

이산 푸리에변환을 이용한 모델링과 제어기 설계 방법

(A System Modeling and Controller Design Method Using Discrete Fourier Transform)

심관식* · 안현진 · 남해곤 · 임영철 · 김의선**

(Kwan-Shik Shim · Hyun-Jin Ahn · Hae-Kon Nam · Yeong-Chul Lim · Eui-Sun Kim)

Abstract

This paper describes system modeling and controller design method in the measured signal by discrete Fourier transform. Transfer function of the second order system is estimated by the dominant parameter which is computed in the magnitude and the phase of Fourier spectrum of the measured signal. In addition, the controller was designed by the estimated transfer function, and the results were compared. The proposed estimation method of transfer function contains only a very simple mathematical process. Therefore, it is effective to design the controller in the measured signal when the output of the system contains the characteristics of complex exponential functions case. The proposed method was applied on Op-Amp system to verify the efficiency and the reliability. The results show that the proposed algorithms are highly applicable to the system modeling and controller design in the measured data.

Key Words : System Identification, Fourier Transform, Parameter, Estimation, Modeling, Control Design

1. 서 론

오늘날 급속한 기술 발전으로 다양한 시스템에서 요구하는 제어 기술은 갈수록 고도화되고, 복잡해지고 있다. 선형모델을 이용해서 제어기를 설계하기 위해서는 시스템의 정확한 수학적 모델링을 필요로 하는데, 동적시스템을 정확하게 모의하는 것은 매우 어렵다. 궁극적으로 제어기 성능을 최적화하기 위해서는

모델의 비선형성, 시간지연 및 시간변화 등과 같은 모델의 불확실성을 최소화하는 것이 필요하다.

최근 20년 동안 네트워크 통신 기술과 함께 데이터 취득과 신호처리 분야가 급성장하였다. 또한 실측데이터로부터 동적시스템을 해석하기 위한 시스템식별(SI, System Identification)과 관련된 다양한 연구들이 진행되었다[1-5]. SI는 측정된 데이터를 이용해서 동적 시스템 모델을 추정하고 평가하는 방법으로 추정한 모델의 출력과 측정데이터를 비교하여 모델의 정확성의 검증한다.

SI는 크게 파라메트릭(parametric)법과 비파라메트릭(nonparametric)법으로 분류할 수 있다. 파라메트릭법[1-3]은 주어진 모델 구조에 맞게 파라미터를

* 주저자 : 전남대학교 공업기술연구소 특별연구원
** 교신저자 : 신경대학교 인터넷정보통신학과 교수
Tel : 031-369-9172, Fax : 031-369-9116
E-mail : eskim@sgu.ac.kr
접수일자 : 2011년 11월 10일
1차심사 : 2011년 11월 16일
심사완료 : 2012년 1월 2일

추정하는 방법으로 대표적인 알고리즘으로 부분공간을 이용한 N4SID(subspace state space system identification)가 있다. 비파라메트릭법[3-5]은 입력과 출력의 푸리에변환에서 전달함수를 추정하는 방법으로 모델 구조가 고정되어 있는 않다. 대표적인 알고리즘으로 ETFE(empirical transfer function estimate)가 있으며 여기에 스펙트럴 해석(spectral analysis)도 포함된다.

본 논문은 SI와 같이 신호에서 전달함수를 추정하는 것으로 과도응답과 같이 시스템의 응답이 급격히 변화할 때에 계측한 신호에서 파라미터와 전달함수를 추정하는 방법을 기술하고 있다.

이산푸리에변환(DFT, discrete Fourier transform)은 이산 신호처리에서 가장 많이 사용하는 알고리즘 중에 하나이다[6]. 문헌 [7-8]에는 DFT에서 계산한 푸리에 스펙트럼과 위상으로부터 직접 신호에 포함된 중요 파라미터를 추정하는 방법을 기술하고 있다. 이와 같은 이산푸리에변환에서 직접 파라미터를 추정하는 방법은 고속푸리에변환(FFT, fast Fourier transform) 알고리즘을 이용할 수 있어 매우 빠르게 파라미터를 추정할 수 있는 장점이 있다. 본 논문에서는 문헌 [7-8]에서 제안한 알고리즘을 개선하여 보다 정확하게 파라미터를 추정하는 방법을 제안하였다. 중요한 파라미터 중에서 제동계수는 DFT에서 계산한 스펙트럼 값만으로 추정할 수 있는 방법을 개발하였으며, 지수함수의 푸리에변환 특성을 이용하여 모드 크기를 추정하는 방법을 개발하였다.

본 논문에서는 DFT를 이용해서 추정한 복소지수함수의 파라미터를 이용하여 단순한 2차 시스템의 전달함수를 추정하였다. 만일 입력이나 외란에 의해서 동적시스템이 충분히 여기되었다면 이때 출력은 시스템의 동적특성을 포함하고 있다. 또한 시스템을 지배하는 모드가 복소평면에서 허수축에 근접해 있으면 출력이 복소지수함수 형태로 나타난다. 이와 같은 출력에 대해서 파라미터를 추정하면 시스템을 지배하는 모드와 크기를 알 수 있다.

시스템 출력에서 추정한 파라미터로부터 전달함수를 추정하기 위해서 출력을 정규화해야 한다. 즉 선형 모델에서 전달함수는 임펄스응답이므로 측정한 출력

신호를 정규화해야 한다. 본 논문에서는 정상 상태에 대응하는 실측한 출력의 평균값을 계산하고 이를 이용해서 신호를 정규화 하였다. 그리고 정규화한 신호에 대해서 파라미터를 추정하여 전달함수를 계산하였는데, 전달함수 포함된 제동비와 고유진동주파수는 추정한 복소모드로부터 계산하였다.

본 논문에서 제안한 전달함수 추정 방법은 매우 단순한 산술과정만 포함하고 있으므로 모델 추정에서 제어기 설계까지 그 과정 매우 단순하다. 만일 시스템의 출력이 복소지수함수 특성을 포함하고 있으면 정확하게 시스템의 특성을 반영한 단순한 형태의 전달함수를 추정할 수 있고, 쉽게 제어기를 설계할 수 있는 장점이 있다. 본 논문에서 제안한 이산푸리에변환을 이용한 전달함수 추정 방법을 Op-Amp를 이용해서 구현한 시스템에 적용하여 제안한 방법의 효율성과 신뢰성을 검증하였다.

2. 푸리에 변환과 시스템 파라미터 추정

푸리에변환에서 시스템의 전달함수를 추정하기 위해서는 먼저 시스템의 응답특성을 포함하고 있는 중요 파라미터를 추정해야한다. 본 논문에서는 문헌 [7-8]에서 제안한 파라미터 추정방법을 적용하여 파라미터를 추정하였다. 그리고 주어진 푸리에스펙트럼만을 이용해서 제동계수를 추정하는 방법을 개선하였는데, 본 장에서는 파라미터 추정 방법과 개선에 대해서 간략하게 기술한다.

2.1 복소지수함수 푸리에 변환

연속함수 $x(t)$ 가 주파수 ω_1 과 위상 ϕ_1 인 코사인함수와 제동계수 α 와 크기 A 를 가진 지수함수의 곱으로 이루어진 복소지수함수라 하면, 다음과 같이 이산치 형태로 나타낼 수 있다.

$$x(n) = Ae^{-\alpha n} \cos(\omega_1 n + \phi_1) \quad (1)$$

복소지수함수는 지수함수와 코사인 함수의 곱으로 이루어져 있다. 그러므로 복소지수함수의 푸리에변환

은 다음과 같이 컨벌루션으로 나타낼 수 있다.

$$X(\omega) = X_e(\omega) * X_c(\omega) \quad (2)$$

여기에서 $X_e(\omega)$ 와 $X_c(\omega)$ 는 각각 지수함수와 코사인 함수의 푸리에변환이다.

주파수 $\hat{\omega} = \omega/\omega_1$ 라 할 때 주파수이동 특성을 이용하여 식 (2)를 푸리에변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다(Appendix A.1-A.2).

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \frac{1}{2} A e^{j\hat{\omega}\phi_1} [X_e(\omega - \omega_1) + X_e(\omega + \omega_1)] \\ &= X_\omega \angle \phi_\omega \end{aligned} \quad (3)$$

만일 $\omega = \omega_1$ 이면, $X_e(\omega + \omega_1) \approx 0$ 이므로 지수감쇠코 사인 함수의 푸리에변환은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X(\omega_1) = \frac{1}{2} A e^{j\phi_1} X_e(0) \quad (4)$$

여기에서 $X_e(0)$ 는 주파수 $\omega = \omega_1$ 에서 지수함수의 푸리에변환으로 다음과 나타낼 수 있다.

$$X_e(0) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-an} \quad (5)$$

또한 $N \rightarrow \infty$ 이면, $X_e(0)$ 는 제동계수의 역수로 수렴한다.

$$X_e(0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-an} = \frac{1}{\alpha} \quad (6)$$

이산푸리에변환은 데이터수가 N개로 고정되어 있기 때문에 정확하게 $1/\alpha$ 로 수렴하지 않을 수 있다. 따라서 실제 이산치 계산에서는 제동계수보다 데이터수가 주어진 $X_e(0)$ 를 적용하는 것이 더 정확하다.

2.2 파라미터 추정방법 개선

연속함수 문헌 [7-8]에서 푸리에변환에서 직접 복소 지수함수의 파라미터를 추정하는 방법에 대해서 기술

하고 있다. 이 논문에서는 제동계수를 보다 정확하게 추정할 수 있는 방법에 대해서 기술한다.

식 (1)과 같이 나타난 복소지수함수에서 파라미터는 주파수 ω_1 과 위상 ϕ_1 , 그리고 제동계수 α 와 크기 A 가 있다. 푸리에변환의 가장 큰 장점 중에 하나는 주파수를 빠르게 추정하는 것이다. 푸리에변환에서 침두스펙트럼에 대응하는 주파수는 신호에 포함되어 있는 중요 주파수를 의미하므로 침두스펙트럼에 대응하는 주파수를 중요 주파수로 선택한다.

$$\omega_1 = \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} X_\omega \quad (7)$$

주파수 $\omega_\alpha = \omega_1 + \alpha$ 에서 스펙트럼 크기는 침두주파수 $\omega = \omega_1$ 에서 스펙트럼 크기의 70.7[%]에 대응한다 [7]. 이 사실로부터 제동계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = |\omega_1 - \omega_\alpha| \quad (8)$$

이 식을 이용해서 이산푸리에변환에서 도식적으로 제동계수를 추정할 수 있다. 그러나 프로그램에서 제동계수를 추정하기 위해서는 침두스펙트럼의 70.7[%]에 대응하는 스펙트럼 크기를 계산해야 한다. 시간구간이 작으면, 주파수 구간이 크므로 푸리에 스펙트럼 사이 간격도 크게 된다. 그러므로 스펙트럼에서 오차가 많이 포함될 수 있다. 이산푸리에변환에서 제동계수가 작을 때 좌우스펙트럼에 비해 침두치가 매우 크다. 그러므로 선형으로 가정하면 오차가 포함된다. 침두스펙트럼의 첫 번째 좌측스펙트럼을 X_l 이라고하고 이에 대응하는 주파수를 ω_l 이라 하자. 복소지수함수의 이산푸리에 변환 식에서 다음과 같이 제동계수를 추정할 수 있다.

$$\alpha_l = \left| \frac{(\omega_1^2 - \omega_l^2) X_l}{2\omega_1 \sqrt{X_{\omega_1}^2 - X_l^2}} \right| \quad (9)$$

그리고 좌측스펙트럼과 동일하게 우측스펙트럼으로부터 추정한 제동계수를 α_r 이라 하면 다음과 같이 제동계수를 추정할 수 있다.

$$\alpha = \frac{\alpha_r + \alpha_l}{2} \quad (10)$$

이 식은 좌측스펙트럼과 우측스펙트럼에서 각각 제동계수를 추정하여 그 평균값으로 제동계수를 추정하는 것이다.

만일 식 (10)에서 제동계수를 추정하면 이를 이용해서 모드의 크기를 계산할 수 있다. 또한 식 (5)로부터 $X_c(0)$ 를 계산하고, 이를 식 (4)에 대입하면 모드 크기를 추정할 수 있다.

$$A = 2X_{\omega_1} / X_c(0) \quad (11)$$

주파수 ω_1 에 대응하는 위상 ϕ_1 을 가진 지수감쇠코사인함수에서 푸리에스펙트럼의 위상을 ϕ_{ω_1} 이라 할 때, 식 (4)에서 모드의 위상 ϕ_1 은 푸리에스펙트럼의 위상과 같으므로, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_1 = \phi_{\omega_1} \quad (12)$$

그리고 지수감쇠코사인함수의 위상은 지수감쇠코사인함수 위상에 $90[^\circ]$ 뒤지므로 $\phi_1 = \phi_{\omega_1} + \pi/2$ 로 추정할 수 있다.

지금까지 푸리에변환 결과에서 얻어지는 푸리에스펙트럼과 스펙트럼 위상으로부터 중요 저주파수 파라미터를 추정하는 방법을 기술하였다. 그림 1은 지금까지 기술한 파라미터와 푸리에스펙트럼의 관계를 나타낸 것이다.

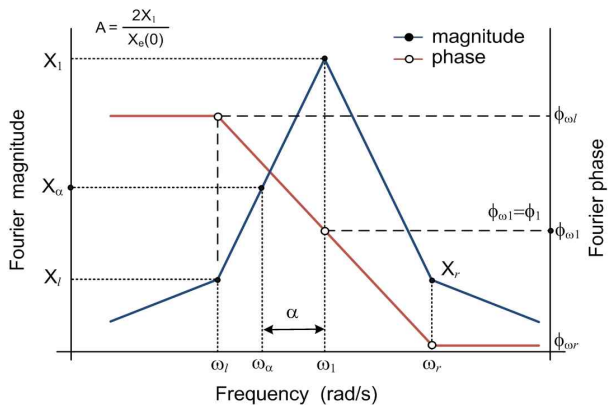


그림 1. 푸리에스펙트럼과 파라미터
Fig. 1. Fourier spectrum and parameter

3. 이산신호에서 전달함수 추정

전달함수는 선형시불변계통에 대해서 정의되는데, 모든 초기조건이 0일 때, 임펄스응답의 라플라스변환으로 정의된다. 수학적 모델링에서는 미분방정식을 라플라스변환하고, 입력에 대한 출력의 비를 계산함으로써 전달함수를 계산한다. 이산 신호에서 전달함수를 추정하는 SI에서도 전달함수를 추정하기 위해서 입력과 출력신호를 필요로 한다. SI에서 ETFE와 같은 알고리즘은 입력과 출력 신호의 푸리에변환에서 상관함수를 계산하거나 직접 비를 계산하여 전달함수를 추정한다. N4SID와 같은 subspace 알고리즘은 계측한 입력과 출력벡터를 이용하여 확장관측행렬 (extended observability matrix)을 계산하고 이를 이용하여 상태변수행렬을 계산하여 모델을 추정한다. 그러므로 SI에 알고리즘들은 출력신호 뿐만 아니라 입력신호를 측정해야 전달함수나 시스템 모델을 추정할 수 있다.

본 논문은 출력신호에 포함된 시스템의 특성을 이용해서 전달함수를 추정하는 방법을 기술하고 있다. 전술한 이산푸리에변환을 이용한 파라미터 추정방법을 적용하여 전달함수를 추정하는데, 일반적인 SI 알고리즘들과 달리 입력 신호를 배제하고 출력신호만 가지고 전달함수를 추정하는 방법을 개발하였다. 제어시스템 측면에서 입력이나 외란을 무시하는 것은 매우 큰 제약사항이다. 따라서 이 논문을 전개하기 위해서는 몇 가지 조건과 가정이 필요하다.

(1) 시스템의 출력신호가 복소지수함수 형태로 출력되어야 한다. 즉 시스템을 지배하는 독립적인 모드가 존재해서 출력에 시스템의 고유한 특성이 포함되어야 한다.

(2) 출력신호가 비교적 큰 외란이나 입력으로 여겨되어야 한다. 정상상태에서 작은 외란으로 인한 잡음과 유사한 특성을 가진 ambient 신호에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용할 수 없다. 그러므로 제안한 방법은 시스템의 동적특성이 포함된 출력 신호에 대해서 적용할 수 있다.

(3) 동적특성을 포함하고 있는 복소지수함수 출력이 선형시불변이어야 한다. 이것은 시간과 독립적으로

동일한 입력에 대해서 동일한 출력을 발생하며 입력에 비례해서 출력을 발생해야함을 의미한다.

3.1 신호모델

동적시스템의 출력을 $y(t)$ 라 하고, 시간 $t=+0$ 에서 출력을 $y(t_0)$ 라 하면, 출력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t) = y(t_0) + \Delta y(t) \tag{13}$$

출력의 미소변화 $\Delta y(t)$ 는 출력행렬과 상태변수의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta y(t) = C \Delta x(t) = \sum_{i=1}^n R_i e^{\lambda_i t} \tag{14}$$

여기에서 R_i 는 출력신호 미소변위의 residue로 각 상태변수에서 i -번째 모드의 residue에 출력행렬을 곱한 후, 모두 합한 값이다. 만일 k -번째 모드가 복소수이고 이들 모드가 시스템의 특성에 지배적으로 영향을 주면 시스템응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = y(t_0) + R_k e^{\lambda_k t} + \bar{R}_k e^{\bar{\lambda}_k t} \tag{15}$$

여기에서 $\bar{\lambda}_k$ 와 \bar{R}_k 는 각각 λ_k 와 R_k 의 공액복소수이다.

그러므로 임의의 동적시스템의 출력이 복소지수함수 형태로 나타날 때, 특정 모드가 시스템의 특성을 지배함을 알 수 있다. 만일 λ_k 가 복소수이면 공액복소수 가지므로 시스템의 응답은 2차 시스템 형태로 나타난다. 식 (15)를 라플라스 변환하면, 다음과 같은 시스템 방정식을 얻을 수 있다.

$$Y(s) = \frac{Y_0}{s} + \frac{R_k}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{R}_k}{s - \bar{\lambda}_k} \tag{16}$$

여기에서 $Y(s)$ 와 Y_0 는 각각 $y(t)$ 와 $y(t_0)$ 의 라플라스 변환이다.

초기값 $y(t_0)=0$ 이라 하면, 식 (16)에서 첫 번째 항은 소거되므로 다음과 같은 2차 시스템 방정식을 얻을 수 있다.

$$G(s) = \frac{R_k}{s - \lambda_k} + \frac{\bar{R}_k}{s - \bar{\lambda}_k} \tag{17}$$

이 식은 초기 값의 영향이 제거한 시스템 응답은 시스템을 지배하는 특정 모드로 표현될 수 있음을 의미한다. 외란에 의해서 시스템응답이 변화할 때, 시스템 응답은 지배적인 모드가 좌우함을 알 수 있다. 선형시불시스템의 전달함수가 단위임펄스응답의 라플라스 변환으로 정의되기 때문에 위 식은 단위임펄스응답에 대한 시스템 전달함수가 된다.

3.2 전달함수 추정

그림 2에는 전형적인 단위궤환 2차시스템 블록선도이다. 블록선도에서 $R(s)$ 와 $Y(s)$ 는 각각 입력과 출력이고 $E(s)$ 와 $U(s)$ 는 오차신호와 제어기 출력신호이다. 그리고 $G_c(s)$ 는 제어기 전달함수이다.

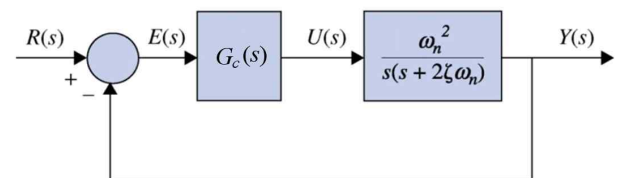


그림 2. 단순시스템 블록선도
Fig. 2. Simple system block diagram

제어기 전달함수 $G_c(s)=1$ 일 때, 제동비와 고유진동 주파수를 ζ 와 ω_n 이라 하면, 이 시스템의 페루프 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{18}$$

앞 장에서는 이산푸리에변환의 푸리에스펙트럼 크기와 위상으로부터 중요모드의 파라미터를 추정하는 방법에 대해서 기술하였다. 중요 파라미터로 주파수

ω_1 과 제동계수 α , 그리고 크기 A 와 위상 ϕ_1 을 추정하였는데, 이들 파라미터는 식 (18)의 전달함수의 파라미터로 변환될 수 있다. 먼저 추정된 파라미터에서 모드는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda = \alpha \pm j\omega_1 \quad (19)$$

여기에서 모드의 실수부와 허수부는 각각 다음과 같다.

$$\zeta = \alpha / \omega_n \quad (20)$$

$$\omega_n = \sqrt{\alpha^2 + \omega_1^2} \quad (21)$$

그러므로 시스템 출력에서 추정된 복소모드로부터 식 (18)에 포함되어 있는 제동비와 고유진동주파수를 추정할 수 있다.

시간응답에서 크기 A 와 위상 ϕ_1 은 식 (17)에서 residue와 관련되어 있다. 임의의 출력 신호에서 파라미터를 추정하기 위한 신호를 선택할 때, 위상 $\phi_1 = 0^\circ$ 로 만들 수 있으므로 무시할 수 있다.

3.3 신호 추출과 정규화

시스템 응답 변화는 외란이나 입력의 변화로 인하여 발생한다. 대부분 외란은 시스템의 동작점을 크게 변화하지 않으나 시스템에 따라서 입력이 변화하면 동작점이 변화할 수 있다. 그러므로 시스템 출력신호에서 모델 추정에 필요한 적당한 신호를 추출하는 것은 매우 중요하다.

모델링에 필요한 신호 추출은 시스템의 응답특성에 따라서 다르다. 만일 출력이 동작점의 변화가 거의 없는 임펄스 응답 특성을 나타내면 동작점을 중심으로 2주기 이상의 신호를 추출한다. 그러나 출력이 새로운 동작점에서 감쇄하는 계단응답특성을 나타내면 적당한 신호 추출과 정규화를 해야 한다. 그림 3은 동작점이 변화한 출력에서 신호를 추출한 경우를 나타내고 있다. 그림에서 y_{ss} 는 과도상태를 제거한 출력신호의 평균값이고, t_{ss} 는 2주기 이상의 임의의 시간이다. 과

도상태 후 신호와 동작점의 첫 번째 교차점에 대응하는 시간을 t_0 라 할 때, 시간 $t_0 \sim t_{ss}$ 에 대응하는 출력신호를 선택하여 시스템 모델링에 필요한 신호를 추출할 수 있다. 신호와 동작점의 첫 번째 교차점에 대응하는 시간을 선택하면 위상은 위상 $\phi_1 = 0^\circ$ 가 되므로 위상을 무시할 수 있다.

선택한 신호를 $y_s(t)$ 라 하면, 정규화 한 신호는 다음과 같다.

$$y_s(t) = y(t) - y_{ss} \quad (22)$$

신호에 포함된 파라미터를 추정할 때, 추출한 신호에 대해서 이산푸리에변환을 한다. 이산푸리에변환의 특성상 시간구간이 길수록 주파수 해상도는 높아지므로 t_{ss} 는 큰 값일수록 추정된 파라미터는 정확하고 모델링도 정확하게 할 수 있다.

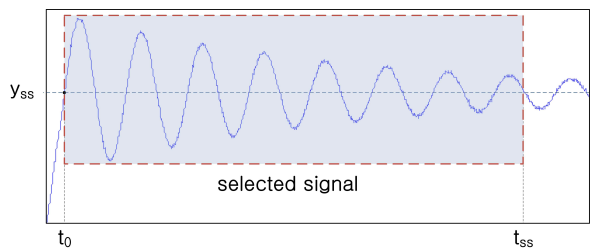


그림 3. 신호 선택
Fig. 3. Signal selection

3.4 제어기 설계

이 논문은 이산신호에 포함된 중요 파라미터를 추정하여 이를 단순한 2차 시스템 모델 추정에 적용한 것이다. 실제 시스템이 매우 복잡한 모델로 표현될지라도 그 응답특성이 복소지수함수 형태를 가지고 있으면, 중요 모드만으로 단순한 2차 시스템으로 모의할 수 있다. 2차 시스템에 대한 제어기 설계는 시간응답과 주파수 응답을 이용하여 설계할 수 있는데, 시스템이 단순하므로 매우 많은 문헌에 나타나있다[11-12]. 따라서 이 논문에서는 2차 시스템의 제어기 설계방법이나 다양한 형태의 제어기에 대해서 상세하게 기술하지 않는다.

4. 실험 및 고찰

본 논문에서 제안한 이산푸리에변환을 이용한 모델 추정과 제어기 설계를 시험하기 위하여 그림 2에 나타난 2차 시스템을 Op-Amp를 이용하여 구성하였다. Op-Amp로 구성된 시스템에 계단응답을 입력하였을 때, 실측한 시스템 응답은 그림 4와 같다. 그림 4는 40초 동안 취득한 신호를 나타낸 것으로 2[%]의 오프셋이 포함되어 있다.

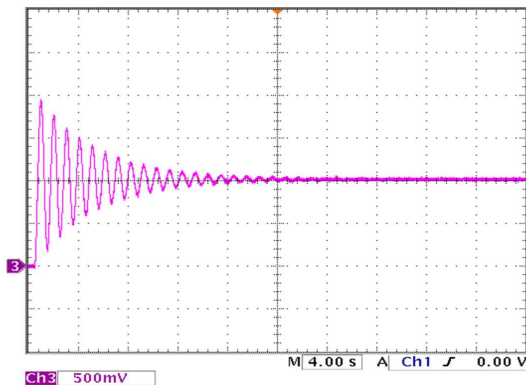


그림 4. 출력 파형
Fig. 4. Output signal

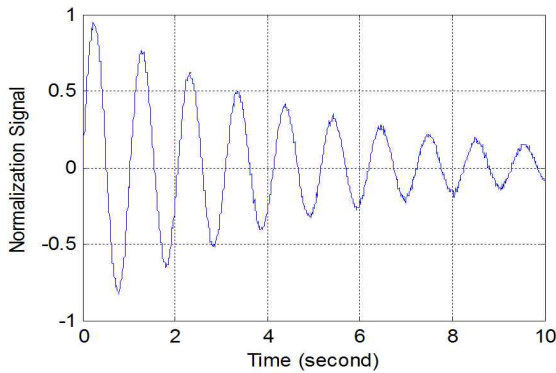


그림 5. 정규화된 신호
Fig. 5. Normalized signal

실측한 신호에서 파라미터를 추정하기 위해 10초 동안의 신호를 추출하여 정규화 하였는데, 그 결과는 그림 5에 나타나 있다. 그리고 정규화한 신호에 DFT를 적용하여 계산한 푸리에 스펙트럼 크기와 위상은 그림 6에 나타나있다. 그림 6에서 첨두치가 주파수

0.96[Hz] 근처에 있으므로 시스템의 중요 모드가 0.96[Hz] 근처에 존재함을 알 수 있다.

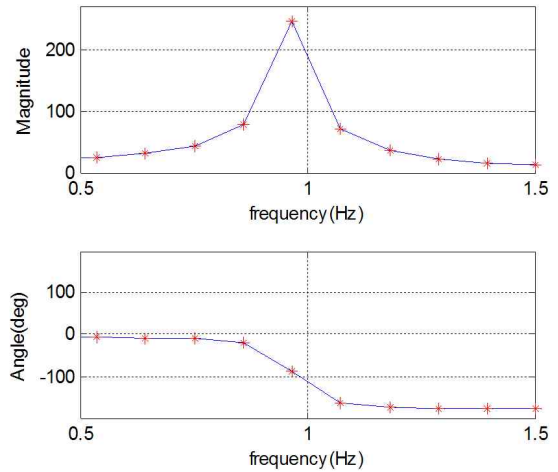


그림 6. 푸리에스펙트럼 크기와 위상
Fig. 6. Fourier spectrum magnitude and phase

그림 6에 나타난 푸리에스펙트럼 크기와 위상으로 부터 제 2장에서 기술한 파라미터 추정방법을 적용하여 중요 파라미터를 추정하였다. 제동계수와 주파수는 각각 0.2153과 6.0675[rad/sec]를 추정하였고, 모드 크기와 위상은 각각 0.9783와 -87.023[°]를 추정하였다. 위상은 식 (1)로 표현되는 복소지수함수가 코사인 형태이므로 이를 사인함수로 변환하면, 2.977[°]이다. 선택한 신호의 위상은 0[°]에 근사한 값이므로 거의 정확하게 위상을 추정하였다.

표 1. 푸리에변환을 이용해서 추정한 파라미터
Table 1. Estimated parameter by Fourier transform

α	ω_1 (rad/s)	A	ϕ_1 (deg)
0.2153	6.0675	0.9783	-87.023

추정한 파라미터로부터 전달함수 추정에 필요한 제동비와 고유진동주파수를 계산한 결과, 각각 0.0355와 6.0713(rad/sec)을 계산하였다. 추정한 제동비와 고유진동주파수로부터 다음과 같은 2차 시스템의 전달함수를 추정하였다.

$$G(s) = \frac{36.8607}{s^2 + 0.4306s + 36.8607} \quad (23)$$

실제 시스템 응답과 추정된 모델의 계단응답을 그림 7에 나타내었다. 실측 신호와 추정 모델에 의한 응답이 유사함을 알 수 있다. 이로부터 이산푸리에변환을 이용한 복소함수 파라미터 추정과 2차 시스템 전달함수 추정이 정확함을 알 수 있다.

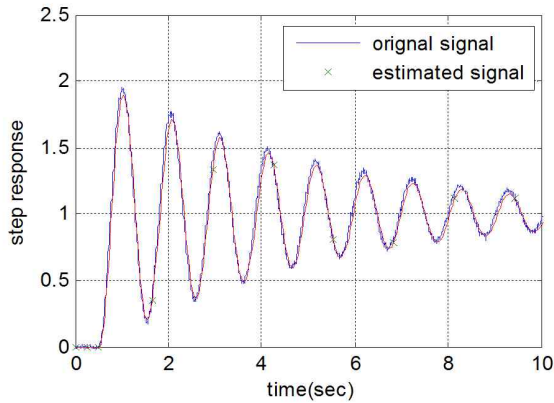


그림 7. 실측신호와 추정신호 비교
Fig. 7. Comparison of measurement and estimation signal

이 논문은 복소지수함수 파라미터를 추정하여 단순한 2차시스템의 전달함수를 추정하는 것이다. 2차 시스템은 그 구조가 단순하므로 이에 대한 제어기 설계는 많은 문헌에서 기술하고 있다[11-12]. 이 논문에서는 추정된 전달함수에 PD제어기를 투입하여 제동특성 향상에 설계 초점을 두고 기술한다. 그림 1에 나타난 블록선도에서 제어기 전달함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = K_p + K_D s \quad (24)$$

제어기를 설계하기 위해서는 시스템에 맞는 제어기 설계사양이 필요하다. 이 논문에서 적용한 시스템의 응답특성은 제동특성이 매우 나쁜 응답특성을 가지고 있다. 따라서 이 논문에서는 PD 제어기를 적용하여 제동특성을 향상시키는데 초점을 두고 제어기를 설계한다. 시간응답에서 오버슈트와 상승시간은 제동특성에 비해서 큰 제약사항이 아니므로 비레이득 K_p 를 1

로 고정할 수 있다. 이때 제동계수를 1로 만들기 위해서 미분계수 K_D 를 계산하면 다음과 같다.

$$K_p = 1.00000, \quad K_D = 0.31793$$

이와 같은 PD 제어기를 투입하면 추정된 2차 시스템의 제동특성은 3.548[%]에서 100[%]로 개선된다. 제어기 투입전후 보드선도는 그림 8에 나타나있다. 제어기 투입으로 첨두치가 제거되고 대역폭과 위상여유가 크게 향상되었음을 알 수 있다.

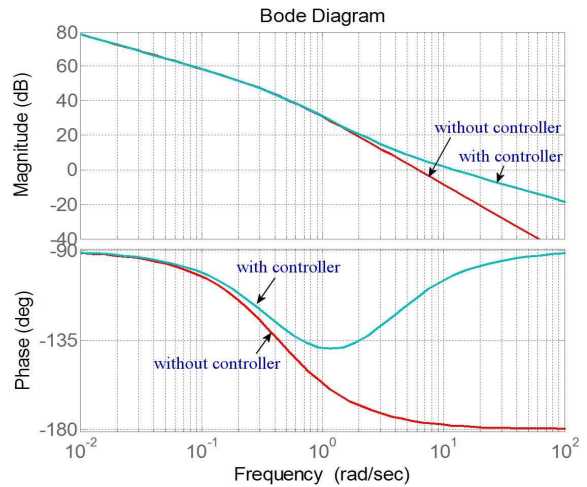


그림 8. PD제어기 투입전후 보드선도
Fig. 8. Bode plot with PD controller

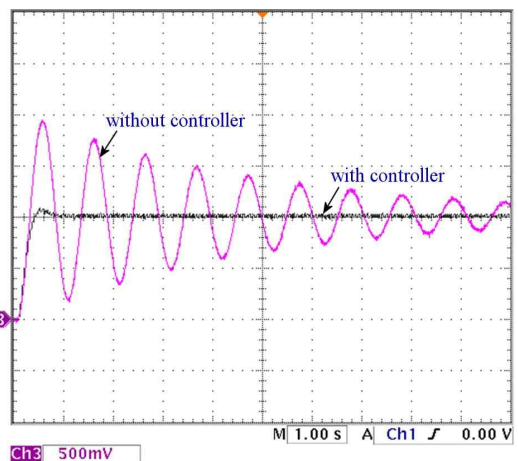


그림 9. PD 제어기 투입후 시간응답
Fig. 9. Time response with PD controller

설계한 제어기($K_p=1.0, K_D=0.3$)를 Op-Amp로 구현한 시스템에 투입하여 제어기 성능을 시험하였다. 그림 9에는 제어기를 투입하기 전과 투입한 후 시간응답을 나타내고 있다. 제어기 투입 전 3.5%제동비로 진동하고 있는 시스템이 제어기 투입 후 1초 이내에 정상상태로 진입하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문은 시스템에서 계측한 복소지수함수 신호에 이산푸리에변환을 적용하여 2차 시스템으로 모델링하는 모델링 방법과 제어기 설계에 대해서 기술하고 있다. 파라미터를 추정하기 위해서 측정된 신호를 정규화하고, 이 신호에 이산푸리에 변환을 적용하여 푸리에스펙트럼 크기와 위상을 계산하였다. 그리고 스펙트럼 크기와 위상으로부터 계측신호에 포함된 중요 파라미터를 추정하여 2차 시스템의 전달함수를 추정하였다. 또한 추정된 전달함수를 이용하여 제어기를 설계하여 그 결과를 비교하였다.

본 논문에서 제안한 단순 전달함수 추정 방법은 매우 단순한 산술과정만 포함하고 있으므로 모델 추정에서 제어기 설계까지 그 과정 또한 매우 단순하다. 복잡한 시스템의 출력이 복소지수함수 특성을 포함하고 있는 경우, 측정된 신호만으로 효과적으로 제어기를 설계할 수 있다.

본 논문에서 제안한 이산푸리에변환을 이용한 단순 전달함수 추정 방법을 Op-Amp를 이용해서 구현한 시스템에 적용하여 제안한 방법의 효율성과 신뢰성을 검증하였다.

6. 제약과 향후연구

본 논문에서 제안한 모델링과 제어기 설계방법은 출력에 중요모드가 포함되어 있는 복소지수함수 신호에 대해서만 적용가능하다. 시스템의 계단응답이 1차 지수함수와 같이 출력되면, 제안한 알고리즘을 적용하기 어렵다. 그리고 출력신호에 몇 개의 중요 모드가 포함되어 있거나 제동계수를 무시할 수 있는 고주파수 모드가 포함된 경우에 모델링하는 방법에 대한 추가적

인 연구가 필요하다. 또한 본 연구를 확장하여 제어기가 투입된 상태에서 계측한 응답에 대한 모델링 방법과 푸리에스펙트럼에서 직접 제어기를 설계할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

References

- [1] P. Van Overschee, B. De Moor, "N4SID: Subspace Algorithms for The Identification of Combined Deterministic and Stochastic Systems," *Automatica*, Vol. 30, No. 1, pp. 75-93, 1994.
- [2] P. Van Overschee, B. De Moor, "Subspace Algorithm for the Stochastic Identification Problem," *Automatica*, Vol. 29, No. 3, pp 649-660, 1993.
- [3] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall PTR, New Jersey, 1999.
- [4] T. Soderstrom, P. Stoica, *System Identification*, Prentice-Hall, 1989.
- [5] L. Ljung, "On The Estimation of Transfer Functions," *Automatica*, vol. 21, no 6, pp. 677-696, 1985.
- [6] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing: Detection, Estimation, and Time Series Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1991.
- [7] 심관식, 남해곤, "이산푸리에변환과 시계열데이터의 고속 파라미터 추정", *대한전기학회논문지*, Vol.55A, No.7, pp. 265-272, 2006.
- [8] 김은주, 심관식, 김용구, 김의선, 남해곤, 임영철, "광역계통의 실시간 해석을 위한 고속 저주파수 파라미터 추정", *대한전기학회논문지*, Vol.58, No.6, pp.1078-1086, 2009.
- [9] J. F. Hauer, C. J. Demeure, L. L. Scharf, "Initial Results in Prony Analysis of Power System Response Signals," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, pp.80-89, Aug. 1990.
- [10] P. A. Lynn, W. Fuerst, *Introductory Digital Signal Processing*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [11] 신윤기, *자동제어 2판*, 인티비전, 2009.
- [12] B. C. Kuo, F. Golnaraghi, *Automatic Control Systems 9/E*, John Wiley & Sons, Inc., 2010.

Appendix

A.1 주파수 이동과 푸리에 변환

시간함수 $z(t)$ 에 $e^{j\omega_0 t}$ 를 곱하여 푸리에 변환하면, 시간함수 $z(t)$ 의 푸리에 변환에서 주파수 ω 를 ω_0 만큼 이동한 것과 같다. 즉

$$\mathcal{F}[e^{j\omega_0 t} z(t)] = Z(\omega - \omega_0) \quad (a1)$$

여기에서 \mathcal{F} 는 푸리에변환을 의미한다. 이 식으로부터

터 코사인함수가 곱해진 함수의 푸리에 변환식을 유도할 수 있다.

$$\mathcal{F}[z(t) \cos(\omega_0 t)] = \frac{1}{2}[Z(\omega + \omega_0) + Z(\omega - \omega_0)] \quad (a2)$$

A.2 위상이 포함된 코사인 함수의 푸리에변환

연속함수 $x(t)$ 가 주파수 ω_1 과 위상 ϕ_1 으로 이루어진 코사인함수라 하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x(t) = \cos(\omega_1 t + \phi_1) \quad (a3)$$

이 함수의 푸리에 변환은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[x(t)] &= X_c(\omega) \\ &= \int_0^{\infty} \cos(\omega_1 t + \phi_1) e^{-j\omega t} dt \end{aligned} \quad (a4)$$

여기에서 $\omega_1 t + \phi_1 = \omega_1 \tau$ 로 치환하면

$$X_c(\omega) = \int_0^{\infty} \cos(\omega_1 \tau) e^{-j\frac{\omega}{\omega_1}(\omega_1 \tau - \phi_1)} d\tau \quad (a5)$$

이 식은 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} X_c(\omega) &= e^{j\frac{\omega}{\omega_1}\phi_1} \int_0^{\infty} \cos(\omega_1 \tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \\ &= e^{j\frac{\omega}{\omega_1}\phi_1} \mathcal{F}[\cos(\omega_1 t)] \end{aligned} \quad (a6)$$

그리고 주파수 ω_1 근처의 주파수 대역에서 $\omega/\omega_1 \approx 1$ 이면 코사인함수의 위상과 푸리에변환 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\mathcal{F}[\cos(\omega_1 t + \phi_1)] = e^{j\phi_1} \mathcal{F}[\cos(\omega_1 t)] \quad (a7)$$

◇ 저자소개 ◇



심관식(沈冠植)

1965년 8월 24일생. 1991년 전남대학교 전기공학과 졸업. 1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1997년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1997~2004년 서남대학교 전기전자공학과 조교수.



안현진(安賢眞)

1978년 6월 17일생. 2004년 전남대학교 전기공학과 졸업. 2009년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2009년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정.



남해곤(南海鯤)

1950년 10월 16일생. 1975년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1980년 Univ. of Houston 졸업(석사). 1986년 Univ. of Texas at Austin 졸업(박사). 1975~1978년 한국 전력 원자력건설부 근무. 1986~1988년 한국전기연구소 근무. 1988년~현재 전남대 전기공학과 교수.



임영철(任永徹)

1953년 4월 23일생. 1975년 전남대학교 전기공학과 졸업. 1977년 고려대학교 전기공학과 졸업(석사). 1990년 고려대학교 전기공학과 졸업(박사). 1983년~현재 전남대학교 전기공학과 교수



김의선(金義善)

1959년 9월 2일생. 1981년 전남대학교 계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 신경대학교 정보통신공학과 교수.