

## 중학교 1학년 기하 영역 형성평가 프로그램 개발 및 효과 분석<sup>1)</sup>

류현아<sup>2)</sup> · 이봉주<sup>3)</sup> · 양명희<sup>4)</sup> · 최승현<sup>5)</sup> · 변희현<sup>6)</sup>

이 연구에서는 우리나라 중학교 교육과정을 토대로 하여 중학교 1학년 기하 영역에 대한 형성평가 프로그램을 개발하고 적용함으로써 그 효과를 검증하고자 하였다. 또한 개발한 형성평가 프로그램 효과 검증에 활용된 사전·사후평가에 대한 학생의 반응을 분석함으로써 중학교 1학년 학생의 기하 개념에 대한 이해 정도를 살펴보았다. 기하 영역 형성평가 프로그램과 그 분석 결과는 중학교 1학년 기하 영역의 효과적인 교수·학습을 위한 유용한 정보로 활용될 수 있을 것이다.

주요용어 : 중학교 1학년, 기하 영역, 형성평가, 교수·학습

### I. 서론

학교교육에서 평가에 대한 관점이 변하면서 평가를 수업이 진행되는 과정의 일부로 인식하고 교수·학습 개선을 위한 수단으로 활용해야 한다고 점차 강조되고 있다(지은림, 2010; Hatti & Timperley, 2007). 이는 평가에 대한 관심이 결과지향적인 총괄평가에서 과정지향적인 형성평가로 전환되고 있는 것이다. 형성평가는 교수·학습에 중요한 사회적 기능과 역할을 부여하고, 교사와 학생이 학습 목표를 이해하는 데 도움이 되며, 기대하는 학습 성과와 그 수준을 비교 가능하게 할 수 있으며, 수준 차이를 줄이는 기능을 한다(Herman, Osmundson, Ayala, Schneider, & Timms, 2007에서 재인용). 많은 선행연구에서도 형성평가가 학생의 이해와 성취를 효과적으로 도울 수 있다는 연구 결과를 제시하였다(Black, Harrison, Lee, Marshall, & Wiliam, 2003; Pellegrino, Chudowsky, & Glaser, 2001; Black & Wiliam, 1998a, 1998b; Niemi, 1996). 이는 형성평가를 통해 학생의 학습 활동과 수행 과정을 관찰하고 학습 과정을 적절하게 활용하거나 조정할 수 있음을 의미한다.

이러한 점에 착안하여 미국 UCLA의 연구 기관인 CRESST(The National Center for

- 
- 1) 이 연구는 한국교육과정평가원에서 2009년과 2010년에 수행한 KICE-CRESST 공동 연구의 일부를 재구성한 것이다.
  - 2) 계명대학교 (ryuha29@naver.com)
  - 3) 경북대학교 (leebj@knu.ac.kr), 교신저자
  - 4) 경희대학교 (clara@khu.ac.kr)
  - 5) 한국교육과정평가원 (jhtina@kice.re.kr)
  - 6) 한국교육과정평가원 (bhhmath@kice.re.kr)

Research on Evaluation, Standards, and Student Testing at UCLA)에서는 미국 교육부의 요청으로 수학의 내용 영역 중 대수 영역의 숙달을 지원하기 위한 형성평가 프로그램 개발 연구를 수행하고 있다. 이 연구는 지속적으로 형성평가를 투입하고 그 결과를 반영하여 교사의 수업 개선과 학생의 내용 숙달을 지원하고 투입한 형성평가 프로그램에 대한 교육의 효과를 검증하기 위한 것이다. 이 대수 영역 형성평가 프로그램<sup>7)</sup>은 학생의 학습과 교사의 수업을 개선하기 위하여 형성평가를 집중적으로 활용하는 ‘모델 평가 시스템’이고, 기초학력 미달 보정의 목표 달성과 학생의 평생학습 지원을 바탕으로 개발되었다.

이에 한국교육과정평가원에서는 일회성 평가에 익숙한 우리나라 학생에게도 CRESST에서 개발한 대수 영역 형성평가 프로그램의 효과를 검증해 보는 것이 의미가 있음을 인식하고, 2007년 7월부터 2010년까지 CRESST와의 공동 연구를 통하여 우리나라 중학생에게 적용하여 학생의 수학적취도와 정의적 영역에서의 태도 변화를 분석하였다. 2008년부터 2010년에 걸친 연구 결과, CRESST에서 개발한 대수 영역 형성평가 프로그램의 긍정적인 효과를 검증하였다(이봉주 외, 2010; 최승현 외, 2009; 최승현 외, 2008).

한편 NCTM(2000)은 기하 영역을 중학생에게 꼭 필요한 다섯 가지 내용 요소 중 하나로 정하고, 미래의 수학교육과 수학 교실 밖에서의 실생활 측면에서 필요한 수학으로써 기하의 중요성을 강조하고 있다. 또한 NCTM(1989, 2000)은 학생의 기하 능력에 논리적 추리 능력을 포함하고, 이를 계산과 기하 지식의 활용, 자료와 그 관리, 비례 추리 등과 연결시키고 있다. 대부분의 고등학교 기하 영역 수업은 학생이 논리적 사고, 고차원적 사고, 과학적 사고 그리고 정확도를 요구하는 증명과 학생의 추리 능력을 높이기 위한 내용으로 구성되어 있다. 즉, 기하 영역의 수업은 학생이 수학이 아닌 다른 분야에도 사용할 수 있는 고차원적 사고력과 추리 능력을 체험하는 중요한 기회이다. 그러므로 학생이 고등학교의 고차원적 사고력과 추리 능력을 요구하는 과제를 수행하기 위해 중학교에서부터 기하 지식을 익히고 체험하는 기회를 가지는 것은 중요하다.

이에 이 연구에서는 먼저 우리나라 중학교 기하 영역의 핵심 개념을 정리한 후, CRESST에서 개발한 형성평가 프로그램 체제와 우리나라 중학교 교육과정을 토대로 하여 중학교 1학년 기하 영역에 대한 형성평가 프로그램을 개발하고 적용함으로써 그 효과를 검증하고자 한다. 또한 프로그램 효과 검증에 활용된 사전·사후평가에 대한 학생의 반응을 분석함으로써 중학교 1학년 학생의 기하 개념에 대한 이해 정도를 살펴본다. 이러한 기하 영역 형성평가 프로그램과 그 효과 분석 결과는 중학교 1학년 기하 영역의 효과적인 교수·학습을 위한 유용한 정보로 활용될 것이다.

## II. 중학교 기하 영역의 핵심 개념

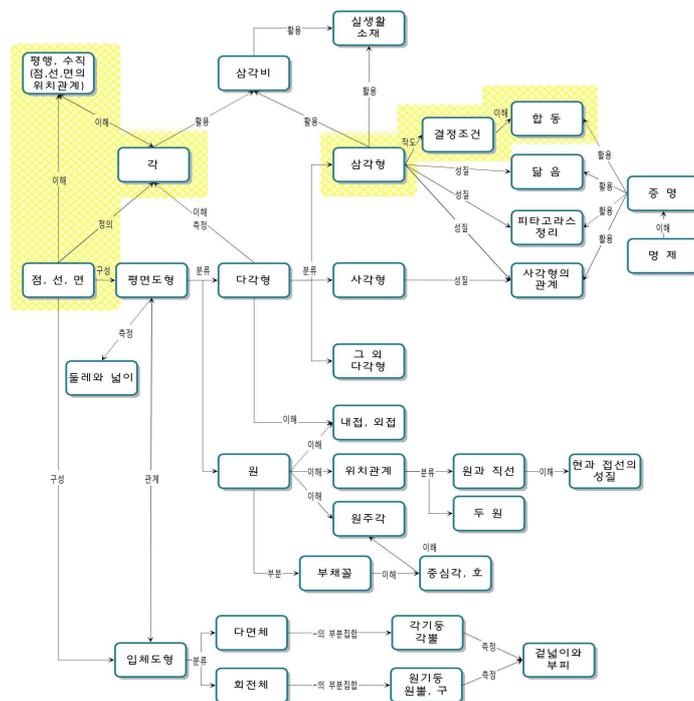
기하 교육의 목표는 평면도형과 입체도형의 개념과 기본적인 성질의 이해, 평행이동, 대칭이동, 회전이동 등의 기하학적 변환에 대한 기본적인 사항의 이해, 증명의 의의와 방법 곧,

7) 이 대수 영역 형성평가 프로그램은 CRESST에서 추출한 대수 영역의 핵심 개념(유리수의 동치, 분배법칙, 일차방정식의 풀이)에 대한 차시별 교수·학습 계획안과 그에 따른 형성평가 도구를 포함하는 프로그램이다. 이 프로그램에서는 학생이 제대로 성취기준에 도달하지 못한 경우, 피드백을 제공받고 다시 평가 받는 완전학습의 형태를 지향한다.

연역적 방법에 대한 이해, 증명 능력의 개발, 공간적인 상상력의 신장, 기하의 대수적 접근법과 벡터에 의한 접근법의 습득 및 기하학적 개념과 다른 수학적 개념과의 통합에 있다고 볼 수 있다(우정호, 1998).

우리나라 2007년 개정 교육과정에서 중학교 기하 영역에 제시된 내용은 초등학교에서 학습한 것을 기초로 1학년에서는 기본적인 도형인 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질을 파악하고 삼각형의 합동조건을 이해하며, 평면도형과 입체도형의 성질 등을 탐구한다. 그리고 다각형의 내각과 외각의 크기, 부채꼴의 넓이와 호의 길이, 입체도형의 부피와 겉넓이 등을 탐구한다. 2학년에서는 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명하고, 삼각형의 닮음을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비, 삼각형의 중점연결정리 등을 탐구하며, 이를 활용하여 실생활 문제를 해결하는 탐구 활동을 한다. 3학년에서는 피타고라스의 정리와 삼각비, 원의 접선, 원주각, 원에 내접하는 사각형의 성질, 원과 비례에 관한 성질 등을 탐구한다. 이 때, 눈중은 간단히 다루고 이들 성질의 활용에 중점을 둔다.

한편, 중학교 3학년에서 지도되는 ‘삼각비’ 개념은 기하 영역에 포함되기에는 거리가 있는 개념이라 볼 수 있다. 삼각비는 고등학교에서 다루지는 삼각함수의 근간이 되는 내용이지만, 제7차 교육과정에서 중학교 3학년의 학습량 감축을 위해 ‘삼각비 사이의 관계’ 학습 내용을 삭제하여 삼각비와 삼각함수의 학습이 체계적으로 이뤄지지 않고 있다고 볼 수 있다. 따라서 일부 전문가들은 중학교에서 지도하지 않고, 고등학교에서 지도하는 방안을 주장하기도 한다. 삼각비는 직각삼각형 위에서 정의되는 개념이므로, 2007년 개정 교육과정에서는 피타고라스의 정리와 연계시켜 두 개념을 관련지어 다루도록 조직되었다(신성균 외, 2005).



[그림 II-1] 중학교 기하 영역 핵심 개념 연계도

수학 교사와 수학교육 전문가의 협의를 통하여 우리나라 2007년 개정 수학과 교육과정의 중학교 기하 영역에서 핵심 개념을 추출하였다. 개념들 간의 관계를 위 [그림 II-1]과 같이 ‘이해’, ‘분류’, ‘활용’ 등으로 표기하여 도식화하였다. 예를 들어, 다각형은 삼각형, 사각형, 그 외로 종류를 구분할 수 있으므로 ‘분류’라 하고, 삼각형의 결정조건을 학습하기 위해 ‘작도’가 필요하며, 결정조건을 ‘이해’를 통해서 합동에 대한 학습이 가능하다.

### III. 기하 영역 형성평가 프로그램 개발

이 장에서는 중학교 1학년의 ‘도형의 기초’에서 다루는 기본 도형과 작도 및 합동을 중심으로 하여, 교수·학습 계획안과 형성평가 도구를 개발한 과정과 그 내용을 정리하였다.

#### 1. 형성평가 프로그램 개발 과정

##### 1) 내용 선정

우리나라 교육과정상의 기하 내용을 성공적으로 이해하기 위해서는 평면도형의 성질과 측정, 입체도형의 성질과 측정, 평면도형과 입체도형의 관계를 이해하는 것이 필요하다. 이러한 내용 중에서 평면도형의 성질이 가장 먼저 다뤄져야 할 기본적인 내용이므로 이 연구에서는 중학교 1학년의 기하 영역에 맞추어 평면도형을 중심으로 형성평가 프로그램을 개발하기로 하였다.<sup>8)</sup>

##### 2) 교수·학습 계획안과 형성평가 도구 개발

교수·학습 계획안과 형성평가 도구를 개발하기 위해 수학교육 전문가와 수학 교사의 협의가 여러 차례 이루어졌다. 교수·학습 계획안은 협의를 통해 해당 영역에서 나타나는 학생의 어려움을 파악하고, 이와 관련된 개념에 대해 실생활의 예시 또는 시각적 자료를 적극 활용하고 단계적으로 반복하여 설명하도록 하였다. 형성평가 도구는 기하 영역에서 문항의 형태로서 효과적인지 검토하고, 구현하기 적절한 형태로 빈 칸을 채워 명제를 완성하는 문제, 기호로 표현하는 문제, 크기를 구하는 문제, 도형을 찾는 문제, 조건을 쓰는 문제, 이유를 설명하는 문제 등으로 구성되었다.

##### 3) 예비실험 수업 및 모의평가

개발된 교수·학습 계획안과 형성평가 도구의 일관성과 편중 여부를 점검하기 위하여 예비실험 수업과 모의평가를 실시하였다. 특히 형성평가 도구는 모의평가를 통하여 학생이 문제를 읽고 이해하는 데 어려움이 없는지, 평가 시간이 적정한지 등을 점검하였다. 이는 실제

8) [그림 II-1]의 기하 영역 핵심 개념 연계도에서 음영으로 표시한 부분에 해당된다.

형성평가 문항을 개발하였던 교사를 포함하여 6명의 교사가 실행하였다. 예비 실험 후 ‘어떠한 문제가 학생의 기하 영역에 대한 지식과 능력에 관하여 더 유용한 정보를 제공해 줄 것인가?’라는 질문에 초점을 두고 형성평가 문항을 점검하고 분석하였다. 예비 실험 후 모의평가의 결과를 기초로 교수·학습 계획안과 형성평가 도구를 수정·보안하였다. 가능한 문제 해결에 어려움을 줄 수 있는 요인을 최소화하여 학생의 이해 정도를 명확히 파악하기 위하여 중학교 1학년 수준에서 다루지 않는 용어나 기술 방법은 다루지 않았으며, 의미 없는 추측으로 답할 수 있는 형태를 배제하였다.

## 2. 형성평가 프로그램 구성 내용

중학교 1학년 기하 영역 형성평가 프로그램은 중학교 1학년 수학과 교육과정에서 다루고 있는 기본 도형, 위치 관계, 작도와 합동에 관한 각각의 교수·학습 계획안과 그에 따른 형성평가로 구성된다. 중단원별 형성평가 프로그램의 구성은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 기하 영역 형성평가 프로그램의 구성

중단원	소단원	형성평가 프로그램
기본 도형	점, 선, 면	1차시 수업 + 형성평가1
	각과 평행선	2-1차시 수업 2-2차시 수업 + 형성평가2 3차시 수업 + 형성평가3
위치 관계	두 직선의 위치 관계	1차시 수업 + 형성평가1
	직선과 평면의 위치 관계	2차시 수업 + 형성평가2
작도와 합동	기본 도형의 작도	1-1차시 수업 1-2차시 수업 + 형성평가1
	삼각형의 결정조건과 합동조건	2-1차시 수업 2-2차시 수업 2-3차시 수업 + 형성평가2 3차시 수업 + 형성평가3

### 1) 교수·학습 계획안

교수·학습 계획안은 개념만 학습하는 수업과 이를 활용한 수업으로 나누어 진행하기보다는 전체적으로 실생활에서 활용된 예를 통해 개념을 이끌어내는 형태로 구성하였다. 수업 자료에는 교사가 할 발문과 판서의 내용까지 상세하게 제시된다. 또한 학생의 학습을 지원하도록 고안된 문항을 포함하고 단순한 개념의 숙달보다 그 개념을 활용함으로써 문제해결 상황을 이끌어 나가도록 구성하였다. 교사가 실제로 지도하는 데 있어서는 이 계획안에 나와 있는 표현이나 구조를 정확하게 따르기 보다는 제시된 개념을 모두 다루면서 교사 자신의 아이디어를 활용할 수 있도록 하였다. 개발한 교수·학습 계획안의 예시로 중단원 ‘기본 도형’의 2-1차시에 해당하는 자료를 제시하면 [그림 III-1]과 같다.

2-1차시		(2) 각과 평행선	
발문	우리 생활 주변에서 다양한 각을 발견할 수 있습니다. 이외에 다른 어떤 것이 있습니까?		
GSP1			
발문	각으로 나타낸 자료들은 우리에게 좋은 정보를 주기도 합니다. 다음 표는 어느 두 스키장의 승객의 변화가 일어났습니까.		
GSP2			
발문	두 스키장의 안내표에서 경사도에 관한 내용을 보고 주변 생활함과 어차기 채 봅시다. 어떤 정보가 더 실제 느껴집니까?		
발문	그린치빌 역과 워터의 경사도를 각으로 표현해봅시다.		
GSP3			
발문	한 점 밖에서 시작할 수 없는 선 OA, OB로 이루어진 도형을 각 AOB라 하고, 이점을 기준으로 ∠AOB 또는 ∠BOA 와 같이 나타냅니다. 간단한 ∠A 또는 ∠B로 나타내기도 합니다.		

2-1차시		(2) 각과 평행선	
발문	원각형 ABC에서 세 내각 ∠a, ∠b, ∠c를 A, B, C 점 이용하여 나타내어 봅시다.		
GSP4 발 문			$\angle a = \angle BAC = \angle CAB$ $\angle b = \angle ABC = \angle CBA$ $\angle c = \angle ACB = \angle BCA$
발문	각에는 특별한 이름이 있는 각이 있는데 어떤 것이 있습니까? * 둔각, 예각, 직각, 평각...		
GSP5			
발문	∠AOB의 변 OA와 변 OB가 한 직선을 이루게, 이 각을 평각이라고 합니다. 이때 평각의 크기는 몇도 일까요. 또, 크기가 평각의 2배인 각은 몇도일까요.		
발문	다음 그림은 방패형입니다. 공을 뚫은 대나무살을 이용해서 연을 만드는 데, 연을 만들어 본 사람 있습니까? 현상과 기함 현상입니다?		
GSP6			
발문	연의 대나무살에 의해 만들어진 각과 비숫하게 생긴 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 각에 대해 알아봅시다.		
GSP7			

[그림 III-1] '기본 도형'에 관한 2-1차시 교수·학습 계획안의 일부

## 2) 형성평가 도구

형성평가 도구는 해당 교수·학습 계획안에서 다룬 내용을 바탕으로 약 10-20분 동안 풀도록 구성되었다. 형성평가 문항은 수업에서 다룬 내용을 잘 이해하고 있는지, 그 이해를 바탕으로 문제해결 방법을 정당화할 수 있는지를 평가하였다. 즉, 풀이 과정이나 답에 대한 이유를 쓰게 하여 문제해결과 정당화 과정을 파악할 수 있게 하였다. 개발한 형성평가 도구의 예시로 중단원 '기본 도형'의 3차시에 해당하는 자료를 제시하면 [그림 III-2]와 같다.

형성평가 3		각과 평행선	
1. 네 직선 $p, q, l, m$ 에서 서로 수직인 직선과 평행한 직선을 각각 기호로 나타내시오.		3. 그림에서 직선 $l$ 과 $m$ 이 평행할 때, $\angle a$ 와 크기가 같은 각을 두 개 찾고, 그 이유를 설명하시오.	
1) 수직 : 2) 평행 :		1) $\angle a =$ <input type="text"/> 이유 : <input type="text"/>	
2. 그림을 보고 물음에 답하시오.		2) $\angle a =$ <input type="text"/> 이유 : <input type="text"/>	
1) $x$ 의 값을 구하기 위한 식을 쓰고, 답을 구하시오. • 식 : • 답 :		4. 다음 두 직선 $l, m$ 이 평행할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하는 풀이 과정을 쓰고, 답을 구하시오.	
2) 그 이유를 설명하시오.		• 풀이 과정 : • 답 :	

[그림 III-2] '기본 도형'에 관한 3차시 수업의 형성평가 도구

### 3) 피드백 제공 안내

형성평가를 마친 후 채점을 통해 학생이 부족한 부분 즉 각 문항에 대한 오답 수와 오류 유형을 분석하여 학생의 오개념이나 오류 유형 등을 살펴 다음 수업에서 보완하도록 안내하였다. 그러나 각 차시의 수업에 대한 피드백을 제공하는 자료를 제시하는 CRESST 형성평가 프로그램과는 달리 중학교 1학년 기하 영역 형성평가 프로그램에서는 피드백을 제공하는 별도의 자료를 개발하여 제공하지 않았다. 이는 실험집단과 통제집단의 수업 시간이 동일하도록 하기 위한 것이다.

## IV. 기하 영역 형성평가 프로그램 효과 분석

### 1. 표집 선정

기하 영역 형성평가 프로그램의 효과를 분석하기 위한 실험집단과 통제집단은 수준별 수업을 하지 않는 일반 학급을 대상으로 하였고 지원 교사를 중심으로 선정되었다. 연구에 참여한 교사와 학생 수는 <표 IV-1>과 같다. 실험집단에 속하는 교사와 학생의 수는 각각 4명과 244명이고, 통제집단에 속하는 교사와 학생의 수는 각각 5명과 259명이다.

<표 IV-1> 참여 교사 수 및 학생 수

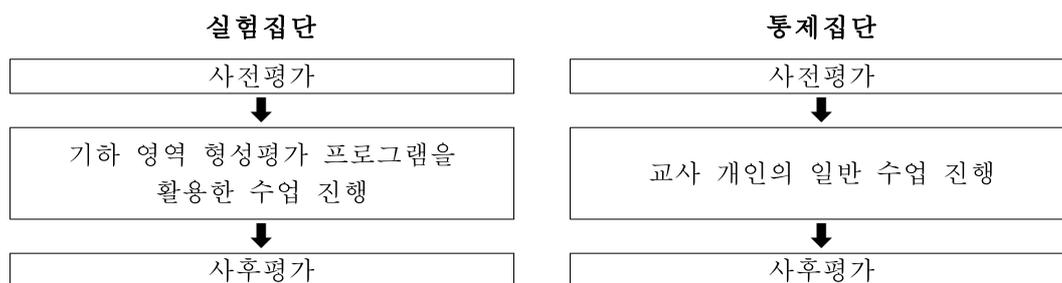
집단	교사 수	학생 수
실험집단	4	244
통제집단	5	259

### 2. 시행 절차

적용한 기하 영역 형성평가 프로그램의 효과를 검증하기 위한 실험에 참여한 전체 학생을 대상으로 수업을 시작하기 전에 사전평가를 실시하고 수업을 모두 마친 후에 사후평가를 실시하였다. 사전평가와 사후평가는 동일한 평가도구를 사용하여 이루어지고, 평가도구는 기본도형, 위치 관계, 작도와 합동을 모두 포함시켜 24개의 문항으로 구성하였다.<sup>9)</sup>

기하 영역 형성평가 프로그램의 효과를 분석하기 위한 실험 집단과 통제 집단의 시행 절차는 [그림 IV-1]과 같다. 실험집단의 프로그램 적용 절차는 사전평가를 실시한 후에 다섯 가지 핵심 개념별로 수업과 형성평가를 실시하고 피드백을 제공하며, 다섯 개의 핵심 개념에 대한 수업에 이어서 사후평가를 실시하였다. 사전평가부터 사후평가까지의 모든 절차는 연속적으로 이루어지도록 설계되었다. 이는 다른 요인의 효과를 가능한 배제하고 형성평가의 효과를 분석하기 위한 것이다. 통제집단의 교사에게는 별도의 사전·사후 평가도구 외에는 별도의 자료를 제공하지 않았다.

9) 사전·사후평가 도구는 <부록>을 참조한다.



[그림 IV-1] 실험 절차

### 3. 교사 연수

기하 영역 형성평가 프로그램을 시행하는 교사를 대상으로 현장에서 기하 단원 수업이 이루어지기 전인 9월 중순에 연수를 실시하였다. 이 연수에서는 연구의 배경, 기하 영역 형성평가 프로그램, 연구 설계의 이해를 돕는 설명과 실제 프로그램 적용 절차, 수업에서 이용하고 있는 GSP 사용 방법, 형성평가 결과 정리 방법, 형성평가 후 피드백 제공 등에 대한 내용을 상세하게 다루었다. 특히 교사가 유의할 사항으로 본 연구의 프로그램 적용은 연속적으로 진행되어야 하며 프로그램 적용 중간에 다른 수업을 할 수 없음을 강조하였다.

### 4. 효과 분석 결과

기하 영역 형성평가 프로그램을 적용한 수학 수업이 학생의 수학성취도에 의미 있는 효과를 보이는지 분석하기 위해 수업에서 기하 영역 형성평가 프로그램을 사용한 실험집단과 그렇지 않은 통제집단의 사전·사후평가 결과를 비교하였다. 사전·사후평가의 만점을 24점으로 할 때, 학생의 수학성취도에 대한 사전·사후평가의 결과는 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> 사전·사후평가 결과 분석

구분	학생 수	사전점수	사후점수	평균차이
		평균(표준편차)	평균(표준편차)	
통제집단	259	14.71(4.97)	18.44(4.43)	3.73
실험집단	244	14.29(4.64)	18.33(4.19)	4.04
합	503	14.50(4.81)	18.39(4.31)	3.89

\* 만점: 24점

형성평가 프로그램을 적용한 실험집단의 경우 사전점수가 14.29(SD=4.64)이었으며, 사후점수는 18.33(SD=4.19)로 나타나 4.04점 상승한 것으로 나타났다. 형성평가 프로그램을 사용하지 않은 통제집단의 경우 사전점수가 14.71(SD=4.97), 사후점수가 18.44(SD=4.43)로 3.73점

상승하였다. 점수의 차이만을 고려한다면 실험집단의 상승폭이 더 높은 것을 알 수 있다. 이러한 점수 차이가 수업에서의 형성평가 프로그램 적용에 의한 차이인지 알아보기 위하여 사전검사 점수를 통제된 일원공변량분석을 실시한 결과는 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 수학적취도의 일원공변량분석

	제곱합	자유도	평균제곱합	자유도	유의확률
사전점수	3662.232	1	3662.232	323.707	.000
주 효과					
실험/통제	1.724	1	1.724	.152	.696
잔차	5657.171	500	9.096		
합계	9321.404	502			

<표 IV-3>에 따르면 기하 영역에서 형성평가 프로그램의 실시 여부는 두 집단 간 수학적취도에 유의한 차이를 나타내지 않은 것으로 나타났다( $p > .05$ ). 이는 기하 영역 형성평가 프로그램을 적용한 수업과 그렇지 않은 수업이 학생의 수학적취도 향상에 미치는 영향력에 있어서 집단간 차이가 통계적으로 유의하지 않음을 나타낸다. 즉, 실험집단이 통제집단에 비해 사후평가에서 점수의 상승폭이 더 높게 나타났으나 그것이 통계적으로 수업의 유형에 따라 학생의 수학적취도에 유의미한 차이를 주었다고 말할 수 없다는 것이다.

그러나 사전점수를 통제했을 때, <표 IV-4>에서 실험집단과 통제집단의 추정된 사후점수에서 실험집단의 점수가 통제집단보다 더 높은 경향을 보이고 있음을 알 수 있다. 사전점수에서는 실험집단의 점수가 24점 만점에 14.29점으로 통제집단의 14.71점보다 낮았으나, 추정된 사후점수에서는 실험집단의 점수가 18.45점으로 통제집단의 점수 18.33점보다 높은 것을 나타내고 있다.

<표 IV-4> 사전점수를 통제한 후 추정된 사후평가 점수

집단	평균	표준편차
통제집단	18.33	.21
실험집단	18.45	.22

## V. 사전·사후평가 문항 반응 분석

### 1. 문항별 전체 정답률 분석

중학교 1학년 학생이 기하 영역에서 학생이 어려워하는 개념을 파악하기 위하여 사전·사후평가에 사용된 24개 문항의 전체 정답률을 분석하였다. <표 IV-5>는 사전·사후평가 도구의 문항별 정답률 분석 결과이다.

<표 IV-5> 사전·사후평가 문항별 정답률 분석

문항 번호	주제	사전평가	사후평가	정답률 차(%)
		정답률(%)	정답률(%)	
1	삼각형의 내각의 합	88	94	6
2	평각	64	81	17
3	둔각	81	92	11
4	점,선,면	46	67	21
5	각과 평행선	49	66	17
6	맞꼭지각	89	93	4
7	두 평면의 위치 관계	33	49	16
8	각과 평행선	89	95	6
9	수직선	95	97	2
10	두 직선의 위치 관계	31	47	16
11	두 직선의 교인 위치	64	91	27
12	직선과 면의 위치 관계	55	71	16
13	이등분선의 작도	71	88	17
14	삼각형의 결정조건	50	78	28
15	삼각형의 결정조건	62	88	26
16	삼각형의 결정조건	45	60	15
17	도형의 합동	50	65	15
18	도형의 합동	40	57	17
19	삼각형의 합동	84	95	11
20	삼각형의 합동	49	74	25
21	삼각형의 합동	63	86	23
22	삼각형의 합동조건	57	78	21
23	삼각형의 합동조건	44	51	7
24	삼각형의 합동조건	54	75	21

사전평가에서 정답률이 가장 낮은 두 문항은 두 평면의 위치 관계에 관한 7번 문항과 두 직선의 위치 관계에 관한 10번 문항이며, 사후평가에서도 여전히 정답률이 50% 이하로 가장 낮게 나타났다. 이 두 문항은 두 평면 혹은 두 직선의 위치 관계를 기술한 문장에서 옳은 것 혹은 옳지 않은 것을 고르는 문제이다. 이로부터 학습을 하였음에도 불구하고 학생은 그림 없이 직선과 평면의 위치 관계를 파악하는 데 여전히 어려움을 가지고 있음을 알 수 있다. 한편 사전평가와 사후평가의 정답률 차를 살펴보면 11번, 14번, 15번, 20번 문항에서 그 차이가 25% 이상으로 나타났다. 11번 문항은 그림에서 교인 위치의 직선을 찾는 문제이고, 14번과 15번은 삼각형이 하나로 결정되기 위한 조건을 찾는 문제이며, 20번 문항은 합동인 삼각형을 고르는 문제이다. 이로부터 학습한 후에 학생이 보조 그림이 있는 상황에서 두 직선의 교인 위치를 잘 찾을 수 있게 되었고, 삼각형의 결정조건과 삼각형의 합동을 보다 잘 이해하게 되었음을 알 수 있다.

## 2. 정답률이 가장 낮은 문항 분석

사전평가와 사후평가 결과 정답률이 가장 낮게 나타난 두 문항 즉, 10번 문항과 7번 문항에 대한 학생의 반응을 통해 기하 영역에 대한 학생의 어려움을 분석하였다.

정답률이 가장 낮게 나타난 10번 문항은 두 직선의 위치 관계에 대한 것으로 좀 더 상세한 분석 결과는 <표 V-2>와 같다. 학생의 반응을 살펴보면 사전평가에서 통제집단 30.5%와 실험집단 30.7%의 학생이 ②번 오답지를 선택하였다. 두 직선의 위치 관계를 학습한 후에 두 집단에서 모두 정답률이 증가하였지만 여전히 옳은 직선의 위치 관계를 찾는 것에 어려움을 가지고 있는 것으로 나타났다. 특히, ‘한 직선에 수직인 두 직선이 서로 수직이다.’는 오개념을 가장 많이 가지고 있음을 알 수 있다. 이는 학생이 수직과 평행의 관계를 명확히 하지 못하였음을 시사하고, 그림이 제공되었다면 그 관계를 좀 더 쉽게 파악하였을 것이다.

<표 V-2> 사전·사후평가 10번 문항의 반응 결과

문항	10번							
	통제집단				실험집단			
	사전평가		사후평가		사전평가		사후평가	
응답답지	학생 수	비율(%)						
무응답	9	3.5	4	1.5	12	4.9	4	1.6
①	21	8.1	7	2.7	22	9.0	16	6.6
②	79	30.5	57	22.0	75	30.7	72	29.5
③	66	25.5	56	21.6	64	26.2	51	20.9
④	84	32.4	135	52.1	71	29.1	101	41.4
합계	259	100.0	259	100.0	244	100.0	244	100.0

10번 문항 다음으로 정답률이 낮게 나타난 7번 문항은 두 평면의 위치 관계에 대한 것으로 분석 결과는 <표 V-3>과 같다.

<표 V-3> 사전·사후평가 7번 문항의 반응 결과

문항	7번									
	통제집단					실험집단				
	사전평가		사후평가		차이 (%)	사전평가		사후평가		차이 (%)
학생 수	비율(%)	학생 수	비율(%)	학생 수		비율(%)	학생 수	비율(%)		
무응답	9	3.5	2	.8	-2.7	12	4.9	1	.4	-4.5
①	55	21.2	50	19.3	-1.9	55	22.5	54	22.1	-0.4
②	82	31.7	122	47.1	15.4	81	33.2	125	51.2	18.0
③	113	43.6	85	32.8	-10.8	96	39.3	64	26.2	-13.1
합계	259	100.0	259	100.0		244	100.0	244	100.0	

사전평가에서 통제집단 43.6%와 실험집단 39.3%의 ③번 오답지를 선택하였다. 이 오답지를 선택한 학생은 두 직선이 만나면 하나의 교점이 생기는 것을 알고 있으나 이것을 차원에 변화를 주어 적용시키지 못한 것으로 보인다. 그러나 사후평가에서는 통제집단 47.1%와 실험집단 51.2%의 학생이 두 평면이 만나면 하나의 교점이 생기는 것이 아니라 교선이 생긴다는 것을 이해하고 있었다. 학생의 반응의 변화를 살펴보면 ①번 오답지를 선택했던 학생의 빈도는 큰 변화가 없고, ③번 오답지를 선택했던 학생은 각 그룹에서 10%이상 줄어들었으며, 정답지 ②번을 선택한 학생은 각 그룹에서 15% 이상 늘어난 것을 볼 수 있다. 그러나 사후평가에서 정답률이 전체 학생의 50% 정도 밖에 이르지 못한 것은 두 평면의 위치 관계에 대해 학생이 명확히 이해하였는지 주목하여 지도할 필요가 있음을 시사한다.

### 3. 정답률 차가 큰 문항 분석<sup>10)</sup>

사전평가와 사후평가의 정답률 차이가 큰 문항에 대한 학생의 반응을 통해 수업 전과 후에 학생의 이해 변화를 분석하였다.

정답률의 차가 가장 크게 나타난 14번 문항은 삼각형이 하나로 결정되기 위한 조건을 찾는 문제이다. 학생의 반응을 살펴보면 <표 V-4>와 같이 ②번 오답지를 선택한 학생은 통제집단의 경우 20.5%에서 10.8%로, 실험집단의 경우 22.1%에서 7.4%로 전체 25% 정도 줄어들었고, 무응답의 비율이 통제집단과 실험집단을 합하여 15% 이상 감소하였다. 삼각형의 결정조건은 학습 이전에 학생이 이해하기 어려운 내용이며 학습 후에 개념이 이해될 수 있음을 확인할 수 있다.

<표 V-4> 사전·사후평가 14번 문항의 반응 결과

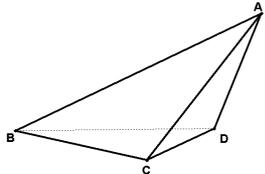
14번	각 A의 크기가 주어질 때, $\triangle ABC$ 가 하나로 결정되기 위한 조건이 아닌 것은? ① $\overline{AB}, \angle B$ ② $\overline{AB}, \overline{AC}$ ③ $\overline{AC}, \angle C$ ④ $\angle B, \angle C$									
	통제집단					실험집단				
	사전평가		사후평가		차이 (%)	사전평가		사후평가		차이 (%)
학생 수	비율(%)	학생 수	비율(%)	학생 수		비율(%)	학생 수	비율(%)		
무응답	22	8.5	4	1.5	-7.0	27	11.1	4	1.6	-9.5
①	15	5.8	10	3.9	-1.9	14	5.7	15	6.1	0.4
②	53	20.5	28	10.8	-9.7	54	22.1	18	7.4	-14.7
③	44	17.0	14	5.4	-11.6	25	10.2	17	7.0	-3.2
④	125	48.3	203	78.4	30.1	124	50.8	190	77.9	27.1
합계	259	100.0	259	100.0		244	100.0	244	100.0	

정답률 차가 14번 문항 다음으로 크게 나타난 11번 문항의 반응을 살펴보면 <표 V-5>와 같다. 통제집단과 실험집단 모두 ②번 오답지를 선택한 학생이 약 10% 정도 줄어들었고,

10) 사전·사후평가의 정답률 차가 25%인 문항 중에서 상위 두 문항의 반응을 분석하였다.

①번과 ④번 오답지를 선택한 학생도 5% 이상 줄었음을 알 수 있다. 사후평가에서 두 집단의 정답률은 통제집단 90.0%, 실험집단 91.8%로 각각 24.2%, 30.3%가 늘어났다. 이는 학생이 학습 전에 ‘꼬인 위치’의 의미를 제대로 이해하지 못하였으나 학습 후에 대부분의 학생이 ‘꼬인 위치’의 개념을 잘 이해하게 되었음을 시사한다.

<표 V-5> 사전·사후평가 11번 문항의 반응 결과

11번	사면체에서 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는?									
										
	① 모서리AB		② 모서리BD		③ 모서리AD		④ 모서리CD			
	통제집단					실험집단				
	사전평가		사후평가		차이 (%)	사전평가		사후평가		차이 (%)
응답답지	학생 수	비율(%)	학생 수	비율(%)		학생 수	비율(%)	학생 수	비율(%)	
무응답	4	1.5	0	0	-1.5	9	3.7	1	.4	-3.3
①	20	7.7	10	3.9	-3.8	19	7.8	5	2.0	-5.8
②	40	15.4	10	3.9	-11.5	30	12.3	6	2.5	-9.8
③	170	65.6	233	90.0	24.2	150	61.5	224	91.8	30.3
④	25	9.7	6	2.3	-7.4	36	14.8	8	8.3	-6.5
합계	259	100.0	259	100.0		244	100.0	244	100.0	

## V. 결론 및 논의

중학교 1학년의 ‘도형의 기초’에서 다루는 기본 도형과 작도 및 합동을 중심으로 하여, 교수·학습 계획안과 형성평가 도구를 개발하여 학교 수업에 적용하였다. 먼저 개발한 중학교 1학년 형성평가 프로그램의 효과를 분석하기 위하여 실험집단과 통제집단의 사전·사후 평가 결과를 비교 분석하였다. 실험집단이 통제집단에 비해 사후평가에서 점수의 상승폭이 더 높게 나타났으나 기하 영역 형성평가 프로그램을 적용한 수업과 그렇지 않은 수업이 학생의 수학적취도 향상에 미치는 영향력에 있어서 집단 간 차이가 통계적으로 유의미하다고는 할 수 없었다. 그러나 사전점수를 통제했을 때, 실험집단과 통제집단의 추정된 사후점수에서 실험집단의 점수가 통제집단보다 더 높은 경향을 보이고 있음이 확인되었다. 기하 영역의 형성평가 프로그램의 효과가 미비하게 나타난 것은 1차 형성평가를 시행하고 평가 결과에 대한 피드백 수업 자료를 제공하지 않고 교사가 자율적으로 시행한 것이 하나의 원인으로 작용하였을 것으로 보인다. 학습자의 오개념이나 오류 등에 대해 적절한 처치 방안을 제시하고 학습자가 제대로 이행하였는지 확인할 수 있어야 하는데 평가에 대한 피드백 수업이 충분하게 일괄적으로 실시되지 못하였기 때문일 것이다. 이러한 해석은 형성평가의 성패가 적절한 피드백에 좌우된다(지은림, 2010)는 선행 연구 결과에 따른 것이다.

사전·사후 평가에 사용된 24개 문항의 전체 정답률을 분석한 결과 실험집단과 통제집단

의 모든 학생에게 어려움이 나타난 부분은 위치 관계와 삼각형의 합동에 관한 내용이다. 그 중에서 그림이 제공되지 않은 두 직선의 위치 관계와 두 평면의 위치 관계에 관한 문항은 사전·사후평가에서 모두 가장 낮은 정답률을 나타냈다. 학생은 공간을 상상하긴 하지만 그림에 보이는 시각적 사실에 의존하는 경향이 있으며, 네 개의 점이 한 평면에 놓이지 않을 수도 있다는 것을 명확히 인식하지 못하는 것과 같이 공간에서의 실제 평면을 구성하는 데 어려움이 있다(류현아, 2008). 그러므로 기하 영역에서 기본이 되는 구성 요소로서 점, 선, 면의 평면과 공간에서의 위치 관계에 대해 학생이 명확히 이해하였는지 주목하여 지도할 필요가 있다. 삼각형의 결정조건에 관한 문항에서는 사전 평가에서 비교적 낮은 정답률이 나타났으나 수업 후 사후 평가에서는 25%이상 정답률이 상승하였다. 기하 영역의 형성평가 프로그램의 개발 초에는 삼각형의 결정조건을 간단히 하고 합동조건에 중점을 두었다. 그러나 예비실험에서 학생이 결정조건과 합동조건의 차이를 제대로 이해하지 못하는 결과를 얻었으며, 삼각형의 결정조건이 합동조건의 기본임을 강조할 필요가 있음을 확인하였다(최승현 외, 2009). 본 연구에서는 사전·사후평가 결과를 통하여 삼각형의 결정조건은 학생이 이해하기 어려운 개념이지만 충분히 학습이 가능함을 확인하였다.

이러한 연구 결과로부터 개발된 중학교 1학년 기하 영역 형성평가 프로그램을 활용함에 있어서 형성평가를 실시하고 난 후에 적절한 피드백을 제공할 필요가 있음을 알 수 있다. 학생의 학습 이해 정도를 정확하게 점검하고 결손을 처방할 수 있는 피드백 수업이 적극적으로 수반될 때 형성평가 프로그램의 학습 효과는 더 높아질 것으로 기대되기 때문이다. 또한 교사가 중학교 1학년 기하 단원을 지도하는 데 있어서 학생이 기하 공간에서 점, 선, 면의 위치 관계를 이해하는지, 삼각형의 결정조건과 합동조건 관련성을 이해하는지에 초점을 맞추어 확인할 필요가 있음을 알 수 있다. 이 연구에서 제시한 중학교 1학년 학생의 기하 단원에 대한 이해 정도가 기하 영역 교수·학습 계획 단계에서 효율적인 정보로 활용되기를 기대한다.

## 참고문헌

- 교육인적자원부 (2007). 초·중등학교 교육과정. 교육인적자원부.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정. 교육인적자원부.
- 류현아 (2008). 중등 기하문제 해결에서 시각화와 추론 과정. 건국대학교 대학원 박사학위 논문.
- 신성균, 고정화, 권점례, 박선화, 이대현, 이봉주, 조영미, 최승현 (2005). 수학과 교육과정 개선 방안 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC-2005-6.
- 우정호 (1998). 학교 수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교출판부.
- 이봉주, 변희현, 류현아, 양명희, 최길찬, 민시은 (2010). 2010 KICE-CRESST 공동 연구: CRESST 형성평가 프로그램 적용을 통한 효과적인 교육 방안 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2010-7.
- 지은림 (2010). 교사의 형성평가 피드백 수행 척도 개발 및 타당화 -Rash 모형의 적용-. 교육평가연구, 제23권 1호, 79-100.

- 최승현, 박영순 (2007). CRESST 형성평가 연구 프로그램(PowerSource©) 실행을 위한 교사 연수. 한국교육과정평가원 연구자료 ORM 2007-21.
- 최승현, 김주훈, 박영순, 최길찬 (2008). 2008년 CRESST 형성평가 연구 프로그램 (PowerSource©)과 한국교육과정평가원 공동 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2008-6.
- 최승현, 변희현, 최길찬, 황혜정, 류현아 (2009). KICE-CRESST 공동 연구: CRESST 형성평가 프로그램(PowerSource©) 적용을 통한 효과적인 교육방안 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2009-9.
- NCTM (1989). Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Inc.
- \_\_\_\_\_ (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Inc.
- Black, P. J., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2003). Assessment for learning: Putting it into practice. Maidenhead, UK: Open University Press.
- Pellegrino, J. W., Chudowsky, N., & Glaser, R. (Eds.). (2001). Knowing what students know: The science and design of educational assessment. Washington, DC: National Academy Press.
- Black, P. J., & Wiliam, D. (1998a). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy, and Practice*, 5(1), 7-74.
- Black, P. J., & Wiliam, D. (1998b). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. London: School of Education, King's College. (See also article with the same title, 1998, in *Phi Delta Kappan*, 80(2), 139-148.)
- Hatti, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.
- Niemi, D. N. (1996). Instructional influences on content area explanations and representational knowledge: Evidence for the construct validity of measures of principled understanding. (CRESST Tech. Rep. No. 403). Los Angeles: University of California, National Center for Research on Evaluation, Standards and Student Testing (CRESST).
- Herman, J. L., Osmundson, E., Ayala, C., Schneider, S.S., & Timms, M. (2007). The Nature and Impact of Teachers' Formative Assessment Practices, CRESST Report 703. CRESST/UCLA.

## Development of Formative Assessment Program in Geometry Area for the 1st Graders of Middle School

Ryu, HyunAh<sup>11)</sup> · Lee, BongJu<sup>12)</sup> · Yang, MyoungHee<sup>13)</sup>,  
Choe, SeungHyun<sup>14)</sup> · Byun, HeeHyun<sup>15)</sup>

### Abstract

The purposes of this study are to develop the formative assessment program in geometry area for a 1st-grade class of middle school and to test the effect of this program. This formative assessment program was based on mathematics curriculum for the 1st graders of middle school. In addition, we examined how the 1st graders of middle school understand the geometric concepts by analyzing their response in the pretest and the posttest. This formative assessment program and the results of its analysis would be the useful information for the effective teaching and learning in geometry area for the 1st grades of middle school.

Key words: The 1st graders of middle school, Geometry, Formative assessment, Teaching and learning.

---

11) Keimyung University (ryuha29@naver.com)

12) Kyungpook National University (leejb@knu.ac.kr), corresponding author

13) Kyunghee University (clara@khu.ac.kr)

14) Korea Institute for Curriculum and Evaluation (jhtina@kice.re.kr)

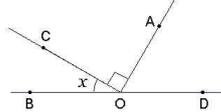
15) Korea Institute for Curriculum and Evaluation (bhhmath@kice.re.kr)

<부록> 기하 영역 형성평가 프로그램 효과 검증을 위한 사전·사후평가지

사전·사후 평가      도형의 기초

1. 두 각의 크기가  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ 인 삼각형의 다른 한 각의 크기는?  
 ①  $60^\circ$     ②  $90^\circ$     ③  $120^\circ$     ④  $150^\circ$

2. 그림에서  $\angle AOC = 90^\circ$  이고  $\angle AOD = 2\angle x$  일 때,  $\angle x$ 의 크기는?



- ①  $20^\circ$     ②  $30^\circ$     ③  $40^\circ$     ④  $50^\circ$

3. 둔각인 것은?  
 ①  $34^\circ$     ②  $77^\circ$     ③  $90^\circ$     ④  $150^\circ$

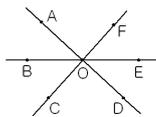
4. 수직선 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. 점 B는 AC의 중점이고, 점 C는 BD의 중점일 때, 옳지 않은 것은?



- ①  $\overline{AB} = \overline{BA}$     ②  $\overline{AC} = \overline{BC}$   
 ③  $\overline{BC} = \overline{CD}$     ④  $\overline{AD} = 3\overline{BC}$

5. 옳지 않은 것은?  
 ① 맞꼭지각의 크기는 항상 같다.  
 ② 평행선과 다른 한 직선이 만날 때, 엇각의 크기는 같다.  
 ③ 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 동위각의 크기는 항상 같다.

6. 그림에서  $\angle DOF$ 의 맞꼭지각은?

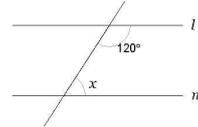


- ①  $\angle AOB$     ②  $\angle AOC$   
 ③  $\angle BOC$     ④  $\angle COD$

7. 두 평면의 위치 관계에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

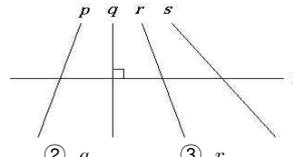
- ① 두 평면이 만나지 않으면 평행이다.  
 ② 두 평면이 만나면 하나의 교점이 생긴다.  
 ③ 일치하지 않는 두 평면이 만나면 교선이 생긴다.

8. 두 직선  $l, m$ 이 서로 평행할 때,  $\angle x$ 의 크기는?



- ①  $30^\circ$     ②  $60^\circ$   
 ③  $90^\circ$     ④  $120^\circ$

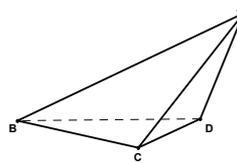
9. 그림에서 직선  $l$ 에 수직인 직선은?



- ①  $p$     ②  $q$     ③  $r$     ④  $s$

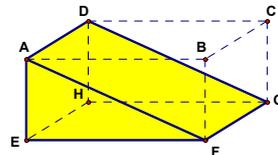
10. 옳은 것은?  
 ① 한 점을 지나는 직선은 오직 하나이다.  
 ② 한 직선에 수직인 두 직선은 수직이다.  
 ③ 공간에서 평행하지 않는 두 직선은 만난다.  
 ④ 한 평면에서 평행하지 않는 두 직선은 만난다.

11. 사면체에서 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는?



- ① 모서리 AB    ② 모서리 BD  
 ③ 모서리 AD    ④ 모서리 CD

12. 다음은 직육면체를 네 꼭짓점 A, D, F, G를 지나는 평면으로 잘라서 만든 것이다. 옳지 않은 것은?

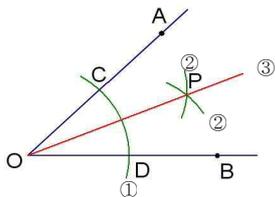


- ① 면 AEF와 모서리 DG는 평행하다.  
 ② 모서리 EH는 면 AEF에 포함된다.  
 ③ 모서리 AD와 면 DHG는 수직이다.  
 ④ 면 AEHD와 모서리 DG는 한 점에서 만난다.

사전·사후 평가

도형의 기초

13. 그림은 각 AOB의 이등분선을 작도하는 순서를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?



- ①  $\overline{CP} = \overline{DP}$       ②  $\overline{OC} = \overline{CP}$
- ③  $\overline{OC} = \overline{OD}$       ④  $\angle AOP = \angle BOP$

14. 각 A의 크기가 주어질 때,  $\triangle ABC$ 가 하나로 결정되기 위한 조건이 아닌 것은?

- ①  $\overline{AB}$ ,  $\angle B$       ②  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$
- ③  $\overline{AC}$ ,  $\angle C$       ④  $\angle B$ ,  $\angle C$

15. 세 선분의 길이가 주어질 때, 삼각형을 그릴 수 없는 것은?

- ① 2cm, 3cm, 4cm      ② 2cm, 3cm, 5cm
- ③ 2cm, 4cm, 5cm      ④ 3cm, 4cm, 5cm

16. 삼각형의 세 각의 크기가  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ 로 주어질 때, 그릴 수 있는 삼각형의 개수는?

- ① 1개      ② 2개
- ③ 3개      ④ 무수히 많음

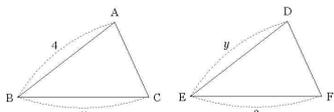
17. 항상 합동이라고 할 수 없는 것은?

- ① 넓이가 같은 두 직사각형
- ② 반지름의 길이가 같은 두 원
- ③ 둘레의 길이가 같은 두 정사각형
- ④ 한 변의 길이가 같은 두 정삼각형

18. 옳지 않은 것은?

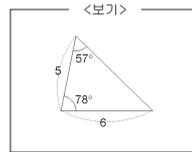
- ① 합동인 두 삼각형은 넓이는 같다.
- ② 한 변의 길이가 같은 두 정삼각형은 합동이다.
- ③ 합동인 도형의 대응하는 변의 길이는 서로 같다.
- ④ 대응하는 세 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 합동이다.

19. 그림에서  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  일 때  $x+y$ 의 값은?



- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8

20. <보기>의 삼각형과 합동인 것은?

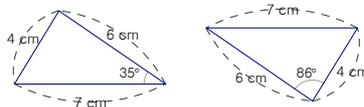


- ① Triangle with sides 5, 6, 7 and angle 78 degrees.
- ② Triangle with angles 57, 78, 45 and side 6.
- ③ Triangle with angles 57, 78 and side 5.
- ④ Triangle with angles 57, 78 and side 5.

21.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  일 때, 옳은 것은?

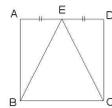
- ①  $\angle A = \angle E$       ②  $\overline{AB} = \overline{EF}$
- ③  $\overline{BC} = \overline{DE}$       ④  $\overline{CA} = \overline{FD}$

22. 두 삼각형은 합동이다. 합동인 이유는 무엇인가?



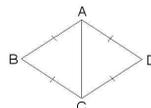
- ① 대응하는 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 각각 같다.
- ② 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 각각 같다.
- ③ 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.

23. 정사각형 ABCD에서 점 E가  $\overline{AD}$ 의 중점일 때,  $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ 이다. 합동조건은?



- ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
- ② 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 각각 같다.
- ③ 대응하는 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 각각 같다.

24.  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$  일 때, 옳지 않은 것은?



- ①  $\angle ABC = \angle ADC$       ②  $\angle ACB = \angle ACD$
- ③  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$       ④  $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.