

## 모임지붕형 쌍곡포물선 셸구조의 유한요소해석

### Finite Element Analysis of Gabled Hyperbolic Paraboloid Shells

김 승 남\*                      유 은 중\*\*                      나 창 순\*\*\*  
Kim, Seung-Nam              Yu, Eun-Jong                      Rha, Chang-Soon

#### 요 약

본 연구에서는 셸의 테두리를 보가 둘러싸고 있는 전통적인 형태와 모서리보를 제거한 형태의 모임지붕형 쌍곡포물선셸구조의 유한요소해석결과비교를 통해 모서리보의 역할을 확인하고, 또한 지붕의 경사도의 영향을 분석하였다. 유한요소해석에 의하면 셸면에 작용하는 하중은 셸 대각선 방향의 아치작용을 통해 모퉁이의 지점에 직접 전달되므로 막이론에 비해 테두리보에는 부재력이 작게 작용하고 모퉁이의 지점 부분의 셸에는 응력이 증가되는 것으로 나타났다. 모서리보를 제거하면 지점 부근의 셸에 더욱 응력이 집중되고 경사진 모서리 부분의 처짐이 증가하는데 이와 같은 현상은 지붕의 경사도가 낮아짐에 따라 현저해지는 것으로 나타났다. 따라서, 모임지붕형 쌍곡포물선셸 구조에서는 지점 부분의 셸두께를 보다 증가할 필요가 있으며 경사도가 낮은 쌍곡포물선셸 구조의 모서리보 제거는 주의가 필요한 것으로 나타났다.

#### Abstract

In this study, mechanical role of edge beams in the gabled hyperbolic paraboloid shells was investigated through the comparisons of Finite element(FE) analysis results between the shells structures with and without edge beams. In addition, the effects of roof slope was studied. FE analysis showed that roof loads was directly transferred to the supports at corners by the arch action in the diagonal direction of the shells, thus, less member forces in the edge and ridge beams but higher stresses near supports were estimated than those from the membrane theory. When the edge beams were removed, stress concentration in the shells near the supports and the deflections along the shell edge were increased. Such phenomenon were intensified as the roof slope decrease. Thus, in gable hyperbolic paraboloid shell, the thickness of the shell near supports needs to be increased and careful investigation should be made in the cases when the roof height is low and/or the edge beams are removed.

**키워드 :** 모임지붕형셸, 쌍곡포물선셸, 모서리보, 유한요소해석

**Keywords :** Gabled shell, Hyperbolic paraboloid shell, Edge beams, Finite element analysis

## 1. 서 론

모임지붕형 쌍곡포물선셸(gabled 또는 hipped hyperbolic paraboloid shell)은 역우산형 쌍곡포물선셸과 함께 쌍곡포물선셸(hypar)의 대표적인 형식이다. 역우산형이 4개의 쌍곡포물선셸을 경사면을 따라서 결합하여 만든 형태인 것에 반

해, 모임지붕형은 수평면을 따라서 4개의 포물선셸을 결합시킨 형태를 가지고 있다 <그림 1>. 이들 쌍곡포물선셸에 대한 초기의 해석법은 주로 막이론(membrane theory)에 의해 이루어졌다. 막이론은 정적 정정해석법에 기초한 해석법으로 셸의 면내전단력은 고려하지만 휨응력을 무시하기 때문에 셸면의 주요 응력 분포에 대해서는 비교적 적절한 결과를 제공하지만 보와 같은 지지부재에 작용하는 휨모멘트나 휨변형을 고려하지 못하는 단점이 있다<sup>1)</sup>. 반면 유한요소법(finite element analysis)에 의한 해석은 면내전단력과 더불어 휨모멘트 및 연직막응력을 모두 고려할 수 있으므로 보다 정밀한 해를 얻

\* 한양대학교 건축공학과 석사과정

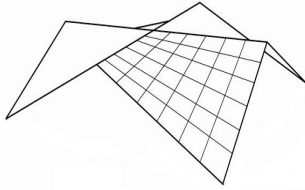
\*\* 한양대학교 건축공학과 교수, 공학박사

\*\*\* 교신저자, 국민대학교 건축학과 교수, 공학박사

Tel: 02-910-4592 Fax: 02-910-4113

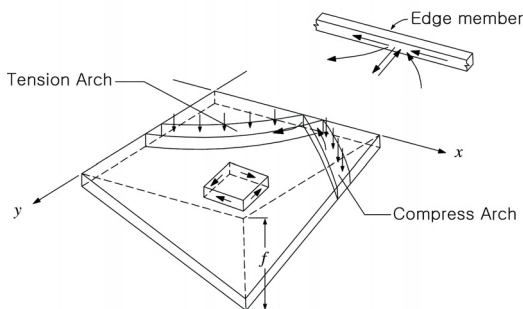
E-mail : csrha@kookmin.ac.kr

을 수 있다<sup>2-4)</sup>. 다만 정확한 해석을 위해 재료 성질, 지점조건 등 정확한 모델링이 필요하다.



〈그림 1〉 모임지붕형 쌍곡포물선셸의 기본 형태

막이론에 근거하여 설계된 쌍곡포물선셸의 외곽 테두리는 모두 보로 이루어져 있는데 이들 테두리보는 셸의 면내전단력을 모아서 귀통이의 지점(support)으로 전달하는 역할을 한다. 테두리보는 <그림 1>에서 네 귀통이의 지점(support)을 경사로 연결하는 모서리보(edge beam)와 모서리보의 꼭지점을 수평으로 연결하는 중앙보(ridge beam 또는 crown beam)로 구성된다. 셸의 기하학적인 형태는 사변의 테두리보를 따라서는 직선이지만 45° 방향으로는 볼록하거나 오목한 포물선의 형상을 가지고 있다. 막이론에 의하면 등분포하중을 받는 정방형 또는 장방형의 셸에는 모서리보에 평행한 방향으로는 균등한 면내전단력이 작용하는데 이 면내전단력은 45° 방향으로 볼록한 형태와 오목한 형태의 포물선을 따라 각각 압축력과 인장력으로 분해가 되어 셸을 둘러싸고 있는 테두리보에 축력의 형태로 전달된다 <그림 2>. 따라서 모서리보의 경우 꼭지점에서 압축력이 0이며 지점에서 최대가 되고, 중앙보의 경우 모서리보와 접하는 단부에서 0이며 셸의 꼭지점에서 최대가 된다.



〈그림 2〉 막이론에 의한 쌍곡포물선셸의 하중전달 메커니즘

그러나 유한요소법에 의한 해석은 막이론에 의한 결과와는 다른 양상을 보여준다<sup>5-6)</sup>. 셸면에 작용하는 하중은 셸꼭지점(crown)에서 지점으로 향하는 대각선방향으로의 아치작용(arch action)에 의해 압축력으로 주로 전달되며 그것과 직교하는 방향으로의 인장력은 아주 작거나 존재하지 않는다. 응력이 셸에 의해 지점으로 직접 전달되므로 모서리보 및 중앙보의 압축력은 막이론의 경우보다 작아지며 대신 지점 근처의 셸에는 매우 높은 압축응력이 나타나게 된다. 이와 같은 결과에 근거하여 Jadik and Billington<sup>7)</sup>은 지붕 경사면의 모서리보를 제거한 새로운 형태의 모임지붕형 셸을 제시하기도 하였다. 모서리보를 없애면 자중이 줄어들고 보 주위의 건조수축(shrinkage)이 억제되어 균열이 줄어드는 장점도 있으나 새로운 형태를 적용하기 위한 보다 엄밀한 검증이 요구된다. 기존의 연구<sup>7)</sup>에서는 한정된 구조형태에 대한 기본적인 검토만 이루어졌기 때문에 본 연구에서는 보다 다양한 형태에 대해 해석을 수행하고 그 결과를 비교하고자 한다. 또한 지점의 변형이나 재료 및 기하학적 비선형에 의한 영향도 구조물의 거동에 영향을 미친다<sup>6, 8-12)</sup> 본 연구에서는 먼저 재료를 탄성범위로 한정하고 지붕의 기울기를 달리하면서 유한요소해석을 수행하고 기울기의 변화에 따른 구조물의 영향을 살펴보았다. 유한요소해석 결과는 막이론에 의한 결과와 비교하여 그 차이를 확인하였다.

## 2. 막이론 및 유한요소해석

### 2.1 막이론

<그림 3(a)>와 같이 직선경계면을 갖는 쌍곡포물선의 경우 셸면의 좌표는 비례식을 이용하여 식 (1)과 간단하게 표현된다.

$$c = \frac{fx}{a} \text{ and } z = \frac{cy}{b} \Rightarrow z = \frac{f}{ab}xy = kxy \quad (1)$$

여기서  $a, b, f$ 는 각각 셸의  $x, y$ 방향의 수평투영 치수와 셸의 최대높이, 즉 꼭지점의 높이이며,

$x, y, c$ 는 각방향 셸의 좌표를 나타낸다. 또한,  $k$ 는 셸면의 뒤틀림계수를 나타낸다. 막이론에 의하면 수직방향의 하중은 <그림3(b)>와 같이 막의 면내전단력  $N_{xy}'$ 에 의해 저항되며 그 크기는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{xy}' = \frac{p_z}{2k} \quad (2)$$

여기서  $p_z$ 는  $z$ 방향의 하중을 나타낸다. 또한, 인장과 압축의 주응력(principal stress)  $N_a'$ 은 직선 경계면으로부터  $45^\circ$  방향으로 나타나며 좌우로 대칭인 셸면에 대해서 그 값은 식 (3)과 같이 산정된다.

$$N_a' = \pm \frac{p_z}{2k} \quad (3)$$

여기서 음의 부호는 압축, 양의 부호는 인장응력을 나타낸다.  $x, y$  양방향으로 치수와 곡률이 같은 셸일 경우 식 (3)은 식 (4)와 같이 좌표값을 사용하여 표현될 수 있다.

$$N_a' = \pm \frac{p_z a^2}{2f} \quad (4)$$

식 (2)-(4)에 의해 산정된 부재력은 셸구조내부의 응력전달을 고려할 때 수평투영면상에서 평면적으로만 고려하여 산정한 값으로 셸의 높이가 높지 않은 경우에는 어느 정도 타당하다고 할 수 있다. 그러나 셸의 높이가 높아져서 뒤틀림계수  $k$ 값이 커지면 막에 작용하는 면내전단력은 오차가 커진다<sup>1)</sup>. 식 (2)에서 산정한 막의 면내전단력에 셸의 뒤틀림 계수를 고려하여

$$N_{xy}' = -\frac{p_z}{2k} \sqrt{1+k^2x^2+k^2y^2} \quad (5)$$

와 같이 보다 정밀한 식으로 산정하였다. 또한 막응력은

$$N_x' = \frac{p_z}{2k} \log \left( \frac{kx + \sqrt{1+k^2x^2+k^2y^2}}{\sqrt{1+k^2y^2}} \right)^2 \quad (6)$$

$$N_y' = \frac{p_z}{2k} \log \left( \frac{ky + \sqrt{1+k^2x^2+k^2y^2}}{\sqrt{1+k^2x^2}} \right)^2$$

와 같이 산정하고 주응력으로는 식 (3) 또는 식

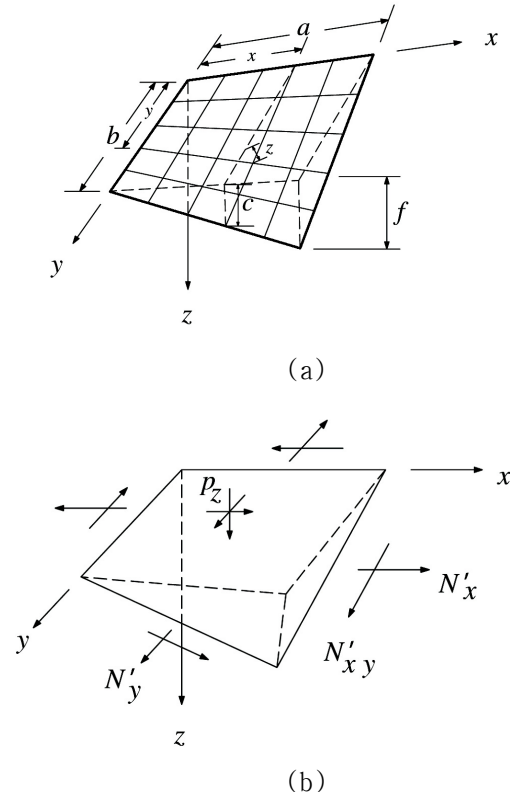
(4) 대신 막응력과 면내전단력에 의한 조합으로, 즉, 식 (6)에 근거하여 산정한 정밀식인 식 (7)을 제시하였다.

$$N_a' = \frac{1}{2}(N_x' + N_y') \pm \frac{1}{2} \sqrt{(N_x' - N_y')^2 + 4N_{xy}'^2} \quad (7)$$

또한, 테두리보에 작용하는 축력은 <그림 2>에 나타낸 바와 같이 인장 및 압축아치에 의해 전달되는 힘의 분력을 전달받으므로 1차식으로 산정될 수 있다. 즉, <그림 3>에서  $x$ 축 방향의 수평부재에 전달되는 축력은

$$C = (a-x) \frac{p_z}{2k} = (a-x) \frac{p_z ab}{2f} \quad (8)$$

와 같이 산정할 수 있다. 따라서 보의 축력은  $x=0$  일 때 즉 한쪽 단부에서 최대가 되며, 반대쪽 단부 즉  $x=a$  일 때 0이 된다.



<그림 3> 직선경계면을 갖는 쌍곡포물선: (a) 셸 좌표, (b) 작용하중 및 막응력

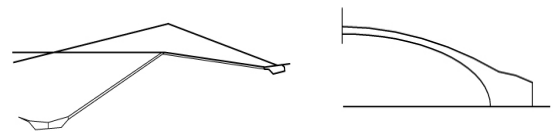
## 2.2 모임지붕형 셸의 해석에 관한 기존연구

막이론에서는 <그림 3>의 직선 경계를 갖는

테두리보가 아치를 통해 전달되는 힘을 받을 수 있도록 충분히 지지되는 것으로 가정하지만 유한요소해석에 의하면 테두리보는 지붕셀의 변형으로 인해 안쪽으로 이동하게 된다. 이에 따라 인장아치의 작용은 사라지고 지붕 꼭지점에서 지점을 연결하는 대각선 방향의 압축아치 작용에 의해 대부분의 하중이 직접 지점으로 전달되는 것으로 나타난다<sup>5-6)</sup>. 이와 같은 결과에 근거하여 Jadik and Billington<sup>7)</sup>은 모서리보를 제거한 새로운 형태를 제시하고 유한요소해석을 수행하였다. <그림 4>는 제안된 새로운 형태를 나타낸 것으로 모서리보가 생략되어 슬래브가 가늘게 노출된 모습(좌)과 지붕 꼭지점에서 지점을 연결하는 대각선 방향의 단면을 나타내는데 지점에서의 높은 압축응력을 견딜 수 있도록 지점의 슬래브 두께를 증대한 모습을 보여준다(우). 이들 두 연구에서 사용된 셸구조물은 동일한 재료와 규모를 가지고 있으나 테두리보의 치수와 지지점의 형태, 해석모델에 차이가 있다. 즉, 셸구조물은 수평투영면적이 40ft × 40ft(12m × 12m)인 4개 판넬로 구성된 80ft × 80ft(24m × 24m)의 셸구조로서 셸의 꼭지점 높이는 8ft(2.4m), 셸의 두께는 3in.(75mm)이다. Shabban and Ketchum<sup>5)</sup>의 경우 24in. × 8in.(300mm × 200mm)의 단면인 중앙보와 12in. × 16in.(300mm × 400mm)의 단면인 모서리보를 가지며 각 판넬을 10개 그리드로 나누고 셸을 각 절점에서 6개의 자유도를 갖는 삼각형요소로 모델링한 반면, Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 경우 중앙보는 폭이 8in.(200mm) 이고 두께가 12in.(300mm)에서 24in.(600mm)로 변화하는 변단면을 가지며 모서리보는 제거하였으며 또한 기둥에 가까운 코너부분의 셸의 두께가 증가되어 있다. 각 판넬은 40개의 그리드로 보다 세밀하게 분할하였고 셸은 각 절점에서 6개의 자유도를 갖는 사각형요소로 모델링하였다.

Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 해석 결과에 의하면 모서리보를 제거한 모델에서 중앙보 및 모서리 부분의 처짐은 모서리보가 있는 경우에 비해 증가하기는 하지만 허용범위이내로서 문제가 되지 않는 것으로 파악되었다. 중앙보의 축력도 막이

론에 의한 값에 비해 훨씬 작게 산출되었으며 모서리보에 접하는 단부에서 발생하는 인장력과 모멘트는 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 나타내었다. 모서리보를 없앤 경우 모서리보 위치의 테두리면을 따라 작용하는 축력의 크기는 보가 있는 경우에 비해 절반 정도로 감소되는데 이는 보를 생략함으로써 발생하는 자중의 감소와 아치작용에 의해 하중이 대부분 대각선 방향으로 직접 전달되기 때문인 것으로 분석하고 있다. 셸의 응력은 모서리보가 없을 경우 지점 근처에서 급격하게 변화하므로 이부분 셸의 두께를 늘려서 응력의 크기를 조절하는 방법을 제시하였다. 이들의 연구에 따르면 막이론에 의한 인장아치와 압축아치의 작용은 유효하지 않으며 따라서 모서리보는 반드시 필요한 것은 아닌 것으로 결론내리고 있다. 하지만 이들의 연구에 사용한 해석모델은 지붕의 높이가 8ft(2.4m)로 고정되어 있고 또한 지점의 이동에 의한 영향도 무시하였다. 하지만 셸구조물의 경우 전술한 바와 같이 셸의 높이/폭의 비율 및 지점의 이동이 전체적인 거동에 미치는 영향이 크므로 이에 대한 연구가 필요하다.



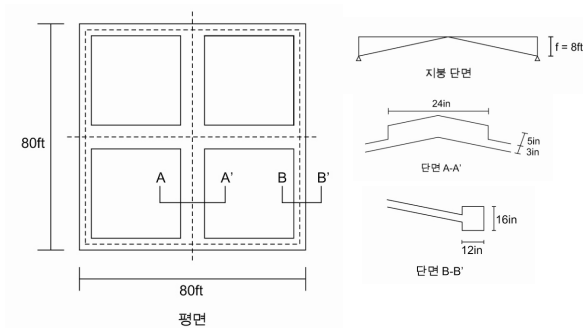
〈그림 4〉 모서리보를 생략한 모임지붕형 쌍곡포물셸(좌)과 대각선방향 단면의 모서리부분(우) (Jadik and Billington, 1995)

### 3. 해석모델

#### 3.1 모델형상 및 재료특성

본 연구에서는 기존 연구결과와의 비교를 위해 <그림 5>와 같이 기존의 연구<sup>5,7)</sup>에 사용된 것과 동일한 셸구조물을 모델링방법을 달리하면서 해석하여 적절한 모델링방법을 결정한 다음 높이/폭 비를 달리한 여러 종류의 셸구조물에 대하여 해석을 수행하고 그 결과를 셸 높이에 따른 뒤틀림효과를 고려한 막이론식인 식

(5)-(7)에 의해 산출되는 값과 비교하였다. 유한요소 해석은 상용 프로그램 SAP2000<sup>13)</sup>을 사용하였다. 셸부분은 면외방향의 전단력은 무시하는 Kirchhoff의 고전적인 얇은판(thin-plate) 이론을 사용한 4절점 사변형 셸요소(four-node quadrilateral shell element)를 사용하여 모델링하였다. 따라서 셸요소의 응력은 면내축응력(in-plane direct stress)과 면내전단력만이 존재한다. 테두리 보의 모델링에는 보요소(frame element)를 사용하였다. 셸의 높이는 기존의 연구<sup>5,7)</sup>에서는 8ft(2.4m)로 고정되어있으나 본 연구에서는 4ft(1.2m), 8ft(2.4m), 12ft(3.6m), 16ft(4.8m) 그리고 20ft(6m)로 높이를 달리하면서 높이에 따른 변화를 비교하였다. 셸의 높이가 20ft(6m)인 경우의 각도는 26°정도로서 프로그램 매뉴얼<sup>13)</sup>에서 셸구조의 최대각도로 권고되는 45°를 넘지 않는다. 셸의 두께 및 사용한 재료특성은 기존의 연구와 같은 값을 적용하였다. 지붕평면의 1/4을 차지하는 각각의 셸판넬은 양 방향으로 각각 40개의 그리드로 분할하여 그리드 간격을 1ft(0.3m)로 유지하였다.

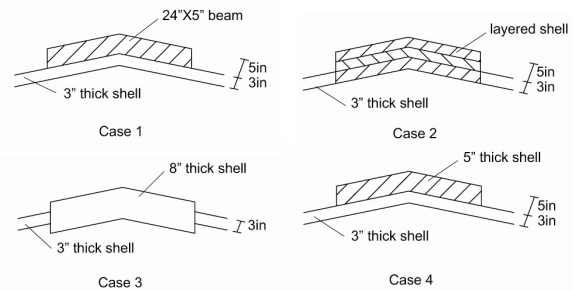


〈그림 5〉 모델형상 및 유한요소 모델

### 3.2 중앙보의 모델링 방법

막이론에 의하면 중앙보는 압축력을 전달하는 역할을 한다. 그러나 막이론에서는 셸에 대한 보의 상대적 위치의 차이에 따른 영향이나 보의 자중은 고려할 수 없으므로 이들 영향에 대한 분석을 위해서는 유한요소해석이 요구된다. 유한요소해석에서 중앙보는 보요소(frame element)로 모델링하거나<sup>5-6)</sup> 또는 셸요소(shell element)로 모델링하고 있다<sup>7)</sup>. 본 연구에서는

중앙보의 모델링 방법에 따른 결과를 서로 비교하기 위해 위의 두 경우를 포함하여 <그림 6>과 같은 네 가지의 경우에 대해 사전해석을 실시하였다. 그림에서 Case 1은 지붕의 슬래브는 3in.(75mm) 두께의 셸요소로 모델링하고 중앙보를 보요소(frame element)를 이용하여 모델링한 경우로 이 때 보의 크기는 셸두께를 뺀 나머지 부분 즉, 24in. × 5in.(600mm × 125mm)의 크기로 가정하였다. Case 2는 중앙보를 SAP2000 프로그램에 내장된 Layered shell요소를 사용하여 모델링한 경우로서 중앙보와 지붕의 두께가 다르고 중심선이 서로 일치하지 않는 것을 고려한 모델이다. Case 3은 중앙보를 두께가 8in.(200mm)인 셸요소로 모델링한 경우로서 두께가 3in.(75mm)인 지붕의 셸요소와 중심선이 일치하므로 보의 상대적 위치가 실제와 다소 차이가 나게 된다. 마지막으로 Case 4는 두께가 3in.(75mm)인 지붕셸을 전체적으로 배치하고 그 위 중앙보 부분에 두께가 5in.(125mm)인 셸을 추가로 중첩시킨 모델이다. 사전해석은 <그림 5>와 같이 지붕높이  $f$ 를 8ft(2.4m)로 고정한 모델을 대상으로 수행하였다.



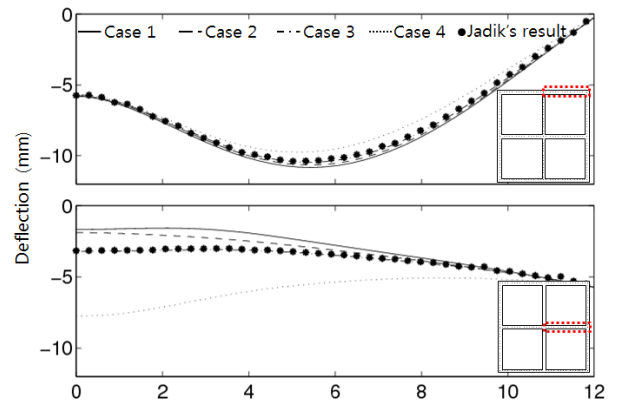
〈그림 6〉 중앙보의 모델링 방식

<그림 7>은 중앙보의 모델링 방식에 따라 지붕면의 모서리와 중앙보의 처짐을 비교하여 나타난 그래프이다. 중앙보를 보요소로 모델링한 경우(Case 1)는 지붕셸과 보의 강성이 중첩되어 전체적인 강성이 커지게 되고 따라서 중앙보의 처짐이 가장 적게 산출되는 반면 중앙보를 단순히 셸을 중첩시켜 모델링한 경우(Case 4)는 중앙보의 강성이 작게 평가되어 처짐이 크게

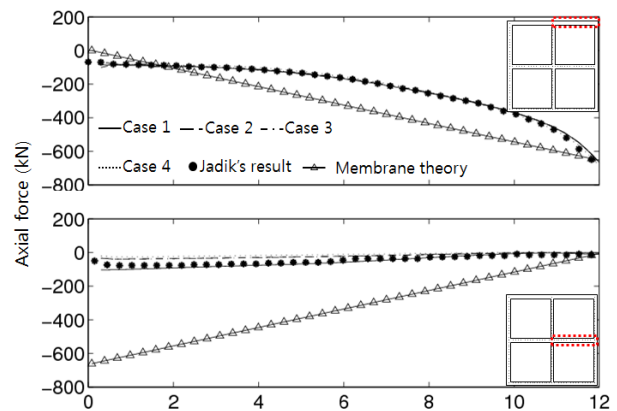
증가하는 결과를 나타낸다. 중앙보의 처짐이 커지면 다른 부분이 상승하여 모서리보의 처짐은 오히려 줄어드는 것을 볼 수 있다. 한편 중앙보를 쉘요소로 모델링하는 경우(Case 2 및 Case 3)의 해석결과는 보의 상대적인 위치에 따라 달라진다. 보단면과 지붕셀의 아랫면을 일치시켜 보가 위로 돌출된 경우(Case 2)에 비해 보단면과 지붕셀의 중심선과 일치시켜 위아래로 돌출하도록 모델링한 경우(Case 3)는 상대적으로 보의 처짐이 커지는 것으로 나타났다. Schnobrich<sup>14)</sup>는 보를 슬래브의 윗쪽으로 배치하는 것이 구조적으로 유리한 것으로 보고하고 있는데 본 연구의 사전해석의 결과에서도 이를 확인할 수 있다.

<그림 7>에는 Jadik and Billington<sup>7)</sup>에 의한 해석결과를 중첩하여 나타냈는데 본 연구의 Case 3에 해당하는 처짐값과 일치하는 결과를 나타내었다. 따라서 Jadik and Billington<sup>7)</sup>은 중앙보의 위치를 지붕셀의 중심선과 일치시켜 모델링한 것으로 판단된다. 이 경우 실제의 단면을 기준으로 모델링한 경우(Case 2)에 비해 보의 처짐을 과대평가하게 된다.

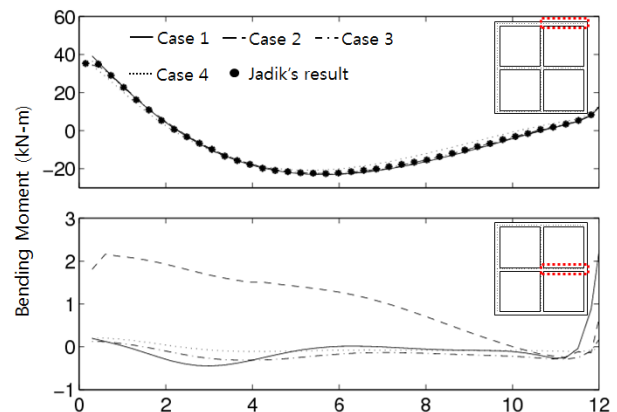
<그림 8>은 Case 1~4의 각 경우 유한요소해석에 의한 부재력을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 유한요소해석결과 부재력은 중앙보의 모델링 방식과 상관없이 모두 유사하게 나타났으며 Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 결과와도 대체로 일치하였다. 특히 모서리보의 축력은 4개의 모델 모두 거의 동일하게 나타났으며, 중앙보 축력의 경우 막이론에 의한 식 (8)에 의하면 어느 정도의 크기를 가 지나 유한요소해석결과는 모델별로 약간의 차이는 있지만 전체적으로 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 나타내었다. <그림 7> 및 <그림 8>에 나타난 해석결과를 바탕으로 본 연구에서는 <그림 6>의 Case 2와 같이 중앙보를 Layered shell 요소를 이용하여 여러 층의 쉘로 분할하여 모델링하는 방법이 가장 적절한 모델링기법인 것으로 판단하여 이후 해석에 적용하였다.



<그림 7> 중앙보 모델링 별 지붕의 처짐(모서리보가 있는 경우)



(a) Axial forces



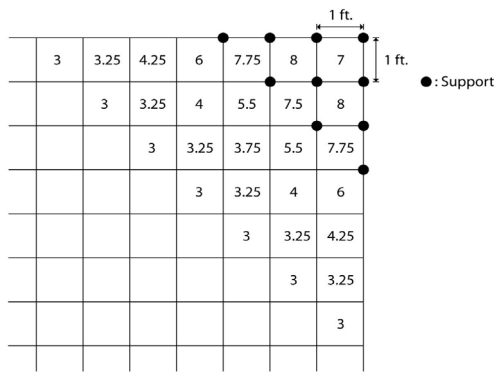
(b) Bending moments

<그림 8> 중앙보 모델링 별 모서리보 및 중앙보의 부재력 (모서리보가 있는 경우)

### 3.3 모서리보를 제거한 모델

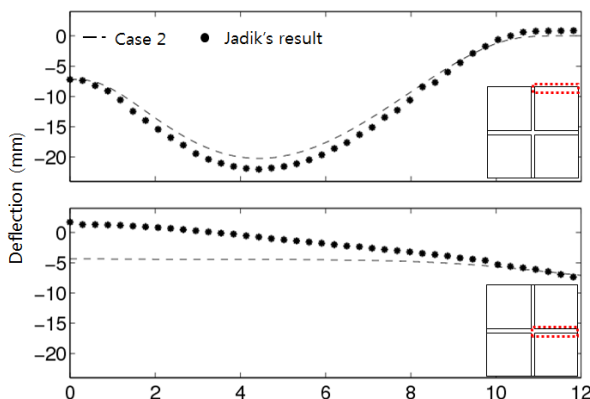
Jadik and Billington<sup>7)</sup>는 유한요소해석 결과를 바탕으로 모서리보를 제거하는 대신 지점 근처

의 셸의 두께를 증가시킨 <그림 4>와 같은 새로운 형태의 셸구조를 제안하였다. <그림 9>는 Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 유한요소해석모델에서 지점부근의 상세를 나타낸다. 즉, 그림의 숫자는 해당 셸요소의 두께(단위-in.)를 나타내며 응력 집중을 피하기 위해 지점을 10개의 절점으로 분산하였다. 본 연구에서도 일관성을 유지하기 위하여 동일한 방법으로 모델링하고 그 결과를 서로 비교하였다.



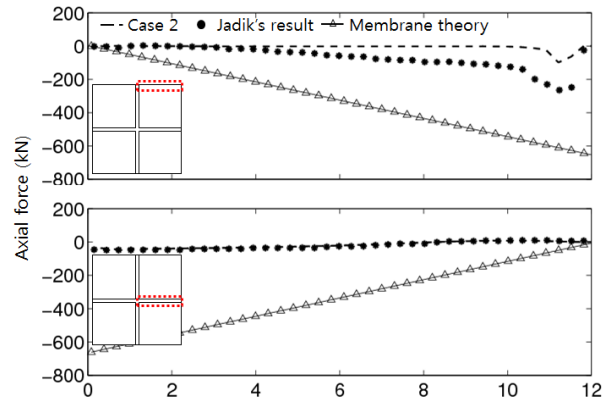
<그림 9> 지붕 모서리 부분의 셸과 지점 모델링 (모서리보가 제거된 경우)

<그림 10>은 모서리보를 제거한 쌍곡포물선셸의 처짐을 나타낸다. Layered shell 모델을 적용한 경우 (Case 2)와 Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 결과를 동시에 나타냈는데 모서리보가 있었던 부분, 즉 셸의 단부의 처짐은 두 경우 비슷한 값을 가지는 반면 중앙보의 처짐은 방향이 상반된 결과를 보여주고 있다.



<그림 10> 쌍곡포물선셸의 처짐 (모서리보가 제거된 경우)

<그림 11>은 모서리보를 제거한 경우 셸의 축력을 나타낸다. 중앙보의 축력은 Jadik and Billington<sup>7)</sup>의 결과와 유사한 값이 얻어졌으나 셸단부의 축력은 다소 작은 값을 가지는 것으로 나타났다. 하지만, 두 경우 모두 막이론에 의한 값에 비해서는 작은 값을 나타내고 있다.



<그림 11> 모서리보가 없는 쌍곡포물선셸의 축력 (모서리보가 제거된 경우)

#### 4. 유한요소해석결과

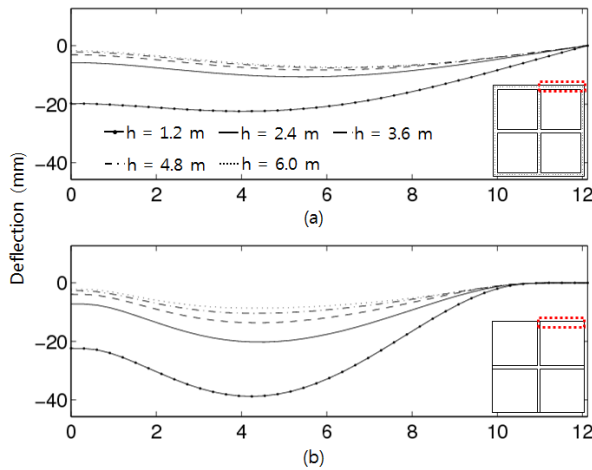
3장에서는 중앙보의 모델링 방법을 달리하면서 해석된 결과의 비교를 통해 Layered shell 요소를 이용한 모델링이 가장 적절한 것으로 판단하고, 모서리보가 있는 경우와 제거된 경우를 대상으로 유한요소해석결과를 기존의 연구결과와 비교하였다. 본 장에서는 지붕의 높이를 변화시킨 셸구조에 대해 3장에서 제시된 방법과 동일한 방법으로 모델링하고 그 해석결과 즉, 부재력 및 처짐을 비교하였다.

<그림 12> 및 <그림 13>은 모서리 및 중앙보의 처짐을 나타낸 것으로 지붕의 높이가 낮아지면서 지붕의 처짐이 점차 증가하는 것을 알 수 있다. 특히 지붕의 높이가 4ft(1.2m)로 가장 낮은 경우에는 지붕의 처짐이 급격하게 증가하는 것을 알 수 있으며 모서리보를 제거한 경우에는 모서리보가 있는 경우에 비해 셸단부중 꼭지점과 지점의 중앙부에서 처짐이 약 2배로 커지는 것을 알 수 있다.

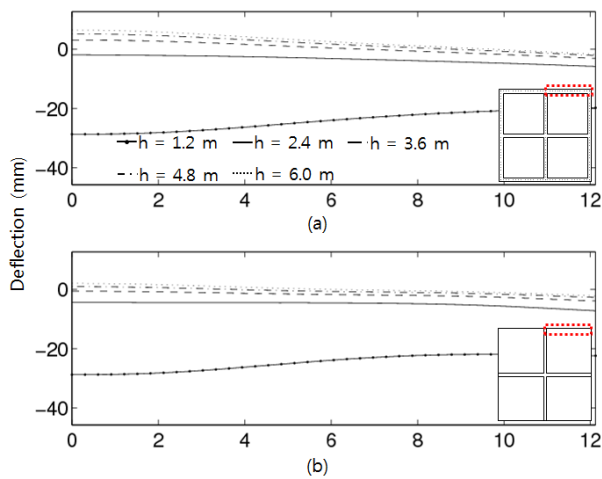
<그림 14>는 셸의 모서리 부분 축력(즉, 모서리보가 있는 경우 모서리보의 축력, 모서리보가



제거된 경우에는 셸단부의 축력)을 나타낸 것이다. 모서리보의 축력은 지붕의 높이가 낮아지면서 증가하며 지붕높이가 4ft(1.2m)인 경우의 축력은 급격하게 증가함을 알 수 있다. 모서리보가 제거한 경우에도 지붕의 높이가 낮아지면서 모서리 부분에 작용하는 축력은 증가하지만 그 크기는 모서리보가 있는 경우에 비해 크게 낮음을 알 수 있다.



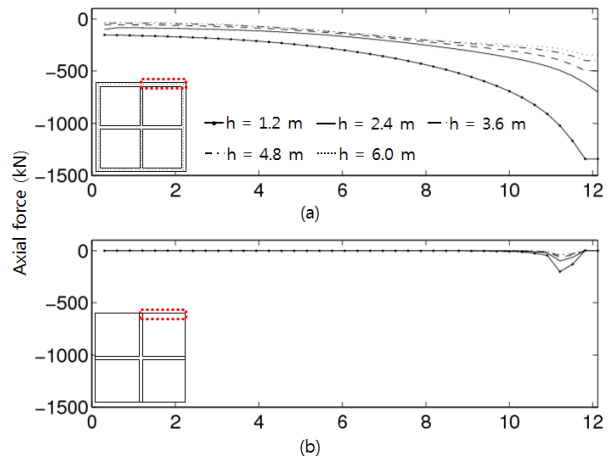
〈그림 12〉 쌍곡포물선셸의 모서리 처짐;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 제거된 경우



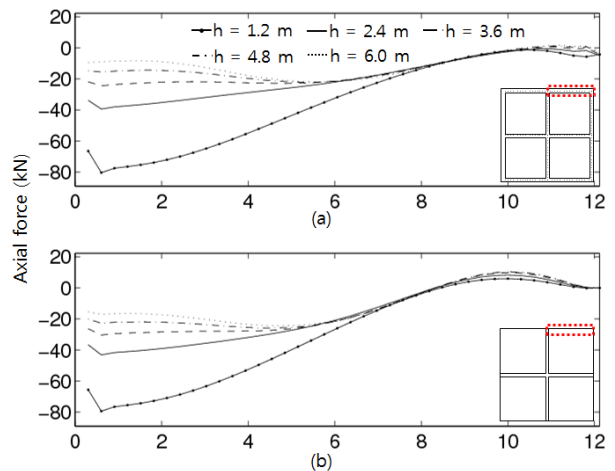
〈그림 13〉 쌍곡포물선셸의 중앙보 처짐;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 제거된 경우

<그림 15>에 나타낸 중앙보의 축력은 모서리보의 경우와 반대로 즉, 중앙부에서 크고 단부에서 작은 값을 가지나 지붕의 높이변화에 따른 양상은 모서리보와 유사하게 지붕의 높이가 낮

은 경우 큰 값을 가진다. 다만 축력의 크기는 모서리보의 유무와 관계없으며 그 크기도 모서리보에 비해 상대적으로 작은 것을 알 수 있다. <그림 16> 및 <그림 17>은 각 부분의 모멘트를 비교한 것이다. 지붕의 높이가 낮아지면서 모서리보의 경우는 보 중앙부의 모멘트가, 중앙보의 경우는 꼭지점 부분의 단부모멘트가 점차 증가하는 것을 알 수 있다. 모서리보가 제거된 경우 모서리 부분의 셸에 작용하는 모멘트는 무시할 정도로 작아지는 반면 중앙보의 모멘트에는 모서리보 유무에 따른 큰 변화가 없는 것을 알 수 있다.

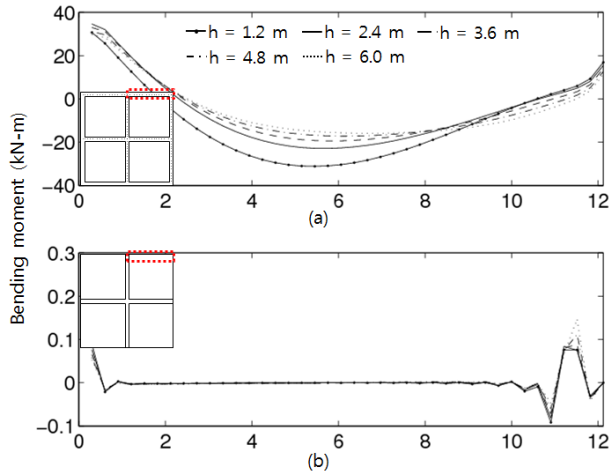


〈그림 14〉 쌍곡포물선셸의 모서리 축력;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 제거된 경우

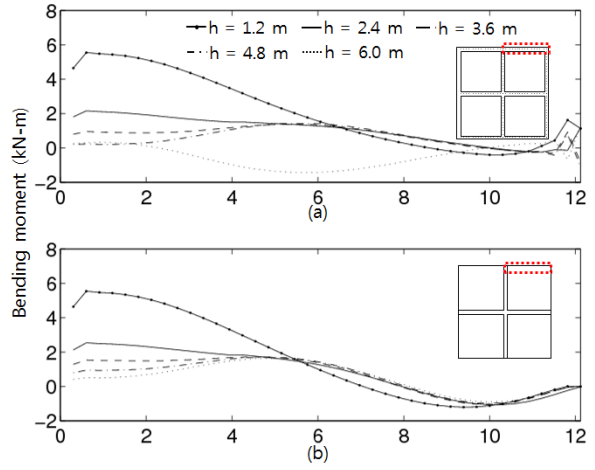


〈그림 15〉 쌍곡포물선셸의 중앙보 축력;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 없는 경우

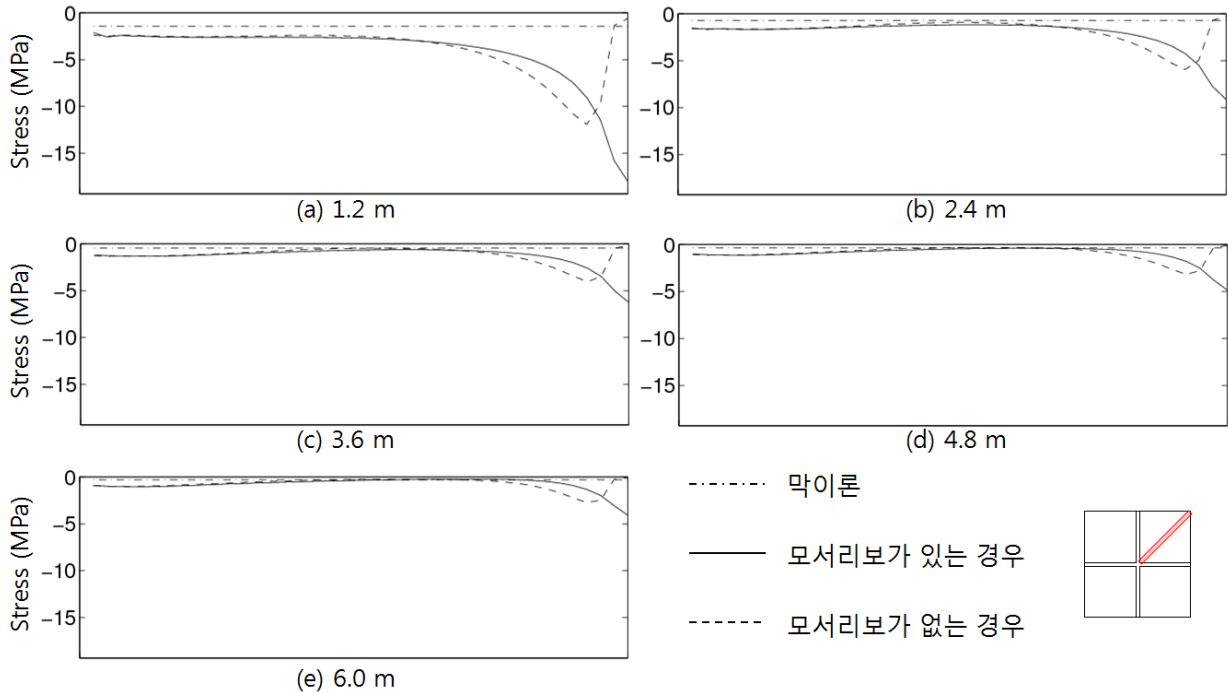




〈그림 16〉 쌍곡포물선셸의 모서리 모멘트;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 없는 경우



〈그림 17〉 쌍곡포물선셸의 중앙보 모멘트;  
(a)모서리보가 있는 경우, (b)모서리보가 없는 경우



〈그림 18〉 대각선방향 셸응력

<그림 18>은 대각선 방향으로 셸에 나타나는 주응력의 크기를 나타낸다. 유한요소해석에 의해 산정된 셸의 주응력의 크기는 막이론에 의해 산정된 주응력 크기에 비해 현저하게 큰 값을

가지는 것을 볼 수 있으며 이는 지점 단부(지점에서 중앙부쪽으로 대각선 스패의 약 1/4에 해당하는 구간)에서 더욱 현저해지는 것을 알 수 있다. 또한 지붕의 높이가 낮아질수록 중앙부

및 지점에서 쉘의 응력이 증가함을 알 수 있다. 한편 그림에서 모서리보를 제거한 경우의 쉘응력이 모서리보가 있는 경우보다 더 작게 나타난 것은 단부 부근 쉘의 두께를 증가시켰기 때문이다. 지점단부의 응력집중 현상은 모서리보가 있는 경우에도 현저하게 나타나므로 쉘구조의 설계 시에는 모서리보의 존재유무와 관계없이 지점 부분에서는 쉘의 두께를 증가시킬 필요가 있는 것으로 판단된다. <그림 18>에 나타난 막이론 및 유한요소해석 결과에 의한 쉘응력의 최대치를 정리하여 <표 1>에 나타내었다. 막이론에 의한 쉘응력은 쉘의 뒤틀림을 고려한 식(7)

의 엄밀식을 적용하는 경우가 쉘의 뒤틀림을 고려하지 않은 간편식, 즉 식(3)에서 산정한 응력보다는 다소 큰 값을 가지는 것을 알 수 있다. 또한 지붕의 경사도가 높아짐에 따라 쉘응력 자체의 크기는 줄어들지만 뒤틀림이 커지면서 간편식에 의한 응력에 대비한 엄밀식에 의한 응력의 비율은 더 커지는 것을 알 수 있다. 한편 유한요소해석에 의한 응력의 최대치는 막이론에 의한 응력보다 약 모서리보의 유무에 따라 8배에서 12배 정도 크게 나타나는데 이는 쉘의 모서리 부분 설계 시 기존 막이론의 적용에 상당한 유의가 필요함을 보여준다.

<표 1> 막이론과 유한요소해석에 의한 쉘주응력의 비교

형상 및 쉘주응력(MPa)		쉘의 높이				
		1.2m	2.4m	3.6m	4.8m	6.0m
뒤틀림계수, $k = \frac{f}{ab}$		0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.0125
경사각, $\phi = \tan^{-1} \frac{f}{l}$		5.7	11.3	16.7	21.0	26.6
간편식에 의한 값(1)		1.43	0.72	0.48	0.36	0.29
엄밀식에 의한 값(2)		1.46/ -1.44	0.77/ -0.72	0.56/ -0.48	0.46/ -0.37	0.41/ -0.29
테두리보가 있을 경우 유한요소해석에 의한 값(3)		4.92/ -18.01	2.33/ -9.15	1.47/ -6.25	1.10/ -4.86	0.92/ -4.09
테두리보가 없는 경우 유한요소해석에 의한 값(4)		1.38/ -11.90	0.77/ -5.95	0.58/ -4.04	0.48/ -3.18	0.43/ -2.74
비	(2)/(1)	1.02/ 1.01	1.07/ 1.00	1.17/ 1.00	1.28/ 1.03	1.42/ 1.00
	(3)/(1)	3.43/ 12.57	3.25/ 12.77	3.01/ 13.14	3.08/ 13.56	3.19/ 14.12
	(4)/(1)	0.97/ 8.30	1.08/ 8.30	1.22/ 8.51	1.35/ 8.88	1.50/ 9.45

(1) 식(3)에 의한  $N_a'$ 를 쉘두께로 나눈 값, 여기서  $p_z = 1.80 \text{ kPa}$

(2) 식(7)에 의한  $N_a'$ 를 쉘두께로 나눈 값, 여기서  $p_z = 1.80 \text{ kPa}$

## 5. 결 론

본 연구에서는 모입지붕형 쉘구조에서 쉘의 주

변에 테두리보를 갖는 전통적인 형태와 쉘의 외각면의 모서리보를 제거한 형태에 대해 지붕의 경사도를 달리하며 그 거동을 비교 분석을 하였

다. 해석은 기존의 막이론과 유한요소해석을 이용한 수치해석을 병행하였으며 유한요소의 모델링에는 중앙보를 Layered shell 요소를 이용하여 여러 층의 셸요소로 모델링함으로써 슬래브에 대한 중앙보의 상대적인 위치를 정확하게 모델링하였다. 해석결과 테두리보를 갖는 모임지붕형 셸구조에 대해 다음의 내용을 확인하였다.

- 1) 유한요소 해석 결과 중앙보의 축력은 전통적인 막이론에 의해 산정된 값에 비해 매우 적은 것으로 나타난다.
- 2) 지붕의 높이가 낮을수록 모서리보 및 중앙보의 처짐 및 축력은 증가하며 특히 스펠에 대한 높이의 경사가 1/10의 경우 증가폭은 급격하게 증가한다.
- 3) 유한요소법에 의한 셸의 응력은 지점 근처에서 막이론에 의한 값보다 현저하게 크며 지점근처의 셸두께를 증대하여 셸의 응력을 저감할 필요가 있다.

한편 모서리보를 제거한 모임지붕형 셸구조에 대한 해석을 통해서 다음의 내용을 확인하였다.

- 1) 모서리보를 갖는 전통적인 모임지붕형 셸구조의 경우에도 지붕의 높이가 낮아짐에 따라 모서리 부분 및 중앙보의 처짐은 증가한다. 다만 모서리 부분의 처짐은 모서리보가 없는 구조에서 경사도에 따른 증가폭이 현저한 반면 중앙보의 처짐은 모서리보의 유무에 관계없이 변화량이 크지 않은 것으로 나타났다.
- 2) 모서리보를 생략한 구조에서 모서리 부분에 작용하는 축력 및 모멘트는 무시할 정도로 줄어드는 반면 중앙보에 작용하는 부재력은 모서리보의 유무에 따른 큰 변화가 발생하지 않았다. 중앙보의 부재력 또한 지붕의 높이가 낮아질수록 증가한다.
- 3) 셸에 작용하는 주응력은 지점에 가까울수록 증가하며 단면에 작용하는 응력의 크기는 셸 두께로 조절할 수 있다. 셸의 주응력도 지붕의 높이가 낮아지면서 증가하므로 셸의 두께는 지붕의 경사도에 따라 증감시킬 필요가 있다.

유한요소해석법에 의하면 전통적인 형태를 가진 모임지붕형 쌍곡포물선 셸 구조에서 지붕의 외각을 형성하는 모서리보를 제거하여도 중앙보의 부재력 및 처짐 등에 별다른 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 다만 셸 주변에 테두리보를 갖는 전통적인 모임지붕형 셸에 비해 지붕의 높이가 낮아지면서 모서리 부분의 처짐이 급격하게 증가하므로 이에 대해서는 주의가 필요하다. 본 연구에서는 지점의 수평 및 수직이동이 없는 경우로 한정하였으며 지점의 이동이 허용되는 조건하에서 모서리보를 제거하는 경우에 대해서는 처짐 및 부재력의 변화에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

- 참고문헌 -

1. Billington D.P., Thin Shell Concrete Structures, McGraw-Hill Book Company, 2nd Ed., 1982
2. 박성수, 성재표, 복합 H.P. Shell의 유한요소해석, 대한건축학회 논문집, 9(8), 1993, pp.183-191
3. 권홍주, 유은중, 나창순, 역우산형 쌍곡포물선 셸의 유한요소해석, 한국공간구조학회지, 11(1), 2011, pp.87-95
4. Sahoo S. and Chakravorty D., "Finite Element Bending Behaviour of Composite Hyperbolic Paraboloidal Shells with Various Edge Conditions", Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 39(5), 2004, pp.499-513
5. Shaaban A. and Ketchum M.S., "Design of Hipped Hypar Shells", Journal of the Structural Division, 102(ST11), 1976, pp.2151-2161
6. Simmonds S. H., "Effect of Support Movement on Hyperbolic Paraboloid Shells", Journal of Structural Engineering, 115(1), 1989, pp.19-31
7. Jadik T. and Billington D.P., "Gabled Hyperbolic Paraboloid Roofs without Edge Beams", Journal of Structural Engineering, 121(2), 1995, pp.328-335

8. Min C.S., "Design and Ultimate Behavior of RC Plate and Shells; Two Case Study", *Structural Engineering and Mechanics*, 14(2), 2002, pp.171-190
9. Min C.S., "Design and Ultimate Behavior of RC Plate and Shells", *Nuclear Engineering and Design*, 228(1-3), 2004, pp.207-223
10. Noh H.C., "Ultimate Strength of Large Scale Reinforced Concrete Thin Shell Structures", *Thin-Walled Structures*, 43(9), 2005, pp.1418-1443
11. 민창식, 이재석, RC 쌍곡포물선 내림마루형식 지붕 쉘의 극한해석, *대한토목학회 논문집*, 16(I-2), 1996, pp.143-152
12. 장명호, 김재열, 서삼열, 쉘구조물의 기하학적 비선형해석, *한국공간구조학회지*, 3(4), 2003, pp.85-92
13. CSI Analysis Reference Manual, 2005
14. Schnobrich W.C., "Umbrella and Gable Roofs", SP-110, ACI, 1988, pp.89-114

(접 수 일 자 : 2011년 12월 15일)

(심사완료일자 : 2012년 02월 29일)

(게재확정일자 : 2012년 03월 05일)