

호우사상의 시간적 정량화를 위한 베타분포의 적용**Application of the Beta Distribution for the Temporal Quantification of Storm Events**

전 창 현* / 유 철 상**

Jun, Chang Hyun / Yoo, Chulsang

Abstract

This study suggested the parameter estimation method for given rainfall events to be properly expressed by the beta distribution. For this purpose, this study compared the characteristics of probability density function with the parameter proposed considering the cases with and without addition to the rainfall peak, and the cases of using the real hyetograph and the rearranged hyetograph about the rainfall peak. As an example, this study analyzed the independent rainfall events at Seoul in 2010 and the annual maximum independent rainfall events from 1961 to 2010. The results derived are as follows. First, this study confirmed the necessity of additional consideration on rainfall peak to mimic the real hyetograph of rainfall events by the beta distribution. Second, this study confirmed the case of using rearranged hyetograph about the rainfall peak derived a better beta distribution to well mimic the characteristics of real rainfall than the case using the real hyetograph.

Keywords : temporal distribution of rainfall, beta distribution, independent rainfall event, hyetograph

요 지

본 연구에서는 주어진 호우사상을 베타분포로 적절히 표현하기 위한 매개변수의 결정 방법을 제시하였다. 이를 위해 첨두에 대한 고려를 추가한 경우와 그렇지 않은 경우, 실제 우량주상도 및 첨두를 중심으로 재배열된 수정 우량주상도를 사용하는 경우 등을 고려하여 그 특성을 비교·검토하였다. 본 연구는 서울 지점의 2010년 독립 호우사상과 1961~2010년 사이의 연 최대치 독립 호우사상을 대상으로 베타분포를 적용하고, 그 결과를 분석하였다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다. 첫째, 베타분포를 이용하여 실제 호우사상의 우량주상도 형태를 유사하게 표현하기 위해서는 첨두에 대한 추가적인 고려가 필요한 것으로 확인되었다. 둘째, 첨두를 중심으로 시간강우를 좌우 순차적으로 재배열한 수정 우량주상도를 이용하는 경우가 실제 우량주상도를 이용하는 경우보다 실제 강우의 시간분포 특성에 보다 가까운 베타분포를 유도함을 확인하였다.

핵심용어 : 강우 시간분포, 베타분포, 독립 호우사상, 우량주상도

* 고려대학교 대학원 건축사회환경공학부 박사과정(e-mail: luckys286@naver.com)

School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, College of Engineering, Korea University, Seoul 136-713, Korea

** 교신저자, 고려대학교 공과대학 건축사회환경공학부 교수(e-mail: envchul@korea.ac.kr)

Corresponding Author, School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, College of Engineering, Korea University, Seoul 136-713, Korea

1. 서론

국내·외의 다양한 지역에서 관측되는 강수량은 기간의 장단에 관계없이 시간적 변동성을 갖는다. 이는 한 지점의 연 강수량 기록의 변화로부터 살펴볼 수 있으며, 연중 계절적 분포에서도 나타나게 된다. 또한 특정 호우사상에서 발생한 강우 지속기간 내 강우량도 시간에 따라 크게 변화하며, 총 강우량의 시간적 분포는 강우-유출 과정의 시간적 변화특성에 큰 영향을 미치게 된다(윤용남, 2009). 이러한 강우의 시간분포는 설계목적상 매우 중요한 의미를 갖는다. 댐과 같은 대규모 수공구조물의 경우뿐만 아니라 도시지역의 하수/우수관거와 같은 소규모 구조물의 설계에 있어서도 강우의 시간분포에 대한 정보가 절대적으로 필요하다. 이는 기본적으로 강우의 시간분포에 따라 설계홍수량이 크게 달라지기 때문이다(Nouh, 1985).

이러한 설계목적상의 필요에 의해 많은 경험적 방법론들이 개발되어 왔다(Pilgrim and Cardery, 1975; Huff, 1967; SCS, 1972; Hogg, 1980; Ferreira, 1990; Sabol and Stevens, 1990). 물론 이러한 방법론들은 모두 특정 지역에서 관측된 강우자료의 분석을 통해 유도된 것들이다. 최근에도 Bogardi et al. (1988), Mays (2001) 등과 같은 연구가 이어지고 있으나 대부분 Huff의 연구와 동일한 형태로 관측 자료의 분석을 통해 대상 지역의 평균적인 특성을 무차원 시간분포로 나타낸 것들이다. 국내의 경우에서도 Huff의 방법(Huff, 1967)이 가장 많이 사용되고 있는 상황이다. 그러나 Huff의 방법이 갖는 문제점들은 대부분의 수문학 분야 연구자 및 설계분야 전문가들에게 이미 알려져 있으며, 많은 연구들에서 검토된 바 있다(오규창, 2005; 윤용남 등, 2004; 이상렬, 2005; 정종호와 윤용남, 2005; Huff, 1986; Knapp and Terstriep, 1981; Ward et al., 1980).

그럼에도 불구하고 이러한 문제점들이 쉽게 해결되지 못하는 이유는 그 분포의 유도과정이 관측 자료에 근거한 경험적인 분석이어서, 보다 다양한 사례들에 대한 이론적 해석을 불가능하게 만들기 때문이다. 만일 대상 지점에 대한 실제 강우의 시간분포를 이론적으로 모형화한다면, 그 대표성의 평가, 신뢰도의 평가 및 기타 다양한 응용문제에 적용될 수 있을 것이다. 국내에서 대표적으로 사용하고 있는 Huff 분포 자체는 그 유도과정이나 사용이 매우 간단하기는 하나 여러 가지 근본적인 문제점을 내포하고 있다. 가장 중요한 것은 호우사상의 지속기간에 따라 또는 발생 원인별로 다를 수 있는 강우의 시간분포를 어떻게 하나의 대표 분포로 포괄하여 나타내느냐 하는 문제

이다. 이 문제는 근본적으로 유도된 Huff 분포의 대표성 문제이기도 하다. 그러나 경험적으로 유도된 Huff 분포의 대표성을 파악하는 것은 간단하지 않다.

이와 같은 강우의 시간적인 변동 특성을 이론적으로 모형화하여 각각의 호우사상들에 대한 시간분포 특성을 정량화하기 위해서는 여러 가지 인자들에 대한 고려가 필요하다. 먼저 강우의 시점 및 종점이 주어져야 하고(따라서 총 지속기간이 주어짐), 아울러 총 강우량이 이 지속기간 동안 어떻게 분포되어 있는지가 주어져야 한다. 이렇게 분포된 강우의 시간분포를 우량주상도(hyetograph)라고 한다. 그런데 이러한 우량주상도는 호우사상마다 크게 달라 그 평균적인 특성을 파악하는 것이 용이하지 않다. 먼저 강우의 지속기간 자체도 호우사상별로 매우 다르고, 아울러 지속기간 내에서의 시간분포도 호우사상마다 매우 다르게 나타나기 때문이다. 따라서 각각의 호우사상들에 대한 단순히 평균적인 특성을 대표적인 강우 시간분포의 형태로 나타낼 경우, 실제 강우의 시간분포를 반영하지 못하는 의미 없는 결과가 유도될 가능성이 매우 크다.

본 연구에서는 이상과 같은 문제점들에 착안하여 호우사상의 시간분포를 베타분포(beta distribution)를 이용하여 정량화해 보고자 한다. 이는 구체적으로 주어진 호우사상이 베타분포로 적절히 표현될 수 있도록 매개변수를 추정한다는 의미이기도 하다. 이렇게 호우사상을 연속함수로 정량화하면 강우의 간헐성 등으로 인해 발생하는 문제점을 상당히 해소할 수 있다. 즉, 강우강도가 시간축에서 매우 불규칙하게 변동함으로서 발생하는 문제점을 해소할 수 있고, 아울러 주어진 지점을 대표하는 호우사상의 시간분포를 경험적으로 결정하고 평가하는 데도 유리하게 된다. 본 연구에서는 서울 지점의 2010년 독립 호우사상들과 1961~2010년 사이의 연 최대치 독립 호우사상들을 대상으로 베타분포를 적용하고, 그 결과를 분석하였다.

2. 베타분포(Beta Distribution)

베타분포는 Pearson (1934)이 유도한 것으로 알려져 있으며 상하 한계가 명확하게 나타나는 다양한 자연현상의 설명에 많이 이용되어 왔다(Maltamo et al., 1995; Hafley and Schreuder, 1977). 수문학 분야에서도 토양이나 대수층의 특성을 정량화 하는데 사용되어 왔고(Beran and Sutcliffe, 1972; Cooke et al., 1995; Ricciardi et al., 2005), 강설면적을 정량화 하거나(Brubaker and Menoes, 2001) 단위우량도의 모형으로도 이용되어 왔다(Bhunya et al., 2004; 2007). 본 연구의 대상인 호우사상의 시간적 특성

정량화 문제도 시점 및 종점이 명확하다는 특성을 가지고 있고, 또한 최빈값이 두개인 경우까지를 나타낼 수 있어 변동성인 큰 호우사상의 정량화에 큰 적용성을 보일 것으로 판단된다.

베타분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = x^{\nu-1}(1-x)^{\omega-1}/B(\nu, \omega) \quad (1)$$

위 식에서

$$B(\nu, \omega) = \int_0^1 u^{\nu-1}(1-u)^{\omega-1} du \quad (2)$$

위 베타분포함수의 경우, $0 \leq x \leq 1$ 이고, 또한 두 형상 매개변수(shape parameter)는 모두 양이다($\nu > 0, \omega > 0$). 원점에 대한 n -차 모멘트는 다음과 같이 유도된다.

$$M_n = \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\nu+i}{\nu+\omega+i} = \frac{B(\nu+n, \omega)}{B(\nu, \omega)} \quad (3)$$

따라서 평균, 분산, 최빈값 등은 다음과 같이 유도된다.

$$E[x] = \nu/(\nu+\omega) \quad (4)$$

$$Var[x] = \nu\omega/[(\nu+\omega)^2(\nu+\omega+1)] \quad (5)$$

$$M[x] = (\nu-1)/(\nu+\omega-2) \quad (6)$$

위 식들로부터 최빈값을 계산하기 위해서는 $\nu > 1, \omega > 1$ 의 조건이 만족되어야 한다. 아울러, 구간의 범위가 $a \leq x < b$ 로 변하게 되면, 확률밀도함수는 다음과 같이 변하게 된다.

$$f(x) = \frac{(x-a)^{\nu-1}(b-x)^{\omega-1}}{B(\nu, \omega)(b-a)^{\nu+\omega-1}} \quad (7)$$

베타분포의 매개변수 추정은 모멘트법과 최우도법의 경우 모두에서 가능하다. 먼저 모멘트법을 적용하면,

$$\nu = \bar{x} \{ [\bar{x}(1-\bar{x})/s^2] - 1 \} \quad (8)$$

$$\omega = (1-\bar{x}) \{ [\bar{x}(1-\bar{x})/s^2] - 1 \} \quad (9)$$

최우도법을 적용하는 경우에는 아래 두 식을 동시에 만족하는 값으로 결정된다. 즉,

$$\psi(\hat{\nu}) - \psi(\hat{\nu} + \hat{\omega}) = n^{-1} \sum_{i=1}^n \log x_i \quad (10)$$

$$\psi(\hat{\omega}) - \psi(\hat{\nu} + \hat{\omega}) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (1 - \log x_i) \quad (11)$$

위 식에서 ψ 는 di-gamma 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$\psi(c) = \frac{d}{dc} [\log \Gamma(c)] = \frac{d\Gamma(c)/dc}{\Gamma(c)} \quad (12)$$

이상과 같은 베타분포의 특성을 이용하여 호우사상의 시간적 특성을 정량화한다는 것은 먼저 이들 매개변수를 적절히 추정하는 문제를 포함한다. 그러나 호우사상의 발생특성에 따라, 호우사상의 규모에 따라 크게 달라질 수 있는 특성을 어떻게 구분하느냐의 문제도 이에 못지않게 중요한 의미를 갖는다. 이는 물론 호우사상의 시간적 특성이 무차원으로 정량화될 것이기 때문이다. 무차원으로 정량화된 호우사상들은 반드시 통계학적인 유의성을 확보해야 하며, 그러기 위해서는 호우사상들을 적절히 구분하는 것이 필수적이다.

3. 실제 호우사상의 시간분포 특성

3.1 2010년 독립 호우사상

본 연구에서는 2010년 우기의 서울지점 시 강우 자료를 대상으로 강우의 시간분포 특성을 살펴보았다. 본 연구에서 고려한 서울관측소는 1907년부터 기상청에서 관리하는 우량관측소로서 서울시 종로구 송월동에 위치하고 있으며 위도와 경도는 각각 $37.57^\circ, 126.97^\circ$ 이다. 여기서는 먼저 독립 호우사상을 어떻게 정의할 것인지가 중요하게 된다. 이는 독립 호우사상을 정의하는 기준에 따라 짧은 지속기간의 독립 호우사상이 많이 만들어 질 수도 있고, 반대로 긴 지속기간의 호우사상이 많이 만들어 질 수도 있기 때문이다. 호우사상의 지속기간이 길어지게 되면 강우의 간헐성(intermittency)으로 인해 복합 호우사상이 자주 나타나게 되고, 반대로 지속기간이 짧으면 단일 호우사상으로 나타날 가능성이 커진다. 당초 Huff (1967)의 연구에서는 독립 호우사상을 분리하기 위해 IETD(Interevent Time Definition), 즉, 호우사상을 적절히 구분할 수 있는 최소 무강우 기간으로 6시간을 사용하였다. 그러나 국내의 연구를 보면 독립 호우사상의 분리를 위한 무강우 시간간격은 대략 10시간 또는 12시간 정도가 된다(권재호 등, 2004; 김남원, 1998; 이동률과 정상만, 1992).

독립 호우사상을 정의하는데 있어 절단 값(threshold) 역시 호우사상의 분리에 큰 영향을 준다. 절단 값의 경우, 0.5mm 또는 1mm가 현실적인 값일 것으로 판단되며, 이는 0.5mm 또는 1mm 미만의 강우는 발생하지 않은 것으로 간주하고, 호우사상을 분리하게 됨을 의미한다

(Fig. 1).

본 연구에서는 먼저 연중 우기동안 발생한 서울지점의 독립 호우사상들의 특성을 살펴보았다. 박철순과 유철상(2012)은 1961년부터 2010년까지의 서울지점 시 강우 자료를 근거로 다양한 IETD와 절단 값을 적용하여 독립 호우사상을 추출하였다. 이러한 독립 호우사상을 정의하기 위하여 IETD와 절단 값의 증감에 따른 독립 호우사상의 빈도수를 고려하였으며, 호우사상의 구분을 위한 적절한 IETD와 절단 값으로 12시간, 1mm를 제시하였다. 본 연

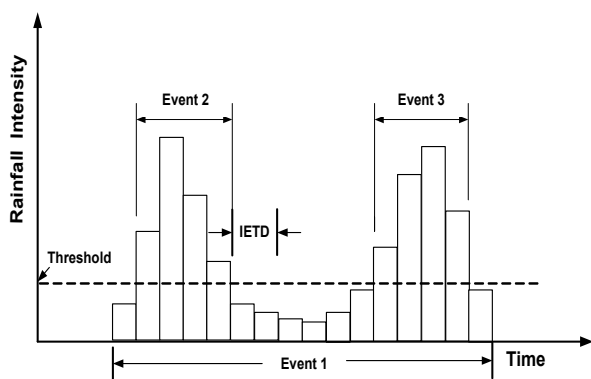


Fig. 1. Decision of Independent Rainfall Events by Applying the Threshold (Park, 2012)

구에서도 앞선 연구에서 제시한 기준을 동일하게 적용하여 2010년 우기의 서울지점 독립 호우사상들을 정의하였으며, 그 특성을 정리하면 다음과 같다.

위 결과를 살펴보면 2010년 우기(6~9월)의 서울지점에서 총 35개의 독립 호우사상이 구분되어 나타남을 알 수 있으며, 강우 지속기간이 1~76시간까지 다양하게 분포되어 있음을 확인할 수 있다. 2010년에 발생한 35개의 독립 호우사상이 갖는 구성요소별 기본 통계치를 정리하면 다음과 같다.

실제 강우의 시간분포 특성은 Mononobe 방법, Huff 방법, Yen-Chow 방법, 교호블록 방법 등과 같은 기존의 강우 시간분포 모형들에서와 같이 단순하게 정량화되어 나타나지는 않는다. 따라서 강우 지속기간과 더불어 실제 강우의 형태 자체를 적절히 반영하는 강우 시간분포 모형에 대한 고려가 필요하게 된다. 2010년 우기(6~9월)의 서울지점 독립 호우사상들 중 강우 지속기간이 12시간 이상인 경우들만을 고려하여 우량주상도로 나타내면 다음 Fig. 2와 같다.

3.2 연 최대치 독립 호우사상

본 연구에서는 박철순과 유철상(2012)의 연구를 참고하여 서울지점 우기의 시 강우 자료로부터 결정된 연 최

Table 1. Independent Rainfall Events at Seoul in 2010

Rainfall event	Date (Month, Day)	Rainfall duration (hr)	Total rainfall (mm)	Rainfall event	Date (Month, Day)	Rainfall duration (hr)	Total rainfall (mm)
1	6. 12~6. 13	31	88.5	19	8. 14~8. 15	17	56.0
2	6. 14	4	10.5	20	8. 18	3	9.0
3	6. 19	1	3.5	21	8. 18	1	9.5
4	6. 26~6. 27	12	12.5	22	8. 23~8. 26	76	86.5
5	6. 30	7	9.5	23	8. 26	7	3.5
6	7. 2	18	60.8	24	8. 27	7	92.5
7	7. 13	1	1.4	25	8. 28~8. 29	29	111.0
8	7. 14	1	1.0	26	8. 30	1	1.3
9	7. 16~7. 18	39	147.6	27	8. 31~9. 1	3	5.0
10	7. 23	8	4.0	28	9. 1~9. 2	22	46.5
11	7. 24	1	1.0	29	9. 3	2	2.5
12	7. 26	6	16.0	30	9. 5	2	48.5
13	8. 2	4	24.0	31	9. 9~9. 12	65	247.0
14	8. 4	1	16.5	32	9. 19~9. 20	19	41.6
15	8. 6~8. 7	18	86.8	33	9. 21	13	258.5
16	8. 10	11	24.0	34	9. 27	1	5.5
17	8. 11	1	2.4	35	9. 27	2	10.0
18	8. 12~8. 13	9	65.5				

Table 2. Basic statistics of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010

Statistics	Rainfall duration (hr)	Total rainfall (mm)	Average rainfall intensity (mm/hr)
Average	12.7	46.0	4.7
Standard deviation	17.4	64.0	5.5

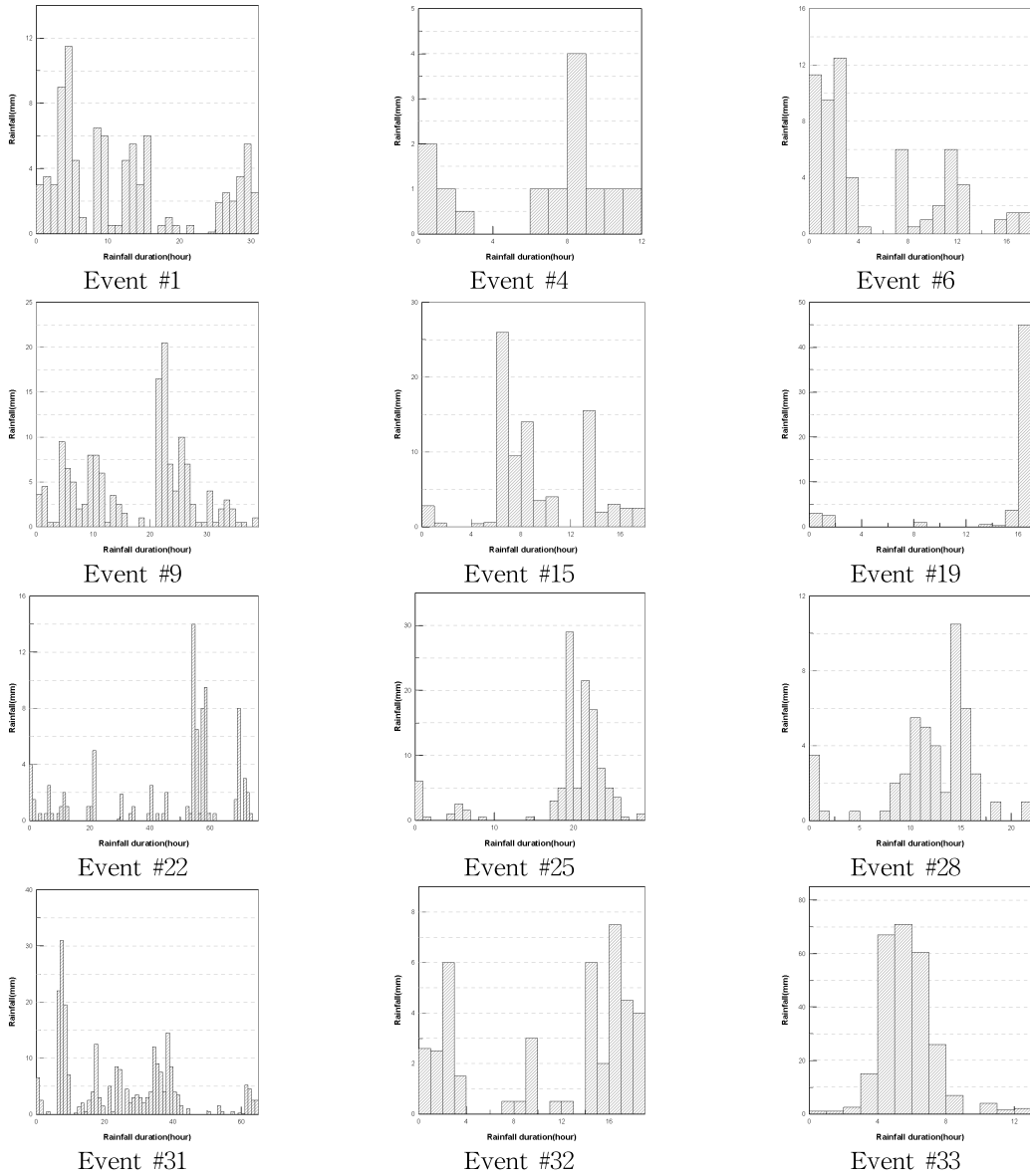


Fig. 2. Representative Hyetograph of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010 (more than 12 hours in rainfall duration)

대치 독립 호우사상들의 특성을 살펴보았다. 박철순과 유철상(2012)은 연 최대치 독립 호우사상의 결정에 사용되는 Freund 이변량 지수분포의 매개변수 추정과정을 구체적으로 검토하고, 그 특징들을 살펴보았다. 이를 통해 결정된 매개변수를 이용하여 연도별로 발생된 독립 호우사상들

의 재현기간을 산정하였으며, 해당 연도에 대한 재현기간이 가장 큰 독립 호우사상을 그 해의 연 최대치 독립 호우사상으로 결정하였다. 이러한 과정으로부터 결정된 연 최대치 독립 호우사상 계열을 Fig. 3에 나타내었다. 유도된 연 최대치 독립 호우사상들의 특성은 Table 3과 같다.

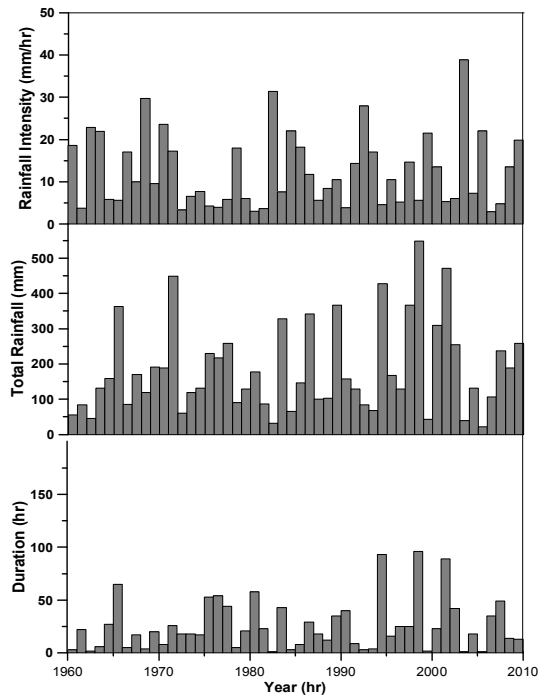


Fig. 3. Annual Maximum Independent Rainfall Event Series (Park and Yoo, 2012)

위 결과를 살펴보면, 먼저, 연 최대치 독립 호우사상의 지속기간이 1~96시간까지 매우 다양하게 분포되어 나타남을 확인할 수 있다. 유도된 연 최대치 독립 호우사상의 지속기간, 총 강우량, 강우강도의 평균은 각각 25.3hr, 183.4 mm, 12.5 mm/hr로 나타났으며, 강우 지속기간이 40 시간 이상인 경우는 총 12개년이다. Fig. 4는 이들 연 최대치 독립 호우사상 중 4개년에 대한 우량주상도를 나타낸 것이다. 이 그림에서 처음 2개의 호우사상은 상대적으로 단일 호우사상의 모양을 띠고 있는 것이고, 나머지 2개는 복합 호우사상의 형태를 띠고 있는 것이다.

4. 베타분포를 이용한 호우사상의 정량화

4.1 실제 우량주상도를 이용하는 경우

본 연구에서는 실제 강우의 시간분포 특성을 정량화하기 위해 서울지점 2010년 독립 호우사상과 연 최대치 독립 호우사상들에 대해 베타분포를 적용하고, 그 특성을 살펴 보았다. 베타분포의 매개변수 추정은 아래 Eqs. (13) and (14)에 제시된 목적함수를 가지고, 최적화기법을 이용하

Table 3. Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul (IETD: 12 hours, Threshold: 1 mm)

Year	Date (Month, Day)	Rainfall duration (hr)	Total rainfall (mm)	Year	Date (Month, Day)	Rainfall duration (hr)	Total rainfall (mm)
1961	7. 14	3	55.9	1986	7. 24	8	145.8
1962	9. 6 - 9. 7	22	84.4	1987	7. 26 - 7. 27	29	341.8
1963	7. 21	2	45.8	1988	7. 9	18	100.6
1964	9. 12 - 9. 13	6	131.4	1989	7. 25	12	102.5
1965	7. 20 - 7. 21	27	159	1990	9. 10 - 9. 11	35	366.6
1966	7. 23 - 7. 26	65	363.5	1991	7. 24 - 7. 25	40	157.8
1967	8. 25	5	85.7	1992	8. 7	9	129.5
1968	8. 22 - 8. 23	17	170.2	1993	7. 11	3	84.0
1969	9. 19	4	118.8	1994	7. 5	4	68.4
1970	9. 16 - 9. 17	20	191.8	1995	8. 23 - 8. 27	93	428.1
1971	7. 17	8	188.6	1996	7. 26	16	167.8
1972	8. 18 - 8. 19	26	448.6	1997	7. 1 - 7. 2	25	129.1
1973	8. 17 - 8. 18	18	60.4	1998	8. 7 - 8. 8	25	366.9
1974	8. 2 - 8. 3	18	119.4	1999	7. 30 - 8. 3	96	548.3
1975	7. 24 - 7. 25	17	131	2000	8. 7	2	42.9
1976	8. 12 - 8. 14	53	229.9	2001	7. 14 - 7. 15	23	310.0
1977	7. 7 - 7. 9	54	217.5	2002	8. 4 - 8. 7	89	471.5
1978	6. 25 - 6. 27	44	257.8	2003	8. 23 - 8. 25	42	255.0
1979	8. 2	5	90	2004	8. 4	1	38.9
1980	8. 13	21	128.8	2005	6. 26 - 6. 27	18	132
1981	6. 30 - 7. 3	58	177.8	2006	8. 7	1	22
1982	8. 20 - 8. 21	23	86.1	2007	7. 1 - 7. 2	35	106.5
1983	9. 14	1	31.4	2008	7. 19 - 7. 21	49	237.0
1984	8. 31 - 9. 2	43	328.1	2009	7. 9	14	188.5
1985	8. 16	3	66.0	2010	9. 21	13	258.5

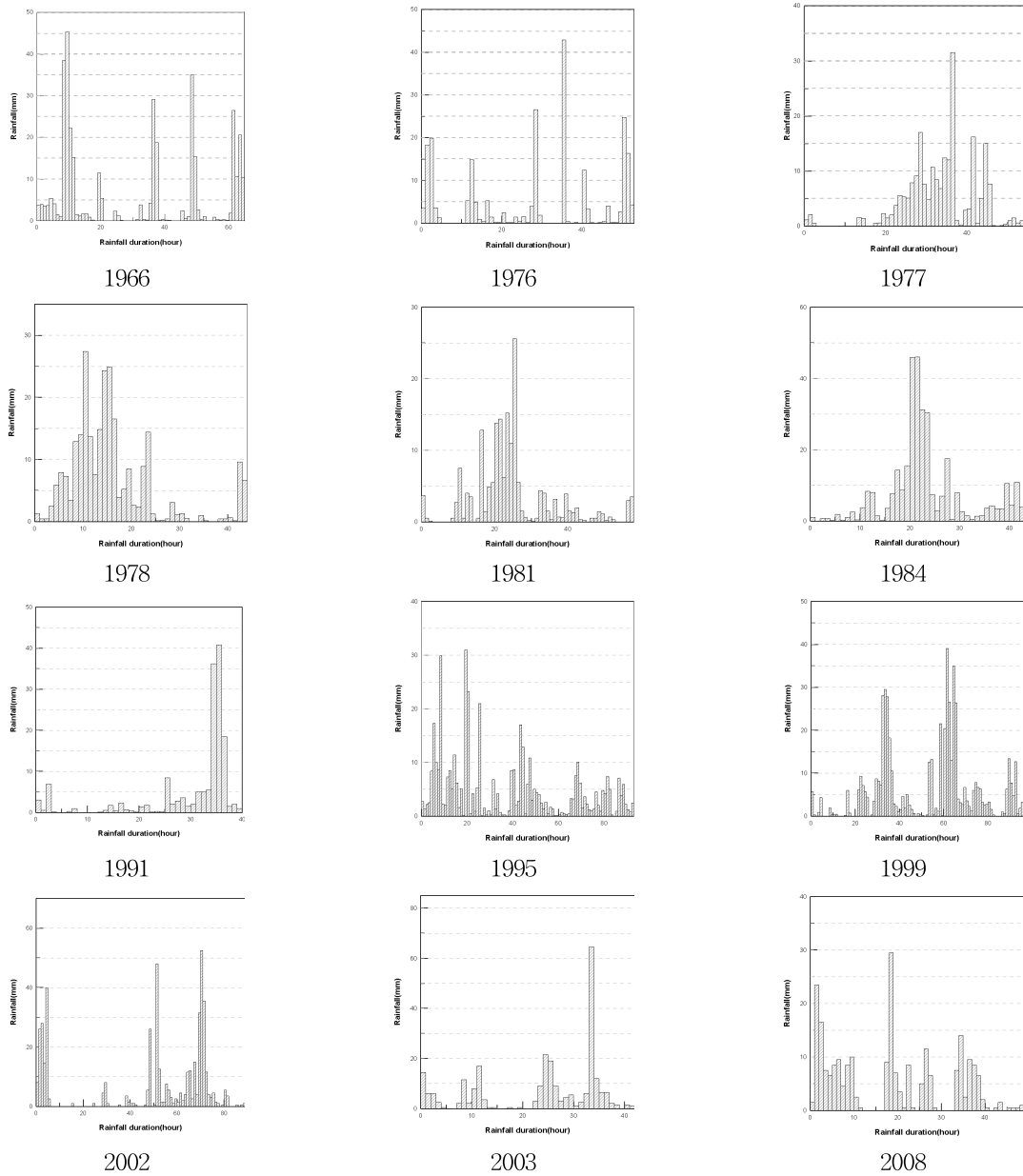


Fig. 4. Representative Hyetograph of Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul (more than 40 hours in rainfall duration)

었다. 그 과정을 정리하면 다음과 같다. 먼저, 독립 호우사상마다 매우 다르게 나타나는 강우 지속기간의 시점 및 종점을 0과 1로 고정하여 실제 강우의 시간분포를 나타냈다. 다음으로, 실제 독립 호우사상이 단일 첨두를 갖는다고 가정하였다. 마지막으로 매개변수 추정은 첨두치에 대한 추가적인 고려가 없는 경우(Case 1)와 있는 경우(Case 2)로 구분하여 수행하였다.

Case 1 : Minimize $\sqrt{\sum [r(x) - f(x)]^2}$ (13)

Case 2 : Minimize

$$\sqrt{\sum [r(x) - f(x)]^2} + \sqrt{[r_{max}(x) - f_{max}(x)]^2} \quad (14)$$

여기서, $r(x)$ 는 특정 지점 x 에서의 환산된 실제 강우량으로 정의되고, $f(x)$ 는 특정 지점 x 에서의 베타분포 확률 밀도함수로 정의된다. 또한 $r_{max}(x)$, $f_{max}(x)$ 는 각각 주어진 강우 지속기간 내에 발생한 $r(x)$, $f(x)$ 의 최댓값을 의미한다. 다음 그림은 추정된 매개변수로부터 결정된 베타분포함수와 관측 호우사상의 우량주상도를 중첩하여

Table 4. Estimated Parameters of Beta Distribution for the Hyetograph of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010

Rainfall event	Case 1		Case 2	
	ν	ω	ν	ω
1	1.26	2.76	2.53	10.80
4	5.64	2.58	13.58	6.07
6	1.30	3.45	1.93	8.59
9	1.48	1.37	27.23	19.25
15	10.65	16.18	19.40	30.27
19	43.32	1.15	42.80	1.15
22	3.54	1.97	62.40	24.44
25	19.17	9.17	59.98	27.52
28	8.06	5.03	23.14	12.77
31	1.16	2.15	5.99	38.69
32	1.08	1.01	7.16	1.71
33	10.37	13.82	8.65	11.42

비교한 결과이다. 각 호우사상별로 왼쪽은 Case 1을, 오른쪽은 Case 2를 나타낸다.

Fig. 5와 같이 나타난 결과는 다양한 측면에서 분석될 수 있다. 먼저, 위 결과 중 Case 1의 경우들만을 고려하면, 주어진 우량주상도가 뚜렷한 단일 침두를 가지고, 아울러 강우가 침두를 중심으로 매끄러운 형태로 나타나지 않는 경우, 그 특성은 베타분포로도 잘 표현되지 않을 수 있다는 것을 확인해 준다(Event #9 참조). 그렇지 않은 경우에 있어서도, 침두의 크기가 대체로 과소평가되어 있다는 것을 확인할 수 있다. 그러나 주어진 호우사상의 침두를 보다 중요하게 고려한 Case 2의 경우에는 Case 1에서 살펴본 문제점들이 어느 정도 해소되어 나타남을 확인할 수 있다. 이는 기본적으로 Case 2의 경우 베타분포와 관측 우량주상도의 침두가 먼저 맞추어 지고, 이 침두를 기준으로 나머지 상승부와 하강부에 대한 오차의 규모를 최소로 하는 범위에서 확률밀도함수의 매개변수가 결정되기 때문이다.

이상과 같은 결과로부터 베타분포로 호우사상을 정량화할 경우, 특히, 침두의 위치 및 크기가 가능한 한 최대로 보존되도록 매개변수를 결정하는 것이 그 특성 자체를 반영하기에 유리하다는 것을 파악할 수 있다. 그러나 Case 2로 주어진 목적함수도 여전히 한계가 있어 경우에 따라 침두의 크기를 잘 재현하지 못하는 경우도 발견되었다. 이러한 문제는 침두에 대한 상대적 비중을 강화하는 형태로 목적함수를 변형하여 해결할 수 있으나, 침두를 제외한 나머지 부분의 영향이 너무 감소되어 시간분포 특성을 왜곡할 수 있다는 문제가 따른다. Table 4는 Fig. 5에 나

타난 호우사상들에 대해 추정된 매개변수를 정리한 것이다. 추가로 Fig. 2에 제시된 전체 우량주상도(강우 지속기간이 12시간 이상인 경우)에 대한 베타분포의 적용결과를 Table 4에 함께 제시하였다. 이 표에서 살펴볼 수 있는 것처럼, 베타분포의 매개변수는 호우사상별로 크게 다르다.

Fig. 6은 연 최대치 호우사상 중 일부에 대한 베타분포 적용결과를 나타낸 것이다. 이 그림에서도 살펴볼 수 있는 것처럼 침두에 대해 추가로 고려한 Case 2가 보다 나은 관측 호우사상의 정량화 능력을 보여 주고 있다. 이는 2010년의 독립 호우사상 분석에서도 동일하게 얻은 결론이기도하다. Table 5는 이들 연 최대치 호우사상들에 대한 매개변수 추정결과를 요약한 것이다. 추가로 Fig. 4에 제시된 전체 우량주상도(강우 지속기간이 40시간 이상인 경우)에 대한 베타분포의 적용결과를 Table 5에 함께 제시하였다.

4.2 수정 우량주상도를 이용하는 경우

본 연구에서는 실제 우량주상도에서 최대 강우가 발생한 시점을 고정하고, 이를 기준으로 차순위 강우량을 좌측과 우측에 순차적으로 배열함으로써 수정 우량주상도를 작성하였다. 본 연구에서는 서울지점 2010년 독립 호우사상과 1961~2010년 사이의 연 최대치 독립 호우사상의 우량주상도를 이러한 방법으로 모두 재구성하고, 목적함수로 Case 2를 사용하여 베타분포의 매개변수를 추정하였다. 이와 관련하여 서울지점 2010년 독립 호우사상들과 연 최대치 독립 호우사상들을 재구성하여 나타낸 수정

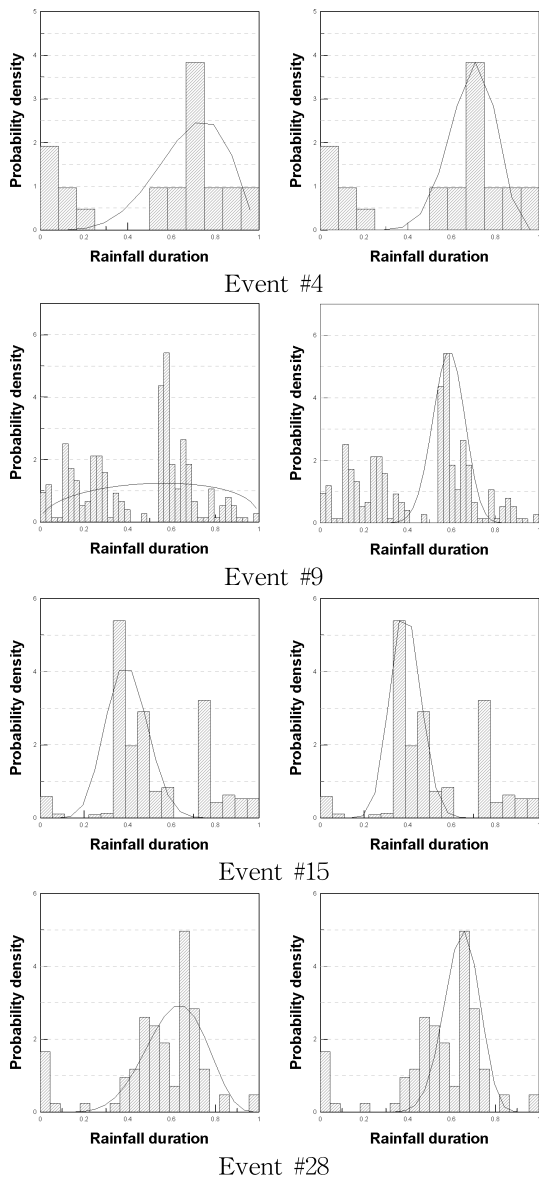


Fig. 5. Application Results of Beta Distribution for the Hyetograph of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010 (left : Case 1, right : Case 2)

우량주상도에 대해 베타분포를 적용한 결과는 다음 Figs. 7 and 8과 같다. 이 그림에서는 수정 우량주상도로부터 유도된 베타분포를 실제 우량주상도에도 중첩하여 나타내었고(Figs. 7 and 8 - middle), 아울러 전 절에서 유도한 실제 자료에 대한 Case 2의 베타분포 모의 결과도 함께 제시하여 그 결과가 서로 비교될 수 있도록 하였다.

먼저 Fig. 7의 결과에서는 재배열된 수정 우량주상도를 사용하는 장점이 크게 나타나지 않는다. Fig. 8의 경우도 마찬가지이기는 하나, 1995년 사상을 보면 그 차이가 크게 나타나는 경우가 있음을 확인할 수 있다. 즉, 강우가 주

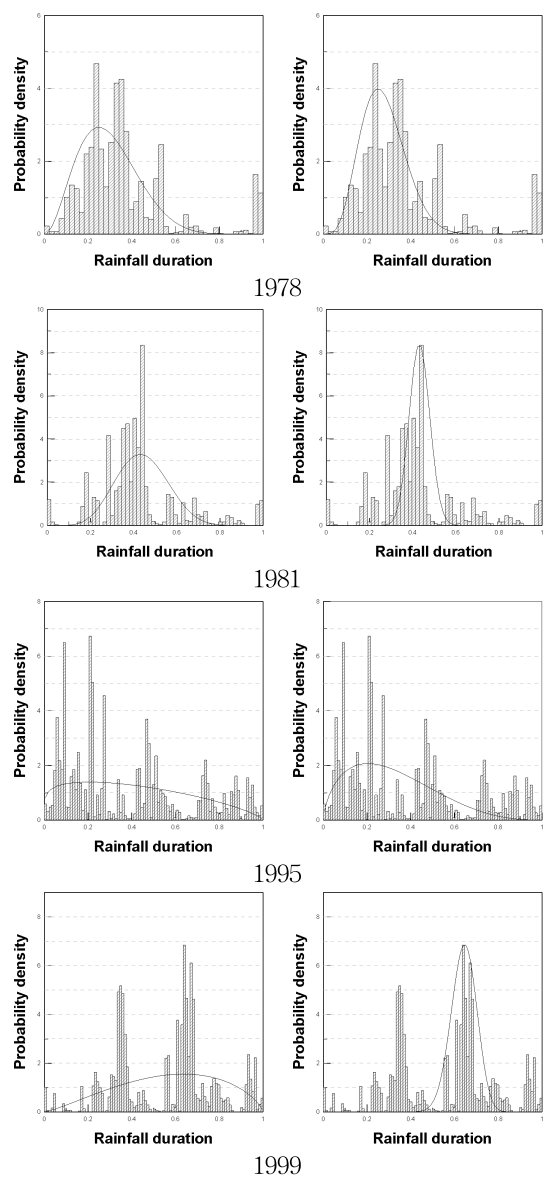


Fig. 6. Application Results of Beta Distribution for the Hyetograph of Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul (left: Case 1, right: Case 2)

어진 지속기간 내 불규칙하게 나타나는 경우나 아주 우월한 침투가 부재한 경우에 있어 베타분포가 우량주상도를 잘 반영하지 못하는 문제점을 상당부분 해결하게 된 것이다. 이는 수정 우량주상도가 대체로 우월한 단일 침투를 가지고 아울러 이 침투를 중심으로 매끄러운 분포를 갖기 때문이다. 즉, 베타분포의 적용과정에서, 특히 매개변수의 추정에 있어, 침투 및 강우분포를 반영하는데 유리하게 작용하기 때문이다. 결과적으로, 수정 우량주상도를 이용한 경우에는 침투를 중심으로 그럴듯한 모양의 베타분포를 유도할 수 있었다. 물론 유도된 베타분포는 실제 우량

Table 5. Estimated Parameters of Beta Distribution for the Hyetograph of Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul

Year	Case 1		Case 2	
	ν	ω	ν	ω
1966	1.01	1.06	8.31	44.19
1976	1.02	1.01	62.40	31.17
1977	6.43	3.71	11.29	6.14
1978	3.21	7.64	5.38	14.15
1981	7.53	9.62	47.49	62.37
1984	20.92	20.87	28.78	28.81
1991	62.40	9.16	62.38	9.10
1995	1.19	1.74	1.67	3.61
1999	2.29	1.74	43.89	24.52
2002	5.68	2.27	62.40	17.26
2003	5.04	2.10	62.40	16.27
2008	1.18	1.31	1.36	1.62

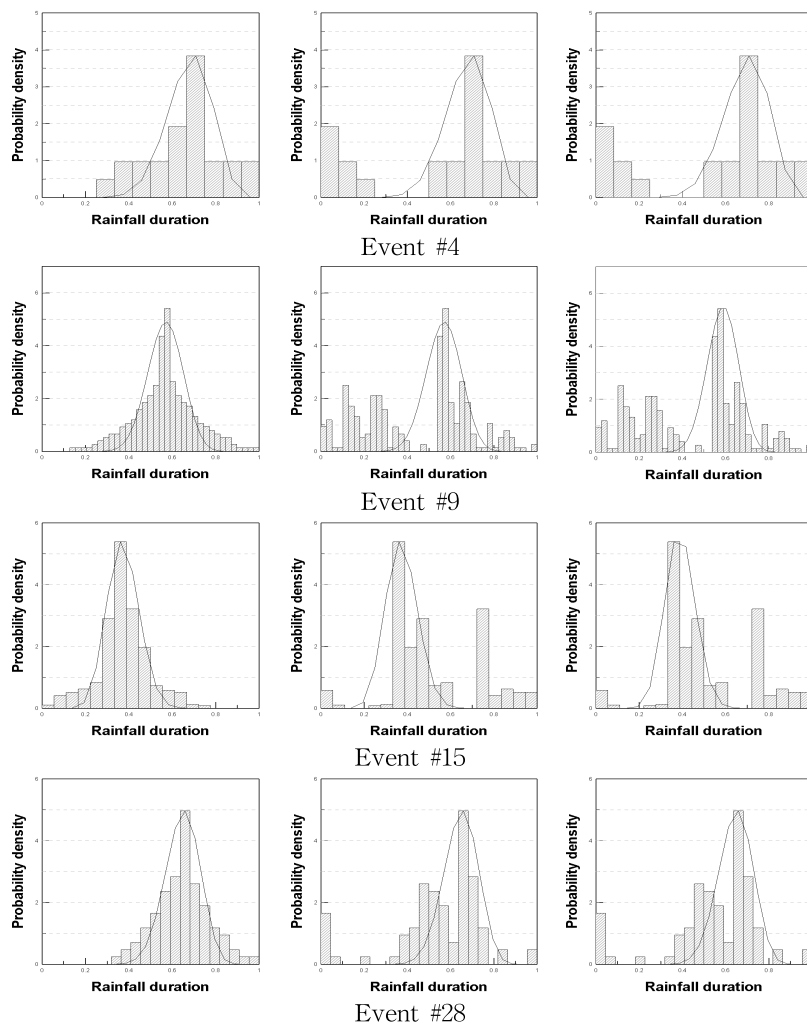


Fig. 7. Application Results of Beta Distribution for the Rearranged Hyetograph of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010 (left: rearranged hyetograph-Case 2, middle: stacked real hyetograph, right: real hyetograph-Case 2)

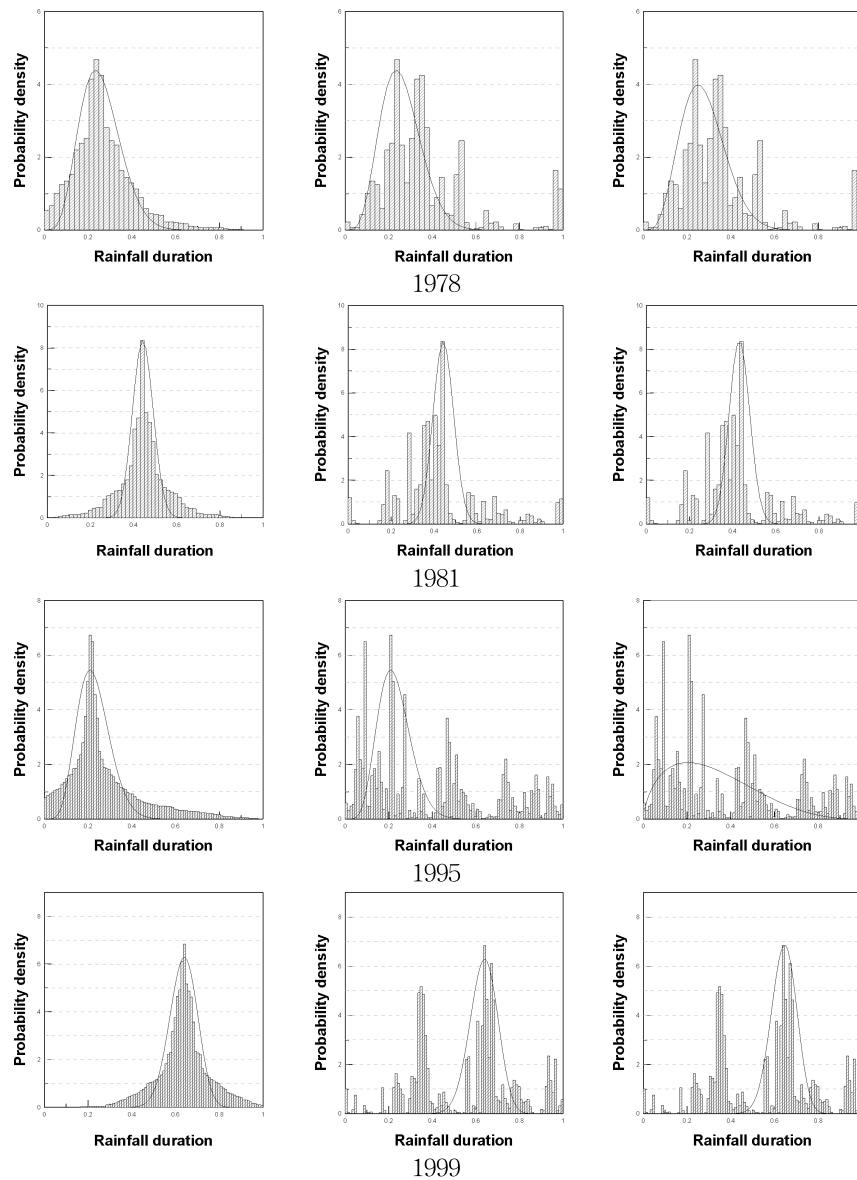


Fig. 8. Application Results of Beta Distribution for the Rearranged Hyetograph of Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul (left: rearranged hyetograph-Case 2, middle: stacked real hyetograph, right: real hyetograph-Case 2)

주상도로부터 시각적으로 추측되는 가장 그럴듯한 호우사상 형태에 가까운 것으로 판단된다. 이러한 결과는 본 연구에서 고려한 모든 독립 호우사상들에 대해 동일하게 나타난다. 이를 통해, 베타분포를 이용하여 호우사상을 정량화하는 경우에는 침두를 중심으로 재배열한 수정 우량주상도를 이용하는 것이 유리하고, 아울러 매개변수 추정 에 있어서도 침두를 추가로 고려하는 Case 2와 같은 목적 함수로 이용하는 것이 필요함을 판단할 수 있다. 추가로 서울지점 2010년 독립 호우사상들(강우 지속기간이 12시간 이상인 경우)과 연 최대치 독립 호우사상들(강우 지속

기간이 40시간 이상인 경우)을 재구성하여 나타낸 수정 우량주상도에 대해 베타분포를 적용하여 매개변수를 추정 한 결과는 다음 Tables 6 and 7과 같다.

5. 결론

본 연구에서는 주어진 호우사상이 베타분포로 적절히 표현될 수 있도록 하기 위한 매개변수의 결정 방법을 제시하였다. 이를 위해 침두에 대한 고려를 추가한 경우와 그렇지 않은 경우의 베타분포 추정, 주어진 호우사상의

Table 6. Estimated Parameters of Beta Distribution for the Rearranged Hyetograph of Independent Rainfall Events at Seoul in 2010

Rainfall event	Case 1		Case 2	
	ν	ω	ν	ω
1	1.58	4.93	2.56	10.84
4	5.49	2.96	13.87	6.62
6	1.93	7.80	2.08	8.78
9	10.21	7.95	26.09	19.83
15	13.53	22.41	16.25	27.17
19	41.47	1.14	42.80	1.15
22	62.40	25.49	62.40	25.42
25	46.17	23.40	53.74	27.12
28	12.32	7.00	23.08	12.65
31	2.42	12.78	5.81	38.14
32	5.69	1.59	7.35	1.83
33	10.58	13.67	8.90	11.39

Table 7. Estimated Parameters of Beta Distribution for the Rearranged Hyetograph of Annual Maximum Independent Rainfall Events at Seoul

Year	Case 1		Case 2	
	ν	ω	ν	ω
1966	5.89	30.43	8.29	44.15
1976	52.04	26.47	62.4	31.55
1977	18.54	9.40	36.00	17.87
1978	4.15	11.55	5.81	16.73
1981	20.44	25.40	48.26	60.62
1984	20.21	20.86	28.73	29.58
1991	62.40	9.10	62.38	9.10
1995	3.92	12.37	7.20	24.51
1999	23.4	13.58	36.72	21.10
2002	57.18	15.89	62.4	17.23
2003	25.41	7.15	62.4	16.56
2008	7.09	11.08	12.25	19.40

실제 우량주상도 및 첨두를 중심으로 재배열된 수정 우량주상도에 대한 베타분포의 추정 결과를 비교하였다. 본 연구는 서울 지점의 2010년 독립 호우사상들과 1961~2010년 사이의 연 최대치 독립 호우사상들을 대상으로 베타분포를 적용하고 그 결과를 분석하였다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

먼저, 베타분포를 이용하여 실제 호우사상의 우량주상도 형태를 유사하게 표현하기 위해서는 첨두에 대한 추가적인 고려가 필요한 것으로 확인되었다. 뚜렷한 첨두가

없거나, 첨두가 여럿인 복합 호우사상의 경우, 기타 강우의 간헐성이 심한 경우에 있어 첨두에 대한 고려없는 베타분포의 적용은 비현실적인 결과를 유도하는 것으로 확인되었다. 두 번째, 첨두를 중심으로 시간강우를 좌우 순차적으로 재배열한 수정 우량주상도를 이용하는 경우에 있어서도 첨두에 대한 추가적인 고려가 보다 그럴듯한 베타분포를 유도하는 것으로 확인되었다. 결론적으로 보면, 수정 우량주상도에 첨두를 추가로 고려한 매개변수 추정 방법이 실제 우량주상도에 가장 유사한 베타분포를 유도

함을 파악할 수 있었다. 이러한 결과는 2010년에 관측된 독립 호우사상 뿐만 아니라 1961~2010년 사이의 연 최대 치 호우사상 계열에 대해서도 동일하게 확인되었다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 것입니다(No. KRF-2008-313-D01083). 연구지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 권재호, 박무중, 김중훈 (2004). “비점오염원 산정을 위한 강우 분석.” **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 666-670.
- 김남원 (1998). 강우의 시·공간 분포특성 : 점 강우모형 매개 변수 추정. 한국건설기술연구원.
- 오규창 (2005). “유역종합치수계획 수립 현황 및 문제점.” **한국수자원학회 학술발표회 기획세션 II**, 한국수자원학회.
- 박철순 (2012). 독립 호우사상의 빈도해석 및 유출해석. 석사학위논문, 고려대학교.
- 박철순, 유철상 (2012). “Freund 이변량 지수분포의 매개 변수 추정과정 검토.” **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제45권, 제2호, pp. 191-201.
- 윤용남 (2009). 수문학, 청문각.
- 윤용남, 장수형, 강성규, 박민석 (2004). “설계홍수량 산정을 위한 적정 설계강우시간분포의 개발.” **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp. 54.
- 이동률, 정상만 (1992). “한강유역 강우의 시·공간적 특성.” **한국수자원학회지**, 한국수자원학회, 제25권, 제4호, pp. 75-85.
- 이상렬 (2005). “유역종합치수계획의 바람직한 방향설정.” **한국수자원학회 학술발표회 기획세션 II**, 한국수자원학회.
- 정종호, 윤용남 (2005). 수자원설계실무, 구미서관.
- Beran, M.A., and Sutcliffe, J.V. (1972). “An index of flood-producing rainfall based on rainfall and soil moisture deficit.” *Journal of Hydrology*, Vol. 17, pp. 229-236.
- Bhunya, P.K., Mishra, S.K., Ojha, C.S.P., and Ronny Berndtsson (2004). “Parameter Estimation of Beta Distribution for Unit Hydrograph Derivation.” *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 9, Issue. 4, pp. 325-332.
- Bhunya, P.K., Berndtsson, R., Ojha, C.S.P., and Mishra, S.K. (2007). “Suitability of Gamma, Chi-square, Weibull, and Beta distributions as synthetic unit hydrographs.” *Journal of Hydrology*, Vol. 334, pp. 28-38.
- Bogardi, J., Duckstein, L., and Rumambo, O. (1988). “Practical generation of synthetic rainfall event time series in a semi-arid climatic zone.” *Journal of Hydrology*, Vol. 103, pp. 357-373.
- Brubaker, K.L., and Menoes, M. (2001). “A technique to estimate snow depletion curves from time-series data using the beta distribution.” *Proceedings of the Eastern Snow Conference*, Vol. 58, pp. 343-346.
- Cooke, R.A., Mostaghimi, S., and Woeste, F. (1995). “Effect of hydraulic conductivity probability distribution function on simulated solute leaching.” *Water Environment Research*, Vol. 67, No. 2, pp. 159-168.
- Ferreira, V. (1990). Temporal characteristics of arid land rainfall events. In: French, R. (Ed.), *Hydraulics/Hydrology of Arid Lands*, ASCE, pp. 584-589.
- Hafley, W.L., and Schreuder, H.T. (1977). Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands.” *Canadian Journal of Forest Research*, Vol. 4, pp. 481-487.
- Hogg, W. (1980). Time distribution of short duration storm rainfall in Canada. In: *Proc. Canadian Hydrology Symposium*: 80, NRCC, Ottawa, pp. 53-63.
- Huff, F.A. (1967). “Time distribution of rainfall in heavy storms.” *Water Resources Research*, Vol. 3, No. 4, pp. 1007-1019.
- Huff, F.A. (1986). “Urban hydrology review.” *Bulletin of the American Meteorological Society*, Vol. 67, No. 6, pp. 703-712.
- Knapp, H.V., and Terstriep, M.L. (1981). *Effects of basin rainfall estimates on dam safety design in illinois*. Illinois State Water Survey Contract Report, 253, pp. 57.
- Maltamo, M., Puumalainen, J., and Paivinen, R. (1995). “Comparison of beta and Weibull functions for modeling basal area diameter distribution in stands of Pinus sylvestris and Picea abies.” *Scandinavian Journal of*

- Forest Research*, Vol. 10, pp. 284-295.
- Mays, L. (2001). *General characteristics of arid and semiarid regions*. Urban drainage in specific climates, vol. III: urban drainage in arid and semi-arid climates, IHP-V, Technical Documents in Hydrology, pp. 40-159.
- Nouh, M. (1985). "Effects of rainfall runoff model assumptions on optimal storm sewer system design." *The Arabial Journal for Science and Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 19-35.
- Pearson, K. (1934). *Tables of the Incomplete Beta-Function*. Biometrika Office, University College, London.
- Pilgrim, D., and Cardery, I. (1975). "Rainfall temporal patterns for design floods." *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 101, No. HY1, pp. 81-95.
- Ricciardi, K.L., Pinder, G.F., and Belitz, K. (2005). "Comparison of the log-normal and beta distribution functions to describe the uncertainty in permeability." *Journal of Hydrology*, Vol. 313, pp. 248-256.
- Sabol, G., and Stevens, K. (1990). Comparison of design rainfall criteria for the southwest. *In: French, R. (Ed.), Hydraulics/Hydrology of Arid Lands*, ASCE, pp. 102-107.
- SCS. (1972). *National Engineering Handbook, Section 4. Hydrology*. Soil Conservation Service, US Department of Agriculture: Washington, DC.
- Ward, A.B., Bridges, T., and Barfield, B. (1980). An evaluation of hydrologic modeling techniques for determining a design storm hydrograph. *Proc., International Symposium on Urban Storm Runoff*, pp. 59-69.

논문번호: 11-103	접수: 2011.09.06
수정일자: 2012.02.08/03.08	심사완료: 2012.03.08