

## 열전냉동기용 열전요소의 최적화

정 은 수<sup>†</sup>

홍익대학교 기계·시스템디자인공학과

### Optimization of Thermoelectric Elements for Thermoelectric Coolers

Eun Soo Jeong<sup>†</sup>

Department of Mechanical and System Design Engineering, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

(Received December 19, 2011; revision received February 20, 2012)

**ABSTRACT:** A theoretical investigation to optimize thermoelectric elements for thermoelectric coolers was performed using a new one-dimensional analytic model. Mathematical expressions for the optimum current and the optimum length of a thermoelectric element, which maximize the coefficient of performance of thermoelectric coolers, were obtained. The optimum current is expressed in terms of the cooling load for a thermoelectric element, the hot and cold side temperatures and thermoelectric properties, but not the length of a thermoelectric element. The optimum current is proportional to the cooling load and decreases as the temperature difference between the hot and cold sides decreases. It is also shown that the optimum length of a thermoelectric element decreases as the cooling load increases.

**Key words:** Thermoelectric cooler(열전냉동기), Thermoelectric element(열전요소), Peltier effect (펠티어 효과), COP(성능계수), Optimization(최적화)

#### 기 호 설 명

$A$	: 열전요소 한 개의 단면적 [ $m^2$ ]
$COP$	: 성능계수
$I$	: 전류 [A]
$k$	: 열전도율 [ $W/(m \cdot K)$ ]
$L$	: 열전요소의 길이 [m]
$q$	: 열전요소 한 개의 열전달율 [W]
$T$	: 온도 [K]
$V$	: 전압 [V]
$x$	: 길이방향 좌표 [m]
$z$	: 열전요소의 성능지수 [1/K]

$\rho$	: 비저항 [ $\Omega \cdot m$ ]
$\tau$	: 적분변수

#### 하첨자

$c$	: 열전요소의 저온부
$h$	: 열전요소의 고온부
$m$	: 평균
$max$	: 최대
$min$	: 최소
$opt$	: 최적

#### 그리스 문자

$a$	: 시백계수(Seebeck coefficient) [V/K]
-----	-----------------------------------

#### 1. 서 론

열전냉동기(thermoelectric cooler)는 소형, 고신뢰성, 긴 수명, 빠른 열적 반응 등의 장점을 갖고 있어서 초전도체, 레이저, 전자 기기의 냉각용 냉동기와 냉수기 등으로 사용되는 등 산업용, 군사용 및 가정용 기기에 널리 적용되고 있다.<sup>(1-3)</sup>

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-2-320-1676; fax: +82-2-322-7003

E-mail address: esjeong@hongik.ac.kr

열전냉동의 단점은 성능계수가 낮은 것이므로 성능계수를 높이기 위한 연구들이 활발히 진행되고 있다.<sup>(1,2)</sup> 성능계수를 높이기 위한 연구는 성능지수 (figure of merit)가 높은 열전재료를 개발하는 연구 외에 열전모듈(thermoelectric module)의 최적 설계와 제작에 관한 연구, 그리고 열전모듈과 고온부와 저온부 열교환기로 구성되는 열전냉동시스템의 최적 설계에 관한 연구로 구분할 수 있다.<sup>(1)</sup> 열전모듈의 성능계수는 Ioffe<sup>(4)</sup>가 제시한 간단한 모델을 이용하여 구할 수 있는데,<sup>(5)</sup> Min et al.<sup>(6)</sup>은 모듈의 열적, 전기적 접촉저항을 포함한 모델을 제시하였다. Yamanashi<sup>(7)</sup>는 열교환기들의 열저항이 최소화된 열전냉동시스템의 성능계수를 최대화 하는 조건을 해석적으로 구하였고, Huang et al.<sup>(8)</sup>은 실험적으로 구한 열전모듈의 성능 곡선을 이용하여 열전냉동시스템을 설계하는 방법과 최적 조건을 제시하였다. Zhang<sup>(9)</sup>은 냉동용량과 냉동온도를 반복법을 사용하지 않고 직접 구할 수 있는 해를 구하여 열전냉동시스템을 평가하고 최적화하는 방법을 제시하였다. 또한, 열전냉동기의 성능계수를 향상시키거나 고온부와 저온부의 온도차를 크게 하기 위하여 다단 (multi stage) 열전냉동기에 관한 연구도 수행되고 있다. Cheng and Shih<sup>(10)</sup>는 2단 냉동기의 냉동용량과 성능계수를 최대화 하는 조건을 구하기 위하여 유전연산법(genetic algorithm)을 적용하였고, Yu and Wang<sup>(2)</sup>은 각 단의 열전요소들의 길이가 다른 열전모듈을 제안하였다.

위에 기술한 열전모듈과 열전냉동시스템의 성능 해석과 최적화에 관한 연구들은 모두 1차원 열평형 방정식에서 구한 관계식들을 사용하고 있다. 이 열평형 방정식에서 구한 냉동용량과 고온부로 배출되는 열전달율은 열전재료의 성질, 열전요소들의 단면적과 길이, 고온부의 온도, 저온부의 온도, 그리고 전류에 의하여 결정되므로<sup>(1,5)</sup> 기존의 열전냉동기의 성능 해석을 하기에는 적합하나 새로운 열전냉동기를 설계하기에는 편리하지 않다. 일반적으로 열전냉동기의 설계는 주어진 고온부와 저온부의 온도, 그리고 냉동용량으로부터 출발하는데<sup>(1,8)</sup> 위의 관계식들을 사용할 경우에는 열전요소들의 단면적, 고온부와 저온부의 온도가 일정하여도 냉동용량이 주어진 값과 같도록 열전요소들의 길이와 전류를 변화시켜야 하고 또 성능계수를 최대화 하는 최적 전류가 열전요소들의 길이에 의존하므로 최적화를 위해서는 반복 계산이 필요하다.

본 연구에서는 열전요소들에 대한 새로운 1차원 해

석 모델을 제시하였다. 이 모델에서 열전요소들의 한 지점을 통과하는 열전달율은 그 지점의 온도와 전류, 그리고 열전재료의 물리적 성질로만 표현된다. 이 모델을 이용하여 고온부와 저온부의 온도, 그리고 열전요소 1개의 냉동용량이 주어졌을 때 성능계수를 최대화 하는 최적 전류와 열전요소들의 최적 길이를 해석적으로 구하였다. 본 연구에서 구한 최적 전류는 기존의 관계식과 같이 열전요소들의 길이에 의존하지 않고 고온부와 저온부의 온도, 그리고 냉동용량으로 표현된다.

## 2. 해석 모델

Fig. 1은 열전냉동기를 구성하는 기본 단위인 열전요소 쌍(thermoelectric couple)의 개략적인 구조를 보여준다. 열전요소 쌍은 p-형(p-type) 열전요소와 n-형(n-type) 열전요소로 구성되는데, 열전요소들은 금속 스트립(metal strip)에 의하여 전기적으로는 직렬로, 열적으로는 병렬로 연결되어 있다.<sup>(4)</sup> 펠티어 효과에 의한 열이동은 p-형 열전요소의 경우에는 전류와 같은 방향으로, n-형 열전요소의 경우에는 전류와 반대 방향으로 진행된다.

열전요소를 통하여 전달되는 열전달율과 전류는 다음과 같이 표현된다.<sup>(11)</sup> 저온부에서 고온부로 이동하는 열전달을 (+) 방향으로 가정하였다.

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \pm \alpha IT \quad (1)$$

$$I = -\frac{A}{\rho} \left( \frac{dV}{dx} \pm \alpha \frac{dT}{dx} \right) \quad (2)$$

여기서  $a$ ,  $\rho$ ,  $k$ 는 각각 열전요소들의 시백계수(Seebeck coefficient), 비저항, 열전도도이고,  $A$ 는 단면적, 그리고  $V$ 는 전압을 나타낸다.  $a$  앞의 부호는 p-형 열전요소의 경우 (+)이고, n-형 열전요소의 경우 (-)이다.

Fig. 1의 좌우에 나타낸 p-형 열전요소와 n-형 열전요소들의 온도분포와 열전달율은 같으므로 본 연구에서는 p-형 열전요소만 고려한다. 또, 열전요소들의  $a$ 는 온도에 따라 변하지 않고 일정하다고 가정한다. Fig. 1에 표시된 p-형 열전요소들의 아주 작은 길이에 대한 1차원 에너지보존식은 다음과 같다.

$$dq + IdV = 0 \quad (3)$$

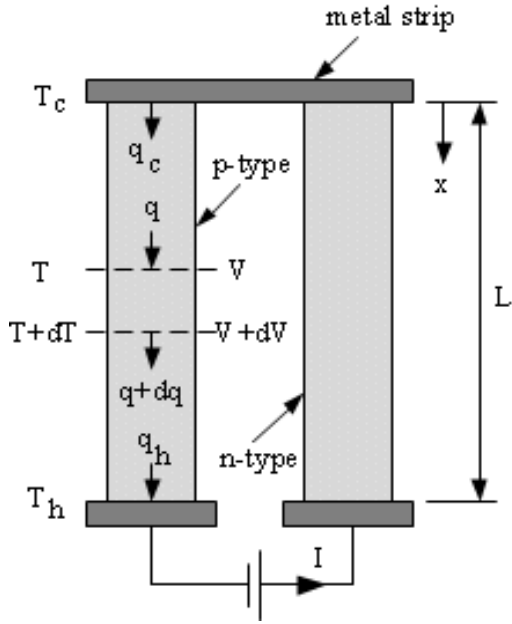


Fig. 1 Schematic diagram of a thermoelectric couple.

식(2)와 식(3)에서 다음과 같은 표현을 얻을 수 있다.

$$d(q - \alpha) = \frac{\rho I^2}{A} dx \quad (4)$$

식(1)을 식(4)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$(q - \alpha)d(q - \alpha) = -\rho k I^2 dT \quad (5)$$

### 2.1 최적 전류와 최대 성능계수

식(5)를 p-형 열전요소 전체에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} [(q_h - \alpha I T_h)^2 - (q_c - \alpha I T_c)^2] = -I^2 \int_{T_c}^{T_h} \rho k dT \quad (6)$$

식(6)에서 열전요소의 고온부를 통과하는 열전달을  $q_h$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$q_h = \alpha I T_h - \sqrt{(q_c - \alpha I T_c)^2 - 2I^2 \int_{T_c}^{T_h} \rho k dT} \quad (7)$$

식(7)의 루트(root) 앞의 부호는 '+' 또는 '-'가 될 수

있는데, 부호가 '-'일 경우에만 1차원 열평형 방정식에서 구한  $q_c$ 와  $q_h$ 가 식(7)을 만족시킨다.  $T_h$ ,  $T_c$ , 그리고  $q_c$ 가 일정할 경우  $I$ 에 따라  $q_h$ 뿐만 아니라 열전요소의 길이도 변하는데, 열전요소의 길이는 식(17)에서 구할 수 있다.

열전냉동기의 성능계수는 다음 식과 같이 정의된다.

$$COP = \frac{q_c}{q_h - q_c} \quad (8)$$

식(8)에서 열전요소 1개의 냉동용량  $q_c$ 가 주어진 경우 고온부로 전달되는 열전달을  $q_h$ 가 최소가 될 때 열전냉동기의 성능계수가 최대가 되는 것을 알 수 있다.

$\partial q_h / \partial I = 0$ 에 식(7)을 대입하여  $q_h$ 를 최소로 하는, 즉 성능계수가 최대가 되는 최적 전류  $I_{opt}$ 를 구할 수 있다. 열전요소의 비저항  $\rho$ 와 열전도도  $k$ 가 온도에 따라 변하지 않고 일정하다고 가정하면  $I_{opt}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_{opt} = \frac{\alpha q_c}{2\rho k} \frac{(1 + T_h/T_c)}{\sqrt{1 + zT_m} (\sqrt{1 + zT_m} - T_h/T_c)} \quad (9)$$

여기서  $z$ 와  $T_m$ 은 각각 열전요소의 성능지수(figure of merit)와 평균온도로 다음과 같다.

$$z = \frac{\alpha^2}{\rho k} \quad (10)$$

$$T_m = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (11)$$

식(9)를 식(7)에 대입하여 열전요소의 고온부를 통과하는 열전달을  $q_h$ 의 최소값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_{h,min} = \left( q_c \frac{T_h}{T_c} \right) \frac{\sqrt{1 + zT_m} - T_c/T_h}{\sqrt{1 + zT_m} - T_h/T_c} \quad (12)$$

식(12)를 식(8)에 대입하여 정리하면 최대 성능계수는 다음과 같이 표현된다.

$$COP_{max} = \left( \frac{T_c}{T_h - T_c} \right) \frac{\sqrt{1 + zT_m} - T_h/T_c}{\sqrt{1 + zT_m} + 1} \quad (13)$$

식(13)은 기존의 1차원 열평형 방정식을 이용하여 구한 최대 성능계수<sup>(1,5)</sup>와 같다.

## 2.2 열전요소의 최적 길이

Fig. 1의 p-형 열전요소애 전류  $I$ 가 흐를 때 내부의 한 지점의 온도를  $T$ 라 하고, 이 지점을 통과하는 열전달율을  $q$ 라 한다. 식(5)를 저온부에서 이 지점까지 적분하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \left[ (q - \alpha IT)^2 - (q_c - \alpha IT_c)^2 \right] = -I^2 \int_{T_c}^T \rho k d\tau \quad (14)$$

식(14)를 열전달율  $q$ 에 관하여 표현하면 다음과 같다.

$$q = \alpha IT - \sqrt{(q_c - \alpha IT_c)^2 - 2I^2 \int_{T_c}^T \rho k d\tau} \quad (15)$$

식(15)와 식(1)에서 다음과 같은 표현을 얻을 수 있다.

$$\frac{dx}{A} = \frac{k dT}{\sqrt{(q_c - \alpha IT_c)^2 - 2I^2 \int_{T_c}^T \rho k d\tau}} \quad (16)$$

식(16)을 p-형 열전요소 전체에 대하여 적분하면 고온부와 저온부의 온도가 각각  $T_h$ 와  $T_c$ 이고 냉동용량  $q_c$ , 전류가  $I$ 일 때의 열전요소의 길이를 구할 수 있다.

$$L = \int_{T_c}^{T_h} \frac{k A dT}{\sqrt{(q_c - \alpha IT_c)^2 - 2I^2 \int_{T_c}^T \rho k d\tau}} \quad (17)$$

열전요소의 최적 길이는 식(17)의 전류  $I$ 에 최적 전류  $I_{opt}$ 을 대입하여 구할 수 있는데, 비저항  $\rho$ 와 열전도도  $k$ 가 온도에 따라 변하지 않고 일정하다고 가정할 경우의 최적 길이  $L_{opt}$ 은 식(9)와 식(17)에서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_{opt} = \frac{2kA}{\alpha I_{opt}} \left( \frac{T_h/T_c - 1}{T_h/T_c + 1} \right) \left( \sqrt{1 + z T_m} + 1 \right) \quad (18)$$

## 3. 결과 및 고찰

본 논문의 계산에 사용된 열전요소의 물리적 성

질은  $a = 2.0 \times 10^{-4}$  V/K,  $\rho = 1.0 \times 10^{-5}$   $\Omega \cdot m$ ,  $k = 1.5$  W/(m · K)이다.<sup>(12)</sup> 열전요소의 단면적  $A = 1.0 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>이다.

Fig. 2는  $T_h = 60^\circ\text{C}$ ,  $T_c = 20^\circ\text{C}$ , 그리고  $q_c = 0.025$  W일 때 열전요소를 흐르는 전류의 세기  $I$ 가 고온부로 전달되는 열전달율  $q_h$ 와 성능계수에 미치는 영향을 보여준다.  $I$ 가 증가하면  $q_h$ 는 감소하다가  $I = 1.2$  A 부근에서 최소값에 도달한 후 증가한다.  $q_c$ 는 일정한 값을 가지므로 식(8)에서 알 수 있는 바와 같이  $q_h$ 가 최소일 때 COP는 최대가 된다. 식(9)를 이용하여 구한 최적 전류  $I_{opt} = 1.2047$  A로 Fig. 2의 결과와 부합하는 것을 볼 수 있다. 기존의 열평형 방정식에서 구한 최적 전류는 다음과 같이 표현된다.<sup>(1, 5)</sup>

$$I_{opt} = \frac{\alpha(T_h - T_c)/(\rho L/A)}{\sqrt{1 + z T_m} - 1} \quad (19)$$

식(18)을 이용하여 구한 열전요소의 최적 길이  $L_{opt}$ 은  $1.8725 \times 10^{-3}$  m인데, 이 값을 식(19)의  $L$ 에 대입하여 구한 최적 전류도 1.2047 A로 식(9)에서 구한 값과 일치하는 것을 알 수 있다. Fig. 2의 계산조건에서  $I$ 가 1.04 A 이상일 경우에만 식(7)의 루트(root) 안의 값이 0보다 크게 되는데, 이것은  $I$ 가 1.04 A 이상이 되어야만 Peltier 효과에 의한 저온부에서 고온부로 열전달율이 열전도와 전기저항에 의한 발열로 인하여 저온부로 전달되는 열전달율을 극복하고 냉동용량  $q_c = 0.025$  W를 얻을 수 있는 것으로 생각된다. 열전요소의 길이가 일정할 경우에는 일반적으로  $I$ 가 커질수록  $q_h$ 가 증가하나, 본 연구에서는  $q_c$ 를 일정하게 유지하고 열전요소의

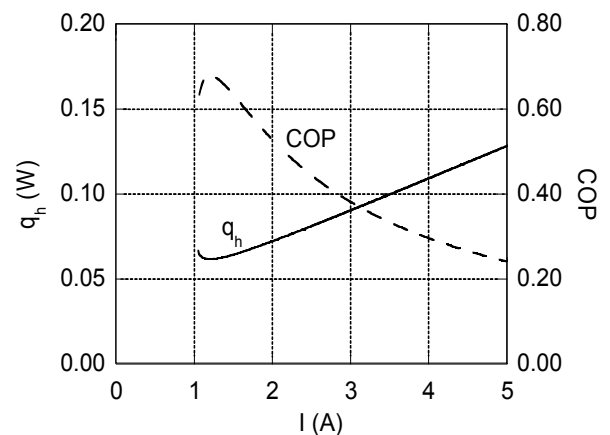


Fig. 2 Effect of the current on the heat transfer rate to the hot side and COP.

길이는 식(17)과 같이  $I$ 에 따라 변하게 되므로  $q_h$ 가 최소가 되는 전류가 존재한다.

$T_h = 60^\circ\text{C}$ 일 때 저온부의 온도  $T_c$ 와 열전요소 1개의 냉동용량  $q_c$ 가 최적 전류와 최대 성능계수에 미치는 영향을 Fig. 3에 나타내었다. 열전요소 1개의 냉동용량  $q_c$ 가 일정할 경우 저온부의 온도가 증가할수록 최적 전류의 크기는 감소하고,  $T_c$ 가 같을 경우에는  $q_c$ 가 증가하면 최적 전류의 크기가 증가하는 것을 볼 수 있다. 최대 성능계수는 식(13)에서 볼 수 있는 것과 같이 저온부와 고온부의 온도, 그리고 열전재료의 성능지수에만 의존하므로  $q_c$ 에 영향을 받지 않고,  $T_c$ 가 증가할수록 고온부와 저온부 사이의 온도차가 감소하므로 증가한다.

Fig. 4는  $T_h = 60^\circ\text{C}$ 로 일정할 때 저온부의 온도  $T_c$ 와 열전요소 1개의 냉동용량  $q_c$ 가 열전요소의 최

적 길이에 미치는 영향을 보여준다.  $q_c$ 가 일정할 경우 저온부의 온도  $T_c$ 가 증가하면 최적 길이  $L_{opt}$ 은 증가하다가  $T_c = 16^\circ\text{C}$  부근에서 최대가 되고, 그 이후에는 감소하는 것을 볼 수 있다.  $T_c$ 가 같을 경우에는  $q_c$ 가 커질수록  $L_{opt}$ 는 감소한다. 식(18)에서  $L_{opt}$ 는 최적 전류  $I_{opt}$ 에 반비례하는 것을 알 수 있는데, Fig. 3에서 볼 수 있는 것과 같이  $q_c$ 가 커질수록  $I_{opt}$ 가 증가하므로  $L_{opt}$ 는 감소한다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 열전냉동기의 열전요소에 대한 새로운 1차원 해석 모델을 제시하였고, 이 모델을 이용하여 성능계수를 최대로 하는 최적 전류와 열전요소의 최적 길이를 해석적으로 구하였다. 본 연구에서 제시한 최적 전류와 최적 길이는 고온부와 저온부의 온도, 그리고 열전요소 1개의 냉동용량에 의하여 표현되므로 기존의 방법과 같이 냉동용량을 맞추기 위하여 반복 계산을 할 필요가 없다. 최적 전류는 냉동용량에 비례하고 열전요소 양단의 온도차가 작아질수록 감소한다. 열전요소의 최적 길이는 냉동용량이 커질수록 감소한다.

#### 후 기

이 논문은 2007학년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 지원되었음.

#### 참고문헌

1. Riffat, S. B. and Ma, X., 2004, Improving the coefficient of performance of thermoelectric cooling systems : a review, International Journal of Energy Research, Vol. 28, pp. 753-768.
2. Yu, J. and Wang, B., 2009, Enhancing the maximum coefficient of performance of thermoelectric cooling modules using internally cascaded thermoelectric couples, International Journal of Refrigeration, Vol. 32, pp. 32-39.
3. Tan, F. L. and Fok, S. C., 2008, Development of a multi-vendor software to size and select TEC, Applied Thermal Engineering, Vol. 28, pp. 835-846.
4. Ioffe, A. F., 1957, Semiconductor Thermoele-

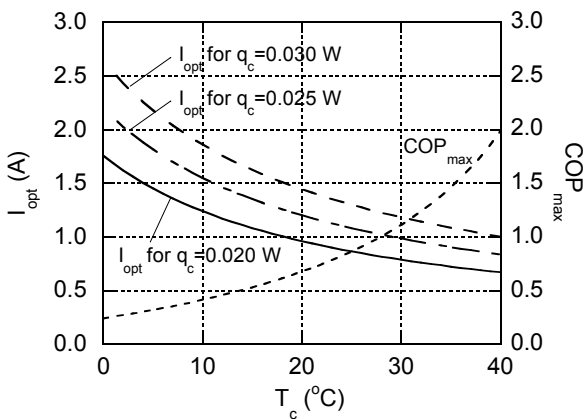


Fig. 3 Effect of the cold side temperature and the cooling capacity on optimal currents and maximum COP.

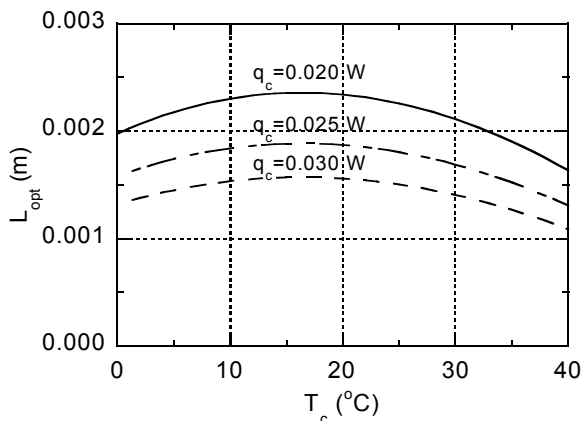


Fig. 4 Effect of the cold side temperature and the cooling capacity on optimal length of thermoelectric element.

- ments and Thermoelectric Cooling, Infosearch.
5. Rowe, D. M., 2006, Thermoelectric Handbook : macro to nano, CRC Press.
  6. Min, G. and Rowe, D. M., 2000, Improved model for calculating the coefficient of performance of a Peltier module, Energy Conversion and Management, Vol. 41, pp. 163-171.
  7. Yamanashi, M., 1996, A new approach to optimum design in thermoelectric cooling systems, Journal of Applied Physics, Vol. 80, pp. 5494-5502.
  8. Huang, B. J., Chin, C. J., and Duang, C. L., 2000, A design method of thermoelectric cooler, International Journal of Refrigeration, Vol. 23, pp. 208-218.
  9. Zhang, H. Y., 2010, A general approach in evaluating and optimizing thermoelectric coolers, International Journal of Refrigeration, Vol. 33, pp. 1187-1196.
  10. Cheng, Y.-H. and Shih, C., 2006, Maximizing the cooling capacity and COP of two-stage thermoelectric coolers through genetic algorithm, Applied Thermal Engineering, Vol. 26, pp. 937-947.
  11. Xuan, X. C., Ng, K. C., Yap, C., and Chua, H. T., 2002, Optimization and thermodynamic understanding of conduction-cooled Peltier current leads, Cryogenics, Vol. 42, pp. 141-145.
  12. Available from <http://www.melcor.com>, homepage of MELCOR, U.S.A.