한국학교수학회논문집 제 15 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 15, Number 1, 155-169, March 2012

# 수학교육에서의 스토리텔링 방식 적용을 위한 소재 연구: 지수용육도와 지수귀문도를 중심으로

박교식[1]

본 연구는 최석정이 제시한 지수용육도와 지수귀문도의 수학사 탐구형 스토리텔링을 위한 소재로서의 가능성을 탐색하고 있다. 학생들은 최석정이 제시한 지수용육도와 지수귀문도의 해로부터, 기댓값을 마법수로 택했고, 서로 보수가 되는 두 수의 쌍을 이용했고, 다른 쌍의 배열에 영향을 미치지 않는 독립된 네 쌍이 있고, 보수가 되는 두 수를 바꾸어 놓아도 역시 해가 된다는 특징을 탐구할 수 있다. 다음으로 학생들은 지수용육도의 해를 구하는 것은 특정한 조건을 만족하는 6개의 수를 찾는 것으로, 그리고 지수귀문도의 해를 찾는 것은 특정한 조건을 만족하는 11개의 수를 찾는 것으로 바꾸어 탐구할 수 있다. 또한 학생들은 이 전략을 통해 많은 시행착오를 겪지 않아도 최석정 스타일의 해를 나름대로 다양하게 구할 수 있다는 것을 알 수 있다.

주요용어 : 구수략, 스토리텔링, 지수귀문도, 지수용육도, 최석정

## Ⅰ. 서론

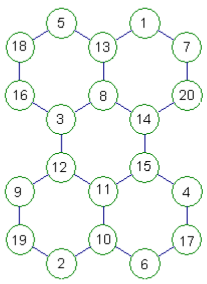
교육과학기술부(2012)에서는 최근에 ‘생각하는 힘을 키우는 수학, 쉽게 이해하고 재미있게 배우는 수학, 더불어 함께하는 수학’의 구현을 위한 ‘수학교육 선진화 방안’을 발표하였다. 이에 따르면, 쉽고 재미있게 배우는 수학 교과서의 제작은 그 방안의 하나이다. 교육과학기술부에서는 이러한 교과서를 제작하기 위해, “요약된 설명과 공식, 문제 위주로 되어 있는 기존의 교과서에 ‘스토리텔링(Story-telling)’ 방식을 통해, 수학적 의미, 역사적 맥락 및 실생활 사례 등을 유기적으로 연계하여 수학에 대한 이해와 흥미를 높인다(p.7).”고 하고 있다. 수학교육 분야에서 스토리텔링 방식의 도입은 새롭다고 할 수 있지만, 교육과학기술부의 이와 같은 선언적 발표만으로는 스토리텔링의 의미가 확연히 드러나지는 않는다. 수학교육 분야에서 스토리텔링과 관련된 선행 연구도 거의 없어 스토리텔링의 의미를 파악하는 것이 쉽지 않다. 유일하게 초등학교 3학년을 대상으로 수학과 개념 학습을 위한 스토리텔링 기반 학습 콘텐츠를 개발하고 있는 한 편(오영범, 박상섭, 2010)을 볼 수 있을 뿐이다. 그러나 이 연구에서도 수학교육 분야 특유의 스토리텔링에 관해 논의하고 있는 것은 아니다.

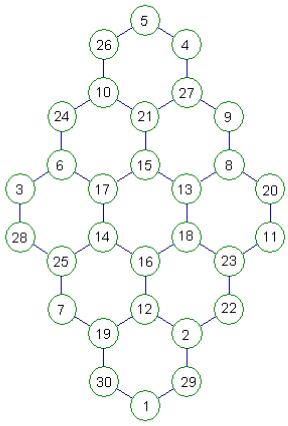
교육과학기술부에서는 스토리텔링의 구조로 수학사 탐구형, 실생활 연계형, 혼합형의 세 가지를 제시하면서, 그 각각의 내용을 간략히 예시하고 있고, 특히 수학사 탐구형 내용의 예

1) 경인교육대학교 (pkspark@gin.ac.kr)

중의 하나로 ‘오일러보다 앞선 조선시대 영의정 최석정의 조합론’을 제시하고 있다. 그러나 그것만으로는 그 내용이 교과서에서 어떻게 구현될 수 있는지 알 수 없다. 수학사 탐구형 스토리텔링이 단지 수학사의 어떤 내용을 읽을거리 정도로 제공하는 것이라면, 그것은 결코 새로운 것이라 할 수 없다. 기존의 교과서에서도 그 정도는 제공하고 있기 때문이다. 수학사 탐구형 스토리텔링이 ‘탐구’를 지향한다면, 그것은 적어도 수학사에서 수학적으로 의미 있고 중요한 것을 찾아내어 학습자들이 탐구하게 하는 것이어야 한다. 그리고 이를 위해서는 먼저 그것을 가능하게 하는 내용을 찾아내는 것이 선행되어야 한다.

본 연구에서는 특히 우리나라 수학사의 내용 중에서 학생들로 하여금 탐구할 수 있는 내용을 찾기 위해, [그림 1], [그림 2]와 같이 제시되어 있는 지수용육도(地數用六圖)와 지수귀문도(地數龜文圖)에 초점을 맞추고 있다. 지수용육도는 잘 알려져 있지 않지만, 지수귀문도는 많이 알려져 있는 편이다(김용운, 1974; 김용운, 김용국, 1977, 1982, 2003, 2009; 윤태주, 1988; 김동진, 오영환, 1989; 최희웅, 1989; 김태성, 김원규, 1992; 오윤용, 한상근, 1993; 최영한, 1998; 한상근, 1998; 전용훈, 1999a, 1999b; Choe, Choi, Moon, 2003; 장혜원, 2006, 2010; Povolotskiy, 2009; 이경언, 2010; Povolotskiy, Shin, McKay, 2011; 박교식, 2011a, 2011b). ≪구수략≫을 번역한 정해남과 허민도 지수귀문도에 관해 약간의 해설을 첨부하고 있다. 장혜원(2006, 2010) 및 정해남과 허민은 地數龜文圖를 지수구문도라고 옮기고 있고, 최희웅(1989)도 龜文圖를 구문도라 하고 있으나, 본 연구에서 참고한 다른 문헌에서는 대개 지수귀문도라 하고 있다. 이것은 龜를 ‘구’로 옮길 수도 있고, ‘귀’로 옮길 수도 있기 때문에 생긴 일이다. 한자사전에 의하면, 龜가 ‘거북’을 의미할 때는 ‘귀’로 읽는다. 이에 따라 본 논문에서는 地數龜文圖를 지수귀문도라고 읽기로 한다.



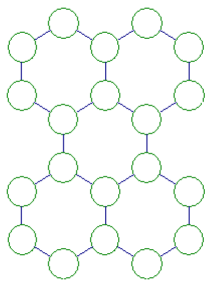

[그림 1] 지수용육도(해)　　[그림 2] 지수귀문도(해)

본 연구에서는 최석정이 제시한 지수용육도와 지수귀문도를 중심으로 특히 ‘탐구’라는 측면에서 수학사 탐구형 스토리텔링의 가능성을 확인한다. 이를 위해 먼저 그가 제시한 지수용육도와 지수귀문도의 해로부터, 그 두 해가 보여주는 특징을 탐구한다. 그런 다음에 그 특징을 바탕으로 그러한 해를 구할 수 있는 전략에 관해 탐구한다. 본 연구에서 시도하고 있는 이러한 탐구는 초·중등학교 수준의 학생들에게 가능하다.

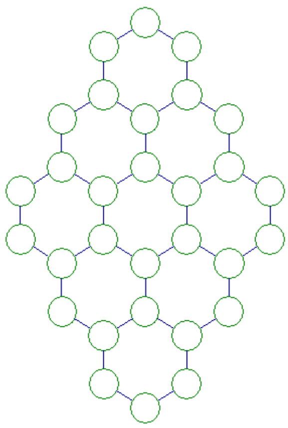
## Ⅱ. 지수용육도와 지수귀문도

지수용육도와 지수귀문도에 관한 수학사 탐구형 스토리텔링이 가능하기 위해서는 기본적으로 그것이 나름대로 역사적 배경을 가지고 있을 필요가 있다. 지수용육도와 지수귀문도는 조선시대의 문신으로 숙종 재위 중에 영의정을 지낸 최석정(崔錫鼎, 1646-1715)이 펴낸 산서 ≪구수략(九數略)≫(최석정, 2006)에 제시되어 있다. 지수용육도는 1부터 20까지의 수를 한 번씩만 사용하여 5개 육각형의 각 꼭짓점에 놓이는 수의 합이 모두 63이 되도록 만든 것이다. 지수귀문도는 1부터 30까지의 수를 한 번씩만 사용하여 9개 육각형의 각 꼭짓점에 놓이는 수의 합이 모두 93이 되도록 만든 것이다. 최석정이 제시한 여러 형태의 하낙변수(河洛變數) 중에 육각형 모양을 한 것은 단지 이 두 가지뿐이다. ≪구수략≫의 번역자인 정해남과 허민에 따르면, 지수용육도와 지수귀문도는 중국의 산서인 ≪양휘산법(楊輝算法)≫과 ≪산법통종(算法統宗)≫에서는 찾아볼 수 없다.

본 연구에서는 논의를 위해 편의상 [그림 3], [그림 4]와 같이 수를 배열하지 않고 공난으로 남겨둔 것을 각각 지수용육도, 지수귀문도라 하고, 수를 배열해서 [그림 1], [그림 2]와 같이 완성한 것을 각각 지수용육도의 해, 지수귀문도의 해라고 하기로 한다. 이것은 김동진과 오영환(1989)에 따른 것이다. 이렇게 보면, 최석정은 지수용육도와 지수귀문도의 해를 한 개씩 제시한 것이라 할 수 있다. 최석정의 제시한 지수용육도의 해에서 5개 육각형의 각 꼭짓점에 놓인 수들의 합 63, 그리고 지수귀문도의 해에서 9개 육각형의 각 꼭짓점에 놓인 수들의 합 93을 마법수라고 하자. 또, 각각의 육각형을 상하좌우의 순서로 제1육각형, 제2육각형, … 이라고 하자.



[그림 3] 지수용육도



[그림 4] 지수귀문도

지수용육도의 마법수가 63으로 한정되는 것도 아니고, 지수귀문도의 마법수가 93으로 한정되는 것도 아니다. 김동진과 오영환(1989)에 의하면, 지수귀문도의 마법수는 최소 76, 77, …, 110이다. 그들은 마법수가 77에서 108까지인 경우를 실제로 구했다고 했고, 마법수가 77～80, 91～94, 105～108인 경우의 해를 한 개씩 예시하고 있다. 그들은 지수귀문도에서

공란에 들어갈 수 있는 수의 가능한 경우를 조사하여, 컴퓨터의 도움을 받아 지수귀문도의 해를 구했지만, 이 방법은 다분히 시행착오적인 것이다. 박교식(2011a)은 컴퓨터를 사용하지 않고 마법수가 88～92, 94～98인 경우의 해를 구하는 방법을 제시하고 있지만, 이 방법으로는 최석정이 제시한 해를 구할 수 없다.

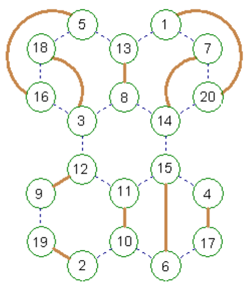
## III. 최석정의 해의 특징

학생들은 먼저 최석정이 제시한 두 개의 해가 보여주고 있는 공통된 특징을 탐구해야 해야 한다. 최석정의 해에서 볼 수 있는 특징은 네 가지이다. 본 연구에서는 논의를 위해 이 네 가지 특징을 모두 만족하는 지수귀문도의 해를 '최석정 스타일의 해'라고 하기로 한다.

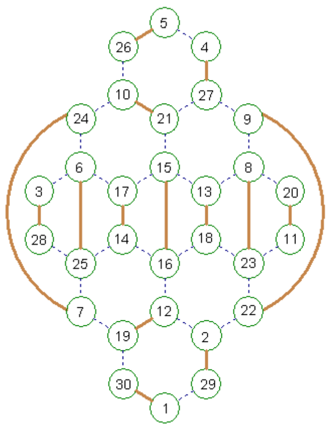
최석정의 해가 보여주는 첫째 특징은 기댓값을 마법수로 택했다는 것이다. 지수용육도의 해에서 마법수로 63을 택했는데, 그것은 1부터 20까지의 수 중에서 6개의 수를 택해 그 합을 구했을 때의 기댓값이다. 지수귀문도의 해에서 마법수로 93을 택했는데, 그것은 1부터 30까지의 수 중에서 6개의 수를 택해 그 합을 구했을 때의 기댓값이다(오윤용, 한상근, 1993). 오늘날 기댓값 63과 93은 각각과 같이 구할 수 있다. 그러나 최석정이 이와 같이 기댓값을 구했다고 보기는 어렵다.

$$\frac{1}{20}\left\{\frac{20(20+1)}{2}\right\}\times 6=63,\ \ \frac{1}{30}\left\{\frac{30(30+1)}{2}\right\}\times 6=93$$

최석정의 해가 보여주는 둘째 특징은 서로 보수가 되는 두 수의 쌍을 이용했다는 것이다. 지수용육도의 해에서는 [그림 5]와 같이 합이 21이 되는 두 수의 쌍 10개를 이용했고, 지수귀문도의 해에서는 [그림 6]과 같이 합이 31이 되는 두 수의 쌍 15개를 이용했다. (이하 그림에서 JR은 지수용육도, JG는 지수귀문도를 의미한다.)




[그림 5] JR(10쌍)



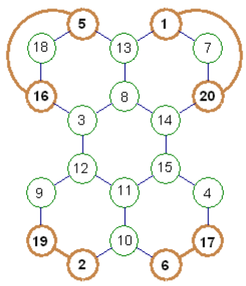

[그림 6] JG(15쌍)

지수용육도의 해에서는 네 개의 육각형에서 합이 21이 되는 두 수의 쌍 3개가 있고, 그

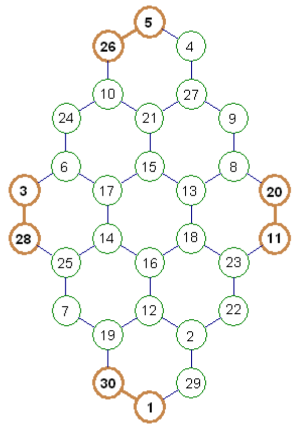
합은 63이 된다. 따라서 해를 찾는 것은 남은 한 개의 육각형에서 6개의 수의 합이 63이 되도록 만드는 것이다. 지수귀문도의 해에서는 5개의 육각형에서 합이 31이 되는 두 수의 쌍 3개가 있고, 그 합은 93이 된다. 따라서 해를 찾는 것은 남은 네 개의 육각형 각각에서 6개의 수의 합이 모두 93이 되도록 만드는 것이다.

이지원은 《구수략》에 제시된 일단의 하낙변수의 해를 구하는 방법을 설명하면서 몇 가지 원칙을 적용했다고 했다. 그 중 하나가 “이론적인 합은 보수의 합의 배수로 나타내어질 수 있는가?”이다(전용훈, 1999b). 이 원칙이 둘째 특징을 나타낸다고 할 수 있다. 그러나 전용훈(1999a)을 보면, 그가 최석정의 지수귀문도를 해결하면서 이 원칙을 적용했다고 보기 어렵다. 최석정의 해에서 각각의 육각형의 6개 수의 합 93은 31의 3배이지만, 이지원이 제시한 해에서 각각의 육각형의 6개 수의 합은 91과 95로, 31의 배수가 아니기 때문이다.

최석정의 해가 보여주는 셋째 특징은 다른 쌍에 영향을 미치지 않는 독립된 두 수의 쌍이 있다는 것이다. 지수용육도의 해에서는 [그림 7]에서와 같이 다른 두 수의 쌍에 영향을 미치지 않는 독립된 네 쌍 (1, 20), (2, 19), (5, 16), (6, 17)이 있다. 지수귀문도의 해에서는 [그림 8]에서와 같이 다른 두 수의 쌍에 영향을 미치지 않는 독립된 네 쌍 (1, 30), (3, 28), (5, 26), (11, 20)이 있다. 그 네 쌍의 위치가 서로 바뀌어도 해가 된다. 이것은 한눈에 보이는 것이므로, 최석정도 그것을 알고 있었을 것이다. 독립된 네 쌍을 서로 바꿀 수 있는 경우는 24가지이다. 그 네 쌍에서 각 쌍의 두 수의 순서가 바뀌어도 역시 해가 된다. 각 쌍의 두 수의 순서를 바꾸는 경우는 16가지이다.



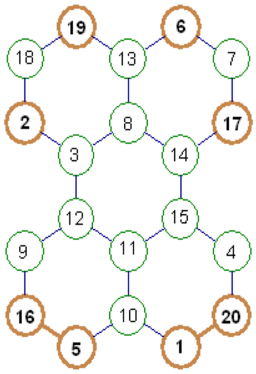
[그림 7] JR(독립인 쌍)



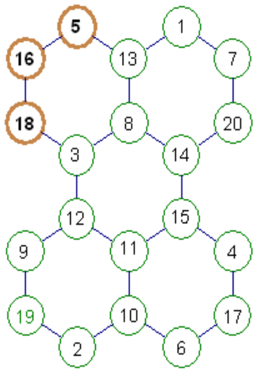
[그림 8] JG(독립인 쌍)

실제로는 지수용육도의 해에서 제1육각형의 세 수 5, 18, 16의 위치를 바꾸어도, 제2육각형의 세 수 1, 7, 20의 위치를 바꾸어도, 제4육각형의 세 수 9, 19, 2의 위치를 바꾸어도, 제5육각형의 세 수 4, 17, 6의 위치를 바꾸어도 해가 된다. 각각의 경우에서 세 수의 위치를 바꾸어 만들 수 있는 배열은 6가지씩이다. 또한, 제3삼각형의 6개의 수 8, 3, 12, 11, 15, 14의 위치를 바꾸는 것도 가능하다. 이 6개 수의 위치를 바꾸어 만들 수 있는 배열은 120($=5!$) 가지이다. 한편, 제3삼각형의 6개의 수 8, 3, 12, 11, 15, 14와 그 각각의 21에 대

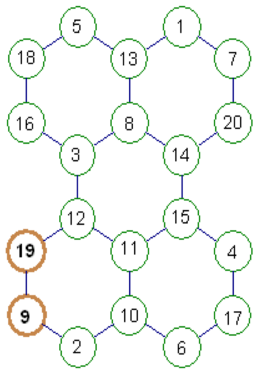
한 보수와 자리를 바꾼 것도 해가 된다. [그림 9]~[그림 11]은 [그림 1]을 변형해서 얻은 해이다.




[그림 9] JR(해 1)



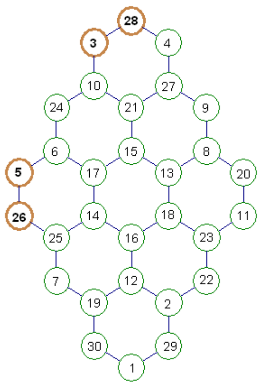

[그림 10] JR(해 2)



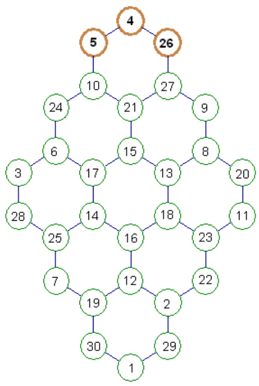

[그림 11] JR(해 3)

지수귀문도의 해에서도 제1육각형의 세 수 26, 5, 4의 위치를 바꾸어도, 제9육각형의 세 수 30, 1, 29의 위치를 바꾸어도 해가 된다. 각각의 경우에 세 수의 위치를 바꾸어 만들 수 있는 배열은 6가지이다. [그림 12]~[그림 14]는 [그림 2]를 변형해서 얻은 해이다.

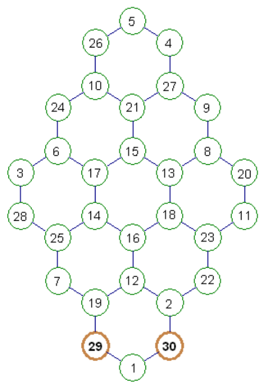
이렇게 보면 최석정의 해는 단 하나의 특수해가 아니라 사실상 여러 개의 해를 대표하는 일반해라고 할 수 있다.




[그림 12] JG(해 1)

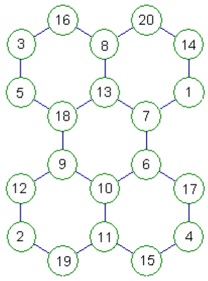



[그림 13] JG(해 2)

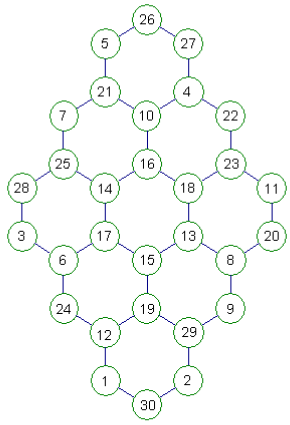



[그림 14] JG(해 3)

최석정의 해가 보여주는 넷째 특징은 보수가 되는 두 수를 서로 바꾸어도 놓아도 해가 된다는 것이다. [그림 15]는 [그림 1]에서 21에 대해 서로 보수가 되는 수를 서로 바꾸어 놓은 것이고, [그림 16]은 [그림 2]에서 31에 대해 서로 보수가 되는 수를 서로 바꾸어 놓은 것이다. 이렇게 만든 것을 원래 해의 '여해(餘解)'라고 부를 수 있다.

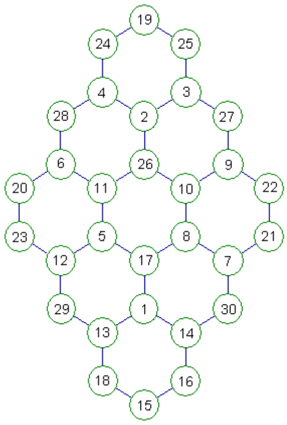



[그림 15] JR(해 4-보수)

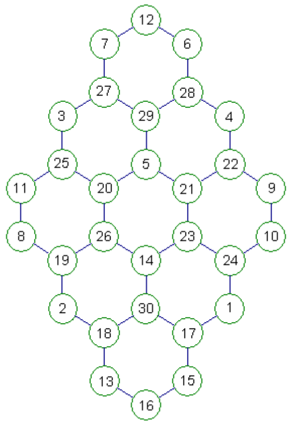



[그림 16] JG(해 4-보수)

일반적으로 마법수 $M$인 지수용육도의 해에서 임의의 육각형의 6개 꼭짓점에 놓인 6개 수의 합은 M이고, 그 수들의 21에 대한 보수들의 합은 $126-M$이다. 따라서 21에 대한 보수들로 바꾸어 만든 것도 지수용육도의 해가 되고, 이때 마법수는 $126-M$이다. $M=63$인 지수용육도의 해의 경우, 그것의 여해의 마법수도 $126-63=63$이다. 지수귀문도의 해에서 임의의 육각형의 6개 꼭짓점에 놓인 6개 수의 합은 $M$이고, 그 수들의 31에 대한 보수들의 합은 $186-M$이다. 따라서 31에 대한 보수들로 바꾸어 만든 것도 지수귀문도의 해가 되고, 이때 마법수는 $186-M$이다. $M=93$인 지수귀문도의 해의 경우, 그것의 여해의 마법수도 $186-93=93$이다. 김동진과 오영환(1989)은 마법수가 109인 해를 제시하지 못했지만, 그들이 제시한 마법수 77인 [그림 17]의 여해를 [그림 18]과 같이 구할 수 있고, 그것은 마법수 109인 해이다. 따라서 마법수 109인 해가 실제로 존재한다는 것을 알 수 있다.



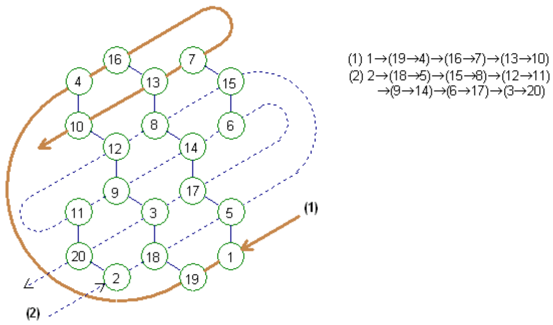

[그림 17] JG(M=77)




[그림 18] JG(M=109)

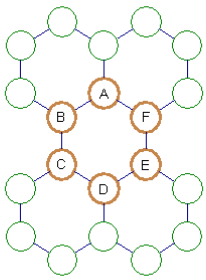
## IV. 지수용육도의 해 구하기

교호법(박교식, 2011a, 2011b)으로, 예를 들어 두 수열 (1)과 (2)를 이용하여, [그림 19]와 같이 마법수가 63인 지수용육도의 해를 구할 수 있지만, 그 방법으로는 최석정이 제시한 해를 구할 수 없다. 본 연구에서는 최석정 스타일의 해에 관해 탐구하는 것이 목적이므로, 교호법을 이용하여 지수용육도의 해를 구하는 것에 대해서는 논의하지 않는다.

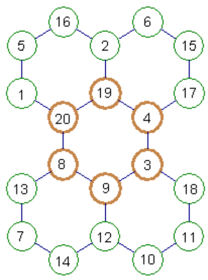



[그림 19] JR(교호법)

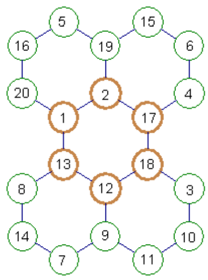
최석정 스타일의 지수용육도의 해를 구하기 위해 다른 쌍에 영향을 미치지 않는 독립된 네 쌍을 제외하면 6개의 쌍이 남는다. [그림 20]에서 제3삼각형의 각 꼭짓점에 들어갈 6개의 수 $A, B, C, D, E, F$를 1부터 20까지의 수 중에서 택하되 어느 두 수의 합도 21이 되지 않으면서 6개 수의 합이 63이 되도록 택할 수 있으면, 최석정 스타일의 해가 정해진다. 예를 들어 6개의 수 $A, B, C, D, E, F$를 두 개씩 짝지어 $A+B=39$, $C+D=17$, $E+F=7$이라고 하자. $A+B=39$를 만족하는 $A, B$를 각각 19, 20이라고 하면, $C, D, E, F$의 어느 것도 19, 20, 1, 2가 될 수 없다. $C+D=17$을 만족하는 $C$와 $D$의 값 중에서 $C=8$, $D=9$를 택할 수 있다. 이때 $A, B, E, F$의 어느 것도 8, 9, 12, 13이 될 수 없다. 이제 $E+F=7$을 만족하는 $E$와 $F$의 값 중에서 $E=3$, $F=4$를 택할 수 있다. 이때 $A, B, C, D$의 어느 것도 3, 4, 17, 18이 될 수 없다.




[그림 20] JR



[그림 21] JR(해 5)



[그림 22] JR(해 6)

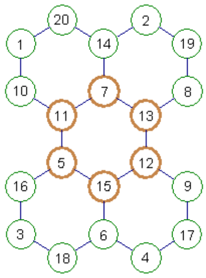
이제 6개의 수가 $A=19$, $B=20$, $C=8$, $D=9$, $E=3$, $F=4$와 같이 정해졌다. 그러면 21에 대한 각 수의 보수도 $(19,2)$, $(20,1)$, $(8,13)$, $(9,12)$, $(3,18)$, $(4,17)$과 같이 정해진다. 두 수의 합이 21이 되는 독립된 네 쌍은 $(5,16)$, $(6,15)$, $(7,14)$, $(10,11)$이다. 이렇게 정해진 지수용육도의 해가 [그림 21]이다. [그림 21]에서 제3삼각형의 각 꼭짓점에 들어가는 6개의 수 19, 20, 8, 9, 3, 4가 위치를 서로 바꿀 수 있는 경우가 120가지이고, 그 각각의 경우에 다시 해가 정해진다. 그 뿐만 아니라, 제3삼각형의 각 꼭짓점에 21에 대한 보수 2, 1, 13, 12, 18, 17을 넣어도 해가 만들어진다. [그림 22]는 이렇게 만든 것이다. 최석정 스타일의 지수용육도의 해를 구하는 절차를 요약하면 다음과 같다.

[단계 1] 제3삼각형의 6개의 수를 정한다. <표 1>을 이용하기 위해 두 수씩 짝지어, 어느 두 수의 합도 21이 되지 않으면서 6개 수의 합이 63이 되도록 한다.
[단계 2] 위에서 구한 6개 수 각각의 21에 대한 보수를 구한다.
[단계 3] 독립된 네 쌍을 찾는다.

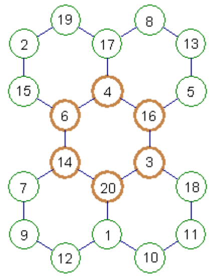
1부터 20까지의 수 중에서 어느 두 수의 합도 21이 되지 않으면서 그 합이 63이 되도록 6개의 수를 선택하는 것이 가능하다. 예를 들어 $i$, $j$가 4이상인 짝수로 $i \neq j$, $i+j \neq 21$, $|i-j| \neq 2$, $i+j \leq 16$ 일 때 6개의 수로 $i$, $j$, $i+j$, $17-(i+j)$, $23-i$, $23-j$와 같이 선택하면 된다. 그러나 학생들에게는 이렇게 하는 대신 <표 1>을 이용하게 할 수 있다. <표 1>은 주대각선을 기준으로 선대칭이므로, <표 1>의 빈칸을 채울 필요는 없다. <표 1>에서 두 수의 합이 21이 되는 경우와 두 수가 일치하는 경우는 모두 제외했다. 학생들은 <표 1>을 이용하여 어느 두 수의 합도 21이 되지 않으면서 그 합이 63이 되도록 6개의 수를 선택할 수 있다. <표 1>에서 고딕으로 표시한 수 39, 17, 7은 위의 예에서 선택한 수이다. [그림 23]~[그림 25]는 이 절차에 따라 만든 해이다. 최석정이 제시한 해는 $A=8$, $B=3$, $C=12$, $D=11$, $E=15$, $F=14$인 경우이다.

<표 1> 지수용육도의 해를 구하기 위한 표

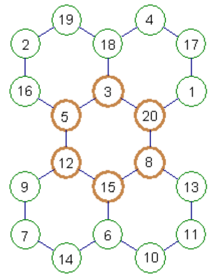
| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| 2 | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 |
| 3 | | | | **7** | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 |
| 4 | | | | | 9 | 10 | 11 | 121 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 |
| 5 | | | | | | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 6 | | | | | | | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 7 | | | | | | | | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 | 24 | 26 | 27 |
| 8 | | | | | | | | | **17** | 18 | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 9 | | | | | | | | | | 19 | 20 | | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 10 | | | | | | | | | | | | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 11 | | | | | | | | | | | | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 12 | | | | | | | | | | | | | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 35 | 36 | 37 |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 37 | 38 |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | **39** |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |




[그림 23] JR(해 7)




[그림 24] JR(해 8)



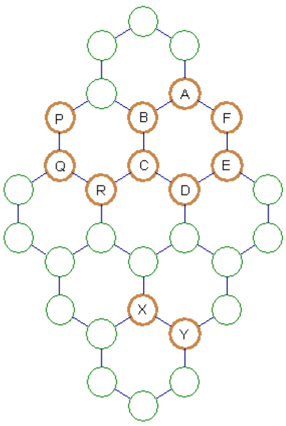

[그림 25] JR(해 9)

## V. 지수귀문도의 해 구하기

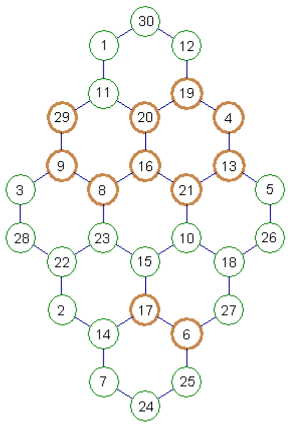
지수용육도의 해를 구한 방법과 유사한 방법을 사용하여 지수귀문도의 해를 구할 수 있다. 최석정 스타일의 지수귀문도의 해를 구하기 위해 다른 두 수의 쌍에 영향을 미치지 않는 독립된 네 쌍을 제외하면 11개의 쌍이 남는다. [그림 26]에서 첫째로 제3삼각형의 각 꼭짓점에 들어갈 6개의 수 $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$를 1부터 30까지의 수 중에서 택하되 어느 두 수의 합도 31이 되지 않으면서 6개 수의 합이 93이 되도록 택할 수 있고, 둘째로 제2삼각형의 네 꼭짓점에 들어갈 4개의 수 $P$, $Q$, $R$, $C$를 1부터 30까지의 수 중에서 택하되 어느 두 수의 합도 31이 되지 않으면서 4개 수의 합이 62가 되도록 택할 수 있고, 셋째로 제8삼각형의 두 꼭짓점에 들어갈 2개의 수 X, Y를 1부터 30까지의 수 중에서 택하되 그 합이 31이 되지 않으면서,

$$(31-C)+(31-D)+(31-E)+(31-F)+X+Y=93$$

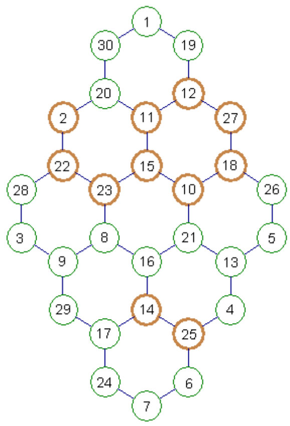
이므로 $X+Y=C+D+E+F-31$이 되도록 택할 수 있으면, 최석정 스타일의 해가 정해진다.




[그림 26] JG




[그림 27] JG(해 5)




[그림 28] JG(해 6)

이와 같은 성질을 만족하는 11개 수를 택할 수 있다. 이때 11개 수를 수월하게 선택할 수 있도록 <표 2>를 이용할 수 있다. <표 2>는 주대각선을 기준으로 선대칭이다. 따라서 <표 2>에서 빈칸을 채울 필요는 없다. <표 2>에서 두 수의 합이 31이 되는 경우와 두 수가 일치하는 경우는 모두 제외했다.

(1) $A+B+C+D+E+F=93$ ········· ①
(2) $P+Q+R+C=62$ ········· ②
(3) $X+Y=C+D+E+F-31$ ········· ③

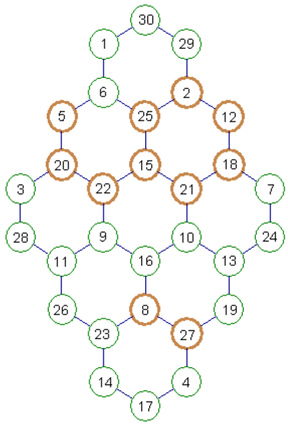
첫째로 식 ①을 만족하는 6개의 수 $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$를 두 개씩 짝지어, 예를 들어 그 합이 각각 $A+B=39$, $C+D=37$, $E+F=17$이라고 하자. $A+B=39$를 만족하는 $A$, $B$를 각각 19, 20이라고 하면, $C$, $D$, $E$, $F$의 어느 것도 19, 20, 11, 12가 될 수 없다. $C+D=37$을 만족하는 $C$와 $D$의 값 중에서 $C=16$, $D=21$을 택할 수 있다. 이때 $A$, $B$, $E$, $F$의 어느 것도 16, 21, 15, 10이 될 수 없다. $E+F=17$을 만족하는 $E$와 $F$의 값 중에서 $E=13$, $F=4$를 택할 수 있다. 그러면 $A$, $B$, $C$, $D$의 어느 것도 13, 4, 18, 27이 될 없다. 이제 6개의 수가 $A=19$, $B=20$, $C=16$, $D=21$, $E=13$, $F=4$와 같이 정해졌다. 그러면 31에 대한 각 수의 보수도 (19, 12), (20, 11), (16, 15), (21, 10), (13, 18), (4, 27)과 같이 정해진다.

<표 2> 지수귀문도의 해를 구하기 위한 표

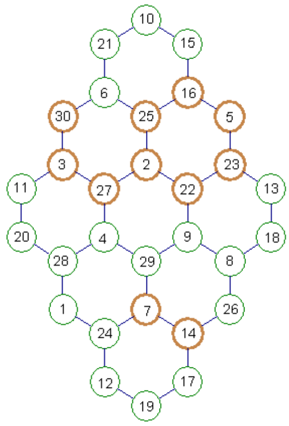
| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | |
| 2 | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 |
| 3 | | | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 |
| 4 | | | | | 9 | 10 | 11 | 121 | 13 | 14 | 15 | 16 | **17** | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 |
| 5 | | | | | | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 6 | | | | | | | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | **23** | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 7 | | | | | | | | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 24 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| 8 | | | | | | | | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | **24** | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 |
| 9 | | | | | | | | | | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | **38** | 39 |
| 10 | | | | | | | | | | | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 11 | | | | | | | | | | | | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 |
| 12 | | | | | | | | | | | | | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | 27 | 28 | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | 29 | 30 | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | 33 | 34 | 35 | 36 | **37** | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | **39** | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 |
| 22 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 |
| 24 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 26 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 27 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 55 | 56 | 57 |
| 28 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 57 | 58 |
| 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 59 |
| 30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

다음으로 식 ②를 만족하는 4개의 수 $P$, $Q$, $R$, $C$를 두 개씩 짝지어 예를 들어 그 합이 각각 $P+Q=38$, $R+C=24$라고 하자. 이때 앞에서 이미 사용한 수는 $P$, $Q$, $R$의 값이 될 수 없다. 또, $C=16$이므로 $R=8$이다. 이제 $P+Q=38$을 만족하는 $P$와 $Q$의 값 중에서 $P=29$, $Q=9$를 택할 수 있다. 그러면 31에 대한 $P$, $Q$, $R$의 보수도 $(29, 2)$, $(9, 22)$, $(8, 23)$과 같이 정해진다. 마지막으로 식 ③을 만족하는 2개의 수 $X$, $Y$의 합은 $X+Y=23$으로 정해진다. 앞에서 이미 사용한 수는 $X$, $Y$의 값이 될 수 없다. 이제 $X+Y=23$을 만족하는 $X$와 $Y$의 값 중에서 $X=17$, $Y=6$을 택할 수 있다. <표 2>에서 고딕으로 표시한 수 39, 37, 17, 38, 24, 23은 위의 예에서 선택한 수이다. 이렇게 정해진 지수귀문도의 해가 [그림 27]이다. 31에 대한 보수와 자리바꿈을 한 것도 역시 해가 된다. [그림 28]은 이렇게 만든 것이다. 최석정 스타일의 지수귀문도의 해를 구하는 절차를 요약하면 다음과 같다. [그림 29]~[그림 31]은 이 절차에 따라 만든 해이다. 최석정이 제시한 해는 $A=27$, $B=21$, $C=15$, $D=13$, $E=8$, $F=9$, $P=24$, $Q=6$, $R=17$, $X=12$, $Y=2$인 경우이다.

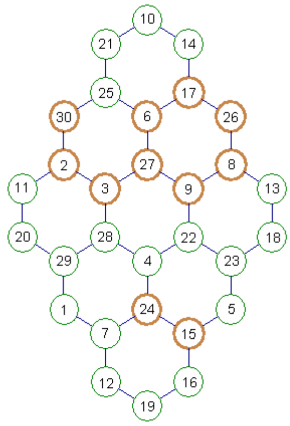
[단계 1] 식 ①, ②, ③을 만족하는 11개의 수를 정한다. <표 2>를 이용하기 위해 각 식에서 두 수씩 짝지어, 어느 두 수의 합도 31이 되지 않게 한다.
[단계 2] 위에서 구한 11개 수 각각의 31에 대한 보수를 구한다.
[단계 3] 독립된 네 쌍을 찾는다.




[그림 29] JG(해 7)




[그림 30] JG(해 8)




[그림 31] JG(해 9)

## VI. 결론

교육과학기술부에서는 쉽고 재미있게 배우는 수학 교과서 제작을 위해 스토리텔링 방식을 이용한다는 방안을 발표했지만, 아직까지 그것의 의미는 분명하지 않다. 이런 상황이기에 교육과학기술부에서도 2012년에 스토리텔링형 모델 교과서를 개발・제시할 계획이라고 한다. 본 연구에서는 수학사에서 수학적으로 의미 있고 중요한 것을 찾아내어 학습자들이 탐구하

게 하기 위해서는 먼저 그것을 가능하게 하는 내용을 찾는 것이 선행되어야 한다고 보고, 최석정이 제시한 지수용육도와 지수귀문도에서 그 가능성을 탐색하고 있다. 특히 최석정이 제시한 해가 보여주는 특징과 그 해를 구하기 위한 전략을 탐구하고 있다.

최석정이 제시한 해로부터 찾을 수 있는 특징은 다음의 네 가지이다. 첫째 특징은 기댓값을 마법수로 택했다는 것이다. 둘째 특징은 서로 보수가 되는 두 수의 쌍을 이용했다는 것이다. 셋째 특징은 다른 쌍의 배열에 영향을 미치지 않는 독립된 쌍이 있다는 것이다. 넷째 특징은 보수가 되는 두 수를 바꾸어도 놓아도 역시 해가 된다는 것이다. 본 연구에서는 이 네 특징을 만족하는 해를 최석정 스타일의 해로 보고, 이 특징을 만족하는 해를 어떻게 찾을 수 있는지 탐색하고 있다.

최석정은 지수용육도와 지수귀문도 해 하나씩만을 제시하고 있을 뿐, 그것을 구한 전략에 관해서는 아무런 언급도 하지 않았다. 따라서 그가 그 해를 어떻게 구했는지 실증적으로 확인할 수는 없다. 다만 그가 제시한 해로부터 간접적으로 추정할 수 있을 뿐이다. 본 연구에서는 이러한 추정을 통해 그가 제시한 지수용육도와 지수귀문도의 해를 재현할 수 있는 전략을 제안하고 있다. 지수용육도의 경우에는 특정한 조건을 만족하는 6개의 수를 찾는 것으로, 그리고 지수귀문도의 경우에도 특정한 조건을 만족하는 11개의 수를 찾는 것으로 바꾸어 논의하고 있다. 본 연구에서 추정한 방법에 따르면, 최석정이 제시한 해는 막연한 시행착오를 거쳐 구해진 것이 아니다. 그것은 나름대로 체계적인 전략을 통해 구해진 것이다. 최석정이 제시한 해가 그 전략을 시사해 주고 있다고 할 수 있다.

수학사 탐구형 스토리텔링이 가능하기 위해서는 먼저 스토리를 전개하는 것을 가능하게 해 주는 역사적 배경과 오늘날에도 학생들에게 의미 있게 다가올 수 있는 수학적 내용을 함께 갖춘 소재를 찾는 것이 선행되어야 한다. 그러나 그것이 단순한 읽을거리를 넘어 학생들에게 수학의 진면목을 드러낼 수 있는 것이기 위해서는, 학생들이 그것을 탐구하는 것이 가능해야 한다. 최석정이 제시한 지수용육도와 지수귀문도는 우리나라의 수학적 문화유산이고, 또 지수귀문도의 경우에는 그것을 이해하기 위한 시도가 지금도 계속되고 있다는 점에서 기본적으로 스토리로 전개될 수 있는 가능성을 갖추고 있다. 또, 본 연구에서 보았듯이 탐구의 대상이 된다는 점에서 그것들은 수학사 탐구형 스토리텔링을 위한 소재가 될 가능성이 충분하다.

## 참고문헌

교육과학기술부 (2012). 수학교육선진화 방안(2012년 1월 10일 보도자료).

김동진, 오영환 (1989). 지수귀문도의 특성 및 해를 구하는 알고리즘, 한국정보과학회 봄 학술발표 논문집, 제16권 1호, 405-408.

김용운 (1974). 최석정의 마법진, 한양대학교 논문집, 제8집, 437-451.

김용운, 김용국 (1977). 한국수학사. 서울 : 과학과 인간사.

김용운, 김용국 (1982). 한국수학사. 서울 : 열화당.

김용운, 김용국 (2003). 한국수학사. 파주 : 한국학술정보.

김용운, 김용국 (2009). 한국수학사. 파주 : 살림출판사.

김태성, 김원규 (1992). 사상산서 <구수략> 연구, 충북대학교 과학교육연구논총 제9집, 1-12.

박교식 (2011a). 초등학생을 위한 문제해결 과제로서의 지수귀문도의 해결 방안 연구. 한국초등수학교육학회지, 제15권 1호, 77-93.

박교식 (2011b). 일반화된 지수귀문도의 해를 구하는 방법에 관한 연구. 한국학교수학회논문집, 제14권 3호, pp.261-275.

오영범, 박상섭 (2010). 초등학교 수학과 개념 학습을 위한 스토리텔링 기반 학습 콘텐츠 개발. 한국정보교육학회논문지, 제14권 4호, 537-545.

오윤용, 한상근 (1993). 최석정과 그의 마방진, 수학교육, 제32권 3호, 205-219.

윤태주 (1988). 최석정의 구수략에 나타난 수리사상과 유럽수학의 수용에 대한 고찰. 경북대학교 대학원 석사학위 논문.

이경언 (2010). 정사각형 형태가 아닌 마방진에 대한 고찰. 수학교육논문집, 제24권 1호, 195-220.

장혜원 (2006). 청소년을 위한 동양수학사. 서울 : 두리미디어.

장혜원 (2010). 수학박물관. 파주 : 성안당.

전용훈 (1999a). 수학사의 미스터리 마방진. 과학동아, 제14권 7호, 68-77.

전용훈 (1999b). 300년 만에 풀린 최석정의 마법진. 과학동아, 제14권 12호, 106-113.

최석정 (2006). 구수략(곤). 정해남, 허민(공역). 서울: 교우사.

최영한 (1998). 우리의 것을 찾아 가르치자. 수학교육프로시딩, 제7집, 101-107.

최희응 (1989). 귀문도와 그 이용도: 수리적 접근, 상서 제9집, 176-183.

한상근 (1998). 최석정과 그의 구수략, 한국수학교육학회 뉴스레터, 제14권 2호, 22-25.

Choe, H. M., Choi, S. S. & Moon, B. (2003). A hybrid genetic algorithm for the hexagonal tortoise problem, Lecture Notes in Computer Science 2723 (2003). 850-861.

Povolotskiy A. (2009). Using bit-distribution and heuristics for solving hexagonal tortoise problem. 서울대학교 석사학위논문.

Povolotskiy, A., Shin, H., & McKay, B. R. (2011). Hexagonal Tortoise Problem Solving using Constraint Programming, 소프트웨어 및 응용, 제38권 1호, 27-40.

# A study on finding topics for the application of storytelling method in mathematics education: centered on JiSuYongYukDo and JiSuGuiMunDo

Park, Kyo Sik[2)]

## Abstract

In this paper, we explored the possibility that JiSuYongYukDo and JiSuGuiMunDo which were posed by Suk-Jung Choi can be used for storytelling. Firstly, from the solutions of JiSuYongYukDo and JiSuGuiMunDo which were offered by Suk-Jung Choi, students can inquire out finding four characteristics such as: He chose expected values as magic numbers, used pairs of two complementary numbers, there are independent four pairs of numbers which do not affect other pairs, and the array which exchange every two complementary numbers in certain solution is also solution. Secondly, in case of JiSuYongYukDo students can inquire out finding six numbers that satisfy certain condition instead of finding solutions, and in case of JiSuGuiMunDo students can inquire out finding eleven numbers that satisfy certain conditions instead of finding solutions. And through this strategy, they know that Suk-Jung Choi style solutions can be obtained variously in one's own way without undergoing many trials and errors.

Key Words: GuSuRyak(九數略), JiSuGuiMunDo(地數龜文圖), JiSuYongYukDo(地數用六圖), Storytelling, Suk-Jung Choi(崔錫鼎)

2) Gyeongin National University of Education (pkspark@gin.ac.kr)