

데이터 홀드 방식에 따른 햅틱 시스템의 안정성 분석

이 경 노*

한국교통대학교 에너지시스템공학과

Effects of Data-hold Methods on Stability of Haptic System

Kyungno Lee*

Department of Energy System Engineering, Korea National University of Transportation, 50

Daehak-ro, Chungju-si, Chungbuk 380-702, Korea

(Received 2012. 10. 08. / Accepted 2012. 11. 02.)

Abstract : This paper presents the effect of data-hold methods on stability of haptic system with a virtual wall. When a human operator interacts with virtual wall, the larger the stiffness of the virtual wall is, the more realistic the operator feels that the virtual wall is. However, if the stiffness of the virtual wall becomes extremely large, the system may be unstable. When a virtual wall is designed, it is necessary to analyze the maximum available stiffness to guarantee a stable haptic interaction. The simulation model in this paper is developed based on the haptic device model, sampler, a virtual wall model, and data hold methods to compute the maximum stiffness for stability. The effectiveness of the simulation is evaluated through comparing the results of previous studies with the results of this simulation. In addition, the effects of two data hold methods, that is, zero-order hold (ZOH) and first-order hold (FOH) on the stability are analyzed and the values of the maximum available stiffness are compared through the simulation.

Key words : Haptic system (햅틱시스템), discrete system (이산시스템), virtual environment (가상환경), haptic rendering (햅틱렌더링), stability (안정성), data-hold method (데이터 홀드 방식)

1. 서론

햅틱 시스템은 사용자가 햅틱 장치를 통하여 가상 환경 또는 컴퓨터 그래픽 환경과 상호작용하는 시스템으로서, 사용자가 햅틱 장치를 통해 가상 환경 속 사물 또는 벽을 만지면 그에 따른 반력을 햅틱 장치를 통해 전달 받는 시스템이다.

햅틱 시스템에서는 햅틱 장치로부터 사용자에게의 한 위치 및 속도 정보가 샘플링되어 측정되고, 이 정보가 가상환경 모델에 전달되어 사용자에게 전달할 반력이 계산된 후 데이터 홀드 방식을 통해 사용자에게 반력이 전달된다. 데이터 홀드 방식에는 영차

홀드 방식(Zero-Order Hold; ZOH)과 일차홀드 방식(First-Order Hold; FOH)이 일반적이다. 이차 이상의 고 차수 홀드(High-order hold) 방식은 시간 지연을 발생시켜서 시스템의 안정성을 위협하기 때문에 일반적으로 사용하지 않는다.

가상 환경 모델 중 가상벽(virtual wall)은 일반적으로 스프링과 댐퍼로 모델화되고 이 모델을 통해 반력이 계산되는데, 사용자는 스프링의 상수가 클수록 큰 힘을 반력으로 전달받게 되어 가상벽을 보다 현실감 있게 느끼게 된다. 그렇지만 가상벽의 스프링 상수를 너무 크게 하면 시스템이 불안정해진다. 따라서 시스템의 안정성(stability)을 보장할 수 있는 스프링 상수의 범위를 분석할 필요가 있다.

* Corresponding author. E-mail: klee@ut.ac.kr

Colgate¹⁾는 가상 스프링과 가상 댐퍼로 구성된 가상 커플링(virtual coupling)의 개념을 도입하여 햅틱 시스템을 안정화시키기 위한 가상 커플링의 범위를 수동성(passivity)의 측면에서 유도하였다. Adams와 Hannaford^{2,3)}는 2-포트 네트워크 모델을 이용한 가상 커플링의 절대 안정성(absolute stability) 해석법을 제시하였고, Gil⁴⁾은 루드-후르비쯔(Routh-Hurwitz) 판별법을 이용하여 1-자유도 햅틱 인터페이스의 안정성(stability)을 해석하였으며, 시스템의 안정성을 보장하는 가상 스프링과 가상 댐퍼의 범위와 상호관계를 제시하였다. Abbott와 Okamura⁵⁾는 가상벽 모델에서 샘플링 주기, 햅틱 장치의 쿨롱 마찰력, 그리고 엔코더의 분해능에 따른 수동성(passivity) 조건을 제시하였다. Diolaiti⁶⁾는 햅틱 인터페이스에서 샘플링 주기(sampling time), 시간지연(time delay), 양자화(quantization), 그리고 햅틱 장치의 쿨롱 마찰 (Coulomb friction)이 시스템 안정성에 미치는 영향을 분석하였다. Lee와 Lee⁷⁾는 1-자유도 햅틱 장치에서 비선형 가상 커플링을 설계하기 위한 안정성 조건을 제시하였다. 이러한 기존 연구에서는 시스템의 안정성을 해석함에 있어 영차 홀드의 데이터 홀드 방식을 이용하였다.

본 논문에서는 1-자유도 햅틱 장치와 스프링으로 구성된 가상벽 모델을 토대로 일차홀드(FOH) 방식이 시스템 안정성에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 시스템 안정화를 위한 가상벽의 스프링 상수의 한계 범위를 제시하고자 한다. 그리고 영차홀드 (ZOH) 방식을 기준으로 시스템 안정성을 분석한 기존 연구 결과와 비교하여 일차 홀드 방식의 성능을 살펴보고자 한다.

2. 햅틱 시스템의 구조

햅틱 시스템은 Fig. 1과 같이 연속시스템과 이산 시스템으로 구성되어 있으며, 햅틱 장치를 통해 전달된 사용자의 입력 정보는 샘플링을 통해 연속적인 데이터가 이산적인 데이터로 변환된다.

그리고 가상환경 모델을 통해 입력정보에 따른 출력을 계산한 후 데이터 홀드를 통해 출력정보가 다시 연속적인 데이터로 변환되어 사용자에게 전달된다.

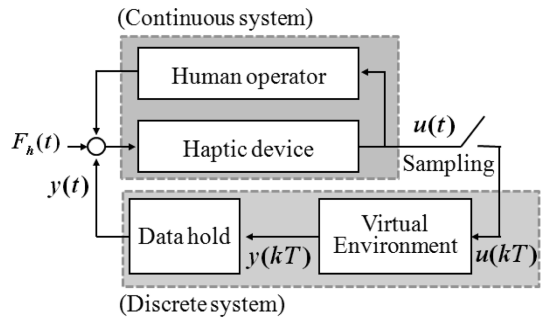


Fig. 1 Architecture of haptic system

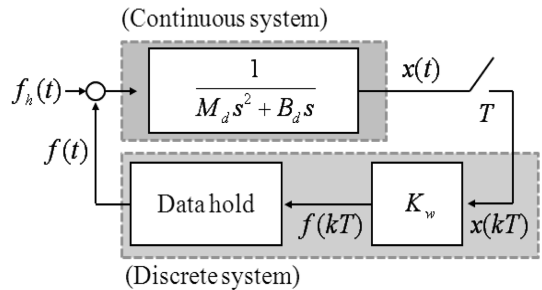


Fig. 2 Control block diagram of haptic system for simulation

일반적으로 사용자의 임피던스함수는 복잡하고 정확하게 모델화하기 어렵기 때문에 본 논문에서는 고려하지 않는다. 기존 연구들의 결과에 따르면 사용자의 임피던스는 시스템을 안정화시키는 데 도움을 준다. 따라서 사용자의 임피던스를 고려할 경우에는 사용자의 임피던스를 고려하지 않을 경우보다 시스템을 안정화시키기 위한 가상커플링의 한계영역이 더 커지게 될 것이다.

Fig. 2는 본 논문에서 제시한 시뮬레이션 모델의 블록선도를 보여주며, 소프트웨어 툴을 통해 시뮬레이션이 구현된다. 햅틱 장치는 질량(M_d)과 댐퍼(B_d)로 구성된 2차 시스템으로 모델화되며, 본 논문에서 다루고자 하는 가상환경은 가상벽(virtual wall)으로서 가상 스프링 상수(K_w)으로 구성된 모델이다. 그리고 샘플링 주기는 T 로 모델화되고 데이터홀드 방식에 따라 영차홀드(ZOH)와 일차홀드(FOH)는 각각 (1)과 (2)로 모델화된다.

$$\text{영차홀드 모델: } G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (1)$$

$$\text{일차홀드 모델: } G_{h1}(s) = \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)^2 \frac{Ts + 1}{T} \quad (2)$$

영차홀드를 사용한 가상벽에서의 시스템 안정성 분석에 대한 기존 연구들의 결과를 살펴보면 다음과 같다. Colgate¹⁾는 (3)과 같이 시스템을 안정화시키기 위한 가상벽의 스프링 상수(K_w)의 최댓값이 햅틱 장치의 댐핑 상수(B_d), 샘플링 주기(T), 그리고 가상벽의 댐핑 상수(B_w)에 의해 제한되는 것을 수동성(passivity)의 측면에서 유도했다. 샘플링 주기가 작을수록, 햅틱 장치의 댐핑 상수가 클수록, 그리고 가상벽의 댐핑 상수가 작을수록 가상벽의 스프링 상수가 커짐을 보였다. 반면 Gil⁴⁾은 안정성(stability)의 측면에서 루드-후르비쯔(Routh-Hurwitz) 판별법을 이용하여 시스템을 안정화시키기 위한 가상 스프링 상수(K_w)의 한계범위를 (4)와 같이 유도했다. 댐핑 상수(B_w)가 작은 값일 때 가상 스프링 상수(K_w)의 한계범위는, Colgate¹⁾의 유도식 (3)처럼 햅틱 장치의 댐핑 상수(B_d)가 클수록, 샘플링 주기(T)가 작을수록 커짐을 보였으나, Colgate¹⁾의 유도식 (3)과는 달리 가상벽의 댐핑 상수(B_w)가 커짐에 따라 가상 스프링 상수(K_w)의 최댓값 또한 커짐을 보였다.

$$B_d > \frac{K_w T}{2} + B_w \quad (3)$$

$$B_d + B_w > \frac{K_w T}{2} \quad (4)$$

본 논문은 안정성(stability)의 측면에서 영차홀드와 일차홀드에 따른 가상벽의 스프링 상수 한계영역의 변화를 살펴보고, Gil⁴⁾의 결과와 비교할 것이다.

3. 햅틱 시스템 안정성 분석

시스템의 안정성을 보장해 줄 수 있는 가상벽 모델의 스프링상수의 범위를 시뮬레이션을 통해 분석하고자 한다. 시뮬레이션 모델은 Fig. 2의 제어블록 선도를 토대로 설계된다.

우선, 시뮬레이션 모델의 타당성 검증을 위해 영차홀드 방식이 적용된 환경에서 시스템의 안정성을 보장할 수 있는 가상벽의 스프링 상수 최댓값에 대해 시뮬레이션 결과를 기존 연구인 Gil⁴⁾의 결과와 비교한다. 시뮬레이션에서 사용된 햅틱장치의 질량과 댐퍼 상수는 Gil⁴⁾의 연구에서 사용한 값으로, 각각 0.5 kg과 0.1 Ns/m이다. 그리고 사용자 입력, $f_h(t)$ 는

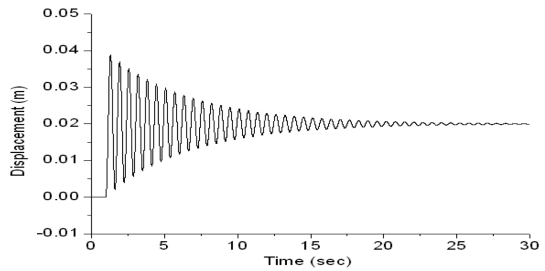


Fig. 3 An example of stable behavior where $T=0.001\text{sec}$, $B_w=0.1\text{Ns/m}$, $K_w=50\text{N}$, data hold type=ZOH.

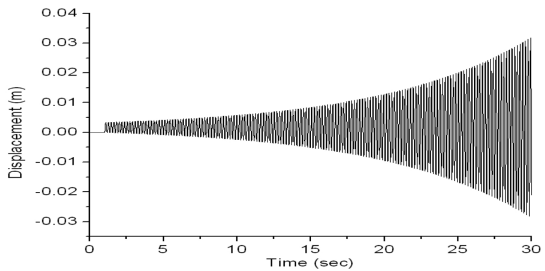


Fig. 4 An example of unstable behavior where $T=0.001\text{sec}$, $B_w=0.1\text{Ns/m}$, $K_w=600\text{N}$, data hold type=ZOH.

단계 입력형(step input)으로 가정된다.

시뮬레이션에서 시스템이 안정화되어 있다고 판단하는 기준은 Fig. 3과 같이 시간이 흐름에 따라 진폭이 감소하거나 증가하지 않는 경우이다. 반면에 Fig. 4와 같이 시간이 흐름에 따라 진폭이 증가하는 경우는 시스템이 불안정하다고 판단한다.

식 (4)에 의하면 가상벽의 댐핑 상수(B_w)가 0인 경우, 가상벽의 스프링 상수(K_w)는 샘플링 주기가 커짐

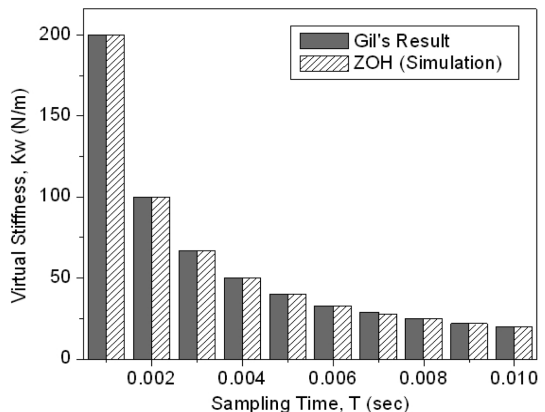


Fig. 5 Maximum available virtual stiffness (K_w) according to sampling time (T) when virtual damping (B_w) is zero and ZOH is applied.

Table 1 Comparison of the simulation results and Gil4's results

Sampling time (sec)	K _w (N/m) @Gil ⁴	K _w (N/m) @Simulation	Error (%)
0.001	200.0	200	0.0
0.002	100.0	100	0.0
0.003	66.7	67	0.5
0.004	50.0	50	0.0
0.005	40.0	40	0.0
0.006	33.3	33	1.0
0.007	28.6	28	2.0
0.008	25.0	25	0.0
0.009	22.2	22	1.0
0.010	20.0	20	0.0

에 따라 역으로 작아지며 그 관계식은 (5)와 같다. Fig. 5와 Table 1은 (4)에 의해 계산된 스프링 상수(K_w)의 최댓값과 시뮬레이션을 통해 구한 스프링 상수(K_w)의 최댓값을 비교한 것으로서, 그 차이가 없음을 알 수 없다. 시뮬레이션 결과 데이터를 토대로 최소 오차를 갖는 곡선의 방정식을 유도하면, (6)과 같으며, 이론값인 (5)와 거의 같음을 알 수 있다.

$$K_w < 0.2T^{-1.0} \quad (5)$$

$$K_w = 0.1948T^{-1.004} \quad (R^2 = 0.9999) \quad (6)$$

데이터 홀드방식을 일차홀드로 변환하여 시스템의 안정성을 분석한다. 햅틱 장치의 질량과 댐핑 상수는 각각 0.5 kg과 0.1 Ns/m으로 영차 홀드의 안정성 분석의 경우와 동일하다. 그리고 샘플링 주기(T)와 가상벽의 스프링 상수(K_w)와의 상관관계를 시뮬레이션을 통해 분석한다. Table 2와 Fig. 6은 일차홀드 방식이 적용된 경우의 결과로서, 시스템의 안정성을 보장하기 위한 샘플링 주기에 따른 가상벽의 스프링 상수 최댓값을 보여준다. 이때 10개 데이터와의 오차를 최소화하는 곡선 방정식은 (7)과 같다.

$$K_w = 0.3615T^{-1.51} \quad (R^2 = 1) \quad (7)$$

Table 2는 가상벽이 스프링으로만 구성된다고 가정했을 때 일차홀드 방식을 적용한 경우가 영차홀드 방식을 적용한 경우보다 수십 배 큰 가상 스프링 상

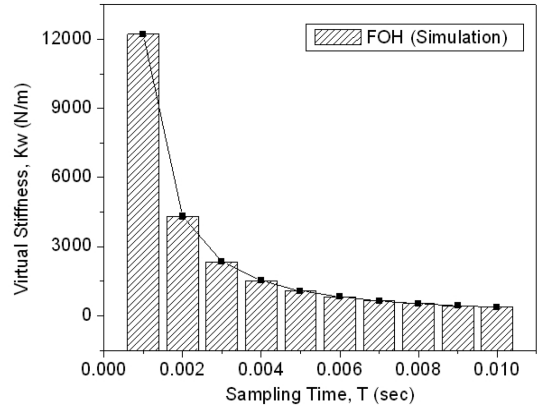


Fig. 6 Maximum available virtual stiffness (Kw) according to sampling time (T) when virtual damping (Bw) is zero and FOH is applied.

Table 2 Comparison of FOH and ZOH effect on stable margin of virtual stiffness; Kw using simulation

Sampling time (sec)	K _w (N/m) @FOH	K _w (N/m) @ZOH	$\frac{K_w@FOH}{K_w@ZOH}$
0.001	12210	200	61
0.002	4310	100	43
0.003	2340	67	35
0.004	1520	50	30
0.005	1080	40	27
0.006	820	33	25
0.007	650	28	23
0.008	530	25	21
0.009	440	22	20
0.010	380	20	19

Table 3 Comparison of FOH and ZOH effect on stable margin of virtual stiffness; Kw, using curve fitting eqs. (6) and (7)

Sampling time (sec)	K _w (N/m) @FOH	K _w (N/m) @ZOH	$\frac{K_w@FOH}{K_w@ZOH}$
0.001	12249	200	61
0.005	1078	40	27
0.01	379	20	19
0.02	133	10	13
0.03	72	7	11
0.04	47	5	9
0.05	33	4	8
0.06	25	3	8
0.07	20	3	7
0.08	16	2	7
0.09	14	2	6
0.10	12	2	6

수가 구현될 수 있음을 보여준다.

Table 3은 (6)과 (7)을 이용하여 샘플링 주기에 따른 일차홀드 방식에 의한 최대 스프링 상수, 영차홀드 방식에 의한 최대 스프링 상수와 그 비율을 나타낸 것이다. 샘플링 주기가 증가함에 따라서 그 비율이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그렇지만, 샘플링 주기가 0.1 초일 때 가상 스프링 상수 값들을 비교하면, 일차홀드 방식을 적용한 경우가 영차홀드 방식을 적용한 경우보다 6배 더 큰 가상 스프링을 구현할 수 있음을 알 수 있다. 특히 샘플링 주기가 작아질수록 그 차이가 더욱 커지는데, 샘플링 주기가 0.001 초인 경우에는 일차홀드 방식을 적용한 경우의 스프링 상수가 영차홀드 방식을 적용한 경우보다 약 60 배 정도 크다. 가상 스프링 상수를 매우 크게 구현할 수 있다는 것은 사용자로 하여금 가상벽을 실제 벽에 더욱 가깝게 느끼게 해줄 수 있다는 것을 의미하므로, 가상환경 속에서 사용자의 현실감을 증강시키는 데 일차홀드 방식이 큰 도움을 준다는 것을 의미한다.

4. 결론

햅틱 시스템의 안정성이 확보되는 범위 안에서, 데이터 홀드 방식 중 영차홀드(Zero-order hold; ZOH) 방식과 일차홀드(First-order hold; FOH) 방식이 가상벽의 스프링 상수 최대값에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 분석했다.

시뮬레이션의 타당성을 살펴보기 위해 영차홀드 방식이 적용된 햅틱 시스템에서의 안정성 분석에 대한 시뮬레이션 결과가 기존 연구 결과와 동일함을 보였다. 그리고 일차홀드 방식이 적용된 경우와 영차홀드 방식이 적용된 경우를 비교한 결과, 샘플링 주기가 작아질수록 일차홀드 방식을 적용한 경우가 영차홀드 방식을 적용한 경우보다 훨씬 큰 가상 스프링 상수를 구현할 수 있음을 보였다. 가상벽이 스프링만으로 구성된 경우, 샘플링 주기가 0.001 초일 때 일차홀드 방식을 적용한 경우가 영차홀드 방식이 적용된 경우보다 약 60배 정도 큰 스프링 상수의 구현이 가능하다.

스프링 상수를 크게 구현할 수 있다는 것은 사용자로 하여금 가상벽을 실제 벽에 더욱 가깝게 느끼게 해줄 수 있다는 것을 의미하므로, 가상환경 속에서 사용자의 실제감을 증강시키는 데 일차홀드 방식을 적용하는 경우가 영차홀드 방식을 적용한 경우보다 더 효과적이다.

References

- 1) J. E. Colgate and G. Schenkel, "Passivity of a Class of Sampled-data Systems: Application to Haptic Interfaces," *Journal of Robotic Systems*, Vol.14, No. 1, pp. 37~47, 1997.
- 2) R. J. Adams and B. Hannaford, "Stable Haptic Interaction with Virtual Environments," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, Vol. 15, No. 3, pp. 465 474, 1999.
- 3) R. J. Adams and B. Hannaford, "Control Law Design for Haptic Interfaces to Virtual Reality," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 1, pp. 3~13, 2002.
- 4) J. J. Gil, A. Avello, A. Rubio, and J. Florez, "Stability Analysis of a 1 DOF Haptic Interface using the Routh-Hurwitz Criterion," *IEEE Trans. on control systems technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 583~588, July 2004.
- 5) N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbagli, and J. K. Salisbury, "Stability of Haptic Rendering: Discretization, Quantization, Time Delay, and Coulomb Effects," *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 22, No. 2, pp. 256~268, Apr. 2006.
- 6) J. J. Abbott and A. M. Okamura, "Effects of Position Quantization and Sampling Rate on Virtual-wall Passivity," *IEEE Trans. Robotics*, Vol. 21, No. 5, pp. 952~964, Oct. 2005.
- 7) M. H. Lee and D. Y. Lee, "Stability of Haptic Interface using Nonlinear Virtual Coupling," *Proc. of the 2003 IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 4, Washington, D.C., Oct. 5~8, pp. 3420~3424, 2003.