered by Radiative Heat Loss," *Combustion and Flame*, Vol. 123, pp. 95~106.
- (5) Miklavcic, M., Moore, A. B. and Wichman I. S., 2005, "Oscillations and Island Evolution in Radiating Diffusion Flames," *Combustion Theory and Modelling* Vol. 9, No. 3, pp. 403~416.
- (6) Park, J. S., Hwang D. J., Park J., Kim J. S., Kim S, Keel S. I., Kim T. K., Noh D. S., 2006, "Edge Flame Instability in Low-Strain-Rate Counterflow Diffusion Flames," *Combustion and Flame*, Vol. 146, pp. 612~619.
- (7) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, New York, pp. 476~486.
- (8) Wang, H. Y., Chen, W. H. and Law, C. K., 2007, "Extinction of Counterflow Diffusion Flames with Radiative Heat Loss and Nonunity Lewis Numbers," *Combustion and Flame*, Vol. 148, pp. 100~116.
- (9) Nanduria, J. R., Sung, C. J. and Tien, J. S., 2005, "Structure and Dynamic Response of Radiative Diffusion Flames," *Combustion Theory and Modeling*, Vol. 9, pp. 515~548.