

강모래의 응력경로에 따른 단일항복면 구성모델의 토질매개변수 특성

이종천* · † 조원범

* 동강대학교 토목조경학부, † 한국건설기술연구원 박사후연구원

Characteristics of River Sand Soil Parameter for Single Work-Hardening Constitutive Model to Stress Path

Jong-Cheon Lee* · † Won-Beom Cho

* Dept. of Civil Engineering & Landscape Architecture, DongKang College, Gwangju, 500-714, Korea

† Korea Institute of Construction Technology, Gyeonggi-Do 411-712, Korea

요 약 : 흙의 응력-변형 관계는 흙의 종류, 밀도, 응력수준 및 응력경로에 의존한다. 이들 요소들을 통합한 구성모델의 개발을 통해 정확한 흙의 응력-변형관계가 예측되고 있다. 본 연구에서는 백마강 모래를 이용하여 등방압축-팽창실험과 일련의 응력경로를 달리한 배수삼축압축 시험을 통하여 응력경로에 따른 Lade의 단일항복면 구성모델의 토질매개변수 특성에 대하여 알아보았다. 그 결과 항복기준에 관련된 토질매개변수 h , α 는 응력수준 및 응력경로에 대한 영향이 미소하며, 응력-변형거동에 미치는 영향이 작은 것을 확인할 수 있었다. 그리고 항복함수에 관련된 토질매개변수 h 와 α 는 파괴기준에 관련한 토질매개변수와 관련성이 매우 높아 η_1 에 관한 식으로 대체할 수 있으며, 이 식을 이용한 수치해석 결과 양호하게 예측하고 있는 것을 확인 할 수 있었다.

핵심용어 : 단일항복면구성모델, 토질매개변수, 응력경로, 배수삼축압축시험, 등방압축팽창시험

Abstract : The stress-strain relationship of soil is dependent on a number of factors such as soil type, density, stress level and stress path. Th accurate stress-stain relationship can be predict using a constitutive model incorporated all influencing factors. In this study, an isotropic compression-expansion test and a series of drained conventional triaxial tests with several stress paths were performed on Baekma river sand to investigate parameters characteristics of Lade's single work hardening model depending on the stress path. Based on test results, the parameters of yield function (h, α) are not much influenced by stress level and stress path, the these parameters do affect a little bit of stress-strain behavior. The parameters h and α are closely related to failure criterion η_1 , they can be replaced by failure criterion paramant . We also observed that predicted values from the Lade's single hardening constitutive model are well matched with the observed data.

Key words : Single Work-Hardening Constitutive Model, Soil Parameter, Stress Path, CD test, Istropic test

1. 서 론

지반공학의 복잡한 많은 문제를 해결을 하기 위하여서는 다양한 형태의 하중이 작용하는 동안에 발생하는 응력과 변형을 정도 높게 예측할 수 있어야 한다. 그리고 정도 높은 예측 결과를 얻기 위해서는 실제 지반의 거동을 적절하게 나타낼 수 있는 구성모델을 통한 지반의 거동 해석이 필요하다. 이러한 지반의 거동 해석을 위해 1950년대 후반에 Drucker 등(1957)에 의해 제안된 흙의 탄·소성모델을 시작으로 Kondner(1963)의 탄성쌍곡선 구성모델, Roscoe(1958)를 중심으로 하는 Cambridge학파의 Cam-clay모델 등 지금까지 수많은 구성모델이 제안되었다.

그러나 많은 구성모델들을 이용하여 기초지반의 거동을 해석할 때 대부분이 통상의 삼축압축상태에서 얻은 자료만을 이

용하여 기초지반의 거동을 해석하고 있다. 하지만 기초지반의 응력상태는 삼축압축상태인 지역과 삼축인장상태인 지역이 공존하고 있으며 삼축압축상태에서 삼축인장상태로 변화해 가는 많은 응력경로가 있다. 또한 Yudhbir 등(1975), Varadarajan 등(1980), Desai(1977)의 연구에 따라 흙에 관한 응력-변형률 관계는 흙의 종류, 밀도, 응력수준 및 응력 경로 등 많은 요인에 의존한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 이러한 많은 응력경로가 공존하는 지반을 해석하기 위해서는 구성모델이 삼축압축상태만으로 모든 응력경로를 설명할 수 있는지 아니면 지반조건에 맞는 시험자료만으로 그 기초지반의 거동을 해석하는가는 분명하게 밝혀져야 한다.

본 연구에서는 현재 개발된 구성모델들 가운데 탄·소성구성모델로서 비선형의 응력-변형 거동을 광범위하게 해석할 수 있고 일경화 및 연화까지도 설명이 가능하며 입상토 뿐만

* 정회원, jcleee@dkc.ac.kr 063)850-7563

† 교신저자 : 정회원, wbcho@kict.re.kr 031)995-0835

아니라 점토까지 해석이 가능하다고 알려져 있는 Lade(1990)의 단일항복면 구성모델을 선정하였다. 이 구성모델의 실용화를 위한 검토로 응력경로에 따라 어떤 특성이 있는가를 밝히기 위하여 백마강 모래를 이용하여 등방압축팽창시험과 응력경로를 달리한 일련의 배수삼축압축시험(σ_3 Constant, P Constant, σ_1 Constant)을 각각 수행하여 각각의 토질매개변수를 결정하고 그 특성을 밝히고자 한다. 그리고 항복함수에 관련된 토질매개변수와 파괴기준에 관련된 토질매개변수와의 관계를 통한 상관식을 이용하여 응력-변형률 거동을 해석하여 응력경로 의존 특성을 통한 구성모델의 실용성을 검토한다.

2. 단일항복면 구성모델

Lade(1990)의 단일항복면 구성모델의 응력-변형률 증분식을 간단히 표현하면 다음과 같다.

일반적인 3차원 파괴기준은 응력텐서의 제1불변량과 제3불변량의 함수로 식(1)과 같이 표현한다.

$$\eta_1 = (I_1^3/I_3 - 27) \cdot (I_1/P_a)^m \quad (1)$$

여기서 η_1 과 m 은 토질매개변수이고 P_a 는 대기압이면 응력 불변량 I_1 과 I_3 는 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_3 &= \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} + \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} \cdot \tau_{xz} \\ &\quad - (\sigma_x \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} + \sigma_y \cdot \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} + \sigma_z \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yx}) \end{aligned} \quad (2)$$

소성변형률 증분은 유동법칙으로부터 식(3)과 같이 계산된다.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\delta g_p}{\delta \sigma_{ij}} \quad (3)$$

여기서 g_p 는 소성포텐셜함수이고, $d\lambda_p$ 는 비례상수이다. 이 함수는 항복함수와 다르므로 비관련 유동법칙이 성립된다. 그리고 이 소성포텐셜함수는 3개의 응력불변량함수로 표현하면 식(4)와 같다.

$$g_p = (\Psi_1 \cdot I_1^3/I_3 - I_1^2/I_2 + \Psi_2) \cdot (I_1/P_a)^\mu \quad (4)$$

여기서 I_2 는 응력불변량으로 식(5)와 같이 표현된다.

$$I_2 = \tau_{xy} \cdot \tau_{yx} + \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} - (\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x) \quad (5)$$

항복면은 소성일로부터 유도되며, 등방항복함수는 식(6)과 같이 표현된다.

$$f_p = fp'(\sigma) - fp''(W_p) = 0 \quad (6)$$

여기서 f_p' 은 식(7)과 같이 표현된다.

$$f_p' = (\Psi_1 \cdot I_1^3/I_3 - I_1^2/I_2) \cdot (I_1/P_a)^h \cdot e^q \quad (7)$$

여기서 h 는 토질매개변수이고 q 는 정수압축을 따라 "0"에

서부터 변한다.

경화함수는 식(8)과 같이 표현된다.

$$f_p'' = (1/D)^{1/\rho} \cdot (W_p/P_a)^{1/\rho} \text{ (for Hardening)} \quad (8)$$

소성일이 증가함에 따라 현재의 응력이 파괴면에 도달할 때까지 등방항복면은 팽창한다. f_p 와 W_p 사이의 관계는 소성일이 증가함에 따라 경사가 감소하는 단조 증가함수로 나타난다. 항복면의 연화함수는 식(9)와 같이 표현된다.

$$f_p'' = A \cdot e^{-B \cdot (W_p/P_a)} \text{ (for Softening)} \quad (9)$$

3. 시험 및 결과 고찰

3.1 시료조제 및 시험방법

본 연구는 모래의 응력 경로 의존 특성을 밝히기 위하여 백마강 유역에서 채취한 모래를 자연 건조시킨 후 체가름을 실시하여 균질한 입경을 갖도록하기 위해 #40~60번체 시료 35%, #60~80번체 시료 60%, #80~100번체 시료 5%를 균일하게 혼합하여 시험에 이용할 수 있도록 하였다. 그리고 이 시료를 KS F 2345에 따라 최대간극비(e_{max}), 최소간극비(e_{min})를 측정하여 상대밀도(D_r)를 80%가 되도록 시료의 초기간극비(e_{spc})값을 결정하여 시험에 이용할 수 있도록 시료를 준비하였으며 시료의 크기는 직경 50mm, 높이 100mm로 하였으며 물리적 특성 및 입도분포는 Fig 1 및 Table 1과 같다.

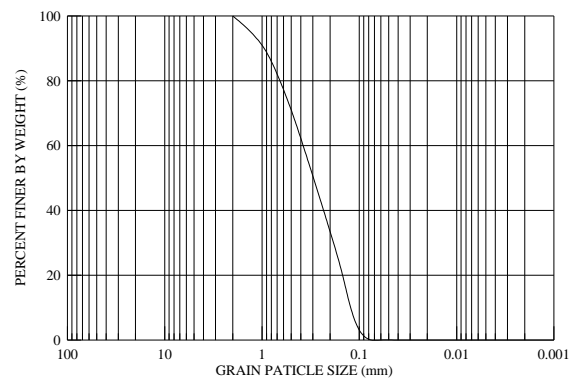


Fig. 1 Grain Size Distribution Curves

Table 1. Properties of the Used Sand Collected in Baekma River

G_s	e_{max}	e_{min}	e_{spc}	D_r
2.664	1.116	0.884	0.9404	0.80

삼축시험장치의 상부 캡과 저판에 마찰을 줄이기 위하여 윤활제를 바른 후에 고무막을 저판둘레에 펴서 두르고 오-링으로 감는다. 진공원통성형상자를 저판 위에 올린 뒤 고무막을 상자의 내부 둘레에 접촉시킨 뒤 진공을 가한다. 성형상자

내부에 들어갈 수 있는 체를 설치하고 일정량의 모래를 체에 다 부어 밀도를 맞춘다. 상부 캡은 시료중앙에 오도록 하고 고무막은 상부 캡을 싸서 감아올린 뒤 오-링을 사용하여 상부 캡을 봉한다. 상부 배수관을 상부 캡에 연결하고 진공을 가한 뒤 성형상자를 제거한다. 삼축압축실을 조립하여 물을 채우고 시료속의 진공을 빼 내면서 동시에 구속압을 가한다. 이산화탄소를 하부 배수관을 통하여 유입시켜 시료내의 공기를 상부 캡과 배수관을 통하여 밀어낸 뒤 이산화탄소로 공극을 대체 되도록 한다. 이후 증류수로 시료를 포화시키는데 포화도는 시험을 시작할 때 간극수압계수, B를 측정하여 검토하였으며 대부분의 경우 B값은 0.97-1.00을 나타내었다.



Fig. 2 Conventional Triaxial Apparatus

3.2 등방압밀팽창시험

등방압축-팽창시험은 일반삼축압축시험 시 압밀과정과 동일하게 셀 내의 구속압력을 일정하게 증가 시키며 시료가 등방으로 압축될 때의 체적변형률을 측정한다. 이후 셀 내의 구속압력을 일정하게 제거시키며 시료가 팽창될 때의 체적변형률을 측정하게 된다. Fig. 3은 등방압축-팽창시험 결과를 나타

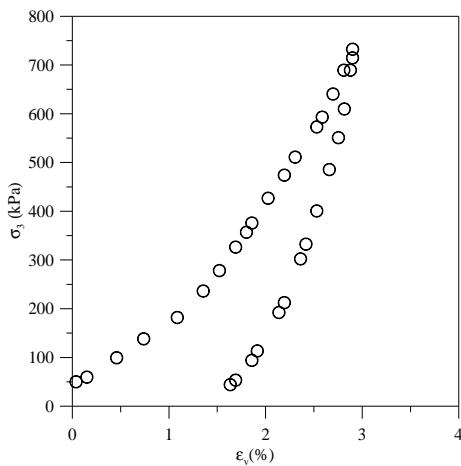
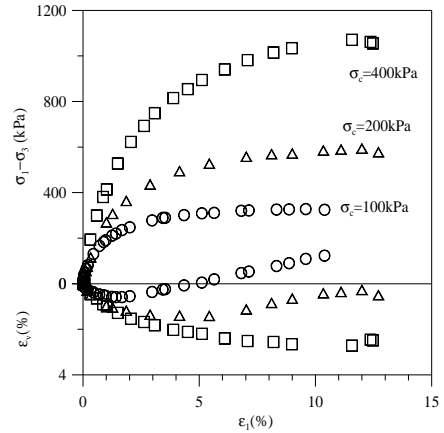
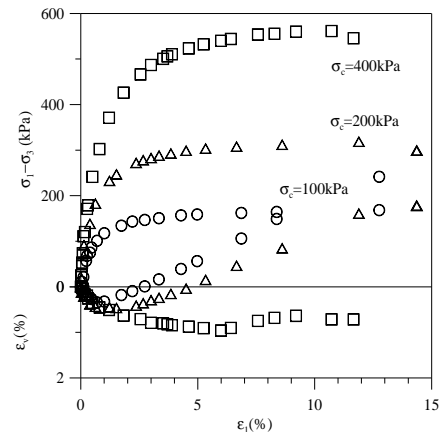


Fig. 3 Result of Isotropic Test

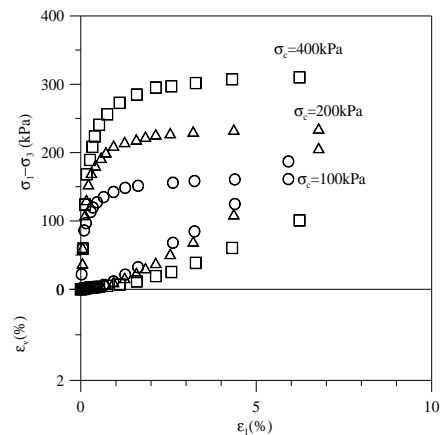
낸 그림이며, 이 결과 형상은 일정하며 건조단위증량에 따라 체적변형률만에 차이가 나타나고 있음을 알 수 있으며, 이 시험은 Lade의 단일항복면 구성모델에서 경화함수에 관련되는 토질매개변수(c , p)를 결정하기 위한 시험이다.



(a) σ_3 constant test



(b) p constant test



(c) σ_1 constant test

Fig. 4 Results of CD Tests with Stress Path

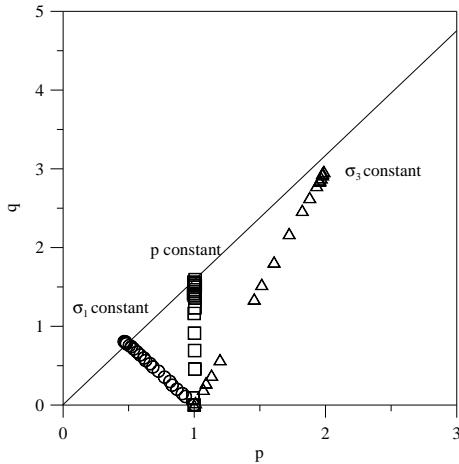


Fig. 5 Stress Path with Baekma River Sand

4. 토질매개변수 결정 및 특성

4.1 토질매개변수 결정

Lade의 단일항복면 구성모델의 토질매개변수는 탄성거동 성분, 경화함수에 관련된 변수, 파괴기준에 관련된 변수, 소성 포텐셜 및 항복함수에 관련된 변수 등 12개지만 사질토의 경우 $\alpha=0$ 이므로 11개에 대한 검토를 하게 된다. 하지만 (정진섭, 등1992)은 시험 결과로부터 단일항복면 구성모델에 필요한 토질매개변수를 결정하는 작업은 매우 복잡한 과정을 거쳐야 하며, 또한 수작업으로 결정할 때는 많은 시간이 소요되고 다소 오차가 유발될 우려가 있어 신속하고 보다 더 신뢰할 수 있는 토질매개변수를 결정하기 위해 시험자료를 사용하여 회귀 분석으로 각각의 응력경로에 대한 토질매개변수를 결정하는 프로그램을 개발하였다. 토질매개변수결정 프로그램의 흐름도는 Fig. 6과 같으며 이 프로그램에 의하여 결정된 각각의 응력경로에 대한 토질매개변수의 값들은 Table 2에 나타낸 바와 같다.

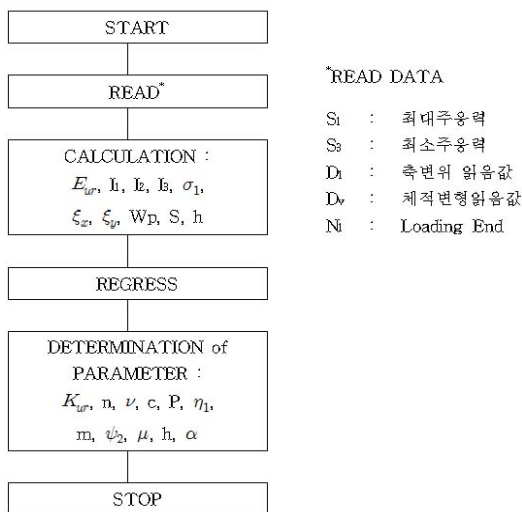


Fig. 6 Flow Chart for Determination of Parameter

4.2 토질매개변수 특성

정진섭 등(1992)의 연구에 의하면 항복함수에 관련된 토질매개변수 h 와 는 변동계수가 아주 작고 응력-변형률거동에 미치는 영향도 비교적 작은 것으로 보고하였으며, 11개의 토질매개변수 중 항복함수에 관련된 토질매개변수는 파괴기준에 관련된 토질매개변수와 밀접한 상관성이 있음을 밝혔다. 이에 김찬기 등(2011)은 항복함수에 관련된 토질매개변수 h와 α 를 파괴기준에 관련된 토질매개변수와 상관식을 통하여 강모래의 상대밀도에 따른 응력-변형률거동 특성을 예측하여 토질매개변수의 상관성을 검증하였다. 따라서 본 연구에서는 항복함수에 관련된 토질매개변수를 파괴기준에 관련된 토질매개변수와의 상관성을 구체적으로 검토하여 두 토질매개변수를 일련의 관계식을 제시하고자 한다. Fig. 7은 Table 2의 응력경로 따른 토질매개변수의 변화를 이용하여 항복함수와 관련된 토질매개변수 h 와 파괴기준에 관련된 토질매개변수 η_1 의 관계를 나타낸 그림으로 식(10)과 같이 h 와 η_1 의 관계를 1차식으로 나타낼 수 있었다. Fig. 8은 항복함수와 관련된 토질

Table 2 Parameters of Baekma River Sand with Stress Path

Model Component	Parameter	Stress Path		
		$\sigma_3 \text{ constant}$	$P \text{ constant}$	$\sigma_1 \text{ constant}$
Elastic Behaviour	Modulus number K_w	360	400	460
	Exponent n	0.33	0.32	0.33
	Poison' Ratio ν	0.25	0.25	0.25
Failure criterion	Intercept η_1	49	45	40
	Exponent m	0.19	0.18	0.15
Plastic potential	Intercept ψ_2	-2.70	-3.06	-3.42
	Exponent μ	1.76	2.00	2.02
Hardening function	Intercept c	4×10^{-5}	4×10^{-5}	4×10^{-5}
	Exponent P	2.65	2.65	2.65
Yield function	Exponent h	0.64	0.52	0.51
	Constant α	0.44	0.62	1.10

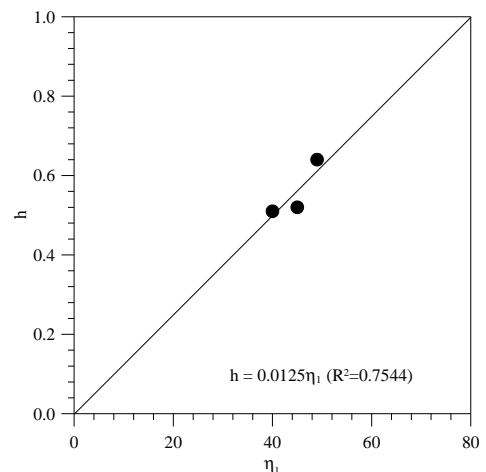


Fig. 7 Relationship between η_1 and h

매개변수 α 와 파괴기준에 관련된 토질매개변수 η_1 과의 관계를 나타낸 그림으로 식(11)과 같이 나타낼 수 있었다. 따라서 단일항복면 구성모델에 사용되는 토질매개변수 중 항복함수와 관련된 토질매개변수 h 와 α 를 η_1 의 식을 이용하여 응력-변형률 거동을 예측하고자한다.

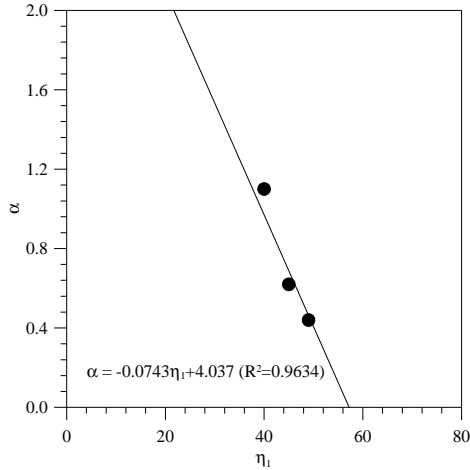


Fig. 8 Relationship between η_1 and α

$$h = 0.0125\eta_1 \quad (R^2 = 0.7544) \quad (10)$$

$$\alpha = -0.0743\eta_1 + 4.037 \quad (R^2 = 0.9634) \quad (11)$$

5. 결과 및 고찰

Lade의 단일항복면 구성모델을 이용하여 지반 거동을 예측하기 위해서는 11개의 토질매개변수를 필요로 한다. 하지만 이 모든 변수를 구하기 위해서는 많은 실험이 수행되어야 하고 시험 중에 발생하는 기계적 오차 및 인위적인 오차가 발생할 수 있다. 토질매개변수의 수를 줄일 수 있다면 구성모델을 이용하여 지반 거동의 예측이 보다 수월해지고 실용적인 해석이 가능할 것이다. 그러므로 본 연구는 토질매개변수 h 와 α 를 η_1 에 관련된 식(10) 및 식(11)을 사용하여 정진섭 등(1992)이 개발한 회귀분석을 통한 수치해석 프로그램을 이용하여 수치해석을 실시하고 시험결과와 비교하였다.

Fig. 9는 백마강모래의 응력경로에 따른 배수삼축압축시험 (σ_3 constant)결과와 배수삼축압축시험 및 등방압축팽창시험 결과로부터 구한 토질매개변수를 이용하여 수치해석한 결과를 나타낸 그림이다. 그림에서 표로 나타난 것은 각각의 구속압력 (100, 200, 400kPa)에 대한 시험결과이며, 실선은 시험으로 구한 11개의 토질매개변수를 이용하여 수치해석을 실시한 결과이며, 점선을 항복함수와 관련된 토질매개변수를 식(10)과 식(11)을 이용하여 얻은 토질매개변수로 수치해석한 결과로 두 경우 모두 구속압력에 무관하게 축차응력-축변형률 및 체적변형률을 정도 높게 예측함을 보이고 있다.

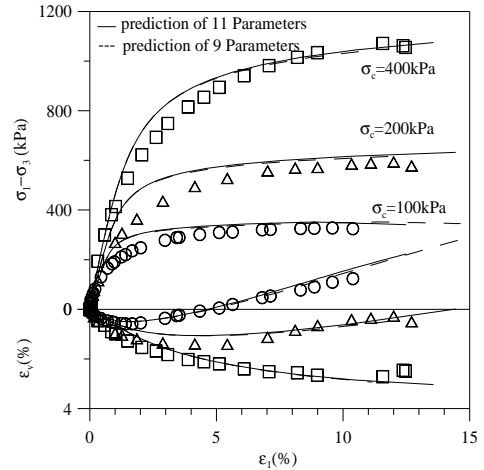


Fig. 9 Compare Result of Numerical analysis with CD Test (σ_3 constant)

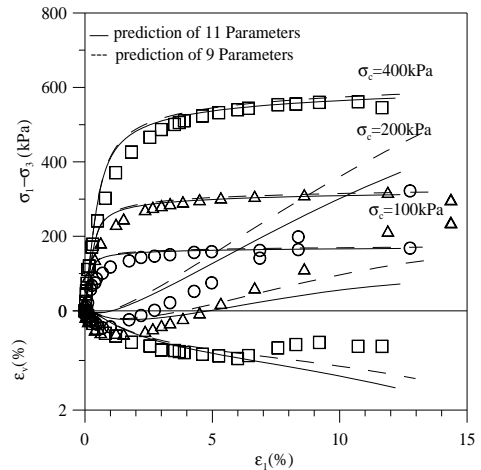


Fig. 10 Compare Result of Numerical analysis with CD Test (σ_3 constant)

Fig. 10은 p constant 시험에서 얻은 토질매개변수의 타당성을 검토하기 위하여 토질매개변수결정시 이용한 시험 결과를 역해석하여 나타낸 그림이다. 그림에서 표로 나타난 것은 각각구속압력 (100, 200, 400kPa)에 대한 시험결과이며, 실선과 점선은 전술한 바와 같은 방법으로 얻은 토질매개변수를 이용하여 각각 수치해석한 결과이다. 그림에 나타난 바와 같이 축변형률에 대한 축차응력은 구속압력이 작은 경우의 초기부분을 제외하고는 시험치와 해석치가 일치하고 있음을 보여 주고 있다. 그리고 축변형률에 대한 체적변형률은 시험치와 해석치가 다소 차이는 보이지만 서로의 양상은 일치하고 있음을 보여 주고 있다.

Fig. 11은 앞에서 행한 방법으로 σ_1 constant 시험에서 얻은 토질매개변수를 이용하여 시험 결과를 역해석하여 나타낸 그림이다. 그림에서 표로 나타난 것은 각각의 구속압력 (200, 300, 400kPa)에 대한 시험결과이며, 실선과 점선은 수치해석한 결과이다. 그림에 나타난 바와 같이 축변형률에 대한 축차

응력 및 체적변형률의 시험치와 해석치가 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

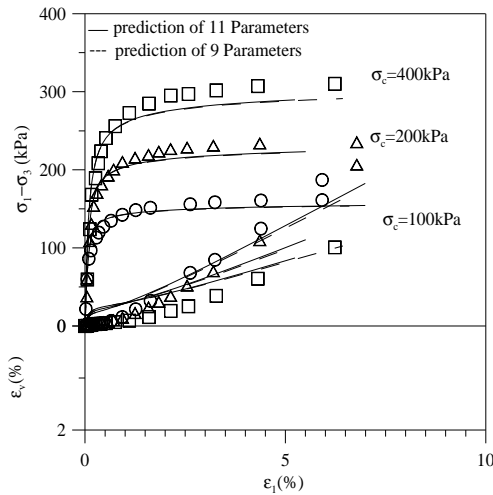


Fig. 11 Compare Result of Numerical analysis with CD (σ_1 constant)

6. 결론

본 연구는 백마강모래를 사용하여 응력경로를 달리한 시험을 실시하고 각각의 응력경로에 대한 Lade의 단일항복면구성모델의 토질매개변수를 결정하여 토질매개변수의 특성을 검토하였으며 이를 이용하여 응력-변형률 거동을 해석하여 이 구성모델의 응력경로 의존 특성을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 응력경로에 따른 배수삼축압축시험결과 축변형률에 대한 축차응력 및 체적변형률의 크기는 $\sigma_3 \text{ constant} > P \text{ constant} > \sigma_1 \text{ constant}$ 순으로 나타나는 것을 확인 할 수 있었다.

2. 항복함수에 관련된 토질매개변수 h 와 α 는 파괴기준에 관련된 토질매개변수 η_1 에 대한 상관성이 매우 큰 것을 확인 할 수 있었다.

3. 항복함수와 관련된 토질매개변수 h 와 α 를 파괴기준에 관련된 토질매개변수 η_1 에 대한 상관식을 사용하여 수치해석을 실시한 결과 양호하게 예측하는 것을 확인할 수 있었다.

4. 응력경로에 따른 Lade의 단일항복면구성모델의 토질매개변수들은 전반적으로 큰 영향이 없으며 응력-변형률 거동 예측에도 큰 영향을 미치지 않는 것을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

1. 정진섭, 김찬기, 이문수(1992), "단일항복면 구성모델에 의한 입상토의 비배수거동해석", 대한토목학회 논문집, 제12권, 제2호, pp. 177-189.
2. 김찬기, 조원범, 김중철(2011), "백마강 모래의 상대밀도에 따른 Lade의 단일항복면 구성모델의 토질매개변수 특성",

대한토목학회 논문집, 제31권, 제1C호, pp.11-17.

3. Desai, C.S.(1977), "Constitutive law for geologic media" In C.S., Desai and J.T. Christian(ed.), Numerical methods in geotechnical engineering, pp.65-115, McGraw hill Book Company, New York.
4. Druker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J.(1957), "Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity", Trans, Vol. 122, pp. 333-345.
5. Kondner, R.L.(1963), "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No, SM1, pp.115-143.
6. Lade, P.V.(1990), "Single Hardening Model with Application to NC Clay", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.116, No.3, pp.394-414.
7. Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Worth, C.P.(1958) On the Yielding of Soil. Geotechnique, Vol.8, No.1, pp.22-52.
8. Varadarajan, A. and Mishra, S.S.(1980), "Stress-path Dependent Stress Strain Volume Change Behaviour of a Granular Soil", Proc. International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, pp. 109-119.
9. Yudhbir S.K. and A.Varadarajan(1975), "Stress Path Dependent Deformation Module of Clay", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.101, No. GT3, pp.315-327.

원고접수일 : 2012년 3월 22일
 심사완료일 : 2012년 6월 9일
 원고채택일 : 2012년 6월 19일