

수요 특성이 계층적 수요예측법의 퍼포먼스에 미치는 영향 : 해군 수리부속 사례 연구*

문성민**

The Impact of Demand Features on the Performance of Hierarchical Forecasting : Case Study for Spare parts in the Navy

Seongmin Moon**

■ Abstract ■

The demand for naval spare parts is intermittent and erratic. This feature, referred to as non-normal demand, makes forecasting difficult. Hierarchical forecasting using an aggregated time series can be more reliable to predict non-normal demand than direct forecasting. In practice the performance of hierarchical forecasting is not always superior to direct forecasting. The relative performance of the alternative forecasting methods depends on the demand features. This paper analyses the influence of the demand features on the performance of the alternative forecasting methods that use hierarchical and direct forecasting. Among various demand features variability, kurtosis, skewness and equipment groups are shown to significantly influence on the performance of the alternative forecasting methods.

Keywords : Spare Parts Demand, Non-Normal Demand, Hierarchical Forecasting, Demand Features

논문접수일 : 2011년 11월 08일 논문수정일 : 2012년 02월 06일 논문게재확정일 : 2012년 02월 24일

* 본 논문은 2011년도 한국경영과학회 추계학술대회 경쟁부문에 제출하여 우수논문상을 수상한 논문임.

논문의 내용을 일부 보완, 확장한 논문이며 소정의 심사과정을 거쳐 게재 추천되었음.

** 해군사관학교 국방경영학과

1. 서론

해양 수호를 책임지고 있는 해군 함정의 가동률 유지는 실로 중요한 사안이 아닐 수 없다. 함정 가동률 유지는 장비 정비·수리에 필요한 원활한 수리부속 공급이 전제되어야 한다. 그러나 육·해·공 각 군은 수요예측의 부정확성으로 인해 수리부속 공급에 어려움을 겪고 있다[2]. 수리부속 수요예측의 부정확성은 수리부속 수요의 비정규적인 특성에 기인한다[29]. 비정규적인 수요(non-normal demand)는 ‘간헐적인 수요(intermittent demand), 소량의 수요(slow moving demand), 또는 대단히 가변적인 수요(erratic demand)’로 정의 된다[4].

시계열에는 두 가지 수준이 있는데 개개 수리부속 수요에 대한 시계열을 아이템 수준 시계열이라고 한다면 둘 이상 아이템 수준 시계열들의 합을 그룹 수준 시계열이라 한다. 이와 같이 다중수준으로 이루어진 시계열 구조를 계층적 구조(hierarchical structure)라고 한다[19]. 계층적 구조를 이용하여 수요를 예측하는 기법을 계층적 수요예측법(hierarchical forecasting)이라 하고 계층적 구조를 무시하고 아이템 또는 그룹 수준 시계열만을 이용하여 수요를 예측하는 기법을 직접수요예측법(direct forecasting)이라 한다[13, 23]. 계층적 수요예측법은 두 가지가 있는데 식 (1)과 같이 그룹 수준 시계열을 가지고 수요예측을 한 후 아이템의 그룹 내 비율에 따라 아이템 수준의 수요 예측치를 산출하는 기법을 탑다운수요예측법(top-down forecasting)이라 하고, 식 (2)와 같이 그룹 수준과 아이템 수준 수요 예측치의 조합에 의해 아이템 수준의 수요 예측치를 산출하는 기법을 조합수요예측법(combination forecasting)이라 한다[11, 18].

$$f_{i,t+\tau} = \tilde{F}_{t+\tau} \times \sum_{t=1}^n \frac{y_{i,t}}{Y_t} / n \quad (1)$$

$$f_{i,t+\tau} = \frac{1}{2} (\tilde{F}_{t+\tau} + \sum_{i=1}^N \tilde{f}_{i,t+\tau}) \times \frac{\tilde{f}_{i,t+\tau}}{\sum_{i=1}^N \tilde{f}_{i,t+\tau}} \quad (2)$$

$y_{i,t}$ = 시점 t 에 아이템 i 에 대한 아이템 수준 수요

Y_t = 시점 t 에 그룹 N 에 대한 그룹 수준 수요

$i = 1, 2, \dots, N$

$t = 1, 2, \dots, n$

$f_{i,t+\tau}$ = 시점 t 에서 τ 기간 미래의 i 에 대한 계층적 수요예측

$\tilde{F}_{t+\tau}$ = 시점 t 에서 τ 기간 미래의 그룹 수준 직접 수요예측

$\tilde{f}_{i,t+\tau}$ = 시점 t 에서 τ 기간 미래의 i 에 대한 아이템 수준 직접수요예측

아이템 수준 시계열이 대단히 가변적이거나 대단히 간헐적일 때 그룹 수준 시계열은 덜 가변적이거나 덜 간헐적인데 이는 그룹 내에서 아이템 수준 시계열들의 가변성과 간헐성이 서로 상쇄되기 때문이다 [34]. 이러한 가변성과 간헐성의 감소가 그룹 수준 시계열을 사용한 계층적 수요예측법이 직접수요예측법 보다 더 신뢰성 있는 예측치의 산출을 가능하게 한다[13]. 또한 그룹 수준 시계열에는 아이템 수준 시계열에서 알 수 없었던 계절성(seasonality)이나 추세(trend)가 드러나기도 하는데 이는 계층적 수요예측법의 신뢰도를 향상시키는 요소이다[11].

그러나 문헌에 의하면 계층적 수요예측법과 직접수요예측법의 예측 정확도는 어느 한 기법이 절대적으로 더 우월하다기 보다는 상관계수 같은 어떤 특별한 수요의 특성(demand features)에 따라 달라진다고 한다[7, 27].

본 연구의 목적은 수리부속 수요를 예측함에 있어서 i) 계층적 수요예측법과 직접수요예측법의 상대적 퍼포먼스에 영향을 미치는 수요의 특성을 확인하고; ii) 그 상대적 퍼포먼스와 수요 특성의 상관관계를 밝힘에 있다.

본 논문은 총 6장으로 구성된다. 제 2장에서는 비정규적 수요를 예측하기 위한 예측모형을 다룬 연구와 계층적 수요예측법과 직접수요예측법을 비교한 기존 연구를 개관한 후 계층적 수요예측법과 직접수요예측법의 상대적 퍼포먼스와 수요 특성의 상관관계에 대한 연구들을 소개한다. 제 3장에서는

연구 사례인 해군 수리부속 수요의 특성을 분석한다. 제 4장에서는 연구에 사용된 계층적 수요예측법과 직접수요예측법을 설명한다. 제 5장에서는 수리부속 수요 특성과 각 수요예측법의 상대적 퍼포먼스와의 상관관계를 분석한다. 제 6장에서는 논문의 결과를 요약하고 연구의 제약점과 향후 연구 방향을 제안한다.

2. 문헌 연구

2.1 수요예측 기법

수리부속에 대한 수요로 대표 되는 비정규적인 수요를 예측하기 위해서 여러 가지 예측모형이 적용되었다. 비정규적인 수요를 예측하는 표준적인 모형은 지수평활법이다[8]. 그러나 여러 가지 모형들을 비교분석한 문헌들을 살펴보면 지수평활법을 보완한 Croston 모형[20, 35] 또는 가중이동평균법[17,

26]이 다른 모형들보다 더 정확한 예측치를 산출한다는 연구가 있으며, Croston 모형을 보완한 Syn-tetos-Boylan 추정법[29]이 더 정확한 예측치를 산출한다는 연구도 있다.

한편, 대체적인 수요예측기법인 직접수요예측법, 탑다운수요예측법, 조합수요예측법에 대한 퍼포먼스는 연구마다 일치하지 않는다. 직접수요예측법이 탑다운수요예측법보다 더 정확한 예측치를 산출한다고 주장 되기도 하며[9, 13, 18, 28], 조합예측법이 탑다운수요예측법이나 직접수요예측법보다 더 정확한 예측치를 산출한다는 연구결과도 있다[10, 19, 21]. 그러나 일반적으로 많은 연구에서 탑다운수요예측법의 직접수요예측법과 비교한 상대적 퍼포먼스는 수요 특성에 영향을 받는다고 주장한다.

2.2 계층적 수요예측법과 수요 특성의 관계

<표 1>은 수요 특성이 탑다운수요예측법과 직접

<표 1> 수요 특성이 탑다운수요예측법에 미치는 영향[1, 24]

수요 특성	영향	데이터	참고문헌
상관계수	↓TDF	수학적·분석적 방법	Schwarzkopf et al.[27]
	↓TDF	계절적 모형들	Chen and Boylan[7]
	↓DF	AR(1)	Widiarta et al.[31]
	유의하지 않음	MA(1)	Widiarta et al.[32]
그룹 내 비율	유의하지 않음	M-경쟁 데이터	Dangerfield and Morris[9]
	유의하지 않음		
	유의하지 않음	AR(1)	Widiarta et al.[31]
데이터의 신뢰성	↓TDF	수학적·분석적 방법	Schwarzkopf et al.[27]
	↑β (& ↑v) 또는 ↓v : ↑TDF ↓β & ↑v : ↑DF	AR(1), MA(1) and ARMA(1, 1)	Widiarta et al.[33]
예측 지평선	↑TDF	수학적·분석적 방법	Shlifer and Wolff[28]
Lag-1 autocorrelation [ρ(1)]	ρ(1) > 1/3 : ↑DF -1 < ρ(1) < 1/3 : 유의하지 않음	AR(1)	Widiarta et al.[31]
그룹 형성 기준	수요량과 가격×수요량 : ↑TDF	자동차 수리부속 수요 데이터	Fliedner and Mabert[12]
그룹의 수 (그룹 내 아이템들의 수)	유의하지 않음		Fliedner and Mabert[12]
			Fliedner and Lawrence[13]

주) TDF = 탑다운수요예측법; DF = 직접수요예측법; ↑(또는 ↓) = 수요 특성치의 증가(또는 감소)가 해당 수요 예측법의 퍼포먼스를 증가시킴; 가격×수요량 = 아이템 가격×단위 기간당 수요량; ARMA = autoregressive moving average model; M-경쟁 데이터 : Makridakis et al.[22] 참조.

수요예측법의 상대적 퍼포먼스에 미치는 영향을 분석한 연구들을 개관하여 제시한다. 문헌들은 수요예측법을 수학적·분석적 방법에 의해 비교하거나, AR 또는 MA 같은 가공의 데이터를 이용해서 시물레이션을 하여 비교하거나, M-경쟁 데이터나 자동차 수리부속 데이터 같은 실제 데이터를 사용한 경험적 방법을 사용하여 비교하였다. 많은 수요 특성들(즉, 상관계수, 데이터의 신뢰성, 대체 가능성, 그룹 내 구성 비율의 다양성, 예측 지평선, Lag-1 autocorrelation, 그룹 형성 기준)이 탑다운수요예측법의 퍼포먼스에 영향을 미치는 것으로 보고 되었다.

문헌연구로부터 몇 가지 연구의 기회를 발견할 수 있었다. 첫째 제 1장에서 밝힌 바와 같이 계층적 수요예측법은 수리부속 수요 같은 비정규적인 수요를 예측하는 데에 효과적일 수 있는데 비정규적 수요인 대단히 가변적인 수요(erratic demand) 또는 간헐적인 수요(intermittent demand)를 측정할 수 있는 가변성 또는 간헐성 같은 수요 특성치들의 계층적 수요예측법의 퍼포먼스에 대한 영향을 분석한 연구가 없다. 둘째 많은 연구에서 상관계수의 계층적 수요 특성에 미치는 영향을 연구하였는데 비정규적인 수요들 간의 상관계수는 다를 수 있을 것이다. 그러나 비정규적인 수요들 간의 상관계수를 다룬 연구가 없었다. 셋째 제 2.1절에서 살펴본 것처럼 조합수요예측법이 탑다운이나 직접수요예측법보다 더 신뢰성 있는 예측치를 산출한다고 한 연구들이 있었는데 수요 특성과 조합수요예측법의 퍼포먼스와의 관계에 대한 연구는 없었다. 따라서 본 연구에서는 이와 같은 비정규적인 수요가 보여주는 여러 가지 특성들의 조합수요예측법의 퍼포먼스에 대한 영향을 분석하고 수요 특성에 적합한 수요예측기법 선택의 가이드를 제공하고자 한다.

3. 사례연구

3.1 자료 및 그룹화

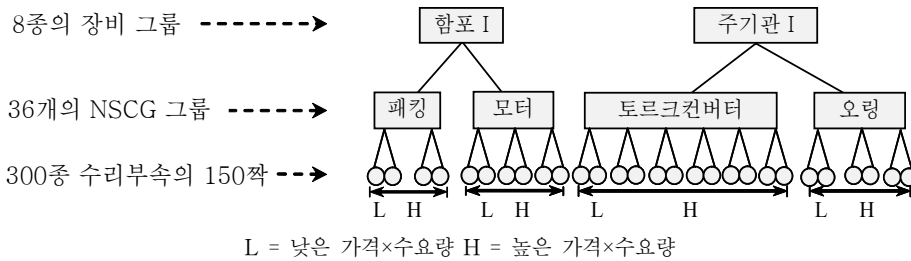
해군은 많은 종의 함정용 수리부속을 운영하고 있

으나 상당한 비율의 수리부속들이 수요가 없이 저장만 되고 있다. 2008년 기준 45,557종의 함정용 수리부속들을 운용중이었으나 그해 26,415종의 수리부속들에 대한 수요만 있었다[2]. 이와 같이 높은 비율의 수요가 없는 수리부속들은 함정 정비·수리에 사용되어 가동률 유지에 기여하는 바 없이 많은 예산을 묶어 놓기 때문에 고민이 아닐 수 없다.

수리부속 수요 특성을 분석하기 위해 3가지 종류의 함형에 탑재 되어 있는 8종의 장비들(함포 I·II·III, 주기관 I·II, 발전기, 공기압축기, 레이더)에 사용되는 수리부속에 대한 2002년 1월부터 2007년 11월까지의 수요 실적 자료를 사용하였다. 9,369종의 수리부속들이 이에 해당하는 데 그중 높은 비율의 수리부속들에 대한 수요가 없었음을 확인하였다. 과거 수요가 없었던 시계열 자료를 가지고서는 효과적인 수요예측이 불가능하기 때문에 본 연구에서는 해당 6년 중 5개년 이상 수요가 있었던 수리부속들만 사용하였다. 이와 같은 조건으로 361종의 수리부속들이 선정되었는데 이 361종의 수리부속들에 대한 수요는 전체 9,369종의 수리부속들에 대한 수요의 약 60%에 해당하였다. 이러한 자료 선정절차는 80/20규칙(즉, 고 빈도 아이템을 집중적으로 관리하는 것이 예산절감을 위해 더 중요하다)에 의해 정당화 될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 수리부속들을 2개씩 짝을 지어 그룹화 하였는데 짝수의 표본을 얻고 자료 분석의 편의상 가까운 백 단위 표본만을 선정한 바 361종 수리부속들 중 임의표본추출 절차에 따라 300종의 수리부속들만을 선정하여 분석하였다.

<그림 1>은 자료의 분석을 위한 그룹 구조를 제시하여 보여 준다. 300종의 수리부속들은 사용된 장비에 따라 8종의 장비 그룹들로 분류하였고, 각 장비 그룹 내에서는 수리부속을 기능에 따라 분류한 NSCG(NATO Supply Classification Group) 코딩체계[3]에 따라 분류하였다. Fliedner and Mairbert[12]는 '가격×수요량'의 크기 순으로 그룹화 하였을 때 계층적 수요예측법의 신뢰성이 향상됨을 발견하였는데 본 그룹화가 계층적 수요예측을 위



〈그림 1〉 그룹 구조[25]

한 과정이나 동일한 NSCG 내에서는 ‘가격×수요량’의 크기 순서로 수리부속들을 배열하였다. Fliedner and Mabert[12]와 Fliedner and Lawrence[13]는 그룹 내 아이터들의 수는 계층적 수요예측법의 퍼포먼스에 유의한 영향을 미치지 못한다고 주장하였다. 또한 많은 문헌에서 그룹 크기를 2개의 아이터로 제한을 두었다[9, 27, 31-33]. 따라서 기존 문헌 연구결과와 비교의 용이성 때문서 동일한 NSCG 내에서 ‘가격×수요량’의 기준에 따라 배열된 수리부속 중 가장 근접한 2개의 아이터를 그룹화 하여 150개의 짝을 형성하였다.

3.2 수요 특성 분석

Dekker et al.[10]과 Khan[21]은 계절성을 수요 예측에 반영하는 조합수요예측법이 신뢰성 높은 예측치를 산출한다는 것을 발견하였다. 본 연구에서는 계절성을 반영하는 조합수요예측법을 사용하기 위해 연 단위로 묶은 시계열 자료 뿐만 아니라 분기 및 월 단위로 묶은 시계열 자료도 분석에 포함하였다. <표 2>는 연구에 사용한 수리부속 수요의 통계적 특성치를 보여 준다. 300종의 아이터에 대한 시계열들 및 150개의 그룹에 대한 시계열들을 각각 연, 분기, 월 단위로 묶었으며, 표에 제시된 수치는 각각의 수요 시계열들에 대한 통계적 특성치의 평균이다. 분석을 단순화하기 위해 8종의 장비 그룹들을 3종의 장비그룹들(함포/레이더, 주기관, 발전기/공기압축기)로 묶었다. 이러한 묶음은 장비의 기능적 특성에 근거를 두었다. 예를 들면 함포와 레이더는 사격통제체계에 의해 서로 연동

하므로 하나의 장비그룹으로 묶을 수 있었다.

분석에 사용한 통계적 특성치는 다음과 같다 : 짝 그룹 내 아이터 시계열들간 상관계수[32]; 수요 시계열 곡선에 적합화한 회귀분석 모형의 기울기[5]; 평균 수요에 대한 표준편차의 비율(s/\bar{y})[36]; 왜도[5]; 첨도; 수요가 없는 기간[4]; 평균 수요량[12]. s/\bar{y} 는 비정규적 수요의 가변성을, ‘수요가 없는 기간’은 비정규적 수요의 간헐성을 반영할 것이다. ‘수요가 없는 기간’은 자료의 총 기간에 대한 상대적인 값이므로 총 기간에 상관 없는 표준화한 간헐성을 측정하기 위해 전체 자료기간에 대해 수요가 없는 기간의 비율(n_{zero}/n_{total})이 사용되었다. 본 연구에서는 s/\bar{y} 을 가변성, n_{zero}/n_{total} 을 간헐성이라고 정의한다.

모든 시계열은 유의한 상관계수(0.33~0.56), 음의 기울기, 높은 가변성, 높은 왜도와 첨도를 보였으며, 분기 및 월간 시계열은 높은 간헐성을 보였다. 이는 그룹 내 시계열들이 서로 상관관계가 있고, 감소 추세이며, 매우 가변적이고, 왼쪽으로 치우치고 뽀족한 분포이며, 매우 간헐적인 시계열임을 나타낸다. 즉, 대단히 비정규적인 수요 시계열임을 알 수 있다. 그룹 시계열과 아이터 시계열을 비교해 보면 그룹 시계열에서 상대적으로 낮은 가변성과 낮은 간헐성을 관찰할 수 있는데, 이는 그룹 시계열에서 가변성과 간헐성이 감소함을, 즉, 비정규성이 감소함을 의미한다. 감소된 비정규성은 Fliedner and Lawrence[13]와 Fliedner[14]가 주장한 바와 같이 계층적 수요예측법이 신뢰성 있는 예측치를 산출할 수 있는 가능성을 보여준 것이다.

〈표 2〉 수리부속 수요의 특성치[24]

구 분		300종 아이템 시계열				150개 그룹 시계열			
		합포/ 레이더	주기관	발전기/ 공기압축기	계	합포/ 레이더	주기관	발전기/ 공기압축기	계
연	상관계수	0.46	0.37	0.56	0.43	-	-	-	-
	기울기	-4.01	-57.02	-19.50	-40.74	-8.01	-114.03	-39.01	-81.48
	가변성	0.68	0.70	0.93	0.75	0.56	0.63	0.90	0.68
	왜도	0.86	0.91	1.42	1.02	0.70	0.98	1.63	1.08
	첨도	0.66	1.00	2.37	1.26	0.21	1.11	2.85	1.37
	간헐성	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	평균 수요량	24.11	268.62	79.24	189.83	48.22	537.24	158.49	379.67
분기	상관계수	0.43	0.36	0.47	0.39	-	-	-	-
	기울기	-0.31	-3.84	-1.41	-2.77	-0.62	-7.66	-2.83	-5.53
	가변성	1.25	1.28	1.44	1.31	1.01	1.13	1.32	1.15
	왜도	1.71	1.94	2.42	2.02	1.43	1.98	2.64	2.05
	첨도	3.58	4.54	7.40	5.05	2.35	4.80	8.72	5.33
	간헐성	0.28	0.17	0.20	0.20	0.11	0.05	0.07	0.06
	평균 수요량	6.03	67.16	19.81	47.46	12.05	134.31	39.62	94.92
월	상관계수	0.41	0.33	0.41	0.36	-	-	-	-
	기울기	-0.03	-0.41	-0.15	-0.29	-0.07	-0.81	-0.30	-0.59
	가변성	2.12	2.13	2.37	2.18	1.69	1.86	2.14	1.90
	왜도	3.16	3.81	4.48	3.87	2.76	3.88	4.89	3.94
	첨도	13.24	19.00	26.16	19.78	10.13	19.99	30.28	20.88
	간헐성	0.61	0.46	0.50	0.49	0.44	0.26	0.30	0.29
	평균 수요량	2.01	22.39	6.60	15.82	4.02	44.77	13.21	31.64

장비 그룹별로 수요 특성을 살펴보았다. 합포/레이더 시계열에서는 상대적으로 높은 간헐성과 낮은 평균 수요량에서 알 수 있듯이 상대적으로 더 간헐적이고 더 소량인 수요를 관찰할 수 있고; 주기관 시계열에서는 상대적으로 낮은 상관계수, 더 가파른 기울기, 낮은 간헐성, 높은 평균 수요량에서 알 수 있듯이 상대적으로 낮은 상관관계, 더 가파른 감소추세, 덜 간헐적이며, 다량인 수요를 관찰할 수 있고; 발전기/공기압축기 시계열에서는 상대적으로 더 높은 가변성, 더 높은 왜도와 첨도로부터 상대적으로 더 가변적인 수요와, 정규분포로부터 더 먼 편의를 관찰할 수 있다.

4. 수요예측법의 비교

단순지수평활법은 식 (3)과 같이 정의 된다.

$$\hat{y}_t(1) = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}(1) \quad (3)$$

$\hat{y}_t(1)$ = 시점 t 에서 산출한 1기간 미래에 대한 수요 예측치

y_t = 시점 t 에서 어떤 아이টে에 대한 수요량

문헌에 의하면 단순지수평활법은 계층적 수요예측법과 사용될 경우 이동평균법이나 다른 복잡한

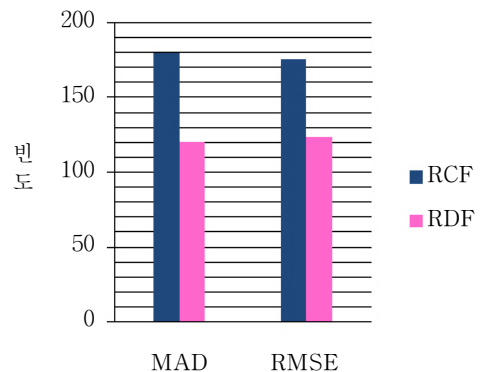
수요예측모형보다 더 정확한 예측치를 산출한다고 한다[10, 13, 14]. 본 연구의 목적이 대체적인 수요 예측법과 수요 특성과의 관계를 밝힘에 있기 때문에 비교 대상인 직접수요예측법과 계층적 수요예측법을 생성하는 예측모형으로서 다른 복잡한 예측모형을 고려하지 않고 단순지수평활법이 사용되었다. 식 (3)에서 a 는 수요예측 소프트웨어 패키지인 'R 2.6.2-forecast'[30]에 의해 식별하였고, a 는 0.1과 0.9사이에 제한을 두고, 초기값 0.5로써 Akaike's Information Criterion에 의해서 선택되었다.

문헌에 의하면 단순지수평활법을 사용하기 위해서는 추세(trend)와 계절적 요소(seasonal component)를 제거해야 하고[6], 또한 단순지수평활법이 간헐적인 시계열에 사용될 때 가산적인 계절성(additive seasonality)을 고려한다면 예측오차를 최소화 할 수 있다고 한다[16]. 따라서 본 연구에서 수리부속 수요 시계열을 선형추세(linear trend)와 가산적인 계절성에 적합화시켰으며 구체적으로 4가지 방식으로 자료를 처리하였다. 첫째 주어진 시계열 자료 그대로 사용; 둘째 선형추세의 시계열 자료로부터의 제거; 셋째 가산적인 계절적 편차의 시계열 자료로부터의 제거; 넷째 선형추세와 가산적인 계절적 편차의 시계열 자료로부터의 제거.

Moon et al.[25]은 300종의 선정된(월, 분기, 또는 연 단위로 묶은) 시계열을 상기 4가지 자료 적합화 방법으로 처리한 자료를 가지고 식 (3) 단순지수평활법을 사용하여 예측정확도를 분석한 결과 월 단위로 묶은 시계열 자료에서 추세와 계절적 편차를 제거한 시계열 자료를 사용하였을 때 MAD(mean absolute deviation)와 RMSE(root mean square error)를 최소화함을 발견하였다. 본 연구에서는 이 직접수요예측법을 가장 로버스트한 직접수요예측법(RDF : the most robust direct forecasting)이라 한다. 또한 Moon et al.[25]은 식 (1)과 식 (2)의 계층적 수요예측법들을 포함한 다양한 계층적 수요예측법들을 사용하여 퍼포먼스를 분석한 결과 그룹 수준에서는 분기별로 묶고 추세만 제거한 시계열과 아이템 수준에서는 월별로 묶고 자료 적

합화 처리를 하지 않은 시계열을 사용하여 식 (2)로 산출한 조합수요예측법이 MAD와 RMSE를 최소화함을 보여주었다. 본 연구에서 이 조합수요예측법을 가장 로버스트한 조합수요예측법이라 한다(RCF : the most robust combinatorial forecasting).

<그림 2>는 300종의 수리부속들에 대한 RCF와 RDF의 퍼포먼스를 비교한다. 막대그래프는 대체적인 수요예측법중 더 우월한 경우의 빈도를 표시한다. RCF가 RDF보다 더 우월하였으나 RCF가 RDF보다 항상 더 작은 오차를 산출한 것은 아니었다. 약 60%의 경우 RCF가 RDF보다 더 작은 오차를 보였다. RCF와 RDF의 선택을 인도하는 어떤 지표가 있다면 RCF만 사용했을 때보다 최대 40%의 예측오차 감소의 기회가 있음을 알 수 있다.



<그림 2> 대체적인 수요예측법의 퍼포먼스

5. 수요예측법과 수요 특성치와의 상관관계

대체적인 수요예측법(RCF와 RDF)의 상대적 퍼포먼스와 수요 특성치의 상관관계를 밝힌다면 수요 특성에 따른 수요예측법 선택의 가이드를 제공할 수 있을 것이다. 본 연구에서는 대체적인 수요예측법의 퍼포먼스와 8가지 수요 특성들(즉, 1가지 범주형 변수(장비그룹)와 7가지 연속형 변수(상관계수, 기울기, 가변성, 왜도, 첨도, 간헐성, 평균 수요량))과의 상관관계를 분석하였다.

5.1 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스

상관관계를 분석하기 위해서는 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스에 대한 명확한 정의가 필요하다. 대량으로 소비되는 수리부속에 대한 수요예측 결과가 전체 연구결과를 지배하는 왜곡 현상을 방지하기 위해 각각의 수리부속 아이템에 대한 예측치의 퍼포먼스는 식 (4)에서 보는 바와 같이 절대편차를 아이템의 월간 소비량으로 나눈 값으로 측정되었다.

$$\text{월평균으로 나눈 절대편차} = \frac{y_{i,t} - \hat{y}_{i,t}}{\bar{y}_{i,t}} \quad (4)$$

$y_{i,t}$ = 시점 t , 아이템 i 에 대한 관찰된 수요

$\hat{y}_{i,t}$ = 시점 t , 아이템 i 에 대한 예측된 수요

$\bar{y}_{i,t}$ = $t-k$ 와 $t-1$ 간 아이템 i 에 대한 월 평균 수요

$$k = \begin{cases} 3, & t=1(\text{즉, 2005}) \\ 4, & t=2(\text{즉, 2006}) \\ 5, & t=3(\text{즉, 2007}) \end{cases}$$

RCF-RDF는 식 (4)에 따라 산출한 RCF의 월평균으로 나눈 절대편차에서 RDF의 월평균으로 나눈 절대편차를 차감한 값으로써 음의 값은 RCF의 상대적 퍼포먼스가 우월함을 양의 값은 그 반대의 경우를 나타낸다.

5.2 범주형 변수

<표 3>은 대체적인 수요예측법중 상대적으로 우월한 예측법과 범주형 변수인 장비그룹간의 관계를 교차분석표를 통하여 제시한다.

주기관과 발전기/공기압축기 그룹에서 RDF의 빈도는 기대빈도보다 높게 RCF의 빈도는 기대빈도보다 낮게 관찰된 반면, 함포/레이더 그룹에서는 RDF의 빈도는 기대빈도보다 낮게 RCF의 빈도는 기대보다 높게 관찰되었다. 이와 같은 결과는 RCF가 함포/레이더 그룹에서 보다 더 신뢰성 있는 예측치를 산출했음을 의미한다.

<표 3> 수요예측법과 장비그룹간의 교차분석표

장비그룹		RDF	RCF	계
함포/레이더	빈도	43	89	132
	기대빈도	60.7	71.3	132.0
	그룹 내%	32.6	67.4	100.0
주기관	빈도	274	290	564
	기대빈도	259.4	304.6	564.0
	그룹 내%	48.6	51.4%	100.0
발전기/공기압축기	빈도	97	107	204
	기대빈도	93.8	110.2	204.0
	그룹 내%	47.5	52.5%	100.0
전체	빈도	414	486	900
	기대빈도	414.0	486.0	900.0
	그룹 내%	46.0	54.0%	100.0

<표 4>는 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스와 3가지 장비그룹간의 독립성에 대한 Pearson's χ^2 테스트 결과를 제시한다. χ^2 값이 유의함, 즉, 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스와 장비그룹간의 관계가 유의함을 알 수 있다.

<표 4> 수요예측법과 장비그룹간 χ^2 테스트

	값	자유도	유의성
Pearson χ^2	11.287	2	0.004

제 3.2절에서 보았듯이 함포/레이더 그룹 시계열은 상대적으로 높은 간헐성과 낮은 평균 수요량을 관찰할 수 있었는데, RCF의 함포/레이더 그룹에서 더 우월할 퍼포먼스를 관찰할 수 있는 바 이는 RCF가 더 간헐적인 동시에 더 소량인 수요 특성을 보이는 시계열에 적합할 수 있음을 시사한다.

5.3 연속형 변수

<표 1>에서 보여준 Fliedner and Mabert[12]와 Fliedner and Lawrence[13]는 그룹 형성 기준 또는 그룹의 수와 대체적인 수요예측법(즉, 직접수요예측법과 탐다운수요예측법)의 상대적 퍼포먼스와의

상관관계 분석에 분산분석을 사용하였다. 본 연구에서도 대체적인 수요예측법(즉, RCF와 RDF)의 상대적 퍼포먼스와 앞서 밝힌 7가지 연속형 변수들과의 상관관계를 분산분석을 통하여 분석하였다. <표 5>는 7가지 수요 특성치에 대한 일원분산분석 결과를 제시한다. 1개의 독립변수는 대체적인 수요예측법의 상대적인 퍼포먼스이고 종속변수는 제시된 수요 특성치이다. 일원분산분석에 따르면 가변성은 유의수준 2.75-e4에서, 왜도는 유의수준 6.50-e3, 첨

도는 유의수준 1.16-e2에서 대체적인 수요예측법의 상대적인 퍼포먼스와 유의한 관계를 보인다. 대립가설이 받아들여져야 한다. 그러나 나머지 4가지 수요 특성치(즉, 상관계수, 기울기, 간헐성, 평균 수요량)는 대체적인 수요예측법의 상대적인 퍼포먼스와 관계가 없음을 알 수 있다.

<표 6>은 일원분산분석결과 유의한 수요 특성치를 보여 준다. 가변성의 경우 RDF의 평균값(2.21)은 RCF의 평균값(2.03) 보다 높으며, 왜도의 경우

<표 5> 7가지 수요 특성치에 대한 일원분산분석

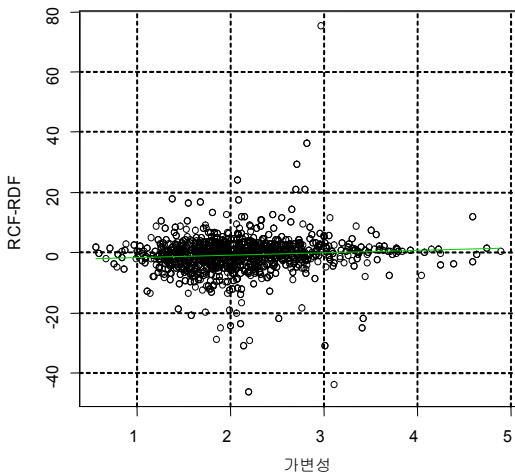
변수		제곱합	자유도	평균제곱	F	유의성
상관계수	그룹간	0.026	1	0.025	0.2325	6.29-e1
	그룹 내	99.975	898	0.111		
기울기	그룹간	3.169	1	3.169	2.258	1.33-e1
	그룹 내	1260.682	898	1.404		
가변성	그룹간	5.550	1	5.550	13.403	2.75-e4
	그룹 내	371.883	898	.414		
왜도	그룹간	15.620	1	15.624	7.4385	6.50-e3
	그룹 내	1886.210	898	2.100		
첨도	그룹간	1036.833	1	1036.833	6.384	1.16-e2
	그룹 내	145834.684	898	162.399		
간헐성	그룹간	0.067		0.067	1.608	2.05-e1
	그룹 내	37.644		0.041		
평균 수요량	그룹간	1.976	1	1.976	0.001	9.75-e1
	그룹 내	1843382.347	898	2052.764		

<표 6> 유의한 수요 특성치

변수		평균	표준편차	95% 신뢰구간		최소	최대
				하한	상한		
가변성	RDF	2.19	.67	2.12	2.25	.56	4.89
	RCF	2.03	.61	1.98	2.08	.59	4.63
	전체	2.10	.64	2.06	2.14	.56	4.89
왜도	RDF	3.68	1.44	1.58	6.27	.86	7.38
	RCF	3.41	1.45	1.59	6.24	.66	7.59
	전체	3.54	1.45	1.58	6.25	.66	7.59
첨도	RDF	17.42	12.75	16.19	18.66	-.08	56.06
	RCF	15.27	12.73	14.14	16.41	-.38	58.37
	전체	16.26	12.78	15.43	17.10	-.38	58.37

RDF의 평균값(3.68)은 RCF의 평균값(3.41) 보다 높고, 첩도의 경우에도 RDF의 평균값(17.42)은 RCF의 평균값(15.27) 보다 높았다. 세 가지 변수 값이 증가함에 따라 RDF에 유리한 결과를 보여준 것이다.

이와 같은 관계는 <그림 3>~<그림 5>에서 확인할 수 있다. <그림 3> 가변성 vs. 수요예측 퍼포먼스에 대한 산점도이다. 음의 RCF-RDF는 해당 수리부속에 대해 RCF가 더 정확한 예측치를 산출함을 의미하고 양의 값은 RDF가 더 정확한 예측치를 산출함을 의미한다. 그러나 <그림 3>에서 대부분의 경우 점들이 y축의 0값 근처에 걸쳐 있음을 알 수 있다. 이는 수요예측 값간 퍼포먼스의 차가 뚜렷하게 다르지는 않음을 의미한다. 산점도의 추세를 명확하게 보여주기 위하여 자료에 적합한 최소자승직선을 포함하였다. 최소자승직선의 기울기에서 보는 바와 같이 낮은 가변성에서 RCF의 퍼포먼스가 향상됨을 알 수 있다.

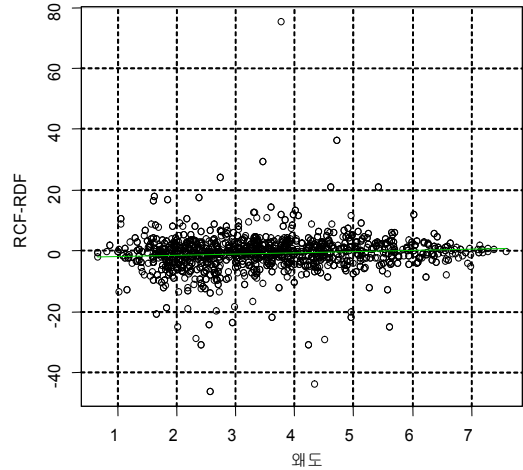


<그림 3> 가변성 vs. 수요예측 퍼포먼스

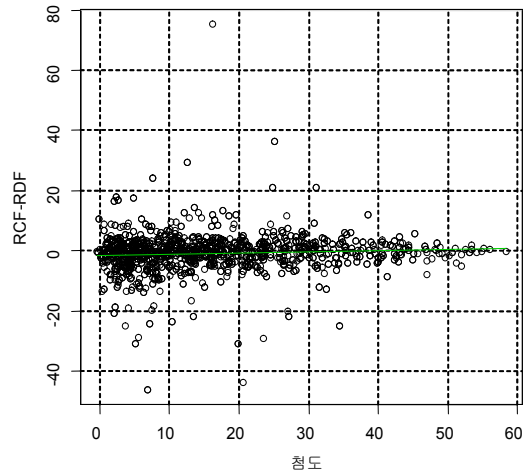
<그림 4> 왜도 vs. 수요예측 퍼포먼스에 대한 산점도에서 비슷한 경향을 확인할 수 있다. 즉, 그 차이는 크지 않으나 낮은 왜도에서 RCF의 퍼포먼스가 향상됨을 알 수 있다.

마찬가지로 <그림 5> 첩도 vs. 수요예측 퍼포먼스에 대한 산점도에서도 비슷한 경향을 확인할 수

있다. 즉, 그 차이는 크지 않으나 낮은 첩도에서 RCF의 퍼포먼스가 향상됨을 알 수 있다.



<그림 4> 왜도 vs. 수요예측 퍼포먼스



<그림 5> 첩도 vs. 수요예측 퍼포먼스

수요예측 퍼포먼스와 가변성, 왜도, 첩도 간 관계의 같은 방향성으로부터 가변성, 왜도, 첩도 간 상호 강한 양의 상관관계를 예측할 수 있는데 이는 <표 7> 가변성, 왜도, 첩도의 강한 양의 Pearson 상관계수로부터 확인할 수 있다. 이는 가변성이 더 높은 아이템이 더 왼쪽으로 치우치고 더 뾰족한 분포를 보여줌을 의미한다.

<표 7> 가변성, 왜도, 첨도의 Pearson 상관계수

		가변성	왜도	첨도
가변성	상관계수	1	0.778	0.732
	유의성		2.2e-16	2.2e-16
왜도	상관계수	0.778	1	0.984
	유의성	2.2e-16		2.2e-16
첨도	상관계수	0.732	0.984	1
	유의성	2.2e-16	2.2e-16	

상기 분석결과로부터 다음과 같은 주장이 가능하다 : 일반적으로 비정규적 수요를 예측함에 있어서 조합수요예측법(즉, RCF)이 직접수요예측법(즉, RDF) 보다 더 신뢰성이 있다. 그러나 수요 시계열의 가변성, 왜도 또는 첨도가 증가할수록 조합수요예측법의 직접수요예측법에 대한 상대적 우월성은 감소한다. 가변성이 더 높거나 왼쪽으로 더 치우치거나 더 뾰족한 수요 시계열을 보이는 아이템에 대해 RCF의 RDF에 대한 우월성이 감소하는 것은 아마도 단일 아이템의 특성이 그룹 내에서 서로 상쇄하는 조합수요예측법보다는 직접수요예측법이 단일 아이템의 가변성, 왜도, 첨도를 더 잘 반영할 수 있기 때문일 것이다.

본 장에서는 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스와 1가지 범주형 변수(장비그룹), 7가지 연속형 변수들(상관계수, 기울기, 가변성, 왜도, 첨도, 간헐성, 평균 수요량)과의 상관관계를 분석하였다. 그 중 <표 4>에서 장비그룹, <표 5>에서 가변성, 왜도, 첨도가 대체적인 수요예측법의 상대적인 퍼포먼스와 유의한 관계가 있음을 보였으며, 상관계수, 기울기, 간헐성, 평균 수요량은 대체적인 수요예측법의 상대적인 퍼포먼스와 유의하지 않은 관계를 보였다.

상관계수가 유의하지 않음은 Dangerfield and Morris[9]와 Widiarta et al.[32]의 연구결과와 일치하고, 유의한 관계를 주장한 Schwarzkopf et al. [27], Chen and Boylan[7], Widiarta et al.[31]의 연구결과와는 불일치한다. 평균 수요량이 유의하지 않다는 결과는 수요량이 유의하다는 Fliedner and

Mabert[12]의 연구결과와 불일치한다. 이와 같은 기존 연구결과와의 불일치는 Fliedner[14]가 주장하였듯이 연구에 사용된 자료의 통계적 특성의 차이에서 기인한다고 판단된다.

6. 결 론

하나의 수요예측법이 보편적으로 모든 경우에 우월한 퍼포먼스를 보이는 경우는 없다[6]. 해당하는 수요 특성에 적합한 수요예측법을 찾는 것이 가장 현실적인 방법인 것이다. 본 연구에서는 비정규적인 특성을 보이는 해군 수리부속 수요를 예측함에 있어 대체적인 수요예측법인 조합수요예측법과 직접수요예측법 사용의 지침을 제공하고자 하였다.

전반적으로 해군 수리부속 수요를 예측함에 있어서 조합수요예측법이 더 정확한 예측치를 산출하나 40%의 경우 직접수요예측법이 오히려 더 정확한 예측치를 산출하는 바 대체적인 수요예측법과 수요예측법 선택의 가이드로서의 수요 특성간의 관계를 규명하기 위해 1가지 범주형 변수인 장비그룹과 7가지 연속형 변수인 상관계수, 기울기, 가변성, 왜도, 첨도, 간헐성, 평균 수요량을 분석하고 변수 값의 변화가 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스에 미치는 영향을 분석하였다. 8가지 변수들중 장비그룹, 가변성, 왜도, 첨도가 수요예측법의 상대적 퍼포먼스와 유의한 상관관계가 있었다. 다른 장비그룹들 보다 간헐성이 높은 동시에 매우 적은 수요량을 보이는 함포/레이더 그룹에서 조합수요예측법이 더 신뢰성 있는 예측치를 산출하였으며, 가변성, 왜도, 또는 첨도가 증가할수록 조합수요예측법의 직접수요예측법에 대한 상대적 우월성이 감소함을 보여주었다.

이러한 연구결과는 기존 연구결과와 일치하는 경우[9, 32]와 불일치 하는 경우[7, 12, 27, 31]가 있으나 이는 연구에 사용된 자료의 통계적 특성치의 차이에서 기인한다고 판단하였다.

수리부속과 같은 비정규적인 특성을 보여주는 수요를 예측함에 있어 일반적으로 직접수요예측법보

다 조합수요예측법을 사용하는 것이 예측의 신뢰성을 높일 수 있으며, 특히 간헐성이 높은 동시에 매우 적은 수요량을 보이는 장비그룹의 경우 조합수요예측법이 더 우월한 퍼포먼스를 보인다. 그러나 가변성, 왜도, 또는 첨도가 높은 경우 조합수요예측법의 상대적 우월성이 감소하므로 수요예측법의 신중한 선택이 요구된다고 결론을 내릴 수 있다.

본 연구에서는 몇 가지 제한 사항과 향후 연구과제가 식별되었다. 첫째 본 연구에서는 해당 6년 중 5개년 이상 수요가 있었던 수리부속들만 사용한 결과 약 40%의 수요에 해당하는 수리부속들이 연구에 포함 되지 않았다. 향후 이와 같이 극단적으로 간헐적인 수요를 예측할 수 있는 기법에 대한 연구가 필요할 것이다. 둘째 본 연구에서는 가변성, 첨도, 왜도의 변화에 따라 대체적인 수요예측법의 상대적 퍼포먼스가 변함을 보여주었는데 상기 변수의 어느 지점에서 조합수요예측법 또는 직접수요예측법을 사용해야 한다고 명확하게 제시하지는 못하였다. 향후 본 연구에서 발견한 세 가지 변수의 어느 지점에서 어떤 수요예측법을 사용해야 한다는 것을 명확하게 제시하는 추가적인 연구가 필요하다. 셋째, 본 연구에서는 간헐성이 높은 동시에 매우 적은 수요량을 보이는 함포/레이더 그룹 수요에 대해 다른 그룹 수요에서보다 조합수요예측법의 퍼포먼스가 더 우월함을 보여주었는데 <표 5>에서 밝힌 바와 같이 일원분산분석에 의하면 간헐성과 평균 수요량은 통계적으로 유의하지 않는 변수이다. 그러나 개개의 변수로서는 유의하지 않으나 2개 이상 변수와 수요예측법의 퍼포먼스간 어떤 복합적인 관계가 추정되는 바 수요예측법의 선택에 있어서 두 가지 이상 변수의 동시적인 고려가 필요하다고 판단된다.

참고 문헌

- [1] 문성민, “수요특성이 계층적 수요예측법에 미치는 영향 : 해군 수리부속 사례분석”, 한국경영과학회 추계학술대회논문집, (2011), pp.353-363.
- [2] 선미선, 우제웅, “한국군의 수리부속 수요예측 발전방안 연구 : 해군 중심으로”, 『국방정책연구』, 제25권, 제3호(2009), pp.201-234.
- [3] BDEC Limited, "NATO Supply Classifications," <http://www.bdec-online.com/bd-codes/bd-p.cfm>, 2010.
- [4] Boylan, J.E., A.A. Syntetos, and G.C. Karakostas, "Classification for forecasting and stock control : a case study," *Journal of Operational Research Society*, Vol.59(2008), pp. 473-481.
- [5] Businger, M.P. and R.R. Read, "Identification of demand patterns for selective processing : a case study," *International Journal of Management Science*, Vol.27(1999), pp.189-200.
- [6] Chatfield, C., *The Analysis of Time Series : an Introduction, 6th edn*, Chapman and Hall/CRC, London, 2004.
- [7] Chen, H., J.E. Boylan, In : Lawrence, K.D., Klimberg, R.K., (Eds.), "The effect of correlation between demands on hierarchical forecasting," *Advances in business and management forecasting*, Emerald Group Publishing Limited, Bingley, UK, (2009), pp.73-188.
- [8] Croston, J.D., "Forecasting and stock control for intermittent demands," *Operational Research Quarterly*, Vol.23, No.3(1972), pp.289-303.
- [9] Dangerfield, B.J. and J.S. Morris, "Top-down or bottom-up : aggregate versus disaggregate extrapolations," *International Journal of Forecasting*, Vol.8, No.2(1992), pp.233-241.
- [10] Dekker, M., K.V. Donselaar, and A.P. Ouweland, "How to use aggregation and combined forecasting to improve seasonal demand forecasts," *International Journal of Production Economics*, Vol.90, No.2(2004),

- pp.151-167.
- [11] DeLurgio, S.A., *Forecasting Principles and Applications*, Irwin McGraw-Hill, New York, 1998.
- [12] Fliedner, E.B. and V.A. Mabert, "Constrained forecasting : some implementation guidelines," *Decision Sciences*, Vol.23, No.5(1992), pp.1143-1161.
- [13] Fliedner, E.B. and Lawrence, "Forecasting system parent group formation : An empirical application of cluster analysis," *Journal of Operations Management*, Vol.12, No.2(1995), pp.119-130.
- [14] Fliedner, G., "An investigation of aggregate variable time series forecast strategies with specific subaggregate time series statistical correlation," *Computers and Operations Research*, Vol.26, No.10/11(1999), pp.1133-1149.
- [15] Gardner, Jr. E.S., "Evaluating forecast performance in an inventory control system," *Management Science*, Vol.36, No.4(1990), pp.490-499.
- [16] Gardner, Jr. E.S. and J. Diaz-Saiz, "Seasonal adjustment of inventory demand series : a case study," *International Journal of Forecasting*, Vol.18, No.1(2002), pp.117-223.
- [17] Ghobbar, A.A. and C.H. Friend, "Evaluation of forecasting methods for intermittent parts demand in the field of aviation : a predictive model," *Computers and Operations Research*, Vol.30, No.14(2003), pp.2097-2114.
- [18] Gross, C.W. and J.E. Sohl, "Disaggregation methods to expedite product line forecasting," *Journal of Forecasting*, Vol.9(1990), pp.233-254.
- [19] Hyndman, R.J., R.A. Ahmed, G. Athanassopoulos, "Optimal combination forecasts for hierarchical time series," Monash University, (2007), pp.1-21.
- [20] Johnston, F.R. and J.E. Boylan, "Forecasting for items with intermittent demand," *Journal of Operational Research Society*, Vol.47 (1996), pp.113-121.
- [21] Kahn, K.B., "Revisiting top-down versus bottom-up forecasting," *The Journal of Business Forecasting*, (1998), pp.14-19.
- [22] Makridakis, S., A. Andersen, R. Carbone, R. Fildes, M. Hibon, R. Lewandowski, J. Newton, E. Parzen, and R. Winkler, "The accuracy of extrapolation (time series) methods : results of a forecasting competition," *Journal of Forecasting*, Vol.1, No.2(1982), pp.111-153.
- [23] Miller, J.G., W.L. Berry, and C.-Y.F. Lai, "A comparison of alternative forecasting strategies for multi-stage production-inventory systems," *Decision Sciences*, Vol.7, No.4(2007), pp.714-724.
- [24] Moon, S., Hierarchical Forecasting for Predicting Spare Parts Demand in the South Korean Navy, PhD Thesis, Newcastle University, Newcastle Upon Tyne, UK, 2010.
- [25] Moon, S., C. Hicks, and A. Simpson, "The development of a hierarchical forecasting method for predicting spare parts demand in the South Korean Navy," In R.W. Grubbs, and H.H. Hinterhuber (Eds.), 16th *International Working Seminar on Production Economics, Innsbruck*, Vol.3(2010), pp.385-397.
- [26] Regattieri, A., M. Gamberi, R. Gamberini, and R. Manzini, "Managing lumpy demand for aircraft spare parts," *Journal of Air Transport Management*, Vol.11, No.6(2005), pp.426-431.
- [27] Schwarzkopf, A.B., R.J. Tersine, and J.S.

- Morris, "Top-down versus bottom-up forecasting Strategies," *International Journal of Production Research*, Vol.26, No.11(1988), pp.1833-1843.
- [28] Shlifer, E. and R.W. Wolff, "Aggregation and proration in forecasting," *Management Science*, Vol.25, No.6(1979), pp.594-603.
- [29] Syntetos, A.A. and J.E. Boylan, "The accuracy of intermittent demand estimates," *International Journal of Forecasting*, Vol.21, No.2(2005), pp.303-314.
- [30] The R project for statistical computing, <http://www.r-project.org/>, 2011.
- [31] Widiarta, H., S. Viswanathan, and R. Piplani, "On the effectiveness of top-down strategy for forecasting autoregressive demands," *Naval Research Logistics*, Vol.54, No.2(2006), pp.176-188.
- [32] Widiarta, H., S. Viswanathan, R. Piplani, "Forecasting item-level demands : an analytical evaluation of top-down versus bottom-up forecasting in a production-planning framework," *IMA Journal of Management Mathematics*, Vol.19(2008a), pp.207-218.
- [33] Widiarta, H., S. Viswanathan, and R. Piplani, "Evaluation of hierarchical forecasting for substitutable products," *International Journal of Services and Operations Management*, Vol.4, No.3(2008b), pp.277-295.
- [34] Widiarta, H., S. Viswanathan, and R. Piplani, "Forecasting aggregate demand : an analytical evaluation of top-down versus bottom-up forecasting in a production planning framework," *International Journal of Production Economics*, Vol.118, No.1(2009), pp.87-94.
- [35] Willemain, T.R., C.N. Smart, J.H. Shockor, and P.A. DeSautels, "Forecasting intermittent demand in manufacturing : a comparative evaluation of Croston's method," *International Journal of Forecasting*, Vol.10, No.4 (1994), pp.529-538.
- [36] Williams, T.M., "Stock control with sporadic and slow-moving demand," *Journal of Operational Research Society*, Vol.35, No.10(1984), pp.939-948.