

논문 2012-49SP-2-3

격자 벡터 양자화와 격자 표본 적응 프로덕트 양자기

(Lattice Vector Quantization and the Lattice Sample-Adaptive Product Quantizers)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

고 전송률에서 엔트로피 제한 양자화를 수행 시 최적의 양자기는 격자(lattice) 형태를 가지는데, 규칙적인 구조로 인하여 양자화 과정이 단순하며, 격자의 형태에 따라 여러 양자화 알고리즘이 제안되어있다. 본 논문에서는 이러한 격자 벡터 양자화를 표본 적응 프로덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)를 사용하여 구현하였다. 중요한 여러 격자들이 SAPQ의 단일화된 형태로 부호화된다는 사실을 보였으며, 스칼라 값의 정수 변환 함수를 사용하여 격자 벡터 양자화가 SAPQ를 통하여 간단히 구현될 수 있음을 보였다. 실험을 통하여 부호화 복잡도가 비슷한 ECSQ(entropy-constrained scalar quantizer), ECSAPQ(entropy-constrained SAPQ) 등과 성능을 비교하였는데, ECSAPQ는 저 전송률에서 좋은 성능을 보이는 반면 격자 SAPQ는 넓은 범위의 전송률에서 ECSAPQ보다 좋은 성능을 보임을 알 수 있었다.

Abstract

Optimal quantizers in conducting the entropy-constrained quantization for high bit rates have the lattice structure. The quantization process is simple due to the regular structure and various quantization algorithms are proposed depending on the lattice. In this paper, such a lattice vector quantization is implemented by using the sample-adaptive product quantizer (SAPQ). It is shown that several important lattices can be implemented by SAPQ and the lattice vector quantization can be performed by using a simple integer-transform function of scalar values within SAPQ. The performance of the proposed lattice SAPQ is compared to the entropy-constrained scalar quantizer and the entropy-constrained SAPQ (ECSAPQ) at a similar encoding complexity. Even though ECSAPQ shows a good performance at low bit-rates, lattice SAPQ shows better performance than the ECSAPQ case for a wide range of bit rates.

Keywords: 격자 벡터 양자화, 격자 표본 적응 프로덕트 양자기, SAPQ, ECSAPQ, lattice SAPQ

I. 서 론

양자화는 손실 소스 부호화의 핵심으로, 블록 소스 부호화 이론에 근거하여 벡터 양자기(vector quantizer: VQ)를 사용하여 벡터의 차수를 높여 가면 이론적인 최

저 왜곡에 근접할 수 있다^[1]. 양자기의 출력 인덱스의 부호화를 위하여 고정길이부호화 대신에 가변길이부호화인 엔트로피 부호화 기법을 사용하면 낮은 벡터의 차수로 이론적인 Shannon의 최저치에 보다 근접할 수 있다^[2]. 고 전송률에서 엔트로피 제한(entropy-constrained) 양자기의 형태는 균등 양자기가 되며^[3-4], 균등 스칼라 양자기(scalar quantizer: SQ)와 Huffman 부호기를 엔트로피 부호화에 사용하는 조합의 양자화는 고 전송률에서의 평균 양자화 왜곡이 Shannon의 최소치와 $10 \log_{10}(\pi e/6) \approx 1.533 \text{dB}$ 의 간격까지 근접할 수 있다. 이러한 조합의 양자화는 SQ 구현의 용이함으로

* 정회원-교신저자, 한국외국어대학교 전자공학과 (Department of Electronics Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 이 연구는 2012학년도 한국외국어대학교 교내 학술 연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

접수일자: 2011년7월2일, 수정완료일: 2011년12월1일

인하여 다양한 영상의 손실 소스 부호화에 흔히 사용한다. 균등 양자화 대신에 낮은 전송률에서도 양자화의 성능을 올리기 위하여 훈련열을 사용하여 직접 엔트로피를 고려한 양자기를 설계할 수 있다. 이렇게 엔트로피 부호화를 고려한 SQ를 엔트로피 제한 SQ (entropy-constrained SQ, ECSQ)라고 부른다. 1.533 dB의 간격을 줄이기 위해선 SQ 대신에 VQ를 사용한 엔트로피 제한 VQ (entropy-constrained VQ: ECVQ)^[3]를 고려할 수 있는데, 여기엔 SQ의 경우와 마찬가지로 고정길이부호화 형태의 VQ에 엔트로피 부호화를 접합시키는 방법과 벡터의 차원을 가변시키는 방법(variable dimension VQ)이 있다^[2, ch17]. 그러나 벡터의 차수와 마찬가지로 적은 왜곡을 가지는 양자화를 위하여 전송률을 올리면 VQ의 부호화 복잡도가 기하급수적으로 올라가서 구현이 힘들어 진다^[2, p.633]. 이러한 VQ의 단점을 보완하기 위하여 여러 가지 구조적 제한을 가지는 VQ를 ECVQ 설계에 사용할 수 있다. 고 전송률의 경우 ECVQ에서 VQ의 형태는 격자(lattice) 양자기 형태가 된다^[4]. 따라서 격자 VQ에 기초한 ECLVQ(entropy-constrained lattice VQ)의 이론적인 모델과 설계 알고리즘 등이 제안되었다^[5].

표본 적응 프로덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)^[6,7]는 여러 개의 프로덕트 부호책을 사용할 수 있는 적응 양자화 형태를 가진 것으로, 일반 VQ로는 구현이 힘든 큰 벡터 차수 또는 고 전송률을 가지는 VQ를 상대적으로 낮은 복잡도와 작은 크기의 부호책으로 구현할 수 있다. 따라서 이러한 SAPQ에 엔트로피 부호화를 접합한 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ)로 효율적인 가변 길이 VQ를 구현할 수 있다^[8]. [7]에는 SQ에 기초한 SAPQ가 제안되어 있는데, 그 성능에 대한 고찰, 여러 균등 및 비균등 SAPQ 설계의 예들이 소개되어 있다. SQ에 기초한 SAPQ는 VQ의 성능을 SQ의 부호화 복잡도로 구현이 가능하다. SQ 구조로 인하여 부호책의 설계를 위한 훈련열의 크기가 작아도 되며^[9] 부호책 저장을 위한 메모리의 크기도 작아진다^[6]. 또한 전송 채널의 잡음에도 강한 양자화 설계가 가능하다^[10-11].

본 논문에서는 고 전송률에서 엔트로피 제한 양자기의 형태가 균등 양자화가 된다는 점에 근거하여, 격자 VQ를 SQ에 기초한 SAPQ로 구현하였다. 여러 종류의 격자에 기초한 VQ가 SAPQ 형태의 부호화로 구현이 가능함을 보였으며, SAPQ 형태 안에서, 간단한 스칼라

값의 정수 변환 함수를 사용하여 격자 VQ가 가능하다는 것을 보였다. SAPQ로 구현한 격자 VQ의 성능을 부호화 복잡도가 유사한 ECSQ, ECSAPQ, 및 균등 SQ에 Huffman 부호기를 가변길이부호화에 사용한 양자기와 비교하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제 II장에서는 SQ에 기초한 SAPQ와 [8]에서 제안한 ECSAPQ에 대하여 소개하였다. 제 III장에서는 격자 VQ를 SQ에 기초한 SAPQ로 구현하는 것에 대하여 소개하였으며, 제 IV장에서는 격자 SAPQ중 하나를 설계하였다. 제 V장에서는 모의실험을 통하여 제안하는 격자 SAPQ의 성능을 비교하고 토론하였으며, 마지막 장에서 본 논문의 결론을 내렸다.

II. 표본 적응 프로덕트 양자기

본 장에서는 SQ에 기초한 SAPQ와 [8]에서 제안한 ECSAPQ에 대해서 간단히 언급하려 한다.

1. 표본 적응 프로덕트 양자기(SAPQ)

이제 동일한 분포를 가지는 불규칙 변수열 X_1, X_2, \dots 로 구성된 \mathbf{R}^m 공간의 불규칙 벡터 $\mathbf{X} := (X_1, \dots, X_m)$ 를 양자화하려고 하는 입력신호라고 하자. \mathbf{X} 를 양자화하기 위하여 m 개의 원소 X_1, \dots, X_m 를 각각 SQ를 사용하여 독립적으로 양자화할 수 있다. SQ의 재현 부호책(reproduction codebook)을 집합 $C_i (\subset \mathbf{R})$ ($i \in \{1, \dots, m\}$)로 표기하고 각 집합의 원소 개수가 모두 같은 n_0 이라 하자. 만일 m 개의 불규칙 변수 X_i 를 부호책 C_i 를 사용하는 SQ를 사용하여 각각 독립적으로 양자화한다고 하면, 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$\frac{1}{m} E \left\{ \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_i} |X_i - y|^2 \right\} \quad (1)$$

이러한 양자화는 \mathbf{R}^m 공간에서 카르테시안 프로덕트 집합인 $C_1 \times \dots \times C_m \subset \mathbf{R}^m$ 의 형태를 가지는 부호책으로의 사상이며, 따라서 (1)의 양자화를 SQ에 기초한 PQ라고 부른다. 또한 PQ의 전송률은, m 개 SQ의 출력을 각각 독립적으로 고정길이부호화 한다고 하면 $\log_2 n_0$ 이 된다. 그러나 이러한 PQ는 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 간의 상호 상관성을 이용하지 않으므로, SQ

와 동일한 양자화 왜곡을 가진다.

이제 이러한 PQ의 구조를 가지면서 VQ의 성능을 얻을 수 있는 SQ에 기초한 SAPQ에 대해 간단히 살펴보자. x_1, \dots, x_m 을 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 의 한 관찰이라고 하고, 이러한 관찰을 표본이라고 하자. 양의 정수 η 에 대하여, 부호기와 복호기에 미리 설계된 동일한 $d := 2^\eta$ 개의 프로덕트 부호책을 가지고 있으면서, 입력되는 각 표본마다 적응하여 d 개의 프로덕트 부호책 중에서 하나를 선택할 수 있는 일종의 적응 양자화를 생각해 보자. 여기서 η 는 선택된 부호책을 지정하기 위해 필요한 부가 비트가 된다. $C_{i,j} (\subset \mathbf{R})$ 를 $j \in \{1, \dots, d\}$ 번째 프로덕트 부호책을 위한 재현 부호책이라고 하고 이러한 재현 부호책들의 원소 개수가 모두 같은 n_1 이라고 하자. 적응 양자기는 먼저 각 표본 x_1, \dots, x_m 을 부호책 $C_{1,j}, \dots, C_{m,j}$ 를 각각 사용해서 다음과 같은 2^η 개의 표본 거리를 구한다.

$$\sum_{i=1}^m \min_{y \in C_{i,j}} |x_i - y|^2 \quad (j \in \{1, \dots, d\}) \quad (2)$$

다음에 (2)의 표본 거리 중 최소가 되는 최적의 프로덕트 부호책을 선택한다. 따라서 이러한 적응 양자기의 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$\frac{1}{m} E \left\{ \min_{j \in \{1, \dots, d\}} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_{i,j}} |X_i - y|^2 \right\} \quad (3)$$

(2)의 표본 거리에 기초한 (3)의 평균 양자화 왜곡을 가지는 양자기를 SQ에 기초한 SAPQ라 부른다^[6,1-SAPQ]. 각 표본에 대하여 SAPQ는 선택된 프로덕트 부호책의 인덱스와 양자화된 m 개 원소의 인덱스를 일종의 피드포워드 적응 기법 형태로 전송한다. 이러한 피드포워드 적응 기법은 각 표본에 대하여 최적의 프로덕트 부호책 선택을 가능하게 한다. 고정길이부호화를 사용한다고 하면 SAPQ의 전송률은 $\log_2 n_1 + \eta/m$ 이다. 여기서 η/m 는 SAPQ에서 매 m 개의 벡터마다 선택된 프로덕트 부호책을 지정하기 위한 부가 비트가 된다.

SAPQ의 부호책은 다음과 같이 \mathbf{R}^m 공간에서 모든 프로덕트 부호책의 합집합 형태가 된다.

$$\bigcup_{j=1}^d C_{1,j} \times \dots \times C_{m,j} \quad (4)$$

(4)의 부호책은 PQ(SQ) 경우인 $C_1 \times \dots \times C_m$ 보다 자

유로운 구조를 가질 수 있으므로, SAPQ는 PQ보다 평균 양자화 왜곡을 낮출 수 있다. 그러나 SAPQ의 부호화 복잡도는 PQ(SQ) 수준이다^[13].

2. 엔트로피 제한 표본 적응 프로덕트 양자기 (ECSAPQ)

격자에 기초한 SAPQ의 성능 비교를 위하여 본 절에서는 SQ에 기초한 ECSAPQ^[8]를 간단히 정리하였다. 주어진 $i \in \{1, \dots, m\}$ 와 $j \in \{1, \dots, d\}$ 에 대하여, $\alpha_{i,j} : \mathbf{R} \rightarrow \{1, \dots, n_1\}$ 를 인덱스로의 사상, $q_{i,j} : \{1, \dots, n_1\} \rightarrow C_{i,j}$ 를 j 번째 재현 부호책으로의 사상, 그리고 $\gamma_{i,j} : \{1, \dots, n_1\} \rightarrow \Gamma_{i,j}$ 을 j 번째 전송로 부호책으로 사상이라고 하자. 그러면 주어진 Lagrange 상수 λ 에서 입력 벡터 X_i 에 대하여 $\alpha_{i,j}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\alpha_{i,j}(X_i) := \operatorname{argmin}_{\ell \in \{1, \dots, n_1\}} \left[|X_i - q_{i,j}(\ell)|^2 + \lambda |\gamma_{i,j}(\ell)| \right] \quad (5)$$

또한 불규칙 벡터 \mathbf{X}^m 에 대하여 프로덕트 부호책 선정을 위한 사상 $\mu : \mathbf{R}^m \rightarrow \{1, \dots, d\}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mu(\mathbf{X}) := \operatorname{argmin}_{j \in \{1, \dots, d\}} \sum_{i=1}^m \left[|X_i - q_{i,j}(\alpha_{i,j}(X_i))|^2 + \lambda |\gamma_{i,j}(\alpha_{i,j}(X_i))| \right] \quad (6)$$

그러면 ECSAPQ의 출력 인덱스는 (5)와 (6)으로 결정되는데, (6)의 μ 는 선택된 프로덕트 부호책을, (5)의 $\alpha_{i,\mu}$ 는 선택된 프로덕트 부호책에서 부호단어를 선택하는 인덱스가 되며, 평균 양자화 왜곡은 다음과 같은 functional로 주어진다.

$$D_\lambda = \frac{1}{m} E \left\{ \sum_{i=1}^m |X_i - q_{i,\mu}(\alpha_{i,\mu}(X_i))|^2 \right\} \quad (7)$$

또한 평균 전송률은 다음과 같다.

$$R_\lambda = \frac{1}{m} E \left\{ \sum_{i=1}^m |\gamma_{i,\mu}(\alpha_{i,\mu}(X_i))| \right\} + \frac{\eta}{m} \quad (8)$$

여기서 부가 비트 η 는 고정길이부호화로 부호화 한다. (7)과 (8)의 D_λ 와 R_λ 에 대한 식에서 μ 는 입력 불규칙 벡터 \mathbf{X} 에 대하여 식 (6)으로 주어진다. 최적 ECSAPQ의 설계는 주어진 상수 λ 에 대하여 $D_\lambda + \lambda R_\lambda$ 를 최소

화 시키는 사상 $q_{i,j}$ 를 구하는 문제가 되며 [8]에 제시되어있다.

III. 격자 표본 적응 프로덕트 양자화

Conway와 Sloane^[13]는 여러 종류의 격자에 대하여 양자화를 위한 효율적인 부호화 알고리즘들을 소개하였다. 본장에서는 SAPQ를 사용하여 격자 벡터 양자화를 구현하는 것에 대하여 논하고, 여러 종류의 격자에 대하여 SAPQ라는 단일화된 방법으로 양자화가 가능함을 보이려한다.

1. 격자 벡터 양자화와 표본 적응 프로덕트 양자화

양자화를 위하여 일반적으로 많이 사용하는 격자는 Z^m 과 D_m 이 있는데, Z^m 의 경우 양자화 과정은 균등 SQ와 같으므로 매우 단순하여 손쉽게 사용할 수 있다. 이때 양자화 왜곡은 SQ와 동일하지만, 입력 불규칙 변수들이 서로 상관도가 존재하면 격자 양자화의 출력을 벡터 형태로 엔트로피 부호화를 수행하여 양자화 이득을 취할 수 있다^[13]. 그러나 입력 불규칙 변수가 iid인 경우에는 벡터 엔트로피 부호화를 통한 이득을 얻을 수 없으며^[2, p.277], 양자화 영역의 형태를 통해서 이득을 얻어야 한다. 따라서 iid의 경우에는 Z^m 보다는 D_m 과 같은 격자를 사용해야 한다.

만일 벡터 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$ 에 대하여 $\Phi(\mathbf{x})$ 가 격자 L_0 의 가장 가까운 점을 나타낸다고 하고, 다음과 같이 L_0 의 coset의 합집합으로 이뤄진 격자 L 을 생각해 보자.

$$L = \bigcup_{j=1}^d (\mathbf{r}_j + L_0) \quad (9)$$

여기서 $\mathbf{r}_j \in \mathbf{R}^m$ 이다. 이러한 격자 L 에서 \mathbf{x} 와 가장 가까운 점을 찾는 방법은, 우선 d 개의 격자 $\mathbf{r}_j + L_0$ 와 가장 가까운 점을 $\Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j$ 로부터 찾고, d 개의 점 중에서 \mathbf{x} 와 가장 가까운 점을 찾는다^[16]. $m \times m$ 크기의 양의 상수로 구성된 대각선 행렬 S 에 대하여 (9)의 격자 L_0 이 다음과 같다고 하자.

$$L_0 = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = S\mathbf{p}, \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^m\} \quad (10)$$

그리고 (4)의 SAPQ에서 만일 $j = 1$ 번째 프로덕트 부호책이 다음의 관계를 만족한다고 하자.

$$C_{1,1} \times \cdots \times C_{m,1} \subset \mathbf{r}_1 + L_0 \quad (11)$$

그러면 SAPQ의 다른 프로덕트 부호책을 다음이 만족되도록 구성할 수 있다.

$$C_{1,j} \times \cdots \times C_{m,j} \subset \mathbf{r}_j + L_0 \quad (j = 2, \dots, d)$$

그러면 (4)에서 언급한 SAPQ의 부호책은 격자 L 과 동등은 격자의 부분 집합이 된다. 따라서 (9) 이후에 언급한 방법으로 격자에 가장 근접한 점을 찾는 방법은 (2)와 (3)에서 언급한 SAPQ의 부호화 과정과 일치한다. 정리하면, (9)와 (11)을 만족하는 격자에 기초한 벡터 양자화는 $\eta = \log_2 d$ 인 SAPQ를 사용하여 구현할 수 있다.

이제 이러한 격자 SAPQ의 부호화를 단순한 정수 변환 함수를 사용하여 수행할 수 있음을 보이려 한다. 격자 Z^m 은 (11)에서 $\mathbf{r}_j = 0$, $L_0 = Z^m$ 이고 (9)에서 $d = 1$ 이므로 $\eta = 0$ 인 SAPQ로 볼 수 있다. 부호화 과정은 주어진 벡터 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$ 에 대하여 Z^m 의 가장 가까운 점을 찾는 것인데, 이러한 점은 다음과 같이 정의되는 정수 변환 함수로 주어지는 $f(\mathbf{x})$ 가 된다.

$$f(\mathbf{x}) = (\lfloor x_1 + 1/2 \rfloor, \dots, \lfloor x_m + 1/2 \rfloor) \quad (12)$$

여기서 실수 x 에 대하여 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 가장 큰 정수를 의미한다. 벡터 $f(\mathbf{x})$ 의 각 원소를 얻는 과정은 \mathbf{x} 의 원소를 각각 독립적으로 정수 값으로 바꿔주는 것으로 매우 간단하다. m 차원의 격자 L 의 생성 행렬을 U_L 로 표기할 때, 격자 L 이 (9)와 (11)을 만족한다고 하자. 그러면 (10)으로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} L &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = U_L \mathbf{p}, \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^m\} \\ &= \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = \mathbf{r}_j + S\mathbf{p}, \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^m, j = 1, \dots, d\} \end{aligned} \quad (13)$$

U_L 의 각 행은 m 개의 선형 독립인 기저 벡터이며 $\mathbf{r}_j \in \mathbf{R}^m$ 이다. 선형 변환된 벡터 $\mathbf{y} = S^{-1}\mathbf{x}$ 를 생각하자. 그러면 변환된 공간에서의 격자 L' 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} L' &= \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} = S^{-1}U_L \mathbf{p}, \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^m\} \\ &= \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} = S^{-1}\mathbf{r}_j + \mathbf{p}, \mathbf{p} \in \mathbf{Z}^m, j = 1, \dots, d\} \\ &= \bigcup_{j=1}^d (\mathbf{r}'_j + \mathbf{Z}^m) \end{aligned}$$

여기서 $\mathbf{r}_j' := S^{-1}\mathbf{r}_j$ 이다. 벡터 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 와 격자 $\mathbf{r}_j' + \mathbf{Z}^m$ 의 가장 가까운 점은 (9) 이후에 언급한 바와 같이 $f(\mathbf{y} - \mathbf{r}_j') + \mathbf{r}_j'$ 가 된다. 따라서 함수 $\Phi(\mathbf{x})$ 를 $\Phi(\mathbf{x}) := Sf(S^{-1}\mathbf{x})$ 로 정의하면 벡터 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$ 와 격자 $\mathbf{r}_j + L_0$ 의 가장 가까운 점은 다음과 같다.

$$\Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j \quad (j = 1, \dots, d) \quad (14)$$

또한 $\|\cdot\|$ 를 \mathbf{R}^m 공간에서 l_2 놈(norm)이라고 할 때 \mathbf{x} 와 가까운 점간의 거리는 다음과 같다.

$$\|\mathbf{x} - (\Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j)\|$$

그러므로 \mathbf{x} 와 격자 L 의 가장 가까운 점은 $\Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}_\rho) + \mathbf{r}_\rho$ 이 되는데, 여기서 인덱스 ρ 는 (14)의 거리 중에서 가장 작은 coset의 인덱스로 다음과 같이 주어진다.

$$\rho := \operatorname{argmin}_{j \in \{1, \dots, d\}} \|(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) - \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j)\|^2 \quad (15)$$

따라서 이러한 격자를 사용한 벡터 양자화는 SAPQ로 구현되는데, 이때 SAPQ의 양자화는 (12)의 단순한 스칼라 값의 정수 변환 함수를 사용하고 거리를 비교하는 과정으로 이루어진다.

2. 격자 A_2 와 표본 적응 프로덕트 양자화

2차원($m=2$)에서 최적의 양자화 영역의 형태는 정육각형으로 격자 A_2 에 의해 만들어지는데, 이때 생성 행렬 U_{A_2} 는 다음과 같다.

$$U_{A_2} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

집합 $A_{2,j} \subset \mathbf{R}^2$ ($j=1,2$)를 다음과 같이 정의하자.

$$A_{2,j} := \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in U_{A_2}(p_1, 2p_2 + j - 1), p_1, p_2 \in \mathbf{Z}\}$$

그러면 $A_2 = \cup_{j=1}^2 A_{2,j}$ 로 쓸 수 있으며 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_2 &= \bigcup_{j=1}^2 [U_{A_2}(0, j-1) \\ &\quad + \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = U_{A_2}(p_1, 2p_2), p_1, p_2 \in \mathbf{Z}\}] \\ &= \bigcup_{j=1}^2 (\mathbf{r}_j + L_0) \end{aligned}$$

여기서 $\mathbf{r}_j := U_{A_2}(0, j-1)$ 로 정의 되는데, $\mathbf{r}_1 = (0, 0)$, $\mathbf{r}_2 = (1/2, \sqrt{3}/2)$ 이고 L_0 는 다음과 같이 (10)을 만족하는 프로덕트 집합으로 주어진다.

$$L_0 = \mathbf{Z} \times \{\dots, -2\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}, 2\sqrt{3}, \dots\}$$

따라서 격자 A_2 는 $\eta=1$ 인 SAPQ로 구현이 가능하며 이득은 약 0.166dB가 된다.

이제 정수 변환 함수에 의한 격자 A_2 의 SAPQ 구현을 논해보자. 격자 A_2 의 생성 행렬 U_{A_2} 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$U_{A_2} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =: S \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

여기서 대각선 행렬 S 를 $S := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ 로 정의한다. 선형 변환된 벡터 $\mathbf{y} = S^{-1}\mathbf{x}$ 의 영역에서 격자의 생성 행렬 U_{A_2}' 는 다음과 같다.

$$U_{A_2}' = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

따라서 생성 행렬 U_{A_2}' 로 만들어지는 격자 A_2' 는 $A_2' = \cup_{j=1}^2 (\mathbf{r}_j' + \mathbf{Z}^2)$ 이 되며, \mathbf{r}_j' 는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{r}_j' := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ j-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{j-1}{2} \\ \frac{j-1}{2} \end{pmatrix} \quad (j=1,2)$$

즉 $\mathbf{r}_1' = (0, 0)$, $\mathbf{r}_2' = (1/2, 1/2)$ 이다. 벡터 \mathbf{y} 와 첫 번째 coset $\mathbf{r}_1' + \mathbf{Z}^2 = \mathbf{Z}^2$ 에 가장 가까운 점은 $f(\mathbf{y})$ 가 되므로, \mathbf{x} 와 가장 가까운 격자 L_0 의 점은 $Sf(S^{-1}\mathbf{x}) = Sf(\mathbf{y})$ 이 되며 그때 놈은 다음과 같다.

$$\|\mathbf{x} - Sf(S^{-1}\mathbf{x})\| = \|S[\mathbf{y} - f(\mathbf{y})]\|$$

즉 \mathbf{x} 와 L_0 의 가장 가까운 점간의 놈은, 변환된 벡터 \mathbf{y} 와 격자 \mathbf{Z}^2 의 가장 가까운 점간의 차벡터를 구하고 비율 행렬 S 를 곱한 후의 놈과 동일하다. 벡터 \mathbf{x} 와 격자 A_2 에서 가장 가까운 점을 찾는 방법은 (15)에서 언급한 바와 같이, 거리가 최소가 되는 coset의 가장 가까운

점을 선택하는 것이다.

3. 격자 E_7 , E_8 과 표본 적응 프로덕트 양자화 격자 E_7 의 생성 행렬 U_{E_7} 은 다음과 같이 주어진다.

$$U_{E_7} := \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

집합 $E_{7,j} \subset \mathbf{R}^7$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$E_{7,j} := \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in U_{E_7} \mathbf{p}' \\ \mathbf{p}' := (p_1, p_2, p_3, p_4, 2p_5 + j_1, 2p_6 + j_2, 2p_7 + j_3) \\ p_1, \dots, p_7 \in \mathbf{Z} \}$$

여기서 $j_1, j_2, j_3 \in \{0, 1\}$ 은 다음으로부터 주어진다.

$$j = 1 + j_1 + 2j_2 + 4j_3 \quad (j = 1, 2, \dots, 2^3)$$

따라서 $E_7 = \bigcup_{j=1}^8 E_{7,j}$ 로 쓸 수 있으며 다시 전개하면 다음과 같다.

$$E_7 = \bigcup_{j=1}^8 [U_{E_7}(0, 0, 0, 0, j_1, j_2, j_3) \\ + \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x} = U_{E_7}(p_1, p_2, p_3, p_4, 2p_5, 2p_6, 2p_7) \\ p_1, \dots, p_7 \in \mathbf{Z} \}] \\ = \bigcup_{j=1}^8 (\mathbf{r}_j + \mathbf{Z}^7)$$

여기서 $\mathbf{r}_j := U_{E_7}(0, 0, 0, 0, j_1, j_2, j_3)$ ($j \in \Omega(8)$)이다. 따라서 격자 E_7 은 $\eta = 3$ 인 SAPQ로 구현이 가능하며 이득은 0.563dB가 되며, E_7 의 대각선 행렬 S 는 단위 행렬이 되므로 (15)에서 가까운 점을 찾기 위한 함수 ϕ 는 (12)의 정수 변환 함수인 f 와 동일하다.

$m = 8$ 에서 가장 큰 이득을 내는 격자로 알려진 것은 E_8 로 이득은 약 0.654dB가 되는데^[14], 격자 E_7 과 유사한 방법으로 $E_8 = \bigcup_{j=1}^{16} (\mathbf{r}_j + \mathbf{Z}^8)$ 형태가 되므로 $\eta = 4$ 인 SAPQ로 구현이 가능하며, 대각선 행렬 S 는 E_7 의 경우와 같이 단위행렬이 된다. 균등 분포를 가지는 불규칙 변수에 대한 모의실험^[7, Example 2]을 통하여 전송률에서 0.65dB의 이득을 보임을 알 수 있다.

4. 격자 D_m , D_m^\perp 과 표본 적응 프로덕트 양자화 격자 D_m 의 경우는 생성 행렬 U_{D_m} 이 다음과 같이 주어진다.

$$U_{D_m} := \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 E_7 과 유사한 방법으로 격자 D_m 을 (9) 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$D_m = \bigcup_{j=1}^{2^{m-1}} (\mathbf{r}_j + \mathbf{Z}^m)$$

여기서 벡터 $\mathbf{r}_j \in \mathbf{R}^m$ 은 $\mathbf{r}_j := U_{D_m}(0, j_1, \dots, j_{m-1})$ 이고 $j = 1 + j_1 + \dots + 2^{m-1}j_{m-1}$ ($j \in \Omega(2^{m-1})$)이다. 따라서 격자 D_m 에 기초한 벡터 양자화는 $\eta = m - 1$ 의 SAPQ로 구현할 수 있다. 이때 대각선 행렬 S 는 단위행렬이 된다. 부가 비트가 양자화의 차수인 m 에 비례하는 형태가 되므로 격자 D_m 을 SAPQ로 양자화하는 것은 부호화 복잡도를 오히려 올리는 형태가 되므로 격자 D_m 의 부호화를 위하여 SAPQ를 사용하는 것은 바람직하지 않은 것 같다. 격자 D_m 의 벡터 양자화를 위한 효율적인 알고리즘은 [13]에 소개되어 있다. 격자 D_m 의 최대 이득은 $m = 6$ 일 때 0.424dB이다.

반면에 격자 D_m 의 이중 격자(dual lattice)인 격자 D_m^\perp 은 SAPQ 부호화 측면에서 D_m 보다 단순하며 취할 수 있는 이득도 크므로 D_m^\perp 의 사용이 보다 효율적이다. 격자 D_m^\perp 의 생성 행렬은 $m \geq 3$ 에 대하여 다음과 같다.

$$U_{D_m^\perp} := \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & \dots & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$D_{m,j}^\perp$ 를 $j = 1, 2$ 에 대하여 다음과 같이 정의하자.

$$D_{m,j}^\perp := \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in U_{D_m^\perp} \mathbf{p}' \\ \mathbf{p}' := (p_1, \dots, p_{m-1}, 2p_m + j - 1) \\ p_1, \dots, p_m \in \mathbf{Z} \}$$

따라서 $D_m^\perp = \cup_{j=1}^2 D_{m,j}^\perp$ 로 쓸 수 있으며 다시 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_m^\perp &= \bigcup_{j=1}^m [U_{D_m^\perp}(0, \dots, 0, j-1) \\ &\quad + \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = U_{D_m^\perp}(p_1, \dots, p_{m-1}, 2p_m) \\ &\quad \quad p_1, \dots, p_m \in \mathbf{Z}\}] \\ &= \bigcup_{j=1}^2 (\mathbf{r}_j + \mathbf{Z}^m) \end{aligned}$$

여기서 $\mathbf{r}_1 = (0, \dots, 0)$ 이고 $\mathbf{r}_2 = (1/2, \dots, 1/2)$ 이다. 정리하면 격자 D_m^\perp 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D_m^\perp := \mathbf{Z}^m \cup \left(\left(\frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) + \mathbf{Z}^m \right)$$

따라서 격자 D_m^\perp 은 $\eta=1$ 의 SAPQ로 구현할 수 있다. 이때 대각선 행렬 S 는 D_m 과 마찬가지로 단위행렬이 된다. 격자 D_3^\perp 은 3차원 공간에서 최적으로 알려져 있으며 격자 A_3^\perp 와 동등하다. 또한 격자 D_m^\perp 은 $m=4, 5, 9, 10$ 에서 각각 알려진 격자 중에서 가장 이득이 좋다^[14]. 격자 D_m^\perp 을 사용하여 최대로 얻을 수 있는 이득은 $m=9$ 일 때 0.475dB가 된다. 균등 분포를 가지는 불규칙 변수에 대한 모의실험^[7, Example 1]에서, 격자 D_8^\perp 를 사용하면 고 전송률 양자화에서 SQ 경우(격자 \mathbf{Z}^8)에 비하여 약 0.47dB의 이득을 취한다. 양자화 출력의 엔트로피에 대한 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ의 성능은 [7, Example 3]에 언급되어 있는데, 1.3–4.2의 전송률에서 PQ(SQ)에 비하여 $m=8$ 의 SAPQ에서 0.46–0.57dB의 이득이 있음을 관찰할 수 있다.

IV. 격자 D_m^\perp 에 기초한 표본 적응 프로덕트 양자기

본 장에서는 여러 격자 중에서 가장 구현이 단순하면서 이득을 얻을 수 있는 격자 D_m^\perp 에 기초한 격자 SAPQ를 설계하였다. 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ에서 대각선 행렬 S 는 단위행렬이므로 (14)에서 함수 Φ 는 (12)의 정수 변환 함수인 f 와 동일하다. 따라서 (14)의 과정을 $j=1, 2$ 에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c [\Phi(\mathbf{x}/c - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j] = c [f(\mathbf{x}/c - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j] \quad (16)$$

여기서 c 는 양의 상수로 격자의 간격을 조절해 주기 위한 것이며, 두 개의 부호책이 0을 중심으로 대칭이 되게 하기 위하여 \mathbf{r}_j 를 다음과 같이 선정하였다.

$$\mathbf{r}_1 = (-1/4, \dots, -1/4), \quad \mathbf{r}_2 = (1/4, \dots, 1/4)$$

부호책 C_j ($j=1, 2$)를 크기 n_1 과 양의 상수 c 에 대하여 다음과 같이 정의하자.

$$C_1 := \left\{ c \cdot \left(\ell - \frac{n_1}{2} - \frac{1}{4} \right) \mid \ell \in \{1, \dots, n_1\} \right\}$$

$$C_2 := \left\{ c \cdot \left(\ell - \frac{n_1}{2} + \frac{1}{4} \right) \mid \ell \in \{1, \dots, n_1\} \right\}$$

입력되는 값 $x \in \mathbf{R}$ 에 대하여 j 번째 부호책을 사용한다고 하면 양자화된 값을 의미하는 사상 $Q_j: \mathbf{R} \rightarrow C_j$ 는 양자화 granular 영역에서 다음과 같이 정의한다.

$$Q_1(x) := c \cdot \left(\left\lfloor \frac{x}{c} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right\rfloor - \frac{1}{4} \right)$$

$$Q_2(x) := c \cdot \left(\left\lfloor \frac{x}{c} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right\rfloor + \frac{1}{4} \right)$$

그러면 (16)의 양자화 과정은 벡터 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbf{R}^m$ 에 대하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$c [f(\mathbf{x}/c - \mathbf{r}_j) + \mathbf{r}_j] = (Q_j(x_1), \dots, Q_j(x_m))$$

벡터의 각 원소의 양자화를 위하여 사용하는 부호책이 모두 같음을 알 수 있다. 즉 일반적으로 (4) 형태의 프로덕트 부호책이 격자 D_m^\perp 의 경우는 $(C_1)^m \cup (C_2)^m$ 로 단순화 된다. 또한 선택된 부호단어의 인덱스는 $\lambda=0$ 일 때 (5)를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\alpha_1(x) := \left\lfloor \frac{x}{c} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right\rfloor + \frac{n_1}{2}$$

$$\alpha_2(x) := \left\lfloor \frac{x}{c} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right\rfloor + \frac{n_1}{2}$$

여기서 부호책의 크기 n_1 은 짝수라고 하자. $i \in \{1, \dots, m\}$, $j \in \{1, 2\}$, 그리고 $\ell \in \{1, \dots, n_1\}$ 에 대하여 확률 $p_i(j, \ell)$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$p_i(j, \ell) := \Pr\{\mu(\mathbf{X}) = j, \alpha_j(X_i) = \ell\}$$

여기서 μ 는 $\lambda = 0$ 인 (6)으로 주어지는데 다시 쓰면 (15)로부터 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^m$ 에 대하여 다음과 같다.

$$\mu(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin}_{j \in \{1, \dots, d\}} \|\mathbf{x}/c - \mathbf{r}_j\|^2$$

불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 가 동일한 분포를 가진다고 하면 $p_1(j, \ell) = p_i(j, \ell)$ ($i \in \{2, \dots, m\}$)이 성립한다^[8]. 따라서 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ의 출력 엔트로피는 다음과 같다.

$$-\frac{1}{m} \sum_{j=1}^2 p_j \sum_{\ell=1}^{n_1} \frac{p_1(j, \ell)}{p_j} \log_2 \left(\frac{p_1(j, \ell)}{p_j} \right) + \frac{1}{m} \quad (17)$$

여기서 $p_j := \sum_{\ell=1}^{n_1} p_1(j, \ell)$ 이다. (17)에서 두 개의 프로덕트 부호책의 선택을 위한 확률은 다음과 같이 서로 같다고 가정하였다.

$$\Pr\{\mu(\mathbf{X}) = 1\} = \Pr\{\mu(\mathbf{X}) = 2\}$$

따라서 (17)에서 부가 비트에 대한 엔트로피는 $1/m$ 이 된다. 이러한 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ의 출력에 가변 길이부호화를 수행한다고 하면 평균 전송률은 (8)로부터 R_0 이고, 평균 양자화 왜곡은 (7)로부터 D_0 이 되며 n_1 이 충분히 크다고 할 때 다음을 만족한다*.

$$D_0 = \frac{1}{m} E \left\{ \min_j \sum_{i=1}^m |X_i - Q_j(X_i)|^2 \right\} \quad (18)$$

V. 실험 결과

본 장에서는 양자화 실험을 위하여 가우시언 분포에 평균이 0, 분산이 1이고 동일하게 분포되어 있는 독립적인(iid) 불규칙 변수를 입력으로 생각한다. 격자 D_m^\perp 에 기초한 격자 SAPQ의 이득을 벡터의 차원 m 에 대하여 알아보기 위하여 (17)의 엔트로피와 (18)의 양자화 왜곡 D_0 으로부터, 고 전송률에서 ECSQ의 이론적 최적

* Antonini 등^[5]의 방법처럼 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ를 주어진 $\lambda (> 0)$ 에 대하여 $D_\lambda + \lambda R_\lambda$ 를 최소화하는 c 를 찾는 최적화의 ECLVQ 설계 문제로 확장할 수도 있다.

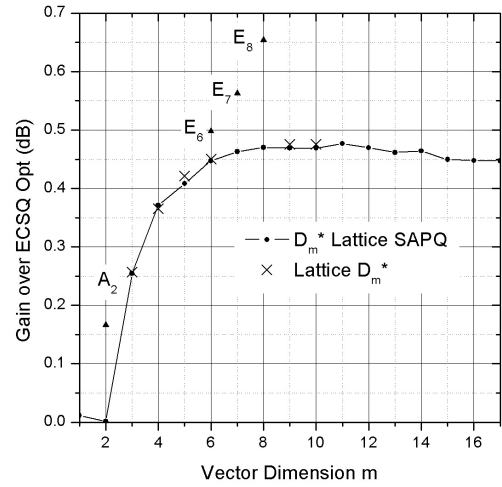


그림 1. 벡터의 차수 m 에 대하여, ECSQ 최적치 $(\pi e/6)2^{-2R}$ 에 대한 격자 D_m^\perp 의 SAPQ(엔트로피에 대한 왜곡) 이득(Gaussian iid, $c = 0.1$)

Fig. 1. Gain of lattice D_m^\perp -based SAPQ (distortion with respect to entropy) over the ECSQ optimal values $(\pi e/6)2^{-2R}$ with respect to the vector dimension m (Gaussian iid, $c = 0.1$).

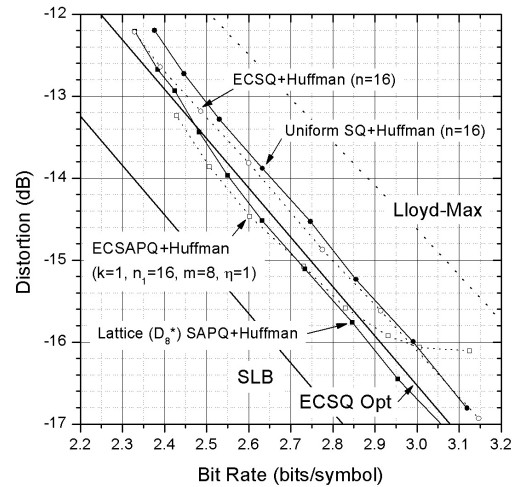


그림 2. 낮은 전송률에서 제안한 격자 SAPQ(lattice SAPQ)와 엔트로피 제한 SAPQ의 성능 비교 (Huffman 부호화, Gaussian iid)

Fig. 2. Comparison of the proposed lattice SAPQ and the entropy-constrained SAPQ for low bit rates (Huffman coder, Gaussian iid).

치 ('ECSQ Opt')인 $(\pi e/6)2^{-2R}$ 와 비교하여 이득을 구하여 그림 1에 도시하였다. 그림 1에서 관찰하는 바와 같이 $m = 8 - 12$ 에서 최적의 이득을 보이고 있으며, 이론적 최대 이득인 0.475dB에 근접함을 알 수 있다.

이제 격자 D_m^\perp 에 기초한 격자 SAPQ의 성능을,

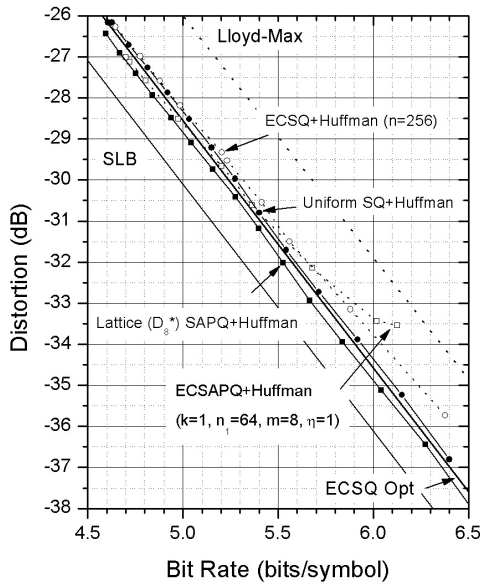


그림 3. 높은 전송률에서 격자 SAPQ(lattice SAPQ)와 엔트로피 제한 SAPQ의 성능 비교(Huffman 부호화, Gaussian iid)

Fig. 3. Comparison of the proposed lattice SAPQ and the entropy-constrained SAPQ for high bit rates (Huffman coder, Gaussian iid).

ECSQ와 균등 SQ와 비교해 보자. 비교 실험에서 (8)에서의 엔트로피 부호기로는 Huffman 부호기를 사용하였다. 먼저 낮은 전송률에서의 결과를 그림 2에 도시하였다. 균등 SQ에 Huffman 부호기를 사용한 경우는 ECSQ 최적치 'ECSQ Opt'에 비하여 0.4dB 이상 왜곡이 많음을 알 수 있다. ECSQ의 경우는 ECSQ 최적치 곡선에 전송률이 내려갈수록 근접함을 알 수 있다.

ECSAPQ($k=1$)와 격자 SAPQ는 VQ의 성능을 가지고 있기 때문에 ECSQ 최적치보다 낮은 왜곡을 보이고 있음을 관찰할 수 있다. 낮은 전송률(< 2.7 bits/symbol)에서는 ECSAPQ가 가장 좋은 성능을 보이지만, 2.7bits/symbol 이상의 전송률에서는 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ가 일정하게 보다 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. ECSQ 최적치 곡선이 Shannon의 최소치와 약 1.533dB의 간격을 가지고 있는데, 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ를 사용하므로 이러한 간격을 줄일 수 있음을 알 수 있다.

그림 2의 전송률보다 높은 전송률에서의 양자화 비교 결과를 그림 3에 도시하였다. 균등 SQ에 Huffman 부호기를 사용한 경우를 보면 ECSQ 보다도 전반적으로 일관되게 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. ECSAPQ

의 경우는 ECSQ 최적치보다 낮은 왜곡을 얻을 수 있으나, 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ가 보다 넓은 범위의 전송률에서 일관되게 가장 낮은 왜곡을 보임을 알 수 있다. 따라서 전송률이 높은 경우에는 ECSAPQ 보다는 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ를 사용한 균등 벡터 양자화의 구현을 통하여 Shannon의 최소치와의 간격을 효율적으로 줄일 수 있음을 알 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 여러 종류의 중요한 격자들에 기초한 벡터 양자화가 SQ에 기초한 SAPQ로 구현이 가능함을 보였으며, 간단한 스칼라 값의 정수 변환 함수를 사용하여 격자에 기초한 벡터 양자화가 가능하다는 것을 보였다. 격자 D_m^\perp 에 기초한 격자 SAPQ를 설계하여 격자 벡터 양자화를 구현하고 그 성능을 ECSQ, ECSAPQ, 및 균등 SQ에 Huffman 부호기를 결합한 양자화 기법과 비교해 보았다. 높은 전송률에서는 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ로 균등 벡터 양자화를 구현한 경우가 넓은 전송률 범위에서 일관되게 가장 좋은 양자화 성능을 보임을 알 수 있었다. 균등 SQ에 Huffman 부호기를 사용한 경우에 비하여 0.45dB 정도로 양자화 왜곡이 적으며, ECSQ의 이론적 최적치보다 0.4dB 정도 양자화 왜곡이 적음을 관찰할 수 있었다. 또한 격자 D_m^\perp 에 기초한 SAPQ는 양자화 구조가 SQ 형태를 가지고 있어서 SQ 양자화 복잡도를 가지고 있지만 SQ와 Shannon의 최소치간의 간격 1.533dB를 줄이는 벡터 양자화를 구현할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] A. J. Viterbi and J. K. Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*. McGraw Hill, 1979.
- [2] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [3] P. A. Chou, T. Lookabaugh, and R. M. Gray, "Entropy-constrained vector quantization," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 1, pp. 31-42, Jan. 1989.
- [4] A. Gersho, "Asymptotically optimal block quantization," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.

25, pp. 373-380, July 1979.

- [5] M. Antonini, P. Raffy, M. Barlaud, "Towards entropy constrained lattice vector quantization," in *Proc IEEE ICIP*, vol. 1, 1995, pp. 121-124.
- [6] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Quantization based on a novel sample-adaptive product quantizer (SAPQ)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2306-2320, Nov. 1999.
- [7] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Sample-adaptive product quantization: asymptotic analysis and examples," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 48, no. 10, pp. 2937-2947, Oct. 2000.
- [8] 김동식, "고 전송률 양자화를 위한 엔트로피 제한 적응 프로덕트 양자기 설계," *대한전자공학회*, 제 49권 SP편 제 1호, 11~18쪽, 2012년 1월.
- [9] D. S. Kim, "Training ratio and comparison of trained vector quantizers," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 51, no. 6, pp. 1632-1641, June 2003.
- [10] D. S. Kim and Y. Park, "Sample-adaptive product quantizers with affine index assignments for noisy channels," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E92-B, no. 10, pp. 3084-3093, Oct. 2009.
- [11] Z. Raza, F. Alajaji, and T. Linder, "Design of sample adaptive product quantizers for noisy channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 4, pp. 576-580, April 2005.
- [12] 김동식, "부호책 제한을 가지는 표본 적응 프로덕트 양자기를 이용한 1차 마르코프 과정의 고 전송률 양자화," *대한전자공학회*, 제 49권 SP편 제 1호, 19~30쪽, 2012년 1월.
- [13] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, "Fast quantizing and decoding algorithms for lattice quantizers and codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 227-232, Mar. 1982.
- [14] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, "Voronoi regions of lattices, second moments of polytopes, and quantization," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 211-226, Mar. 1982.
- [15] M. J. Bage, "Lattice quantizers: entropy reduction by proper tie-handling," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 32, no. 2, pp. 328-330, 1986.

저 자 소 개

김 동 식(정회원)

대한전자공학회 논문지

제 48권 SP편 제 4호 참조