

MIMO 레이더에서 송수신 안테나 분배에 의한 최적 성능에 관한 연구

A Study on Optimum Performance in MIMO RADAR with Transmit and Receive Antenna Allocation

남궁걸*, 임종태*, 유도식*

Geol Nam-Goong*, Jong-Tae Lim*, and Do-Sik Yoo*

요 약

본 논문에서 우리는 등간격 선형 어레이 (ULA : Uniform Linear Array) MIMO 레이더 시스템에 ESPRIT 알고리즘을 적용하여 전송각과 도래각을 추정하는 방법을 고려했다. 각 추정 성능을 높이기 위한 방안으로 물리적인 안테나 개수를 증가시키는 방법과 정합필터링 후의 스냅샷 수를 증가시키는 방법이 있지만 이러한 방법에는 복잡도 등의 다양한 제약이 따른다. 이에 본 논문에서는 단순히 전송, 수신 안테나 수를 적절히 분배함으로써 성능을 향상시키는 방법을 제안하고자 한다. 특히, 우리는 수신 안테나의 수가 송신 안테나 수의 약 두 배가 되었을 때 최적의 성능이 얻어짐을 보인다.

Abstract

In this paper, we study the method of estimating direction of departure(DOD) and direction of arrival(DOA) using

estimation of signal parameters via rotational invariant techniques (ESPRIT) in uniform linear array MIMO radar system. While it is possible to improve the resolution by increasing the numbers of physical antennas and snapshots after matched filtering, such methods generally give rise to increase in complexity. In this paper, we propose to improve the resolution by optimally allocating the number of transmit and receive antennas. In particular, we show that the performance is optimized when the number of the receive antennas is approximately twice that of transmit antennas.

Key words : MIMO, MIMO radar, ESPRIT, DOD estimation, DOA estimation

I. 서 론

여러 안테나로부터 받아진 신호를 이용한 신호의 도래 방향 추정에 관한 연구가 오래전부터 계속되고 있다. 최근에는 4세대 이동통신 기술에 MIMO(Multi

ple Input Multiple Output)가 사용되면서 한꺼번에 많은 정보를 전송하고 수신할 수 있게 되었고 이를 레이더 시스템에 적용하려는 연구가 활발히 진행 중이다. MIMO 레이더의 목적은 다수 표적의 위치를 빠르게 추정하는데 있다고 볼 수 있다. [1]에서 등간격

* 홍익대학교 전기전자공학부(School of Electronic & Electrical Engineering of Hongik University)

· 제1저자 (First Author) : 남궁걸

· 교신저자 (Corresponding Author) : 유도식

· 투고일자 : 2012년 2월 22일

· 심사(수정)일자 : 2012년 2월 23일 (수정일자 : 2012년 4월 20일)

· 게재일자 : 2012년 4월 30일

선형 어레이 (ULA) MIMO 레이더 시스템에서 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)을 이용한 전송각 (DOD: Direction Of Departure), 도래각 (DOA: Direction Of Arrival) 추정방법이 처음으로 제안되었고 [2]-[5]에서 이를 활용한 응용을 보이고 있다. 본 논문에서는 특히 제한된 안테나 수에서 최적의 성능을 내는 안테나 분배에 관해 고찰하고자 한다.

다중신호가 수신 어레이 안테나에 입사할 경우 각 신호의 도래각 (Direction Of Arrival)을 분리해 낼 수 있는 초 분해능 도래각 추정 알고리즘이 있는데, 대표적으로 고유치 분해방식을 이용한 MUSIC (Multiple Signal Classification) 과 ESPRIT 알고리즘이 있으며, 특히 ESPRIT은 MUSIC에 비해 계산이 빠르고 낮은 SNR (Signal to Noise Ratio) 에서도 분해능이 뛰어난 알고리즘으로 알려져 있다[6].

본 논문에서는 ESPRIT 기법을 이용해 표적의 위치를 추정한다. 그러나 일반적인 방법으로는 어레이 안테나로 들어오는 신호의 도래각만 추정이 가능하다. 그러므로 전송각 추정을 위한 새로운 방법으로 수신 어레이 벡터에 전송신호와 정합필터링 하는 방법이 사용된다. 각 전송 안테나에서 전송하는 신호 사이에 직교 관계가 있을 때 정합필터의 출력 값은 전송각과 도래각만의 요소로 분리되며 이를 ESPRIT 알고리즘을 적용해 전송각과 도래각을 추정할 수 있다. II절에서는 MIMO 레이더 시스템 모델에 관해 설명하고, 수신 어레이 벡터에 각 전송 신호와 정합되는 정합필터 출력 과정을 설명한다. III절에서는 이 출력 벡터를 이용해 ESPRIT 알고리즘을 적용하여 전송각과 도래각을 추정한다. 그리고 IV절에서 최적의 성능을 내는 전송 및 수신 안테나 수에 대해서 고찰하며 실험 결과를 확인하고, V절에서 결론을 도출한다.

II. MIMO 레이더 시스템 모델 및 정합 필터링

선형 배열 어레이 MIMO 레이더 시스템의 간단한 형태가 그림 1에 나타나 있다. 안테나와 표적 사이에는 원거리 장 조건 (Farfield Condition)이 만족한다.

전송 안테나 수를 M , 수신 안테나 수를 N , 표적 개수를 P 라 한다. 이때 각 전송 안테나에서 전송되는 신호 $s_i(t)$ 는 다음을 만족한다.

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} 0 & \text{if } i \neq j \\ \frac{E_s}{M} & \text{if } i = j \end{cases} \quad (1)$$

여기서 $E_s = \sum_{i=1}^M \int_0^T |s_i(t)|^2 dt$ 이다. 또한 각 신호를 협대역 신호라고 가정하면 i 번째 표적에 맞고 반사되는 신호 $P_i(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$P_i(t) = \eta_i \sum_{k=1}^M s_k(t) a_k(\theta_i) \quad (i = 1, 2, \dots, P) \quad (2)$$

여기서 θ_i 는 전송 안테나에서 i 번째 표적까지의 전송각을 의미한다. 또한 $\underline{a}(\theta_i)$ 는 $[1 e^{j2\pi f_c d \frac{\sin \theta_i}{c}} \dots e^{j2\pi f_c d (M-1) \frac{\sin \theta_i}{c}}]^T$ 의 전송 방향 모드 벡터(direction mode vector)이고, $a_k(\theta_i)$ 는 $\underline{a}(\theta_i)$ 의 k 번째 요소를 나타내며, η_i 는 표적 RCS (Radar Cross Section)에 의한 신호감쇠를 나타낸다. 또한, f_c 는 전송 신호의 중심 주파수, d 는 어레이 안테나 사이의 거리이며 c 는 빛의 속도이다.

이때 P 개의 표적을 맞고 반사된 신호가 수신 어레이 안테나로 들어오게 되는데 각 수신 어레이 안테나에 받아들인 신호 $x_i(t)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_i(t) = P_1(t)b_i(\phi_1) + P_2(t)b_i(\phi_2) + \dots + P_P(t)b_i(\phi_P) + n_i(t) \quad (3)$$

$$= \sum_{k=1}^P P_k(t)b_i(\phi_k) + n_i(t) \quad (4)$$

$$= \sum_{k=1}^P \eta_k \sum_{j=1}^M s_j(t) a_j(\theta_k) b_i(\phi_k) + n_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

여기서 ϕ_k 는 k 번째 표적을 맞고 반사된 신호의 도래각을 의미한다. 또한 $\underline{b}(\phi_k)$ 는 $[1 e^{j2\pi f_c d \frac{\sin \phi_k}{c}} \dots e^{j2\pi f_c d (N-1) \frac{\sin \phi_k}{c}}]^T$ 의 수신 방향 모드 벡터이고, $b_i(\phi_k)$ 는 $\underline{b}(\phi_k)$ 의 i 번째 요소를 나타낸다. $n_i(t)$ 는 평균이 0이고, 분산이 σ^2 인 복소 첨가

백색 가우시안 잡음 (Complex Additive White Gaussian Noise) 이다.

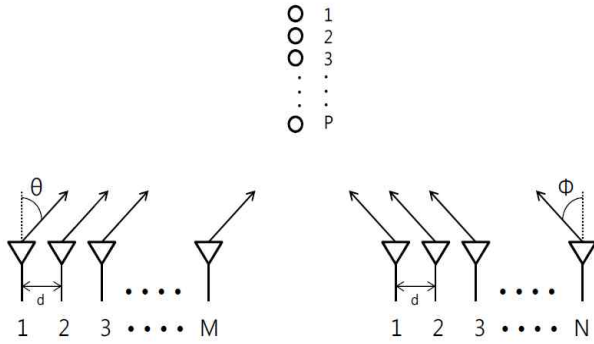


그림 1. MIMO 레이더 모델
Fig. 1. MIMO RADAR MODEL

각 수신 어레이 안테나에 수신된 신호 $x_i(t) (i = 1, 2, \dots, N)$ 에 각 전송 어레이 안테나에서 전송된 신호 $s_i(t) (i = 1, 2, \dots, M)$ 와 정합되는 정합필터의 출력 과정이 그림 2에 나타나 있다. 이때 정합필터를 통과하고 난 후의 벡터 $y(t)$ 의 길이는 수신 어레이 안테나 수와 전송 어레이 안테나 수의 곱인 $N \times M$ 이 된다.

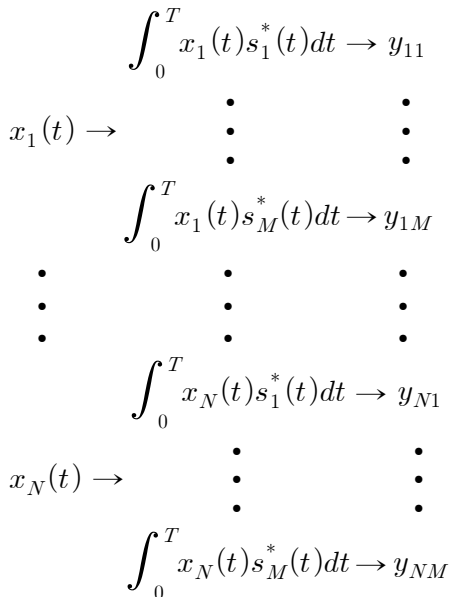


그림 2. 정합 필터 출력 과정
Fig. 2. Matched Filter Output Process

출력 벡터 $y(t)$ 를 한번 구하는 것을 스냅 샷을 한번 얻었다고 표현한다. 이때 $y(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$y(t) = A\underline{\eta}(t) + \underline{n}(t) \quad (6)$$

$$\text{단, } A = [\underline{b}(\phi_1) \otimes \underline{a}(\theta_1) \quad \underline{b}(\phi_2) \otimes \underline{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \underline{b}(\phi_p) \otimes \underline{a}(\theta_p)]$$

$$\underline{\eta}(t) = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \dots \quad \eta_p]^T$$

이때 A는 전송 방향 모드 벡터와 수신 방향 모드 벡터의 크로네커 곱 (Kronecker Product) 으로 MIMO 방향 모드 벡터이며 $\underline{\eta}(t)$ 는 표적의 RCS 에 의한 감쇠 벡터이다. 또한 $rank(\underline{\eta}(t)) = P$ 이다. 이는 출력 벡터의 스냅 샷 길이를 증가시켜 해결할 수 있다.

III. MIMO 레이더 ESPRIT 알고리즘

감쇠 벡터 $\underline{\eta}(t)$ 와 잡음 벡터 $\underline{n}(t)$ 가 상관관계가 없다고 가정하면 정합필터를 통과한 출력 벡터 $y(t)$ 의 자기공분산 행렬(Autocovariance Matrix) R_{yy} 는 다음과 같이 표현된다.

$$R_{yy} = E[\underline{y}(t)\underline{y}(t)^H] = AS_{yy}A^H + \sigma^2I \quad (7)$$

(NM \times NM)

여기서 $S_{yy} = E[\underline{\eta}(t)\underline{\eta}(t)^H]$ 이다. 그러므로 P개의 고유치를 제외한 나머지 NM-P개의 고유치는 σ^2 로 동일하다. 이때 R_{yy} 를 고유치를 σ^2 로 갖는 잡음 부 공간과 신호 부 공간으로 나눌 수 있다. 그러면 신호 부 공간의 고유벡터 U_s 를 다음과 같이 표현이 가능하다 [7].

$$R_{yy}U_s = \Lambda_s U_s \quad (8)$$

$$(AS_{yy}A^H + \sigma^2I)U_s = \Lambda_s U_s \quad (9)$$

$$AS_{yy}A^H U_s = \Lambda_{s-\sigma^2} U_s \quad (10)$$

$$\therefore U_s = A(S_{yy}A^H U_s \Lambda_{s-\sigma^2}^{-1}) \quad (11)$$

$$= AC$$

이는 U_s 를 MIMO 방향모드 벡터 A와 C의 곱으로 나타낼 수 있다는데 의미가 있다. 이때 C는 정칙행렬이다. 이제 새로운 방향 모드 벡터 A_{t1} , A_{t2} , A_{r1} , A_{r2} 를 다음과 같이 정의한다 [8].

$$A_{t1} = [\underline{b}(\phi_1) \otimes [I_{M-1} \ 0] \underline{a}(\theta_1) \\ \cdot \cdot \cdot \underline{b}(\phi_p) \otimes [I_{M-1} \ 0] \underline{a}(\theta_p)] \quad (12)$$

$$A_{t2} = [\underline{b}(\phi_1) \otimes [0 \ I_{M-1}] \underline{a}(\theta_1) \\ \cdot \cdot \cdot \underline{b}(\phi_p) \otimes [0 \ I_{M-1}] \underline{a}(\theta_p)] \quad (13)$$

$$A_{r1} = [[I_{N-1} \ 0] \underline{b}(\phi_1) \otimes \underline{a}(\theta_1) \\ \cdot \cdot \cdot [I_{N-1} \ 0] \underline{b}(\phi_p) \otimes \underline{a}(\theta_p)] \quad (14)$$

$$A_{r2} = [[0 \ I_{N-1}] \underline{b}(\phi_1) \otimes \underline{a}(\theta_1) \\ \cdot \cdot \cdot [0 \ I_{N-1}] \underline{b}(\phi_p) \otimes \underline{a}(\theta_p)] \quad (15)$$

그러면 각 방향 모드 벡터 사이에 다음과 같은 관계가 만족한다.

$$A_{t2} = A_{t1} \Phi_t \quad (16)$$

$$A_{r2} = A_{r1} \Phi_r \quad (17)$$

단,

$$\Phi_t = \text{diag}(e^{j2\pi f_d \frac{\sin \theta_1}{c}}, e^{j2\pi f_d \frac{\sin \theta_2}{c}}, \dots, e^{j2\pi f_d \frac{\sin \theta_p}{c}})$$

$$\Phi_r = \text{diag}(e^{j2\pi f_d \frac{\sin \phi_1}{c}}, e^{j2\pi f_d \frac{\sin \phi_2}{c}}, \dots, e^{j2\pi f_d \frac{\sin \phi_p}{c}})$$

여기서 Φ_t , Φ_r 는 각각 전송각과 도래각 정보를 갖고 있는 대각 행렬이다. 비슷한 방법으로 다음의 관계가 만족하는 U_s 의 부분행렬 U_{t1} , U_{t2} , U_{r1} , U_{r2} 를 찾아낼 수 있다.

$$U_{t1} = A_{t1} C \quad U_{t2} = A_{t2} C \quad (18)$$

$$U_{r1} = A_{r1} C \quad U_{r2} = A_{r2} C \quad (19)$$

이때 다음의 관계식을 이용해 전송각을 추정해 낼 수 있다.

$$U_{t2} = A_{t2} C = A_{t1} \Phi_t C \quad (20)$$

$$= U_{t1} C^{-1} \Phi_t C = U_{t1} \psi_t$$

$$\psi_t = (U_{t1}^H U_{t1})^{-1} U_{t1}^H U_{t2} \quad (21)$$

$$\text{단, } \psi_t = C^{-1} \Phi_t C$$

ψ_t 의 고유치가 전송각 정보를 갖게 되므로 전송각을 추정할 수 있다. 마찬가지로 도래각도 추정이 가능하다.

IV. 최적 안테나 분배 및 실험 결과

전송 신호원으로 직교 LFM (Linear Frequency Modulation) 신호를 사용했다. 중심 주파수 $F_c=5.2$ GHz 이고, 안테나 간 간격 d 는 $\lambda/2$ (λ : 반파장)이다. 50 Monte-Carlo Simulation을 통해 전송각과 도래각을 추정하였다. SNR 10dB 에서 실험을 진행 하였으며 정합필터링 후의 스냅 샷 길이 $L=100$ 이다. 표적은 3개로 가정하며 각각 $(30^\circ, 5^\circ)$, $(0^\circ, -17^\circ)$, $(-63^\circ, -40^\circ)$ 에 위치해 있다.

이때 제한된 안테나 개수에서 최적의 성능을 낼 수 있는 전송, 수신 안테나 배열이 중요한 문제가 될 수 있다. MIMO 레이더 성능은 잡음에 의해 수신 안테나에 더 민감하다. 이는 그림 3와 4을 보면 확인 할 수 있다. 표 1은 각 표적의 고도각, 방위각의 RMSE (Root Mean Square Error) 와 평균 RMSE를 나타낸다. RMSE가 낮을수록 성능이 좋을 것을 의미한다. 또한 정합 필터링 후의 출력벡터의 길이($N \times M$)도 성능에 영향을 미친다.

이런 요소들을 종합했을 때 제한된 안테나 개수에서 전송 안테나와 수신 안테나의 비율을 1:2로 했을 때 가장 뛰어난 성능을 보임을 실험적으로 확인하였다. 이는 표 2에서 확인할 수 있다.

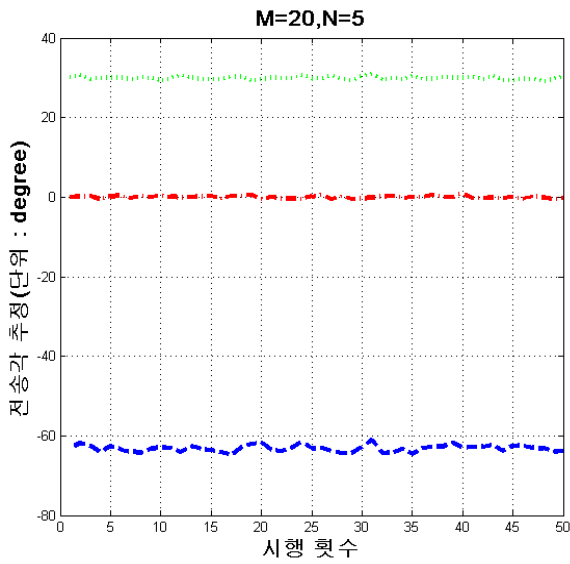


그림 3(a). M=20, N=5 전송각 추정
Fig. 3(a). M=20, N=5 Transmit Angle Detection

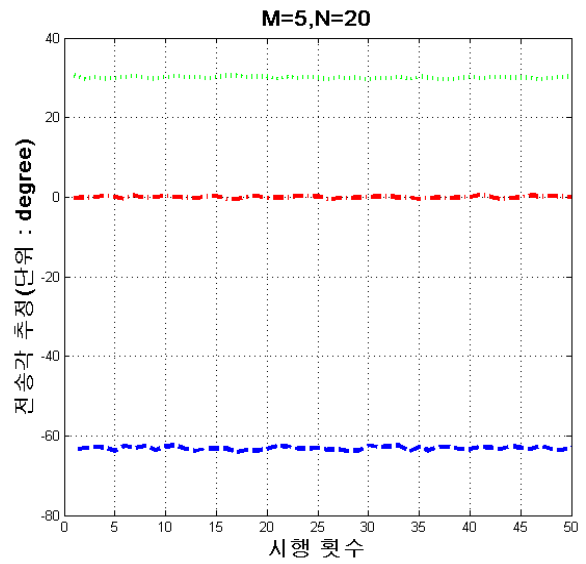


그림 4(a). M=5, N=20 전송각 추정
Fig. 4(a). M=5, N=20 Transmit Angle Detection

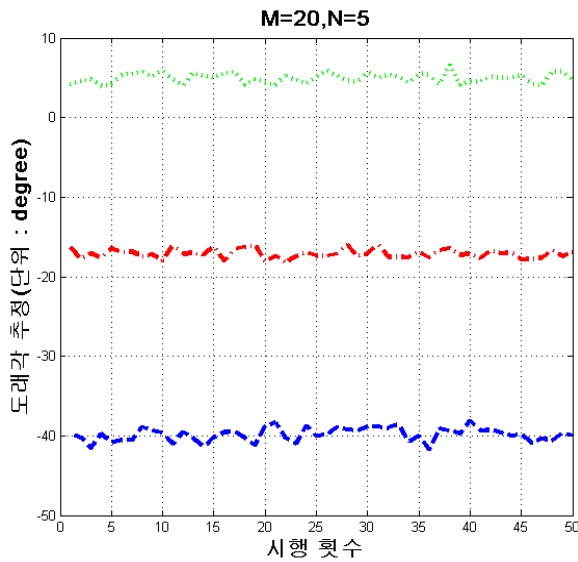


그림 3(b). M=20, N=5 도래각 추정
Fig. 3(b). M=20, N=5 Receive Angle Detection

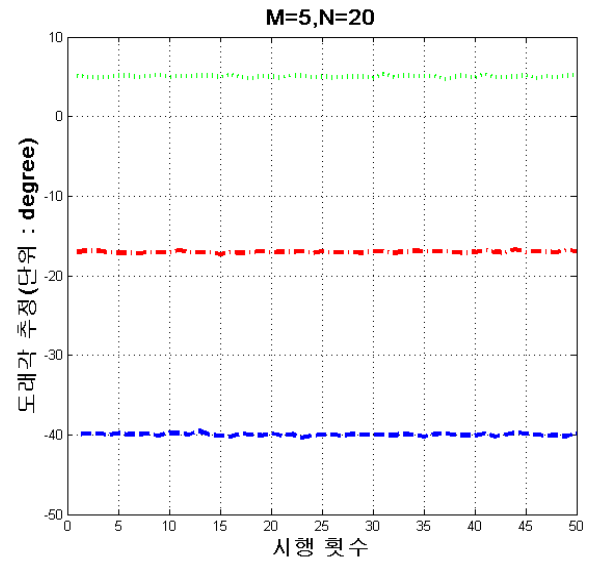


그림 4(b). M=5, N=20 도래각 추정
Fig. 4(b). M=5, N=20 Receive Angle Detection

V. 결 론

본 논문은 제한된 시스템 환경하에서 각 추정 성능을 높이기 위한 노력의 일환으로서 고정된 안테나 수에서 최적의 성능을 내는 전송 및 수신 안테나의 분배에 관해 고찰했다. 안테나 개수를 늘리면 성능이

좋아지지만 무작정 늘리기에는 비용적, 공간적으로 효율적이지 못하다, 이를 해결하기 위한 방법으로 정합 필터링 후의 출력벡터 스냅샷을 증가시키는 방법이 있지만 이는 또 계산 속도가 저하되는 문제가 있다. 그러므로 단순히 안테나 수를 배분하여 성능을 향상시킬 수 있음은 대단히 효율적이라고 할 수 있다. 이로 인해 사용자는 제한된 환경에서 최적의 성능을 내는 시스템을 구성할 수 있다.

표 1. 전송, 수신 안테나 개수에 따른 성능
Table 1.Performance by Transmit and Receive Antenna Allocation

	M=20, N=5	M=5, N=20
전송각 1	0.77	0.46
전송각 2	0.32	0.20
전송각 3	0.40	0.24
도래각 1	0.79	0.15
도래각 2	0.60	0.11
도래각 3	0.63	0.12
평균 RMSE	0.58	0.21

표 2. 고정된 총 안테나수에 따른 성능
Table 2.Performance by Fixed Total Antenna Number

M+N = 12	평균 RMSE	M+N = 24	평균 RMSE	M+N = 36	평균 RMSE
M=2 N=10	0.765	M=4 N=20	0.272	M=6 N=30	0.190
M=3 N=9	0.531	M=6 N=18	0.241	M=9 N=27	0.154
M=4 N=8	0.489	M=8 N=16	0.210	M=12 N=24	0.148
M=5 N=7	0.503	M=10 N=14	0.234	M=15 N=21	0.177
M=6 N=6	0.528	M=12 N=12	0.246	M=18 N=18	0.151

그러나 본 논문에서는 등간격 선형 어레이를 이용해 전송 고도각과 도래 고도각을 추정했으므로 2차원 평면적인 표적의 위치만 추정이 가능하다. 앞으로 남은 과제는 등간격 원형 어레이 (Uniform Circular Array)에서 고속 계산이 가능한 ESPRIT를 이용하여 이동하는 표적의 공간적인 위치를 추정하고 제한된 환경에서 성능을 향상시킬 수 있는 알고리즘에 관한 연구가 더욱 더 진행되어야 할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 연구는 2011년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2010-0025062).

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea funded by the Ministry of Education, Science and Technology(2010-0025062)

참 고 문 헌

[1] C. Duofang, C. Baixiao and Q. Guodong. "Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar", *IEEE ELECTRONICS LETTERS.*, Vol. 44, No. 12, 5th June 2008.

[2] C. Jinli, G. Hong and S. Weimin "Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar", *IEEE ELECTRONICS LETTERS.*, Vol. 44, No. 24, 20th November 2008.

[3] N. Liu, L.-R. Zhang J. Zhang and D. Shen "Direction finding of MIMO radar through ESPRIT and Kalman filter", *IEEE ELECTRONICS LETTERS.*, Vol. 45, No. 17, 13th August 2009.

[4] Bencheikh, M.L.; Yide Wang "Non circular ESPRIT-RootMUSIC joint DOA-DOD estimation in bistatic MIMO radar", *Systems, Signal Processing and their Applications (WOSSPA), 2011 7th International Workshop*, pp.51-54, 9-11 May 2011.

[5] Guo, Y.D.; Zhang, Y.S.; Tong, N.N. "ESPRIT-like angle estimation for bistatic MIMO radar with gain and phase uncertainties ", *IEEE ELECTRONICS LETTERS.*, Vol. 47, No. 17, 18th August 2011.

[6] R. Roy, A.Paulaj and T.Kailath, "Comparative Performance of ESPRIT and MUSIC for Direction-of-Arrival Estimation", *Proc. IEEE ICASSP.*, pp.2344 -2347, 1987.

[7] P. Stoica, R. Moses. "Spectral Analysis of Signals", *Pearson Prectice Hall*, pp.166-168, 2005.

[8] C. Duofang, C. Baixiao and Q. Guodong. "Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar", *IEEE ELECTRONICS LETTERS.*, Vol. 44 No. 12, 5th June 2008.

남궁 걸 (南宮杰)



2011년 2월 : 홍익대학교 전기전자공학부(공학사)
 2011년 3월 ~ 현재 : 홍익대학교 공과대학원 전기정보제어공학과 석사과정
 관심분야 : 디지털 통신, 디지털 신호 처리, MIMO Radar

임 종 태 (林鍾泰)



1989년 2월 : 서울대학교 전자공학과 (공학사)
 1991년 2월 : 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
 2001년 8월 : The University of Michigan at Ann Arbor 전기공학과 (공학박사)

1991년 3월 ~ 2004년 8월 (주) 대우일렉트로닉스 영상연구소 및 신호처리연구소 책임 연구원
 2004년 9월 ~ 2008년 2월 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부 조교수
 2008년 3월 ~ 현재 홍익대학교 전자전기공학부 부교수
 관심분야 : 디지털 통신 및 방송 시스템, 디지털 신호 처리

유 도 식 (兪堵植)



1990년 8월 : 서울대학교 전기공학과 (공학사)
 1994년 2월 : 서울대학교 물리학과 (이학석사)
 2002년 4월 : 미국 미시간대학교 전기공학과(공학박사)

2002년 2월 ~ 2003년 10월 미시간대학교 박사 후 연구원
 2006년 9월 ~ 현재 홍익대학교 전자전기공학부 조교수
 관심분야 : 통신이론, 무선통신 시스템 설계, 정보이론, 부호이론, 네트워크 정보이론 등