한국학교수학회논문집 제 15 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 15, Number 1, 199 -214, March 2012

중등교과과정에서의 사건의 독립에 관한 연구[1)]
-수학 개념들 간의 연결을 중심으로-

김성래[2)] · 서종진[3)]

확률과 통계에서 사건의 독립 개념은 중요하고 유용한 역할을 한다. 본 논문에서는 중등학교에서의 사건의 독립에 대하여 조사하고, 사건의 독립과 관련된 수학 개념을 어느 정도 알고 있는지 알아보았다. 그 결과 학생들은 사건의 독립과 관련된 하위 개념에 대한 이해가 부족하고, 사건의 독립과 관련된 개념들 간의 연결이 부분적으로 나타나 하위 개념과 상위 개념들 간의 연결이 잘 이루어 질 수 있도록 지도가 필요한 것으로 나타났다.

주요용어: 사건의 독립, 개념의 연결

Ⅰ. 시작하는 말

우연 사건에 대한 학생들의 이해와 신념에 대한 세계적인 연구는 1970년대 초 수학교육자들과 심리학자들에 의해 시작되었으며, 지난 10년 동안 확률과 통계에 대한 학생들의 이해에 대한 조사가 확산되었다. 그리고 미국교사협의회(NCTM), 국제수학교육심리학회(PME), 호주수학교육연구회(MERGA), 수학교육국제학회(ICME)와 국제통계교육학육학회(ICOTS)에서 확률과 통계의 교수학습에 대한 연구들이 정규적으로 발표되어 왔다(제45회 수학교육학집중세미나, 2004). NCTM(1989, 2000)에서는 정보와 기술공학시대에서 학생들의 비평적이고 정보화된 결정을 할 수 있는 지적인 사람으로 키우기 위해 통계지식의 필요성과 확률과 통계 내용을 '자료 분석과 확률'이라는 영역으로 제시하여 확률교육을 강조하고 있다.
확률・통계교육에서, 학생들이 자료를 수집하고 분석하고, 확률의 기본 개념을 이해하고 적용하고, 자료에 근거한 추론, 예측, 통계적 아이디어를 발전시켜 나아가는 것은 중요하다. 학생들이 통계적 아이디어를 잘 활용하기 위해서 자료를 수학적 대상으로 볼 수 있는 안목을 지녀야하고, 자료를 분석하고 표현하는 과정에서 더 나은 통찰을 얻기 위해서 주어진 정보에 기초해서 결정을 내리고 예상하고, 확률 상황에 대한 올바른 개념과 직관이 필요하다(NCTM, 2000).

---

1) 이 논문은 2009년도 충남대학교 학술연구비에의 지원에 의하여 연구되었음.
2) 충남대학교 수학과 (slkim@cnu.ac.kr)
3) 부경대학교 (seo2011@pknu.ac.kr), 교신저자

확률은 일상생활과 밀접하게 관련되어 있지만, 확률에 근거한 판단은 확실한 보장을 제공하지 않는 다는 점에서 지도상의 어려움이 있다는 것이다. 예를 들어, 주사위를 던졌을 때 3의 눈이 나올 확률은 1/6이라는 사실을 경험적으로 정확하게 확인할 수 있는 방법은 없다는 것이다.

학생들은 확률적 상황에 대해 많은 잘못된 개념과 빈약한 직관을 가지고 있다. 중학교 2학년 학생 6000명이 대상이었던 제3차 수학·과학 성취도 국제 비교 반복연구(TIMSS-R)에서 동전을 4회 던져서 계속 앞면이 나왔다고 할 때, 5번 째 던질 때에는 어떻게 되는가에 대한 질문에 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같다고 답한 학생이 약 65% 정도 이었다(박정·홍미영·김성숙, 2000). 이러한 잘못된 개념을 해결할 수 있도록 의식적 수준으로 가져오기 위해서는, 학생들은 다음에는 어떤 일이 생기며, 실험 결과가 의미하는 것이 무엇인가에 대해 추측하도록 요구되어져야 한다. 실험이나 상황분석 전에 자신의 생각을 명료화한다면, 실험 후에 생기는 예기치 않은 결과는 학생들로 하여금 자신의 기본적 가정에 대해 다시 생각할 수 있게 하는 효과를 가지게 될 것이다(NCTM, 1989, 2000).

학교에서 배우는 확률 내용은 사전에 결정되어 있고, 규칙에 제한이 있기 때문에 불확실성을 어는 정도 가질 수 있음을 배워야 한다(NCTM, 2000). 통계적 확률에서는 실제로 무한히 시행할 수 없으므로 많은 자료를 수집하여 조사하거나 관찰과 실험을 반복하여 얻어지는 것을 받아들이도록 해야 할 것이다. 제7차 수학과 교육과정(미적분과 통계 기본, 적분과 통계)에서, 수학적 확률과 통계적 확률은 논리적(공리론적) 과정보다는 직관적으로 받아들일 수 있도록 예를 통하여 다루고 있다. 확률의 덧셈정리는 그 정리가 적용되는 상황을 이해하고, 확률의 덧셈정리를 형식화하여 다루고 두 사건이 배반일 때와 그렇지 않을 때 합사건의 확률이 달라진다는 것을 이해하도록 하고, 서로 배반이 아닌 사건에 대한 확률의 덧셈정리를 이해하고 식으로 표현할 수 있도록 하고 있다. 또한, 예를 통하여 조건부확률의 뜻을 알게 하여 확률과 조건부확률의 차이점을 이해하게하고, 사건의 독립과 종속의 개념을 조건부확률의 개념과 연결하여 다루고, 두 사건이 서로 배반이라는 것과 독립이라는 것의 의미를 혼돈하지 않도록 하고, 두 사건이 서로 독립인지 종속인지 잘 판단하고 확률의 곱셈정리를 이용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있도록 하고 있다. 독립시행에서는 일정한 시행을 계속해서 반복할 때 매번 일어나는 사건이 모두 서로 독립이 되는 실생활의 예를 들어 그 뜻을 알게 하고, 독립시행의 확률과 이항정리의 항 사이의 관계를 이해할 수 있도록 하고 있다. 여기서 우리는 몇 가지를 고려할 수 있다. 독립과 종속의 이해를 통한 조건부확률을 도입하는 방식을 고려해 볼 수 있다. 학생들이 자료를 수집하고 수집된 자료를 정리하고 분석하는 과정을 통하여 두 사건이 독립인지, 아닌지를 조사하고, 독립이 아닌 두 사건을 독립인 사건으로 만들기 위해 필요한 조건이 무엇인지, 독립인 두 사건을 독립이 아닌 사건으로 만들기 위해 필요한 조건은 무엇인지를 비교해봄으로써 독립과 종속의 관계를 형식적으로 이해하는 데 도움이 될 것이라는 것이다.

확률·통계에 관한 선행연구를 살펴보면, 1963년에서 2002년까지 한국수학교육학회 논문에 실린 총 816편 논문 중에서 확률·통계와 관련된 논문은 약 9.07%(74편)로 그리 많지 않은 것으로 나타났다. 확률·통계와 관련된 논문(74편) 중에는, 지도 내용이나 교재 분석 등의 내용과 관련된 논문이 53편(71.62%), 교수·학습 방법과 관련된 논문이 7편(9.46%), 측정 및 평가와 관련된 논문이 14편(18.92%)으로 분류되어 교수·학습 방법과 관련된 연구가 활발히 전개되어야 함을 보여주고 있다(이영하·심효정, 2003). 최근에는, 확률개념의 교수학적 변환에 관한 연구(이경화, 1996), 확률이나 조건부확률 개념에 관한 연구(서동엽·홍진곤, 2001; 이정연, 2005; 이창근, 2006; 최경호·김래선, 2001), 통계영역의 교수·학습과 관련된 연구(김원경·백경호, 2005; 박영희, 2001; 서지영·표용수, 2010) 통계단원 수학교과서 분석

(이영하·이은희, 2003) 등의 연구가 이루어졌다.

본 연구에서는 2007년 개정 수학과 교육과정에 제시된 확률과 통계영역의 내용을 살펴보았다. 그리고 학생들이 학습한 확률과 통계 영역 중 사건의 독립과 관련된 수학 개념들을 어느 정도 연결 짓고 있는지를 조사하고 교수·학습방안에 대하여 알아보았다.

Ⅱ. 2007년 개정 수학과 교육과정에서 확률과 통계영역

1. 초·중등 교육과정에서 확률과 통계 영역의 내용

초등학교 교과과정에서는 주어진 자료를 정리하여 막대그래프, 히스토그램 등에서 시작하여 관념적으로 일어날 수 있는 간단한 경우의 수를 다루고 있다. 중학교에서는 자료를 정리하여 만들고, 그래프로 나타내고 해석하기, 두 사건이 동시에 일어날 수 있는 경우의 수 구하기, 확률의 기본성질 이해, 통계량 등을 구하고 계산하는 것을 다루고 있다. 고등학교에서는 수학적 확률과 통계적 확률은 직관적으로 예를 들어서 다루고 있다. 그리고 두 사건의 독립과 종속을 판단하고 문제를 해결하기, 확률변수와 확률분포의 뜻을 이해하고 활용하기, 통계량 구하기, 이항분포와 정규분포 사이의 관계, 모평균의 추정, 신뢰도와 신뢰구간 구하기를 다루고 있다.

<표1> 초등수학에서의 확률과 통계 내용(교육인적자원부, 2007)

학교급, 학년	내용
초등학교1	·한 가지 기준으로 사물 분류하기
초등학교2	·표와 그래프 만들기
초등학교3	·자료의 정리, 자료의 특성(막대그래프, 간단한 그림그래프)
초등학교4	·꺾은선그래프 ·자료를 목적에 맞는 그래프로 나타내기
초등학교5	·줄기와 잎 그림, 그림그래프 ·평균
초등학교6	·비율 그래프(띠그래프, 원 그래프) ·경우의 수와 확률
중학교1	·도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형 ·도수분포표에서의 평균 ·상대도수의 분포와 누적도수의 분포
중학교2	·경우의 수 ·확률의 뜻과 기본 성질 ·간단한 확률의 계산
중학교3	·중앙값, 최빈값, 평균 ·분산, 표준편차
고등학교1	·합의 법칙, 곱의 법칙 ·순열 ·조합
수학의 활용	·확률과 그 활용 ·통계와 그 활용
미적분과 통계기본	·조합 ·확률의 뜻과 활용 ·조건부확률 ·확률 분포 ·통계적 추정
적분과 통계	·확률의 뜻과 활용 ·조건부확률 ·확률분포 ·통계적 추정

2. 중·고등학교에서의 확률

중학교 교과과정에서는 어떤 특수한 경우에 일어날 수 있는 경우의 수와 전체적으로 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여 이의 비율로써 확률의 개념을 정의하고 있다.

수학2에서 확률의 개념을 상대도수로 시작하여 사건 A가 일어날 확률=(사건 A가 일어나는 경우의 수)÷(일어날 수 있는 모든 경우의 수)로 정의하고 있다. 이에 따라 확률의 성

질을

다음과 같이 정의하고 있다(교육과학기술부, 2008; 최용준 외 5인, 2010).

ⅰ) 어떤 사건이 일어날 확률을 p라 하면 $0 \le p \le 1$이다.

ⅱ) 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다

ⅲ) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

또한, 사건 A와 B의 합집합에 대한 확률은 (사건 A 또는 사건 B가 일어나는 확률)=(사건 A가 일어날 확률)+(사건 B가 일어날 확률)로 정의하고 있으며, 교집합에 대한 확률은 (사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률)=(사건 A가 일어날 확률)×(사건 B가 일어날 확률)로 정의하고 있다.

사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률 문제는 사건 A와 사건 B가 서로 배반사건 (또는 서로 소)인 경우를 다루고 있으며 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률은 서로 독립인 사건에 대하여 다루고 있음을 알 수 있다.

그러나 고등학교 교과과정에서는 보다 일반적인 경우를 다룬다. 배반사건, 여사건이란 용어와 함께 확률의 정의를 중학교 과정에서의 확률의 정의와 마찬가지로 사건 A가 일어날 수학적 확률 $P(A)=\frac{r}{n}$(어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n이고 이들 n가지가 어느 둘도 동시에 일어나지 않으며 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 수 있는 경우의 수를 r이라 한다)로 정의하고 있다.

이에 따라 여러 가지 성질을 나열하고 있으며 이를 요약하면 아래와 같다.

1) 확률의 기본 성질

a) 임의의 사건 A에 대하여 $0 \le P(A) \le 1$

b) 전 사건 S에 대하여 $P(S)=1$

c) 공사건 $\varnothing$에 대하여 $P(\varnothing)=0$

2) 확률의 덧셈정리와 곱셈정리

a) 두 사건 A, B가 서로 배반사건($A \cup B = \varnothing$)일 때, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

b) 사건 A가 일어날 확률이 $P(A)$일 때 사건 A의 여사건이 일어날 확률은 $P(A^c) = 1 - P(A)$이다.

c) 또한, 확률의 곱셈정리에 대해서는 조건부확률을 사건 A가 일어났을 때, 사건 B의 조건부확률은 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (단, $P(A) > 0$)으로 정의하고 있으며, 이에 따라 두 사건 A, B가 서로 배반사건($A \cap B = \varnothing$)일 때, $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$로 나타내고 있다. 이는 중학교 교과과정에서의 서로 독립의 사건에 대한 확률의 곱셈정리를 일반적인 경우로 확장하고 있음을 알 수 있다.

3. 고등학교 수학에서 사건의 독립

1) 행위의 독립과 사건의 독립

자연현상 또는 어떠한 행위에 의하여 나타나는 결과들을 확률공간으로 하는 경우가 많이 있다. 이때 어떤 현상이나 결과들을 사건으로 하여 확률을 부여하게 된다. 예를 들어 동전을 던진 후 주사위를 던졌을 때 나타나는 결과들로 이루어진 확률공간들을 생각할 때 각 사건들은 "동전의 앞면 또는 뒷면, 주사위의 숫자"와 공집합을 사건으로 하게 된다. 이 때 동전을 던지는 행위와 주사위를 던지는 행위는 각각 별개로써 행위에 대하여서는 독립이라 할 수 있다. 그러나 확률공간에 나타나는 사건에 대하여서는 다음의 3가지 예에서 보는 바와 같이 독립이라 말할 수가 없다. 동전을 던졌을 때 앞면(H)과 뒷면(T)이 각각 나오는 확률이 $1/2$인 동전을 던진 후 주사위를 던졌을 때 나타나는 결과들로 이루어진 확률 공간에 대하여 생각할 때 A_i을 동전의 앞면 또는 뒷면($i=1$일 때 앞면, $i=2$일 때 뒷면), B_k : 주사위 눈금이 k가 나오는 사건이라 하자.

(예 1) 주사위의 눈금이 $1,2,3,4,5,6$인 고른 주사위일 때는 두 사건 A_i와 B_k($i=1,2.$ $k=1,2,3,4,5,6$)에 대하여 $P(A_i \cap B_k) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$이고 또한 $P(A_i)P(B_k) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$이므로 서로 독립사건임을 알 수 있다.

(예 2) 동전의 앞면이 나오면 주사위의 눈금이 $1,2,3,4,5,5$인 고른 주사위를 던지고, 동전의 뒷면이 나오면 주사위의 눈금이 $1,2,3,4,5,6$인 고른 주사위를 던질 때 두 사건 A_i와 B_k에 대하여 살펴보면 $i=1,2$에 대하여 $k=1,2,3,4$일 경우에는

$$P(A_i \cap B_k) = \frac{1}{12},\ P(A_i)P(B_k) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

로 A_i와 B_k는 서로 독립인 사건임을 알 수 있다. 그러나 $k=5,6$인 경우에는

$$P(A_1 \cap B_5) = P(A_1)P(B_5|A_1) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6} \text{ 이고,}$$

$$\begin{aligned} P(B_5) &= P((A_1 \cup A_2) \cap B_5) = P(A_1 \cap B_5) + P(A_2 \cap B_5) = P(A_1)P(B_5|A_1) + P(A_2)P(B_5|A_2) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

로서 $P(A_1 \cap B_5) \neq P(A_1)P(B_5)$이다.

또한 $P(A_2 \cap B_5) = 1/12$이고 $P(A_2)P(B_5) = 1/8$로 $P(A_2 \cap B_5) \neq P(A_2)P(B_5)$이다. 마찬가지로 $P(A_1 \cap B_6) = 0$이지만 $P(A_1)P(B_6) = 1/24$ 이며 $P(A_2 \cap B_6) = 1/12$ 이고 $P(A_2)P(B_6) = 1/24$이다. 따라서 $k=5,6$ 인 경우에는 사건 A_i와 B_k는 서로 독립인 사건이 아님을 알 수 있다.

(예 3) 동전의 앞면이 나오면 주사위 눈금이 1, 2, 3이 각각 두 번 쓰인 고른 주사위를 던지고, 동전의 뒷면이 나오면 주사위의 눈금이 4, 5 ,6이 각각 두 번 쓰인 고른 주사위를 던질 경우에는 두 사건 A_i와 B_k는 모든 $i=1,2$와 $k=1,2,3,4,5,6$에 대하여 $P(A_i \cap B_k) = 1/6$이고 $P(A_i)P(B_k) = 1/12$ 이므로 두 사건 A_i와 B_k는 모든 $i=1,2$와 $k=1,2,3,4,5,6$에 대하여 서로 독립인 사건이 아니다.

이상에서 보는 바와 같이 동전을 던지는 것과 주사위를 던지는 별개의 행위에 대하여 나타나는 결과들로 이루어진 사건들은 경우에 따라서는 확률적으로 독립이거나 또는 독립이

아님을 알 수 있다.

2) 학교 수학에서 사건의 독립

중학교 수학2 에서 사건A 또는 B가 일어날 확률은 두 사건 A와 B가 동시에 일어나지 않을 조건하에서 다루고 있으며, 두 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률은 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않은 조건하에서 다루고 있다.

<표2> 사건의 독립성과 관련된 내용(교육과학기술부2008)

과목	내용	비고
수학2	·사건A 또는 B가 일어날 확률 - 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 조건하에서 구하도록 함 ·사건A와 B가 동시에 일어날 확률 - 두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 조건하에서 구하도록 함	·배반사건, 확률의 덧셈정리, 곱셈정리, 독립, 종속 사건 용어 사용 안 함
미적분과 통계기본, 적분과 통계기본	·확률의 기본 성질 이해 및 확률의 덧셈정리 이해와 활용 ·확률의 덧셈정리의 적용 및 활용 ·확률과 조건부확률의 차이점 이해 ·조건부확률을 이용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결 ·사건의 독립과 종속의 개념을 조건부확률의 개념과 연결하여 다룸 ·두 사건이 배반인 것과 독립인 것의 의미를 혼동하지 않도록 함 ·확률의 곱셈정리는 조건부확률의 변형된 형태임을 알게 함 ·두 사건이 서로 독립이지 종속인지를 잘 판단하고 확률의 곱셈정리를 이용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결하게 함 ·독립시행의 확률은 통계 단원에서의 이항분포와 밀접한 관련이 있으므로 독립시행의 확률과 이항정리의 항 사이의 관계를 이해하게 함	·배반사건, 확률의 덧셈정리, 곱셈정리, 독립, 종속 사건 용어 사용

고등학교에서는 이를 일반적으로 확장하여 확률의 덧셈정리를 형식화하여 다루고, 두 사건이 배반일 때와 그렇지 않을 때 합사건의 확률이 달라지는 것과 서로 배반이 아닌 사건에 대한 확률의 덧셈정리를 이해하고 식으로 표현할 수 있도록 하고 있다. 그리고 확률과 조건부 확률의 차이점을 이해하게 하고, 사건의 독립과 종속의 개념을 조건부확률의 개념과 연결하여 다루고, 두 사건이 서로 배반이라는 것과 독립이라는 의미를 혼동하지 않도록 하고 있다. 또한, 확률의 곱셈정리는 조건부확률의 변형된 형태임을 알게 하고, 두 사건이 서로 독립인지 종속인지를 잘 판단하고 확률의 곱셈정리를 이용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있도록 하고 있다. 독립시행은 일정한 시행을 계속해서 반복할 때 매번 일어나는 사건이 모두 서로 독립이 되는 실생활의 예를 들어 의미를 알게 하고, 독립시행의 확률과 이항정리의 항 사이의 관계를 이해하도록 하고 있다.

Ⅲ. 사건의 독립에 대한 학생들의 이해

학생들이 미적분과 통계 기본, 적분과 통계 기본 과목을 학습한 이후에 사건의 독립과 관련된 개념들을 어느 정도 알고 연결시키고 있는지 알아보기 위하여 이들 과목에서 <표3>의 내용을 중심으로 문제를 구성하여 조사하였다.

1. 연구대상

고등학교 3학년 학생을 대상으로 자연계열(이과) 학생 98명 인문계열(문과) 학생 96명을 대상으로 하였다. 연구대상은 D지역에서 중상위 학교의 학생들 이며, 대상 학교의 학생들을 임의로 6반을 선택하였다.

2. 연구 방법

1) 연구도구

학생들이 사건의 독립과 관련된 개념들을 어느 정도 알고 연결시키고 있는지 알아보기 위하여, 고등학교 미분적분과 통계 기본, 적분과 통계 기본 과목에서 사건의 독립을 이해하기 위해 기본적으로 필요한 내용(<표3>)을 중심으로 5개 유형으로 구성하였다. 5개 유형의 전체 문항은 13문제로 서술형으로 풀이과정을 자세히 기술하도록 구성하였다. 그리고 ㉰의 3번 문항과 ㉱의 2번 문항은 같은 문제로, 확률 실험 조건을 알고 있는지 알아보기 위하여 ㉱의 2번 문항에서 공의 크기를 달리하여 문제를 구성하였다.

<표3> 문제 구성과 관련된 내용

과목	내 용
미적분과 통계 기본 적분과 통계 기본	확률, 배반사건, 확률의 덧셈정리, 조건부 확률, 확률의 곱셈정리, 사건의 독립과 종속

<표4> 문제 구성

유형	문 제
㉮	1. 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 확률을 구하여라. 2. 한 개의 주사위를 던질 때, 5의 눈이 나올 확률을 구하여라. 3. 주머니 속에 빨간 구슬 1개, 노란 구슬 1개, 파란 구슬 1개가 들어 있다. 주머니 속에서 구슬 1개를 꺼낼 때, 파란 구슬이 나올 확률을 구하여라(단, 구슬의 크기는 모두 같다).
㉯	1. 한 개의 동전을 던질 때, 앞면 또는 뒷면이 나올 확률을 구하여라. 2. 한 개의 주사위를 던질 때, 2 또는 5의 눈이 나올 확률을 구하여라. 3. 주머니 속에 빨간 구슬 2개, 노란 구슬 2개가 들어 있다. 주머니 속에서 구슬 1개를 꺼낼 때, 빨간 구슬 또는 노란 구슬이 나올 확률을 구하여라(단, 주머니 속에 들어있는 구슬들은 모두 크기가 같은 구슬이다.).
㉰	1. 100원 짜리 동전 한 개와 500원 짜리 동전 한 개를 동시에 던질 때, 100원 짜리는 앞면, 500원 짜리는 뒷면이 나올 확률을 구하여라. 2. 동전 1개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이 나오고, 주사위는 짝수의 눈이 나올 확률을 구하여라. 3. 주머니 A에는 빨간 구슬 2개, 노란 구슬 1개가 들어 있고. 주머니 B에는 빨간 구슬 3개, 노란 구슬 2개가 들어 있다. 이 두 주머니에서 각각 구슬을 한 개식 꺼낼 때, 두 구슬이 모두 노란 구슬일 확률을 구하여라(단, 주머니 속에 들어있는 구슬들은 모두 크기가 같은 구슬이다.).
㉱	1. A, B 두 개의 주사위를 동시에 덜질 때, A는 홀수의 눈, B는 5이상의 눈이 나올 확률을 구하여라. 2. 주머니 A에는 큰 공이 3개, 작은 공이 2개가 들어 있고. 주머니 B에는 큰 공이 2개, 작은 공이 3개가 들어 있다. 이 두 주머니에서 각각 공을 한 개식 꺼낼 때, 두 공이 모두 작은 공일 확률을 구하여라.
㉲	1. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 홀 수 일 때, 그것이 소수일 확률을 구하여라. 2. 12명으로 구성된 연극 동아리에서 연극 공연에 필요한 배우 7명을 제비뽑기를 하여 정하기로 하였다. 민홍이가 가장 먼저 제비를 뽑고, 미란이가 그 다음으로 제비를 뽑을 때, 2명 모두 배우로 뽑힐 확률을 구하여라.

2) 연구의 제한점

연구대상이 이동수업을 하는 반을 대상으로 하였기에 이동수업으로 분류하지 않는 정규반을 대상으로 하였을 때에는 학생들의 반응이 달리 나타날 수 있는 제한점이 있다.

3) 연구절차 및 분석

사건의 독립과 관련된 수학 개념을 어느 정도 이해하고 연결시키고 있는지를 알아보고 교수·학습에 대한 방안을 찾기 위한 연구이므로 다음과 같은 방법에 따라 실시하였다.

① 문제구성 및 연구 대상 선정

사건의 독립과 관련된 수학 개념을 어느 정도 이해하고 연결시키고 있는지를 알아보기 위하여 <표3>의 내용을 중심으로 전체 13문항(<표4>)으로 모두 서술형으로 구성하였다.

② 설문지 실시

인문계열(문과)은 미적분과 통계 기본, 자연계열(이과)은 적분과 통계 기본 과목에서 사

건의 독립을 배운 후에 연구도구를 이용하여 50분 동안 주어진 문제를 해결하도록 하였다. 그리고 각 문제의 풀이는 자세히 기술하도록 하였다.

③ 면담 실시 및 분석

설문지 조사 후 문제지를 회수하고 ㉰의 3번 문항과 ㉱의 2번 문항을 채점 한 후 정답을 제시한 학생을 대상으로 면담을 실시하였다. 그리고 배반사건과 독립사건, 각 문항에 대한 반응을 조사하기 위하여 면담을 실시하였다.

조사한 문제지는 기술통계 처리를 하였으며, 면담 결과 수집된 자료는 배반과 독립사건에 대한 이해 정도, ㉰의 3번 문항과 ㉱의 2번 문항에 대한 학생들의 이해 정도를 분석하였다.

3. 학생들의 반응 분석

1) ㉮ 유형에 대한 학생들의 반응

1번과 2번 문항에 대하여, 이과 학생은 5~7%, 문과 학생은 18~23%가 해결하지 못한 것으로 조사되었다. 3번 문항에서, 이과 학생은 90%, 문과 학생은 68%가 정답률을 보였다. 그리고 ㉮ 유형을 해결하지 못한 이과와 문과학생은 ㉯ 유형에서 ㉲ 유형까지의 문항들을 전혀 해결하지 못한 것으로 나타났다.

<표5> ㉮ 유형에 대한 학생들의 반응

유형	문항번호	학생들의 반응			
		이과(98명)		문과(96명)	
		정답 인원 (%)	오답 인원(%)	정답 인원(%)	오답 인원(%)
㉮	1	93(95)	5(5)	79(82)	17(18)
	2	91(93)	7(7)	74(77)	22(23)
	3	88(90)	10(10)	67(68)	33(32)

2) ㉯ 유형에 대한 학생들의 반응

㉯ 유형은 덧셈정리에서 배반사건인 경우 어느 정도 이해하고 있는가를 알아보기 위한 문제이다. 1번과 2번 3번 문항에서, 이과 학생 5~7명을 제외한 모든 학생들이 해결하였으나, 문과 학생은 이과 학생들에 비하여 많은 학생들이 해결하지 못한 것(1번은 21%, 2번은 33%, 3번은 36%)으로 나타났다. 그리고 1번 문항을 해결하지 못한 문과학생 19(1번 문항을 실수로 틀린 학생 제외)명은 문제에 대한 이해를 거의 하지 못하고 있는 것으로 나타났다.

3번 문항을 해결하지 못한 문과 학생 35명 중 1번 문항을 틀린 학생 19명(1번 문항을 실수로 틀린 학생 제외)을 제외한 10명을 대상으로 면담한 결과, 이 학생들은 덧셈정리를 더하면 된다는 개념으로 이해하고 있으며, 배반사건에 대한 개념을 이해하지 못하고 있는 것으로 나타났다.

<표6> ㉯ 유형에 대한 학생들의 반응

유형	문항번호	학생들의 반응			
		이과(98명)		문과(96명)	
		정답 인원 (%)	오답 인원(%)	정답 인원(%)	오답 인원(%)
㉯	1	93(95)	5(5)	76(79)	20(21)
	2	90(94)	8(6)	73(77)	23(33)
	3	87(93)	11(7)	61(64)	35(36)

3) ㉰ 유형에 대한 학생들의 반응

㉯ 유형에 비해 ㉰ 유형의 문제를 학생들이 어려워하는 것으로 나타났다. 이과 학생들의 대부분(약 93~95%)은 ㉯ 유형을 해결하였지만, ㉰ 유형의 1번과 2번 문항을 해결한 학생은 각각 약 57% , 59%, 3번 문항을 해결한 학생은 36%로 나타났다. 그리고 ㉰ 유형에 대한 1번, 2번, 3번 문항에 대한 문과 학생들의 정답률은 각각 29%, 33%, 20%로 저조하게 나타났다.

<표7> ㉰ 유형에 대한 학생들의 반응

유형	문항번호	학생들의 반응			
		이과(98명)		문과(96명)	
		정답 인원 (%)	오답 인원(%)	정답 인원(%)	오답 인원(%)
㉰	1	56(57)	42(43)	28(29)	68(71)
	2	58(59)	40(41)	32(33)	64(67)
	3	35(36)	63(64)	19(20)	77(80)

㉰ 유형을 왜 해결하지 못하였는지를 알아보기 위하여, ㉮와 ㉯ 유형을 해결하고 ㉰ 유형을 해결하지 못한 문과 학생들을 선정하여 개별적인 면담을 실시하여 알아보았다. ㉰ 유형을 덧셈정리로 문제를 풀이한 문과 학생 중 ㉮ 유형과 ㉯ 유형을 해결한 학생 10명을 대상으로 아래와 같은 문제를 해결하도록 하였다. 그 결과는 <표8>과 같이 나타났다.

예제 1) A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 주사위 A는 2의 눈, 주사위 B는 5의 눈이 나왔다고 하자. 사건 A와 사건B는 서로 배반사건인가, 독립 사건인가?

예제 2) 한 개의 주사위를 던지는 시행에서 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 3 또는 4의 눈이 나오는 사건을 B, 소수의 눈이 나오는 사건을 C, 4의 눈이 나올 사건을 D라고 할 때, 다음 두 사건의 독립과 종속을 말하여라. $A=\{1,3,5\}$, 사건 $B=\{3,4\}$, 사건 $C=\{2,3,5\}$

2-1) 사건 A와 사건 B 2-2) 사건 A와 사건 C 2-3) 사건 A와 사건 D

<표8> 독립과 종속에 대한 학생들의 반응

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">문제</td><td colspan="3">·10명에 대한 학생들의 반응</td></tr>
<tr><td>독립</td><td>종속</td><td>독립과 종속의 의미를 모름</td></tr>
<tr><td colspan="2">예제1</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="3">예제2</td><td>2-1</td><td>0</td><td>6</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2-2</td><td>0</td><td>5</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2-3</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td></tr>
</table>

예제1)에서 독립이라고 대답한 학생 4명은 “$A \cap B = \varnothing$이므로 독립이다.”, “A와 B가 공통인 것이 없다.”, “A와 B가 다르다.”의 반응을 보였다. 예제2-1)과 예제2-1)에서 종속이라고 대답한 학생은, 사건 A와 사건 B에서 3이 공통으로 들어 있고, 사건 A와 사건 C도 3이 공통으로 들어있어서 종속이라고 생각하고 있었다. 2-3)에서 독립이라는 반응을 보인 4명의 학생들은 사건 A와 사건 D는 공통으로 들어 있는 것이 없기 때문에 독립이라는 생각을 하고 있는 것으로 나타났다. 이들 학생들은 배반사건과 독립, 종속에 대한 개념들에 대한 혼동이 있었고, 개념간의 연결을 시키지 못하고 있는 것으로 조사되었다.

4) ㉣유형에 대한 학생들의 반응

㉣ 유형의 1번에 대한 학생들의 반응에서는, 이과 학생들이 41%, 문과 학생들이 18%의 정답률을 보였다. ㉣ 유형의 2번 문항에서 공의 모양을 고려하지 않았을 경우 문제를 잘 해결한 이과와 문과 학생은 각각 36명, 16명, 공의 모양을 고려하였을 경우 문제를 잘 해결한 이과와 문과 학생은 각각 9명, 5명으로 나타났다(<표9>).

<표9> ㉣ 유형에 대한 학생들의 반응

<table>
<tr><td rowspan="3">유형</td><td colspan="2" rowspan="3">문항번호</td><td colspan="4">학생들의 반응</td></tr>
<tr><td colspan="2">이과(98명)</td><td colspan="2">문과(96명)</td></tr>
<tr><td>정답(%)</td><td>오답 (%)</td><td>정답(%)</td><td>오답(%)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">㉣</td><td colspan="2">1</td><td>40(41)</td><td>58(59)</td><td>17(18)</td><td>79(82)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>공의 크기 고려하지 않았을 경우</td><td>36(37)</td><td>62(63)</td><td>16(17)</td><td>80(83)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>공의 크기 고려하였을 경우</td><td>9(9)</td><td>89(91)</td><td>5(5)</td><td>91(95)</td></tr>
</table>

㉣ 유형의 2번 문항에서 공의 크기를 고려한 경우 문제를 올바르게 해결한 이과 학생 9명의 학생을 면담한 결과, 큰 공과 작은 공이 같은 주머니에 있으므로 주머니에서 꺼낼 때 큰 공이 나올 확률이 높기 때문에 확률을 정확하게 구할 수 없다는 반응을 보였다. 그러나 2번 문항에서 공의 크기를 고려하지 않고 문제를 해결한 이과 학생36명 중 9명(공의 크기 고려하였을 경우 정답을 제시한 학생)을 제외한 27명의 학생들은 틀리지 않았다는 반응을 보였다. 이 학생 27명을 대상으로 다음 단계를 거쳐 질문을 하였다.

첫째, ㉢ 유형의 3번 문항과 ㉣ 유형의 2번 문항을 학생들에게 제시하였다. 그리고 두 문항을 비교하여 보고 학생들 자신의 의견을 말하도록 하였다.

둘째, ㉣ 유형의 3번 문항과 아래와 같은 문제(예1, 예2)를 제시하였다. 그리고 ㉢ 유형의 3번 문항과 두 예제를 비교 하여 보고 학생들 자신의 의견을 말하도록 하였다.

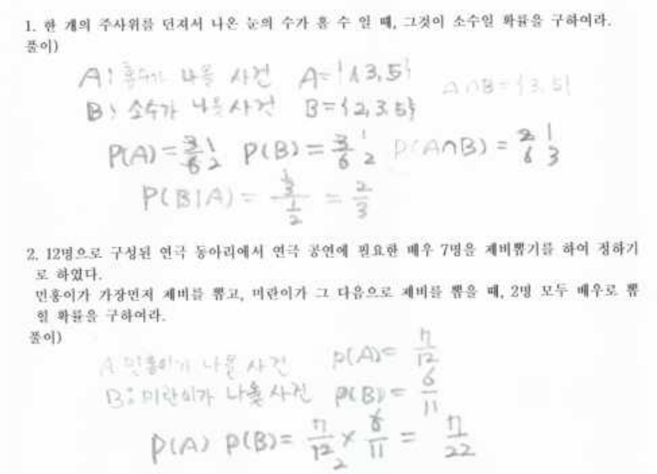
예제1) 한 개의 윷짝을 여러 번 반복하여 던졌을 때, 평평한 면이 나올 확률은 얼마인가?
예제2) 한 개의 동전을 여러 번 반복하여 던졌을 때, 앞면이 나올 확률은 얼마인가?

첫 번째 질문에서 ㉣ 유형의 2번 문항은 ㉢ 유형의 3번 문항에서 구슬이 공으로 바뀌고 숫자가 바뀐 것 밖에 없다는 반응을 보인 학생은 21명이었다. 그리고 ㉣ 유형의 2번 문항은 ㉢ 유형의 3번 문항과 같은 문항 이지만, ㉣ 유형의 2번 문항에서는 공의 크기가 다르므로 확률을 계산하기가 어려울 것이라는 학생은 6명 이었다.

두 번째 질문에서, 학생들은 곰곰이 생각을 한 후 대답을 하였다. 첫 번째 질문에서 구슬이 공으로 바뀐 것 밖에 없다는 반응을 보인 21명 중 15명은 예제1)과 예제2)의 확률은 1/2이고 ㉣ 유형의 2번 문항의 확률은 6/25이라는 반응을 보였다. 나머지 14명의 학생은 예제2)와 ㉣ 유형의 2번 문항에서 윷짝의 둥근 부분과 평평한 부분이 같은 조건이 아니고 공의 크기가 다르므로 둥근 부분과 평평한 부분의 확률이 다르고, 큰 공과 작은 공이 나올 확률이 다르기 때문에 정확한 확률을 말하기 어렵다는 반응을 보였다.

5) ㉤ 유형에 대한 학생들의 반응

조건부 확률을 구하는 ㉤ 유형의 1번, 2번 문항에 대한 정답률은, 이과 학생이 각각 38%, 35%로 나타났으며, 문과 학생은 각각 16%, 13%로 나타났다. 그리고 ㉤ 유형의 1번 문제를 해결한 학생들은 ㉯ 유형의 3번과 ㉢ 유형의 1번과 2번 문항을 모두 해결하였다(<표6>, <표7>, <표10>).



[그림1] ㉤ 유형의 1번과 2번 문항에 대한 한 학생A의 반응

<그림1>은 ㉤ 유형의 1번 문항을 해결하고 2번 문항을 해결하지 못한 학생 3명 중 한 명(학생A)의 풀이 과정을 제시한 것이다. 이 학생은 1번 문항은 조건부 확률에 의해 잘 해결하였다. 그러나 2번 문항에서 미란이가 배우로 뽑힐 사건과 민홍이가 뽑힐 사건을 독립으로 고려하여 문제를 해결하였다. 학생A에게 왜 2번 문항을 <그림1>과 같은 과정으로 해결하였

는지 질문하였다. 학생A는 1번 문항에서 한 개의 주사위를 던졌을 때, 홀수와 소수의 공통원소는 3이므로 종속 사건이라고 대답하였다. 그리고 2번 문항에서 민홍이가 제비를 먼저 뽑고, 그 다음에 미란이가 제비를 뽑기 때문에 12명에서 1명이 줄어들어서 11명에서 1명을 뽑기 때문에 미란이가 배우로 뽑힐 확률은 6/11이 되어 서로 독립인 사건이 되어서 <그림 1>과 같은 방법으로 해결하였다고 대답하였다.

<표10> ㉤ 유형에 대한 학생들의 반응

유형	문항번호	학생들의 반응			
		이과(98명)		문과(96명)	
		정답 인원 (%)	오답 인원(%)	정답 인원(%)	오답 인원(%)
㉤	1	37(38)	61(62)	15(16)	81(84)
	2	34(35)	64(65)	12(13)	84(87)

6) 교수・학습 방안

조사 결과, 학생들이 배반사건, 독립사건, 종속사건과 관련된 수학 개념에 대한 이해가 부족한 것으로 나타나 학생들 개개의 특성에 맞는 교수・학습방법으로 개별적인 지도가 필요한 것으로 보인다. 개별적인 지도가 효과적이지만 시간과 경제적인 면, 학교 환경 등을 고려할 때 다른 방법을 선택해야할 필요성이 있다. 여기서는 여러 가지 방법 중 한 가지 방법에 대하여 알아보도록 한다.

학생이 A라는 수학 개념을 어느 정도 이해하였는가를 평가하여 평가 결과에 따라 학생을 지도하는 방법을 고려하여 보기로 한다. 학생이 수학 개념 A와 관련된 모든 문제를 해결할 수 있는 경우 개념 A를 이해하였다고 할 수 있다. 이러한 가정으로부터 시작한다.

하나의 수학 개념A와 관련된 무한개의 문제가 있다고 하자. K학생이 이 문제를 모두 해결하였다면 이 학생은 수학 개념A를 이해하였다고 할 수 있다. 그러나 무한개의 문제를 만들거나 해결한다는 것은 실현 불가능 하다. 그러므로 학생이 유한개의 문제를 해결하였을 때 수학 개념A를 이해하였다고 가정 할 수 있다. 이러한 논리로 접근하여 학교수학에서 가능한 문제를 구성하여 학생들에게 제공하여 줌으로써 학생들 스스로 부족한 것을 채워갈 수 있을 것이다. 이러한 방법의 개략적인 것은 다음과 같다.

첫째, 학생들이 수학 개념A와 관련된 하위 수학 개념을 어느 정도 모르고 있는지 파악하는 일이다. '이러한 과정에서 무엇을 어떻게 할 것인가?'가 주안점이 될 것이다. 여기서는 하위 개념과 관련된 문항을 구성하여 학생들이 학습상황을 파악할 수 있는 프로그램을 개발하는 것이다. 이 프로그램에 따라 교사는 학생들의 학습상황을 자세히 파악할 수 있으므로 수학 학습 지도의 방향을 설정할 수 있고, 학생들은 이러한 정보를 제공받음으로써 현재의 수학 학습 상황에서 어떠한 학습 방법, 학습습관, 학습요령 등 수학 학습과 관련된 자신들만의 독특한 방법을 수정・보완할 수 있는 기회를 제공받는다는 것이다.

둘째, 학생 스스로 학습할 수 있는 교수・학습설계의 필요성이다. 학생들이 자신의 수학 학습상황에 적절한 프로그램을 선택하여 학습할 수 있는 교수・학습설계가 먼저 이루어져야 한다.

셋째, 교수・학습설계에 따라 문제를 구성하는 일이다. 여기서 문제란, 정의, 정리, 개념,

단순문제, 복합문제, 정형문제, 비정형문제 등 학교수학에서의 모든 문제들을 말하는 것이다.

넷째, 학생들의 문제해결 결과에 따른 반응 시스템을 구축하기 위하여, 학생들의 반응을 평가하는 방법을 고려하여야 한다. 평가에서는 문제를 해결한 정도에 따라 Weight를 주어서 학생들의 수학 개념에 대한 이해 정도를 학생 스스로 파악할 수 있게 하여야 한다. 그렇게 함으로써 학생 스스로가 자신의 문제해결 정도에 따라 어느 정도 수학 개념을 이해하였는지 파악을 하고 자신만의 계획을 세워서 다음 학습에 접근할 수 있다는 것이다.

다섯째, 반응 시스템을 활용하여 학생 스스로 자신이 알고 있는 수학 개념들 간의 연결을 어느 정도 짓고 있는지 파악할 수 있고, 학습 방향을 설정하여 학생들 스스로 수학을 수행하는 것이다. 여기에서 반응 시스템은 학생들 스스로가 자신의 수학 학습 정도를 파악할 수 있는 정보를 제공하고, 그 정보에 따라 다음 학습을 선택하고 선택한 단계를 학습하면서 무엇이 부족한가를 알 수 있는 시스템이다. 이 정도이면 수학을 잘 하므로 다음 학습을 하는데 어려움이 따르지 않을 것이라는 추정적인 예측보다는 최대한의 엄밀성을 가져야 한다는 것이다.

여섯째, 반응시스템은 학교수학의 각 영역마다, 각 영역의 부분마다 구성하여 부분과 부분, 부분과 전체, 전체와 부분을 파악할 수 있는 시스템을 구성할 필요성이 있다는 것이다.

Ⅳ. 요약

본 연구는 확률과 통계영역에서 사건의 독립과 관련된 개념을 어느 정도 연결 짓고 있는가를 알아보고 그에 대한 방안을 찾아보고자 하였다. 조사결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 덧셈정리를 이용하는 문항에서 두 사건의 확률을 더하면 된다는 개념을 가지고 있으며, 배반사건에 대한 이해가 부족한 것을 나타났다.

둘째, 간단하게 서술된 문항과 긴 문장으로 서술된 문항의 해결 정도에 차이가 있는 것으로 나타났다.

셋째, 사건의 독립과 종속을 구별하기 어려워하는 것으로 나타났다. 사건의 독립이라는 개념을, $A \cap B = \varnothing$, 사건 A와 B에 공통인 요소가 없는 경우, 사건 A와 B가 다른 경우, 등의 개념을 가지고 있는 것으로 나타났다. 즉, 배반사건과 사건의 독립에 대한 개념에 대한 혼동이 있었고, 개념들 간의 연결이 부족한 것으로 나타났다.

넷째, 조건부 확률과 사건의 독립, 종속에 대한 개념들 간의 구별을 어려워하고, 이러한 개념들 간의 연결성이 부족하다는 것이다.

조사 결과에서 사건의 독립, 종속, 배반사건, 조건부 확률에 대한 개념들 간의 연결성이 부족한 것을 나타났다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 방안으로, 사건의 독립과 관련된 개념들을 어느 정도 이해하고 있는지를 학생 스스로 판단할 수 있는 반응 시스템 개발의 필요성이 있다. 어떤 수학 개념에 대한 이해가 부족하기 때문에 주어진 문제를 해결하지 못하는지를 스스로 판단하고, 문제를 해결하기 위해 학습해야할 내용이 무엇이고, 어떠한 문제들을 해결해 보아야 하는가, 등 학생들 자신의 현재의 학습 상황에 대한 정보를 제공받을 수 있는 반응 프로그램을 구성하여 활용하여야 한다는 것이다. 이러한 반응 시스템은 어려운 작업이 아니라는 것이다. 수학 교사 자신이 가르치고 있는 학생들을 대상으로 현재 학습해야 할 내용과 관련된 선수 학습 내용을 파악하여 문제를 구성하고 평가하고, 그 결과에 따라

학생들 개개인에게 맞는 다양한 문제를 제공해 줌으로서 반응 프로그램이 시작 된다는 것이다. 이러한 것에서부터 시작하여 매년 지도하는 학생들을 대상으로 문항들이 구성되고 평가 척도와 평가 결과에 따른 반응 프로그램이 구성된다는 것이다. 그리고 수학 교사의 전문성과 시간과 수학 교사의 신념, 학생들이 수학 개념들 간의 연결을 어떻게 관련짓고 있는지에 대한 관심 등이 반응 시스템의 원천이라는 것이다.

참고문헌

교육과학기술부 (2008). 중학교 교육과정 해설(Ⅲ).

교육과학기술부 (2008). 고등학교 교육과정 해설(5)

교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정(별책8).

김원경・백경호 (2005). 고등학교 확률과 통계영역에서 현실적 수학교육의 적용효과. 한국수학교육학회 시리즈A, 제 44권 제 3호, 435-456.

박영희 (2001). 통계영역에서 대푯값의 의미와 지도에 관한 고찰. 대한수학교육학회지<학교수학>, 제3권 제2호. 281-294.

박정・홍미영・김성숙 (2000). 제 3차 수학・과학 성취도 국제비교 반복연구(TMMS-R) 국내 평가 결과 분석 연구Ⅱ. 서울. 한국교육과정 평가원.

서동엽・홍진곤 (2001). 확률 개념 도입의 맥락과 난점. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 제11권 제1호. 179-191.

서지영・표용수 (2010). 초등학교 통계 영역에서의 NIE를 통한 학습이 학업성취에 미치는 효과. 한국학교수학회 논문집, 제13권, 제4호, 499-524.

이경화 (1996). 확률개념의 교수학적 변환에 관한 연구-중학교 2학년 확률 지도를 중심으로-. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

이영하・심효정 (2003). 확률・통계 연구에 대한 수학교육학적 고찰. 한국수학교육학회 시리즈A, 제 42권 제 2호, 203-218.

이영하・이은희 (2003). 중학교 3학년 수학교과서 통계단원에 나타난 요약 개념 분석. 한국수학교육학회 시리즈A, 제 42권 제 2호, 203-218.

이정연 (2005). 조건부확률 개념의 이해에 관한 연구. 서울대학교 대학원 석사학위논문.

이창근 (2006). 조건부확률에 관한 연구. 연세대학교 대학원 석사학위논문.

제45회 수학교육학 집중세미나 (2004). 확률에 대한 학생들의 이해에 관한 연구, 대한수학교육학회, 185.

최경호・김래선 (2001). 확률화 응답 기법을 활용한 확률적 독립의 이해. 대한수학교육학회지<학교수학>, 제3권 제1호. 281-294.

최용준외 5인 (2010). 중학교 수학2. 서울: 천재교육.

National Council of Teachers Mathematics (1989). Curriculum and education standards for school Mathematics, Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers Mathematics (2000). Principle and standards for school Mathematics, Reston, VA: The Author.

Stochastic independence of events in the middle and high school education course[4) -Focusing on the connections between math concepts-

Sung-Lai Kim[5), J. J. Seo[6)

Abstract

Stochastic independence of events is not only important concept but useful role in statistics and probability. In this paper, we investigate and analyze the definition of stochastic independence used in the middle and high school mathematics education course. and We investigated that students know concept of independent events. As a result, students was a lack of understanding about the concepts associated with independence of events. and the connection between concepts associated with independent of events were partially. Also, Connections between lower-level concepts and high-level concepts can be done well so teaching-learning was needed.

Key Word: Independence of events, Connection of concept

4) This study was financially supported by research fund of Chungnam National University in 2009
5) Chungnam National University (slkim@cnu.ac.kr)
6) Pukyong National University (seo2011@pkn.ac.kr), corresponding author.