韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2012. 05. 제 51권, 제 2호, 161-171.

J. KSME(Math. Edu) ISSN 1225-1380
May. 2012, Vol. 51 No. 2. 161-171.

# 수학적 지식의 특성요소에 대한 수학교육전공 대학생의 인식 상황

김 영 국 (서원대학교)†

## I. 서 론

TIMSS나 PISA 등 수학 성취도에 관한 국제비교 결과를 보면 우리 학생들은 인지적인 영역에서 매우 우수한 성적을 거둔데 반해 자신감이나 흥미 등이 중심인 정의적 영역은 매우 낮은 수준인 것으로 밝혀져 있다(김경희・김수진・김미영・김선희, 2009; 김성열, 2010). 그리고 우리 학생들의 수학기피현상은 학년이 높아짐에 따라 점점 심해져서 고등학교 1학년의 경우 70%의 학생이 수학을 기피한다고 보고되어 있다(김영국・박기양・박규홍・박혜숙・박윤범・임재훈, 2000). 이와 같은 현상을 개선하기 위하여 수학교사 교육에서 수학에 대한 긍정적인 태도를 신장하기 위한 내용을 강화하는 것은 효율적인 전략이 될 수 있다. 교사들이 교육현장에서 수학에 대한 존중과 긍정적인 자세로 학생들을 이해시킬 수 있다면 학생들의 수학에 대한 정의적 태도는 훨씬 긍정적으로 변화할 수 있을 것이다. 사실 학생들에게 수학의 중요성에 대해서 설득력 있게 설명한다는 것은 충분한 준비 없이는 결코 쉽지 않은 일이다. 이것은 학생들에게 수학 학습의 중요성을 설득하는 것과 관련하여 어려움을 호소하는 수학교사들을 종종 만날 수 있음을 보더라도 알 수 있는 현실이다(우정호, 2008).

수학에 대한 태도의 형성은 수학에 대한 인식과 밀접하게 연계되어 있다. 그런데 많은 사람들은 수학에 대한 인식을 수학에 대한 주관적인 관점 정도로 오해하고 있다. 그러나 수학에 대한 인식의 문제는 수학교육의 바탕을 이루는 중요한 사항으로서 그의 의미나 구성에 대해서 분명히 할 필요가 있다. 수학 인식의 중요성에 대해 김응태・박한식・우정호(2001)는 “수학교육에 대한 논의는 수학적 지식 및 인식의 본질에 대한 기본적 입장, 즉 수학 인식론적 입장의 차이에 따라 크게 달라질 수밖에 없다. 왜냐하면 가르쳐져야 할 수학에 대한 인식이 기본적으로 다르면 추상화의 의미나 수학적 개념의 이해의 의미 등이 달라지므로 서로 다른 형태의 학습지도를 초래할 것이기 때문이다”라고 했다.

수학에 대한 인식은 정의적 영역뿐만 아니라 인지적 영역의 학습에 대해서도 밀접한 영향이 있는 것으로 밝혀져 있다. Crawford, Gordon, Nicholas & Prosser(2010)는 대학생들의 수학적 지식에 대한 관점과 학습 태도 사이의 연계성을 연구하여 그 결과를 다음 <표 1>과 같이 나타내었다.

<표 1> 지식의 관점과 학습태도(Crawford 외, 2010)

| | | 학습 태도 | |
|---|---|---|---|
| | | 피상적 (surface approach) | 깊이 있게 (deep approach) |
| 지식의 관점 | 독립적 개별 사실 | 91% | 9% |
| | 연계적 사실 | 10% | 90% |

<표 1>은 수학에 대한 올바른 관점이 대학생들의 학습태도에 바람직한 영향을 미치고 있다는 것을 보여주고 있다. 이 연구에서는 "깊이 있는 학습태도“를 지닌 동시에 ”수학적 지식은 상호 연계되어 있다는 인식“을 지닌 학생들의 성적이 그렇지 않은 집단에 비해 높다는 사실도 밝혔다. 이것은 직관・실생활과의 연계성을 중시한 학교수학에 익숙해 있다가 미쳐 깨닫지 못한 상태에서 공리・논리적 추론・체계성을 중시하는 순수수학을 접하게 되면서 당혹감을 겪는 대학생들이 상당한 현실로 미루어 보건데 매우 타당한 결론이라 여겨진다. 이처럼 수학에 대한 올바른 인식은 대학생들의 순수수학에 대한 긍정적인 태도의 함양은 물론 인지적 성취도를 높여주는 중요한 요소로 작용함을 알 수 있다. 그러나 교수학적 중요성에도 불구하고 수학에 대한 인식은 수학 내용의 교수에 묻혀 제대로 관심을 받지 못하는 것이 일반적인 현실이고, 학생들의 수학 인식 실태에 대한연구도 미흡해서 이에 대한 우리 대학생들의 실태도 파악된 바가 거의 없는 형편이다(Kang, 2003).

한편, 인식론에 의하면 인식의 바탕은 지식의 특성에 대한 이해를 바탕으로 하는 것으로 설명되고 있다(김준섭, 1993). 이에 본 연구에서는 인식론의 논의를 바탕으로 수학적 지식의 특성요인을 탐색하고 이를 활용하여 사범대학 수학교육 전공 학생들의 수학 인식에 대한 실태를 분석하고자 하였다. 이를 위하여 다음과 같은 사항

* 접수일(2012년 4월 26일), 수정일(2012년 5월 7일), 게재확정일(2012년 5월 21일)
* ZDM분류 : B5
* MSC2000분류 : 97C70
* 주제어 : 수학적지식의 인식론적 특성, 추상적 개념, 논리적 추론, 수학적 표현, 공리적 정당화, 위계적 체계성
† 교신저자 : ykkim@seowon.ac.kr

을 연구하였다.

첫째, 인식론에서 인식을 위한 과제로 제시되어 있는 인식의 근원, 인식의 대상, 진위판별에 대한 논의를 바탕으로 수학적 지식의 특성요소를 설정하였다.

둘째, 설정된 수학적 지식의 특성요소를 준거로 수학교육 전공 학생들의 수학인식 경향을  분석하였다.

본 연구의 결과로 다음과 같은 효과를 기대할 수 있다.

첫째, 연구 결과로 파악된 수학적 지식의 특성요소를 이용하여 수학에 대한 인식을 더욱 타당하고 체계적으로 구성하는데 활용될 수 있을 것이다.

둘째, 수학적 지식의 특성요소는 학생들의 수학에 대한 인식 상황을 구체적으로 파악하고 표현하는데 활용될 수 있을 것이다.

셋째, 수학적 지식의 특성요소를 분명히 함으로써 수학의 본성에 대하여 더욱 합리적이고 타당한 이해를 돕고 효율적인 교수활동의 전략을 마련하는데 활용될 수 있을 것이다.

## II. 수학에 관한 철학・관념・인식

"수학이란 무엇인가?"라는 주제는 수학의 학습을 의미 있게 수행할 수 있도록 방향을 제시해주는 좌표의 역할을 한다. 그런데 친숙한 것 같은 이 주제는 다양한 견해를 허용한다. 여러 유명한 수학자들의 견해를 참고해보아도 어떤 공통점을 찾기란 어렵다. 예를 들어, Russell은 "순수수학이란 'p이면 q' 형태의 명제가 합성된 것"이라고 했다(Russell, 1902 p. 3). 그는 또, "수학에 대해서 말할 때, 우리는 무엇을 말하는지도 모르고, 우리가 말하는 것이 사실인지도 모른다. 그것이 바로 수학이라고 정의할 수 있다"고도 했다. Klein은 "수학이란 근본적으로 자명한 것들에 관한 과학이다"라고 했고, Hilbert는 "수학이란 몇 가지 간단한 규칙에 따라서 종이에다 아무런 의미 없는 기호를 표기하면서 펼치는 경기"라고 했다(Bell, 2000, p. 29, 32). 이런 언급은 수학의 본질에 대해 여러 면으로 심오한 시사를 주지만 그만큼 불분명하기도 하다. 이것은 현대수학의 특성상 피할 수 없는 속성일 수도 있다. 그래서 수학의 의미를 정의하려는 시도에 대해 Bell(2000, p.30)은 "현대수학의 자유로운 정신을 사전의 몇 줄에 담으려는 것은, 끝없이 커지는 천둥 먹구름을 조그마한 호리병에 담으려는 것이나 마찬가지이다"라며 무모한 일이라고 했다.

오늘날 수학의 의미에 대해서 이와 같은 다양한 관점을 허용할 수 있는 것은 현대수학의 특성이기도 하지만 수학적 지식의 본성에는 철학・문화적 관점의 다양성이 반영된다는 특성 때문이기도 하다. 즉, 수학의 의미에는 학문으로서의 철학적 의미와 비학문적인 이미지(image)가 혼재될 수 있기 때문이다. Ernest(2007)는 '수학의 철학(philosophy of mathematics)'이란 "수학의 본성에 관한 일련의 주장으로서 철학적으로 형식화 되고 학문적으로 수용할 수 있는 명제"라면서, "수학적 대상, 수학적 지식 및 이들의 일부 또는 전체와 수학의 교육 혹은 사회적 맥락과의 관계에 관심을 갖는다."고 했다. 즉, 철학적 의미의 수학은 수학적 지식을 포함하여 수학적 대상 및 그들의 교육・사회문화적 의의에 대해 학문적으로 탐구하는 영역이라는 것이다. 이에 비해 수학에 대한 관념(image of mathematics)은 "학문적인 철학과는 달리 수학에 대한 관점(view), 지각(perception), 또는 정신 도야와 탐구영역 같은 수학에 대한 일반적 설명"이라고 했다. 그래서 이것은 "수학의 본성에 대한 암묵적 추론, 추정, 믿음과 같은 일종의 신념이나 관점의 체제로서 이데올로기의 일부가 되기도 하는 것"이라고 했다. 이처럼 수학에 대한 관념은 주관적인 속성이 강하며 학문적인 대상과는 거리가 있고 내용을 객관적으로 설정하기 어렵다는 특성을 내포하는 용어이다. 그래서 수학에 대한 관념은 관점・선입견 등과 연계되어 객관적으로 접근하는 데에는 한계가 있다. 그럼에도 불구하고 수학에 대한 관념은 정의적 태도와 직결되어 교수학적으로 중요한 의미를 갖는 심리적 요인이다.

수학에 대한 관념은 종종 수학에 대한 인식과 혼용되기도 한다. 그러나 인식의 의미는 관념과 달리 객관적 사실을 파악하는 것을 중심으로 한다는 차이점이 있다. 본래 인식(認識)의 사전적(신기철・신용철, 1980) 의미는 "어떤 사항을 분명히 알고, 그 뜻을 바로 이해하는 일"로 되어있다. 또, 인식(cognition)의 심리학적 의미는 "대상을 감지하고, 이것을 분별・판단하는 의식의 작용"이라 설명하고 있으며, 철학적 의미로는 "이성에 의하여 사물의 성질, 사물간의 관계에 관하여 바른 판단을 내리는 일"이라 설명하고 있다. 인식의 의미는 이처럼 학문 영역별로 약간씩 다르지만 본질적으로 '대상에 대해서 분명히 아는 것'을 의미하고 있다. 다만 '분명히 안다'는 것의 의미를 이성이나 의식의 구체적인 작용으로 표현하는 차이가 있을 뿐이다. 이에 대해 김준섭(1993)은 인식과 지식의 관계에 대해 "대상들은 일정한 관계를 구성하여 존재하게 되는데 그 관계를 파악하는 것이 인식이며, 그 초월적 대상간의 관계가 사고에 있어서 내재적으로 생각되는 대상간의 관계와 일치할 때 진리가 성립된다."고 설명하고 있다. 이에 의하면 지식은 대상 사이의 관계를 분명히 파악하는 것과 함께 그 관계가 논리적인 사고의 결과와 부합하는지 여부에 의해서 성립한다는 것이다. 그래서 개별 수학적 지식은 대상의 파악인 개념의 인지(identification)와 함께 이들 사이에 존재하는 이성에 의한 논리적 관계인 성질, 절차 등을 의미한다. 그

러나 '수학에 대한 인식'은 개별 수학적 지식의 인식과는 차이가 있다. 왜냐하면 개별 수학적 사실의 인식과는 달리, 수학에 대한 인식은 수학적 지식 일반을 대상으로 그들에 통용되는 일반적 특성, 즉, 수학적 지식의 본성을 바탕으로 하기 때문이다. 그래서 수학에 대한 인식은 수학적 지식의 일반적 특성에 대한 분석과 이해를 바탕으로 구성된 관점이라 할 수 있다.

## III. 수학적 지식의 특성에 관한 연구 현황

수학적 지식의 특성은 개별 수학적 지식의 일반적 특성을 추상한 것으로서 준거가 무엇이냐에 따라 내용이 달라질 수 있다. 예를 들어 강완·백석윤(1998)은 "지식의 형성과정, 적용 발전 과정, 보존 정리 과정"이라는 관점에서 수학적 지식의 특성을 분석하여 "추상화, 형식화, 이상화", "일반화, 특수화", "계통성, 논리성"을 특성요인으로 설정했다. 학교수학과 관련해서는 2006년에 개정 공포된 제7차 교육과정에서 "실용성, 추상성, 형식성, 계통성, 직관성과 논리성, 일반화와 특수화"을 수학적 지식의 특성요인으로 정했는데(교육부, 2006) 이는 앞에서 논의한 강완 외(1998)의 주장과 유사점이 많다. 한편, Grows, Howald & Colangelo(1996)는 학생들이 지니고 있는 학교수학에 대한 의상(意想 ; conception)을 탐색하기 위한 연구를 수행하면서 CMI(Conceptions of Mathematics Inventory)를 활용했는데(재인용, Kang, 2003), 여기에서는 "수학적 지식의 본성(Nature of mathematical knowledge), 수학적 활동, 수학의 학습원리, 수학의 유용성"이란 관점에서 수학적 지식의 특성을 분류했다(<표 2>). 이 표에서는 대립 되는 두 개의 극단적 견해를 제시하고 있는데 왼쪽의 견해를 타당한 수학적 지식의 특성이라고 보고 있다.

이밖에 Reys, Lindquist, Lambdin, Smith & Suydam(2004)는 학생들의 수학에 대한 인식을 알아보기 위하여 "수학이란 무엇인가?"라는 질문에 대한 학생들의 응답을 정리하여 다음 <표 3>과 같이 나타내었다. Reys의 분석은 학교수학을 대상으로 한 관점이라는 특성이 있으나 <표 2>와의 사이에 상당한 공통점을 발견할 수 있다.

<표 2> CMI의 수학적 인식 구성 영역과 양극(Grows, 1996)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 수학적 지식의 본성 | (a) 지식의 구성(Composition of Mathematical Knowledge) | | |
| | 개념·원리·일반화로서의 지식 | vs. | 사실·공식·알고리즘으로서의 지식 |
| | (b) 지식의 체계(Structure of Mathematical Knowledge) | | |
| | 통일적인 시스템 | vs. | 이산적인 부분들의 모임 |
| | (c) 지식의 상태(Status of mathematical knowledge) | | |
| | 역동적인 분야로서의 수학 | vs. | 정적인 실체로서의 수학 |
| 수학적 활동의 특성 | (d) 수행(Doing mathematics) | | |
| | 의미 구성으로서의 수학 | vs. | 결과로서의 수학 |
| | (e) 정당화 (Validating ideas in mathematics) | | |
| | 논리적 사고에 의존 | vs. | 외부의 권위에 의존 |
| 수학의 학습 원리 | (f) 학습 원리(Learning mathematics) | | |
| | 이해와 구성을 통해서 학습이 이루어진다. | vs. | 본래의 지식을 기억함으로써 학습이 이루어진다. |
| 수학의 유용성 | (g) 유용성(Usefulness of mathematics) | | |
| | 유용한 시도(endeavor) | vs. | 일상이나 장래 별 쓸모없는 교과목 |

<표 3> 수학에 대한 인식(Reys 외, 2004)

| 수학이란 무엇인가? | 내 용 |
|---|---|
| (a) 패턴과 관계에 관한 학문이다. | 수학은 반복적 사고나 현상에 관한 원리를 표현한 추상적 개념 및 관계이다. |
| (b) 사고의 방식이다. | 수학은 정보를 조직하고 분석하고 종합하기 위한 여러 전략을 제공한다. |
| (c) 순서와 자체 내의 무모순성을 특징으로 하는 예술이다. | 수학의 바탕에는 논리적 순서성이나 무모순성과 같은 사실들이 깔려 있다. |
| (d) 정교하게 정의된 술어와 기호를 사용하는 언어이다. | 수학적 기호와 용어는 수학 자체뿐만 아니라 과학 및 일상생활에서 소통 능력을 향상시키는 언어이다. |
| (e) 생활의 도구이다. | 수학은 수학자들이 사용하는 것이지만 일반인들도 일상생활에서 수학을 사용한다. |

수학적 지식의 특성에 대한 관점은 철학적으로 확고할 수도 있고 사회 변화의 영향을 수용하기도 한다. 이에 대해 Ernest(2007)는 “수학적 지식은 이성에 의한 확고한 연연적 논리에 바탕을 둔 분명하고 절대적인 것“이라는 전통적인 ‘절대주의’ 관점과 함께 “수학적 지식은 오류가능하고 사회 문화적인 경험을 반영하며 늘 새롭게 변화한다”는 ‘오류가능주의(fallibilist philosophy)’의 관점에 대해 다음 <표 4>와 같이 비교・설명하였다. 이 표는 철학적 관점별로 수학의 본성에 대한 입장의 차이를 예시해주고 있는데, 수학적 지식에 대해 사회와의 연관을 반영해야 한다는 것에 대해서는 논란이 많다. 우정호・남진영(2008)은 “수학적 지식의 본질에 대한 논의를 제외한 상태에서 수학적 지식의 객관성을 사회적 절차로부터 구하자는 주장은 수학교육이론으로서 내용이 빈약함을 의미한다.”고 비판했다. 어떤 관점이던 간에 기본 바탕은 수학적 지식의 본질에 두어야 한다. 그리고 본질에 관한 논의는 앞으로도 계속되어야 할 성질의 과제이다.

## IV. 인식론적 관점을 바탕으로 탐색한 수학적 지식의 특성

수학에 대한 인식은 수학적 지식이 지닌 일반적 특성에 대한 이해를 바탕으로 구성된다. 그래서 수학적 지식이 지니는 일반적인 특성, 즉, 수학적 지식의 본질적 특성을 설정하는 것은 수학에 대한 인식을 구성하기 위한 기본이다. 수학적 지식의 특성을 파악함에 있어서 제기되는 문제는 지식의 본질에 대한 의문이다. 이 연구에서는 ‘무엇을 안다’는 것, 즉, 인식의 의미와 함께 지식의 본질에 대해서 철학적 분석을 다루는 인식론의 논의를 바탕으로 이 문제를 다루었다.  어떤 대상에 대한 타당한 인식을 구성하려면 대상에 대한 어떤 요소를 고려해야 할지를 정해야 한다. 이런 논의는 인식론의 중요한 과제로서 인식론의 창시자인 로크는 “인간의 지식의 기원・확실성・범위 및 신념・의견・동의의 근거와 정도”라고 했다(김준섭, 1993). 그리고 임석진・이정우・윤용택・황태연・이성백・한단석  외(2009)는 “인식・지식의  기원・구조・범위・방법 등”을 인식을 위한 과제라 했고, 김준섭(1993)은 “인식의 기원, 인식의 대상, 지식의 본질과 진위(眞僞)판별”을 들었다. 이 연구에서는 인식을 위한 일반적 과제로 김준섭(1993)의 견해를 중심으로 “인식의 기원”, “인식의 대상”, “진위(眞僞) 판별”을 설정하고 이들이 함의하는 수학적 지식의 특성을 탐색하였다.

### 1. 인식의 기원

인식론에 의하면 ‘인식의 기원’에서는 인간지식의 기원이나 인식이 성립하는 근원과 관계된 근본적 정신능력이 어떤 것인지, 무엇을 근거로 하는 것인지를 고찰한다. 이것은 대상을 인식하기 위한 중요한 고려요소인 동시에 대상을 특성화 하기위한 요소로서의 의미가 있다. 인식론은 이에 대하여 크게 합리론과 경험론으로 나누어 있다. 합리론은 ‘인식에 관계하는 정신능력은 선천적・생득적인 이성, 즉, 선험적인 정신능력’이라는 주장으로 인식의 형식적 일반적인 면을 중시하는데 반해, 경험론은 ‘인식의 내용적 특수적인 면을 중시하여 ‘후천적인 경험이 인식의 근원이다’라고 주장한다. 그리고 이들은 각기 지식을 생산하는 중심적인 수단으로 연역법과 귀납법을 활용한다(김준섭, 1993).

수학적 지식의 특성을 탐색함에 있어 이와 같은 인식의 기원이라는 측면이 함의하는 바는 ‘수학적 지식의 생산이나 인식을 가능하게 하는 정신적 근원은 무엇일까?’에 관한 것이라 할 수 있다. 한편, 수학은 현실적 대상이나 구체물을 다루는 것이 아닌 일종의 반복적 패턴에

<표 4> 수학에 관한 절대적 관점과 오류가능 관점(Ernest, 2007)

| 관점 | 절대적관점(Absolutist philosophy) | 오류가능관점(Fallibilist philosophy) |
|---|---|---|
| 수학적 지식 | 확실한 진리; 객관적, 초인적, 사회·문화·정치와 무관한 절대적 지식 | 사회·문화적으로 구성되고 환경에 처해 있다; 교정 가능 |
| 수학의 본성 | 추상적 지식체계 | 지식은 탐색과 인간 관습에 바탕<br>(탐색의 과정 및 산물) |
| 지식영역의 관계 | 고립적·이산적, 다른 모든 것과 본질적으로 상이하다. | 다른 영역의 지식과 결합되어 분리할 수 없다. |
| 가치 입장 | 가치중립적이고 상황과 독립적 | 가치가 부여되었으되 객관적 형태, 상황에 종속적 |
| 현실과의 관계 | 경험적 실제에 적용하는데 효율이 비합리적 | 실제와 문제 상황에서 추상되었기에 고도의 응용성이 있다. |
| 수학적 대상 | 순수 관념적 범주의 추상적 대상 | 사회적 개별적 의미를 지닌 사회적으로 구성된 기호 |
| 수학 지식의 구조 | 엄밀하고 확립된 위계 | 형성 및 재형성되는 유연한 구조 |

관한 일반적 형식 및 절차와 같은 추상적 개념을 다루는 성격의 학문이다. 즉, 수학적 지식은 감각이나 실험에 의해서 파악된다기보다는 궁극적으로는 이성적 사유에 의해서 인식되는 추상적 대상에 관한 내용으로서 논리적 함의 관계에 의해서 연계되는 성질·내용 요소들인 것이다. 그래서 수학적 사실의 인식은 새로운 추상적 개념을 설정하고, 이것과 기존에 알려진 사실과의 연계성을 파악하고, 새로운 패턴을 구축하는 과정을 통하여 점진적으로 이루어지는데, 이들 과정은 이성에 의한 논리적 추론이라는 특성이 있다. NCTM(2009)은 "수학에서 추론은 특별한 역할을 한다. 추론이란 흔히 형식적 추론이나 증명을 의미하지만, 비형식적 설명과 정당화에서부터 형식적 연역은 물론 귀납적 관찰까지도 포함하는 의미이다. --중략-- 의미의 구성이란 상황, 맥락, 개념 등을 기존의 지식과 연계시킴으로써 이들에 대한 이해를 증진시키는 것을 의미한다. 그리고 의미의 파악과 논리적 추론은 상호 교차하면서 비형식적인 관찰로부터 형식적인 연역체계로 향하는 연속체를 구성한다."고 의미의 구성에 관한 추론의 기능을 설명하고 있다. 이처럼 추론은 의미의 파악, 즉, 인식의 바탕인 것이다. 추론이 인식의 근원이라는 생각은 "수학적 지식은 이성에 의한 확고한 연역적 논리"라는 수학에 대한 전통적 관점을 통해서도 엿볼 수 있다(Ernest, 2007). 개념·원리·관계·일반화 등 수학적 지식은 연역 및 귀납적 추론을 통하여 정신가운데 인식됨으로써 다시 새로운 수학적 지식의 생성·발전의 근원이 되는 것이다. 이처럼 연역 및 귀납을 바탕으로 하는 논리적 추론은 수학적 지식의 인식을 위한 정신적 근원인 동시에 수학적 지식의 생성원이라 할 수 있다. 수학적 지식에 대한 이와 같은 특성을 "논리적 추론"이라고 정의했다.

## 2. 인식의 대상

인식론에서 인식의 대상과 관련한 내용은 인식 대상의 인지활동이 인식주체의 의식과 무관할 수 있는지에 관한 논의이다. 이에 의하면 인식의 대상은 인식주체의 의식과는 독립적으로 객관적으로 존재한다는 실재론과, 존재하는 모든 것은 인식 주체의 정신에 내재하는 의식현상이라는 관념론으로 대별되고, 이들은 다시 더욱 세분화되어 여러 학설이 파생되어 있다(김준섭, 1993), 인식의 대상에 대한 논의는 결국 인식 대상이 객관적으로 존재한다고 믿는지 아니면 주관적인 의식이 작용한 결과라고 믿는 것인지에 관한 논의이다. 수학의 인식과 관련해서 보면 이 논의는 수학적 대상의 파악에 관한 내용이라고 할 수 있다. 그것은 수학적 대상이 감각과 지각을 통하여 인식하게 되는 물리적 실체나 현상 자체가 아니라 이들의 부분적 측면만을 한정하여 공통적인 특성을 추상한 정의적(定義的) 개념 또는 패턴을 다루기 때문이다. 즉, 수학적 대상은 통합적이 아닌 부분적 특성을 추상화한 인위적(人爲的) 개념으로서 반복적인 현상이나 관계와 같은 패턴에 관한 내용이라는 것이다. 이것은 수학적 대상이 추상화를 통하여 구성되며 객관적 실재론의 입장인 공리적 개념임을 뜻하는 것이다. 강완·백석윤(1998, pp.189-190)이 수학적 지식의 특성을 파악하기 위한 준거중 하나로 "지식의 형성과정에서 나타나는 특성"을 설정하고 다음과 같은 세부항목을 분류한 것도 이와 같은 관점이라 볼 수 있다.

*추상화 ; 구체물에서 이질적인 요소를 제외하고, 동질적인 요소만을 추출하여 개념을 표상화하는 과정

*형식화 ; 추상화의 사고 방법을 통해 공통적인 규칙성이나 필요한 규칙, 원리 등을 만들어가는 과정

*이상화 ; 사물 자체에 속한 본질은 무시하고 사고하고자 하는 기존 개념에 맞추어 사물의 속성을 규정하는 과정

Stewart(1996, p.58)는 수학적 대상에 대해 "수학적 대상(mathematical thing)은 실세계에는 존재하지 않는 추상물이다. 그리고 수학적 과정 역시 추상적이다."라고 주장했다. 이 역시 수학적 지식은 추상화를 통해서 구성된 추상적 개념뿐만 아니라 이들 사이의 관계에 관한 내용을 대상으로 함을 나타낸 것이다.

수학적 대상이 추상화를 통하여 설정된다는 것은 수학적 지식의 여러 특성이 추상화와 밀접하게 관계되어 있다는 것을 의미한다. 이런 이유로 수학적 지식의 특성을 탐색함에 있어서 추상화의 의의를 고려할 것이 요구된다.

추상화는 본래 "구체물에서 이질적인 요소를 제외하고, 동질적인 요소만을 추출하여 개념을 표상화하는 과정(강완 외, 1998)"이라는 의미였다. 그러나 근래에는 더욱 다양한 의미를 내포하는 것으로 확대되어" 실세계를 참조하는 것에서 이탈하여 형식적인 세계로 향하는 탈맥락화 과정"이라는 것에서부터 "수학적 관계를 파악하거나 상황과 추상적 체계 사이의 의미상의 연계성을 내포하는 의미"를 포함해서 나아가 "이미 구성된 수학을 새로운 수학적 구조로 재조직하는 활동으로서 여기에는 새로운 가설을 세우거나 수학적 일반화나 증명을 하는 활동을 포함"하는 의미로 받아들여지고 있다(송상헌·신은주, 2007). 즉, 추상화에는 맥락으로부터 추상적 개념을 구성하는 탈맥락화와 함께 이의 인식작용, 추상의 결과를 대상으로 더욱 일반화된 개념을 추상하는 의미가 포함되어 있다는 것이다. 이처럼 넓어진 의미의 추상화는 수학적 지식의 성격에 대한 여러 시사를 나타내고 있다. 즉, 수학적 지식은 탈맥락화를 통하여 파악된 수학적 대상으로부터 개념을 탐색하고, 그의 외적표현 및 상황과

소통하기, 기존 개념・원리와의 관계를 파악하고 일반화하기, 새로운 가설을 첨가하고 증명하기 등을 다룬다는 것이다. 추상화가 함의하는 수학적 지식에 대한 이런 시사로부터 다음과 같은 특성요소를 유추할 수 있다.

첫째, 추상화의 가장 기본적인 의의는 현실적 맥락을 통괄하는 형식적인 패턴, 즉, 추상적 개념을 도출하는 탈맥락화이다. 이것은 추상화를 통하여 파악된 수학적 대상은 형이상학적 개념이라는 속성을 지니고 있음을 의미한다. 그래서 수학적 지식은 추상적 개념에 관한 내용이라 할 수 있다. 이 연구에서는 수학적 지식이 지닌 이와 같은 특성을 "추상적 개념"으로 정의했다. <표 3>에서 수학에 관한 중요한 인식으로 "패턴과 관계에 관한 학문"(Reys 외, 2004)을 든 것이나 CMI(<표 2>)에서 수학적 지식의 본성을 "개념・원리・일반화로서의 지식"(Grows 외, 1996)이라 제시한 것 등은 수학적 지식이 지닌 이와 같은 특성이 반영된 예라 할 수 있다.

둘째, 추상화는 추상적 패턴에 내재된 의미의 표현과 소통이라는 측면을 함의한다. 즉, 추상화는 개념의 파악뿐만 아니라 그 개념의 본질적 의미를 소통하는 것도 내포한다는 것이다. 수학에서는 추상적 내용의 파지(把知)와 함께 그것을 정신 밖으로 나태내기 위한 외적 표현을 중시한다. 또, 이론전개의 명확성과 효율성을 기하고 추론과정에서 논리적 엄밀성을 보존하기 위하여 용어・술어・기호 등을 객관적으로 정의하며 일상적 용법과는 다른 특이한 문장 기술법 등을 활용하기도 한다. 여기서는 수학적 지식의 표현이나 이론전개에 대한 이와 같은 특성을 "수학적 표현"으로 정의했다. 수학적 개념의 인지 및 그의 표현에 대한 주제는 인식론의 오랜 과제로서(Seeger, Voigt, Waschesio, 1998), 표현의 효율성은 수학적 지식에 대한 중요한 관심사 이다(NCTM, 1989). Reys 외(2004)에 제시된 "정교하게 정의된 술어와 기호를 사용하는 언어(<표 3>)"는 학교수학에 관한 것이지만 수학적 지식의 표현과 관련된 특성을 나타내주는 것이라 할 수 있다.

셋째, 추상화에는 기존의 추상적 개념으로부터 더욱 일반적인 개념을 구성하거나 새로운 가설을 첨가하여 관계를 설정하고 증명하는 것과 같은 의미가 내포되어 있다. 즉, 기존의 수학적 대상 사이에 존재하는 관계를 더욱 고차적인 개념이나 원리로 추상하는 메타수학적(meta-mathematics) 방법이나 새로운 가설을 설정함으로써 대상의 영역을 넓혀가는 것을 포괄하는 의미가 내포되어 있다는 것이다. 이것은 수학 이론이 발전되어가는 대표적인 방식으로서 수학적 지식이 개념적으로 위계관계를 구성하게 되는 원리이기도 하다. 본 연구에서는 수학적 지식이 지닌 이와 같은 특성을 "위계적 체계성"으로 정의했다. CMI에서 수학적 지식의 구성에 대한 바람직한 인식으로 "개념・원리・일반화로서의 지식"을 제시한 것이나(Grows, 1996 재인용) 강완 외(1998)가 "지식의 적용・발전과정" 및 "지식의 보존 정리 과정"이란 측면에서 수학적 지식 특성을 파악한 것은 위계적 체계성과 연계된 관점이라고 할 수 있다.

### 3. 진위(眞僞) 판별

이것은 동의의 근거와 정도 또는 지식의 본질과 진위(眞僞)에 관련된 논의로서 진리의 절대 확실성 및 이의 인식 가능성에 관한 논의이다. 인식론에는 지식의 범위와 진위(眞僞)판별과 관련하여 절대론, 회의론, 상대론, 구성론 등의 주장이 있다(김준섭, 1993). 지식의 진위에 대한 이들 주장은 진리의 특성과 함께 진위(眞僞)의 하는 수학적 지식은 공리를 바탕으로 논리적 추론 법칙에 부합하는지 여부에 의해서 진위가 판별된다. 이것은 "일반논리학의 법칙을 상이한 공리계에 적용할 수 있다."는 가설에 기반을 둔 방식으로서(Stewart, 1996, pp.35-36) 수학적 지식이 지니는 중요한 특성이다. 여기서는 수학적 지식의 이와 같은 특성을 "공리적 정당화"라 정의하였다. <표 2>의 CMI(재인용, Kang, 2003)에 제시된 "정당화(Validating ideas in mathematics)"도 진위판별을 수학적 지식의 중요한 특성으로 인식하고 있음을 나타낸 것이라 할 수 있다.

### 4. 수학적 지식의 특성요소 정리

수학적 지식의 특성은 그것을 탐색하기 위한 관점에 따라서 상이한 내용이 될 수 있다. 이 연구에서는 인식론의 중심적 과제인 인식의 근원, 인식의 대상, 진위판별을 준거로 수학적 지식의 특성요소를 탐색하고자 했다. 그 결과로 이제까지 논의한 바와 같이 "논리적 추론・추상적 개념・수학적 표현・위계적 체계성・공리적 정당화"라는 5개 항목을 수학적 지식의 특성요소로 설정하였다. 특히 인식의 대상과 관련된 특성요소는 추상화의 관점을 반영한 결과이다. 이들 특성요소의 준거를 간략히 정리한 결과는 <표 5>와 같다.

## V. 수학교육 전공 대학생의 수학인식 실태

인식론에서는 인식이 지식의 특성에 대한 이해를 바탕으로 구성되는 것으로 설명한다(김준섭, 1993). 이에 따르면, 수학에 대한 인식은 수학적 지식의 특성에 대한 이해를 바탕으로 구성 된다고 할 수 있다. 그래서 수학적 지식의 특성요소(<표 5>)는 수학에 대한 인식을 구성함에 있어서 중요하게 고려해야 할 요소라 할 수 있다. 또, 수

학적 지식의 특성요소는 개별 학생의 수학에 대한 인식을 진단하기 위한 준거로도 활용할 수 있다. 예를 들어, 어떤 학생이 수학적 지식이란 “추상적 개념을 논리적으로 다루는 내용”이라고 했다면 그 학생의 수학에 대한 중심적인 인식은 추상성과 논리적 추론일 것이라고 판단할 수 있다.

1. 자료의 수집

이 연구에서는 인식론적 과제의 관점에서 설정된 수학적 지식의 특성요소(<표 5>)를 이용하여 수학교육 전공 대학생들의 수학에 대한 인식 상황을 분석하였다. 이를 위해 다음과 같은 절차를 수행하였다.

제 1단계 : 중부권에 소재한 C, K, S 3개 대학의 수학교육과 3학년 학생 51명을 대상으로 학년 말에 “수학이란 무엇인가?”라는 주제에 대하여 자신의 생각을 자유롭게 형식에 구애됨이 없이 제출하도록 하였다.

제 2단계 : 학생들의 응답을 <표 5>에 제시된 5개의 수학적 지식의 특성요인 별로 분류하여 <표 6>과 같이 정리하였다. 학생들은 4명을 제외하고 모두가 <표 6>에 제시된 바와 같이 단답형 이었다. 학생들의 응답을 정리하는 과정에서 <표 5>에 설정된 수학적 지식의 특성요소에 따른 분류에 맞지 않는 답변은 ‘실용성’, ‘기타’, ‘논점 외, 무답’의 항목으로 분류하였다. ‘실용성’을 분류의 항목으로 설정한 이유는 학생들의 답변 내용 중 이와 관련된 것이 다수 발견되었기 때문이었다. <표 6>에서 ‘추상적 개념’, ‘수학적 표현’ 요소 관련 답변은 S대 학생들에게서만 있었다.

2. 자료의 분석

<표 6>에 분류된 내용을 바탕으로 5개의 수학적 지식의 특성요소(<표 5>) 와 ‘활용성’, ‘기타’, ‘논점 외, 무응답’ 및 대학별로 다음 <표 7>과 같이 빈도수를 조사하였다. 조사에 참여한 학생(S대 24명, K대 11명, C대 16명)들은 전원이 자신의 견해를 제출했다. 연구자는 학생들의 응답 내용이 매우 다양할 것이라고 예상했으나 거의 모든 학생들이 한 가지 견해만을 간단히 단문형식으로 응답했다. 단지 3명의 K대학생과 1명의 C대 학생만 두 가지 의미를 포함하는 답변을 했는데 이들 4학생이 밝힌 복수견해는 각각 별도의 답변으로 취급하여 나타내었다.

<표 7>의 분석을 통하여 수학교육 전공 학생들의 수학에 대한 인식에 대해 다음과 사실을 알 수 있었다.

첫째, 인식과제 관련 수학적 지식의 특성요인에 대한 인식의 정도가 인식과제 외 요소에 비해서 약했다. 인식과제 관련 특성요인을 진술한 비율은 38%(21건)에 불과한데 반해, 인식과제 외적 요소에 대한 응답비율은 62%(34건)이었다. 특히 ‘논점외 • 무답’의 비율이 31%(17건)이라는 사실은 1/3에 가까운 학생들이 수학이란 학문의 성격에 대해서 관심을 가져본 일이 없었음을 나타낸 것으로 판단할 수 있었다. 한편, ’활용성‘이라 답한 비율이 16%(9건)이었는데 이는 수학에 대한 인식으로 활용성을 중요하게 생각하는 비율이 높은 수준임을 반영한 것이라고 볼 수 있었다.

둘째, 실험집단 학생들의 수학에 대한 인식은 대학별로 큰 차이가 있었다. “인식과제 관련 특성”에 해당하는 내용을 응답한 상황이 대학별로 차이가 컸다. 즉, C대학 18%(3/17), K대학 43%(6/14), S대학 50%(12/24)로 C대학과 나머지 두 대학간에 차이가 큰 것으로 나타났다.

셋째, “인식과제 관련 특성”의 세부 특성요인별 빈도수도 대학별로 큰 차이가 있었다. K대학은 ‘논리적 추론’만을 지적했으나 S대학은 비교적 다양한 특성을 지적했다. 특히, “수학적 표현” 특성요인 관련 진술이 21%(5명) 이었다. C대학은 3개의 특성요인 관련에 각각 1명씩만 진술하였다.

넷째, 인식과제 관련 특성요인에 대한 인식이 다양하지 못했다. 전체적으로 인식과제 관련 특성을 답한 비율이 38%(21건)이었는데 그것도 ‘논리적 추론’이 절반을 차지했고, 특히 ‘공리적 정당화’, ‘위계적 체계성’, ‘추상적 개념’을 지적한 진술은 5건뿐으로 9%에 불과한 실정이었다. 이것은 평소에 수학적 지식의 이런 특성에 대한 의식이 약함을 드러낸 현상일 것이라고 짐작되었다. 즉, 대부분의

<표 5> 인식론적 관점에서 본 수학적 지식의 특성요소

| 인식과제 | 특성요소 및 내용 |
|---|---|
| 인식의 근원 | **논리적 추론**: 인식은 연역 및 귀납과 같은 논리적 추론을 통해서 이루어진다. |
| 인식의 대상 | **추상적 개념**: 수학적 지식은 탈맥락화를 통해 구성된 추상적 개념사이의 관계이자 패턴이다. |
| | **수학적 표현**: 수학적 지식의 소통을 위해 정의・용어・기호・도표・문법 등을 특이한 표현수단을 사용하는 것은 수학 인식의 대상이며 특성이다. |
| | **위계적 체계성**: 개념간의 논리적 선 • 후, 연계성, 일반화 등 위계적 체계성은 수학적 인식의 대상이며 특성이다. . |
| 진위판별 | **공리적 정당화**: 수학적 진위는 공리와 논리법칙에 바탕을 두고 판별된다. |

학생들은 수학의 학습과정에서 개념의 추상성이나 정당화 위계적 체계성 등이 지닌 수학적 의의에 대해 스스로 확인하고 반성하고 관계를 파악하는 등의 노력을 기울인 경험이 많지 않았음을 나타낸 것이라고 판단할 할 수 있었다.

## VI. 결론 및 제언

"수학이란 무엇인가?"라는 주제는 교수학적으로 중요한 의미를 갖는다. 그것은 이 주제가 인지적 영역에 대한 학습 방법 및 방향과 직결되어 있음은 물론 수학에 대한 자신감, 긍정적인 태도의 함양 등 정의적 영역과 밀접하게 관련되어 있기 때문이다. 특히 수학교사의 수학에 대한 인식은 학생들의 수학에 대한 태도를 형성하는 데에 큰 영향을 미치기 때문에 교사교육에서 이 문제는 비중있게 다룰 것이 요구된다. 한편, 수학의 인식에 대한 객관적인 논의를 위해서는 수학에 대한 철학적 관점을 바탕으로 하는 것이 합리적이다. 이에 본 연구에서는, 철학의 한 분야인 인식론에서 인식의 주요 과제로 설정한 주제의 관점에서 수학적 지식의 특성을 탐색함으로써 "논리적

<표 6> 수학에 대한 인식, ( )안의 수는 응답 숫자임

| 구분 | S대(2) | K대 (14) | C대 (17) |
|---|---|---|---|
| 추상적 개념 | *모든 우연을 배제시킨 세계 안에서 그 세계를 탐구하는 학문<br>*일반화와 존재성, 유일성의 판단. | • | *추상적인 학문 |
| 논리적 추론 | *논리적인 사고를 가능케 해주는 학문<br>*정교한 사고하는 힘을 가진 학문<br>*사고를 확장시켜주는 도구<br>*수학은 약속이다 | *논리적인 사고를 하게 하는 학문<br>*논리전개와 증명을 익히는 학문<br>*논리적인 학문<br>*정신을 도야할 수 있는 매우 흥미 있는 과목<br>*두뇌 단련에 매우 좋은 학문<br>*정신훈련, 두뇌단련에 좋은 학문 | *분석적인 어려운 학문 |
| 수학적 표현 | *정당한 용어의 약속아래 모든 생각을 자유롭게 언어로 표현할 수 있는 학문<br>*높은 관점에서 복잡한 것부터 간단한 것까지 수학적으로 표현할 수 있게 하는 힘을 주는 것<br>*수학하는 사람끼리 대화할 수 있는 언어<br>*공부하는 사람들만 느끼고 알 수 있는 표현이자 약속<br>*수학적 기호나 정리 속에 감춰진 속뜻을 알아내도록 하는 학문 | | • |
| 위계적 체계성 | *엄밀한 공리체계 위에 세워진 추상적인 성 | • | *완전한 체계를 이루고 있는 학문 |
| 활용성 | *모든 학문의 기본 골격을 이루는 학문<br>*세상의 이치를 깨닫게 해주고 가르쳐주는 학문<br>*배운 정리를 이용해서 문제를 풀어내는 것 | *과학에서 사용하는 유용한 도구<br>*실용적 도구<br>*생활에 많은 도움을 주는 과목 | *만물의 진리의 기초이며 진리에 다가서기 위한 도구<br>*문제풀이와 과학을 위한 언어<br>*자아실현 및 진리탐구 |
| 기타 | *문화의 유물이다.(계속 발굴되고 밝혀지며 사람들의 노력으로 발전함)<br>*답이 유일한 학문(다른 학문은 과학조차도 반례가 있을 수 있다)<br>*어렵고 즐거워하지 않는 과목 | *기초학문<br>*재미있는 학문<br>*일면 또 하나의 암기과목 | *위대한 학문이다.<br>*배워보면 즐거운 학문 |
| 논점외, 무답 | *무응답(6)-잘 모르겠다. | *무응답(2) | *생각해본 적 없다.(4)<br>*논점외(5) |

<표 7> 수학적 지식의 특성요소에 대한 대학별 빈도수

| 구분 | 인식과제 관련 특성 | | | | | 인식과제 외 요소 | | | 응답총수 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 추상적 개념 | 논리적 추론 | 수학적 표현 | 공리적 정당화 | 위계적체계성 | 활용성 | 기타 | 논점외·무답 | |
| S 대 | 2 | 4 | 5 | • | 1 | 3 | 3 | 6 | 24 |
| K 대 | • | 6 | • | • | • | 3 | 3 | 2 | 14 |
| C 대 | 1 | 1 | • | • | 1 | 3 | 2 | 9 | 17 |
| 합 계 | 3 | 11 | 5 | • | 2 | 9 | 8 | 17 | 55 |
| 비율% | 5 | 20 | 9 | 0 | 4 | 16 | 15 | 31 | 100 |
| 계 | 38% | | | | | 62% | | | |

추론・추상적 개념・수학적 표현・공리적 정당화・위계적 체계성"이라는 5개의 항목을 수학적 지식의 특성요소로 설정하였다.

다음으로는 이들 수학적 지식의 특성요인을 활용하여 수학교육을 전공하는 대학생들의 수학에 대한 인식 상황의 분석을 시도하였다. 이를 위해 3개 대학의 수학교육 전공 대학생들로부터 "수학이란 무엇인가?"라는 주제에 대한 견해를 제출받아 앞에서 언급한 5개의 수학적 지식의 특성요소(<표 5> 참고)를 준거로 분석해 보았다. 그 결과 이들 수학적 지식의 특성요소와 관련된 응답은 38%에 불과했고, 그 외에 활용성(16%), 무응답 및 논점 외 답변(31%)이 높은 비중을 차지하는 것으로 나타났다. 이것은 수학교육을 전공하는 대학생들의 수학에 대한 인식이 단편적이거나 관심의 정도가 매우 약한 상태임을 반영한 결과라고 판단되었다. 장래 수학교사를 희망하는 학생들의 집단임에도 불구하고 수학의 본질에 대한 인식은 충분치 못한 우려스러운 상황이라 할 수 있다. 바람직한 교사 교육을 위하여 수학의 내용 면과 함께 수학적 지식의 특성에 대해 관심을 가지도록 지도할 필요가 있다. 이와 관련하여 다음 사항을 제언한다.

첫째, 수학의 학습에서 증명을 확인하고 이론전개의 타당성을 확인하는 것은 매우 중요한 활동이다. 그럼에도 불구하고 수학적 타당성의 본질과 관련된 응답이 없다는 것은 수학교육 전공 대학생들의 수학학습 방식에 개선이 필요함을 보여준 것이라 할 수 있다. 수학적 지식의 진・위는 경험과의 부합이나 권위 있는 책 또는 전문가에 의존하는 것이 아니라 논리적 추론에 의해서 판별됨을 인식할 필요가 있다. 그리고 수학적 지식은 고정・불변이 아니라 새로운 관점이나 논리적 추상에 의해 더욱 일반화된 고차적 지식으로 발전된다는 원리를 알고 수학을 결과가 아닌 창조적 과정으로 이해하도록 유도할 필요가 있다.

둘째, 학교수학과 대학수학의 차이점을 인식함으로써 수학의 본질적인 의의에 대해서 숙고해보는 자세를 일깨워줄 필요가 있다. 학문으로서의 수학적 지식의 본질은 감각 이전의 추상적 실체인 개념・원리・관계・일반화 등 관계적이고 체계적인 구조에 관한 내용이다. 그러나 조사결과 수학에 대한 인식 중 활용 관련 반응의 비율이 높은 것은 학생들의 관심이 대체로 사실(fact)・공식(formula)・절차(algorithm)등과 같은 현실적 응용과 숙달 관련 내용을 수학학습의 본질로 이해하고 있음을 나타내는 것이라고 볼 수 있다. 이것은 의미 있는 수학의 학습을 위해서 바람직스럽지 못한 현상이며 대학생들로 하여금 수학적 지식의 특성을 숙고해 보도록 지도할 필요가 있다.

셋째, 인식과제의 관점에서는 활용요소가 수학적 지식의 특성요인으로 파악되지 않았다. 이것은 수학적 지식이 본질적으로 수학 자체를 위한 추상적 지식일 뿐 구체적인 현실 맥락을 직접 대상으로 하지는 않는다는 특성 때문이다. 그러나 수학적 지식의 활용성은 학습동기의 유발이나 수학에 대한 긍정적인 태도의 형성 등 정의적 측면과도 밀접하게 관계되어 있음을 감안할 때, 교사교육 과정에서는 이를 수학적으로 의미 있게 다룰 수 있도록 유념할 필요가 있다.

끝으로, 이 분야에 대한 더 많은 활발한 연구를 통하여 더욱 수준 높고 효율적인 수학교사 교육을 실현하기 위한 노력이 계속되어야 하겠다.

## 참 고 문 헌


강완・백석윤 (1998). 초등수학교육론, 서울: 동명사.

교육부 (2006). 제7차 교육과정-수학.

김경희・김수진・김미영・김선희 (2009). PISA와 TIMSS 상위국과 우리나라의 교육과정 및 성취 특성 비교 분석, 연구보고 RRE 2009-7-2, 한국교육과정평가원.

김성열 (2010). OECD 학업성취도 국제비교 연구(PISA 2009) 결과 보고서, 연구보고 RRE 2010-4-2, 한국교육과정평가원.

김영국・박기양・박규홍・박혜숙・박윤범・임재훈 (2000). 학교수학의 각 영역에 대한 선호도 연구, 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, **39(2)**, 127-144.

김응태・박한식・우정호 (2001). 수학교육학개론, 서울: 서울대학교출판부.

김준섭 (1993). 철학개론, 서울: 박영사.

송상헌・신은주 (2007). 수학영재의 추상화 학습에서 기호의 의미 작용 과정 사례 분석, 대한수학교육학회지 <학교수학>, **9(1)**, 161-180.

신기철・신용철 (1980). 우리말 큰사전, 서울: 삼성출판사.

우정호 (2008). *School mathematics and cultivation of mind,* 수학교육학의 전개-우정호편, 서울: 경문사

우정호・남진영 (2008). 수학적 지식의 구성에 관한 연구, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, **18(1)**, 1-24.

임석진・이정우・윤용택・황태연・이성백・한단석 외 (2009). 철학사전, 서울: 중원문화.

Bell, E. T. (2000). *The queen of science,* 과학의 여왕, 수학, (이무현 역), 서울: 일공일공일, (영어 원작은 1931년 출판).

Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J., & Prosser, M

(2010). http://teachingcollegemath.com/2010/01/student-conceptions-of-mathematics/

Ernest, P. (2007). *What does the new philosophy of mathematics mean for mathematics education,* Proceedings of 4th East Asia regional conference on mathematics education.

Grows, D. A., Howald, C. L., & Colangelo, N. (1996). *Student conception of mathematics: A comparison of mathematically talented students and typical high school algebra students,* Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association, New York.

Kang, O. K. (2003). *College students' conception of mathematics: A comparison of Korean students and American students*, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, **13(1)**, 1-12.

NCTM (1989). Curriculum and Evaluation; Standard for School Mathematics, Reston, VA; National Council of Teachers of mathematics.

NCTM (2009). *Focus in High School Mathematics : Reasoning and Sense making*,

Reys, R. E., Lindquist M. M, Lambdin D. V., Smith N. L., & Suydam M. N. (2004). *Helping children learn mathematics*, 7th Ed. John Wiley & Sons, Inc.

Russell, B. (1902). *The principles of mathematics*, W.W. Norton & Company. Inc, New York.

Seeger Falk, Voigt Jvrg & Waschesio Ute (1998). *The Culture of the Mathematics Classroom,* Cambridge, UK., Cambridge University Press.

Stewart I, (1996). *Nature's Numbers,* 자연의 수학적 본성. (김동광 역), 동아출판사, 서울, (영어 원작은 1995년 출판).

# On Mathematics Education Major Students' Conception of Characteristics of Mathematical Knowledge

**Young Kuk Kim**†
Seowon University
E-mail : ykkim@seowon.ac.kr

Generally mathematics is regarded as a subtle subject to grasp their true meaning. And teacher's personal conceptions of mathematics influence greatly on the teaching and learning of mathematics. More over often teachers confess their difficulties in explaining the true nature of mathematics. In this paper, applying the theory of epistemology, we tried to search factors that must be counted important when trying to understand the true nature of mathematics. As results, we identified five characteristics of mathematical knowledge such as logical reasoning, abstractive concept, mathematical representation, systematical structure, and axiomatic validation.

Next, we tried to investigate math education major students' conception of mathematics using these items. To proceed this research we asked 51 students from three Universities to answer their opinion on 'What do you think is mathematics?'. Analysing their answers in the light of the above five items, we got the following facts.

1. Only 38% of the students regarded mathematics as one of the five items, which can be considered to reveal students' low concern about the basic nature of mathematics.

2. The status of students' responses to the question were greatly different among the three Universities. This shows that mathematics professors need to lead students to have concern about the true nature of mathematics.

* ZDM Classification : B5
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70
* Key Worlds : Epistemological traits of mathematical knowledge, Abstractive concepts, Logical reasoning, Mathematical representation, Axiomatical validation, Systematical structure.
† Corresponding author