동적 축소법을 이용한 대형 구조물 재해석 기법

Structural Reanalysis Method Based on Condensation in Large Scale Structure



이 동 진*　　백 승 민**　　조 맹 효***

* 서울대학교 기계항공공학부 석사과정
** 현대중공업 연구원
*** 서울대학교 기계항공공학부 교수

1. 서　론

유한요소법은 구조물의 해석을 용이하게 하며 모델을 쉽게 수정할 수 있어 항공, 자동차, 조선 등 산업 전반에 두루 사용되고 있다. Nastran, Abaqus와 같은 많은 상업용 패키지가 개발되어 전문가가 아니더라도 쉽게 사용할 수 있으며, 전산처리 장치의 급격한 발전에 힘입어 그 사용 용도는 다양하게 확장되고 있다. 최근 CAE분야에서는 다물리계 해석, 멀티스케일 해석, 최적설계 등 대형 구조물에 대한 복잡한 계산과정이 요구되고 있다. 이러한 추세는 대용량의 연산 자원을 요구한다. 이러한 한계를 극복하고 해석, 설계의 효율성을 확보하기 위하여 축소시스템 기법의 활용이 부각되고 있다. 축소시스템 기법은 특히, 계산시간이 많이 소요되는 모달해석, 과도응답해석 및 주파수 응답해석 등 동적해석 분야에서 주로 사용되고 있다. 더욱이 공학문제에서는 시스템 변형에 따라 반복적인 해석을 수행하는 일이 빈번하다. 설계변수에 섭동을 주고 이의 변화에 대해 전체시스템 해석이 필요한 경우 축소시스템 기법이 계산시간과 자원절감에 좋은 방법이 될 수 있다. 축소시스템 기법의 한 축인 모델 차수 축소(Reduce Order Model, ROM)에 부구조화 기법을 적용한 부분 구조 합성법은 구조를 여러 개의 작은 부구조물로 분할한 후 각각에 대해 전체시스템과 마찬가지로 해석한 후 합성하여 전체 시스템의 해를 대략화한다. 섭동에 따른 재해석 과정에서 부분 구조 합성법은 변화된 부구조물에 대해서는 추가로 계산하고 나머지 부구조물에 대해서는 계산을 추가로 수행하지 않고 이전 결과를 보존하기 때문에 계산 효율에 상당한 장점을 가진다(그림 1 참조). 가장 널리 사용되는 부분 구조 합성법으로 고정경계(Fixed interface) 부분 구조 합성법이 있다. 이 방법은 각 부구조물을 고정경계로 가정하고 관심 고유주파수에 대한 고유벡터를 축소기저로 하여 시스템을 모드 기반의 꼴로 변형한다. 섭동된 시스템을 재해석 하는 과정에서 한번 계산한 시스템의 축소기저를 추가적인 간단한 연산으로 반복적으로 사용하는 방법이 재해석 기법이고, 이를 통하여 계산효율을 향상시킬 수 있다. 본 특집 기사에서는 최근 제안된 고정경계 부분 구조 합성법을 기반으로 재해석 기법을 적용하였다. 이를 계산 정확성과 효율 측면에서 검증하고 실제 최적설계 문제에 적용하여 방법의 견실성과 효율성을 확인하였다. 이 기사에서는 전반적인 축소시스템 기법과 재해석 기법에 대해 설명하고 최근 제안된 축소시스템 기법을 재해석 기법에 적용한 사례를 다룬다.

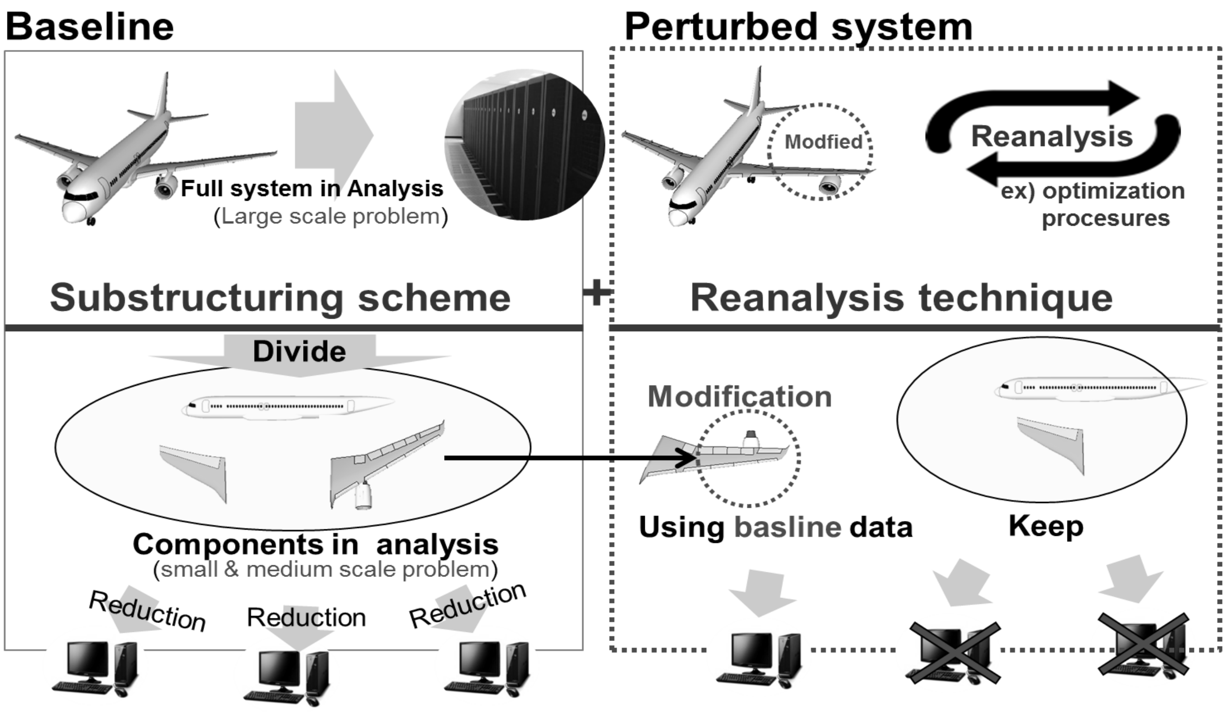

그림 1 동적해석의 대형 구조물에서 부분구조합성법을 기반한 재해석 기법 적용의 장점 사례

2. 연구배경

2.1 축소시스템 기법

축소시스템 기법은 1960년 Guyan이 제안한 정적해석에서 적은 수의 자유도를 나머지 자유도와 연계하여 해석하는 정적 축소법을 시작으로 테일러급수를 이용하여 동적 요소를 고려하는 IRS(Improved Reduced System) 기법 등이 등장하였다. 이러한 자유도 기반의 축소시스템 기법은 전체 시스템에 영향을 가장 많이 주는 적은 수의 자유도(주자유도)를 선정하는 것이 해석의 정확성을 보장하는 핵심인데 이러한 방법으로 Shah와 Raymund가 제안한 순차적 소거법(Sequential Elimination Method)이 정확성을 가장 잘 보장하는 것으로 알려져 있다. 이 방법은 시스템이 가지는 자유도의 관성 대 강성에 대한 비를 기준으로 전체시스템에 영향을 적게 미치는 순으로 하나씩 자유도를 소거하며 주자유도를 선정한다. 이러한 자유도 기반의 축소시스템 기법은 대형 구조물에서 주자유도를 선정하는데 시간이 많이 소요되는 한계를 지니고 있다. 이러한 한계점을 극복하기 위해 운동에너지 평가로 주 자유도를 선정하는 방법이 Kim과 Cho에 의해 제시되었고 축소법의 구현과 적용가능성이 Cho와 Kim 등에 의해 보고되었다. 축소법을 적용하더라도 시스템의 자유도가 수십만 개가 넘어가는 큰 대형 구조물인 경우에는 하나의 대형시스템에서 축소시스템을 구성할 때 연산시간이 매우 커서 축소법을 적용하는 자체가 비효율적이다. 이런 문제는 대형・복잡 구조물을 여러 개의 작고 단순한 형태의 구조물로 분할하여 해석하는 부구조화 기법으로 해결 가능하다(Kim *et al*.,2006). 이 부구조화 방법은 감쇠시스템으로 확장되었다(Choi *et al*., 2008)

부구조화 기법에 모드를 기반으로 하여 시스템을 축소하는 모델 차수 축소법을 적용한 부분구조합성법(Compoent Mode Synthesis)이 있다. 이 방법은 각각의 부구조물에 대해 전체 시스템에 대한 방법과 마찬가지로 계산하고 얻어진 해를 선형조합을 통해 등가의 축소 시스템을 구성한다. 1968년 Craig와 Bampton에 의해 제안된 부분구조합성법은 각 부구조물을 고정경계로 가정하여 동적모드로 축소・변환하고 경계영역을 정적 구속모드로 변환하여 등가의 축소된 전체 시스템으로 합성한다(Craig *et al*.,1968). 그러나 이러한 고정경계 부분구조합성법은 시스템 변환과정에서 경계영역에 정적모드를 적용하기 때문에 고차 주파수에 크게 영향을 미치는 유연도(Flexibility)를 충분히 반영하지 못한다. 따라서 넓은 범위에서의 고유치를 계산하는데 문제점을 가지고 있다. 또한, 경계영역에 대한 부분을 축소없이 가져오기 때문에 부구조의 경계영역의 자유도가 증가하여 시스템을 효과적으로 축소하는데 한계가 있다. 후자의 해결책으로 계층성을 고려한 다단계 부구조화 기법이 Bennighof와

그 연구진에 의해 제안되었다. 이 방법은 그래프 분할 방법을 이용하여 자동으로 구조를 계층성을 고려하여 분할하고 경계영역을 계층성으로 구분되는 레벨에 따라 내부영역과 마찬가지 기법으로 축소한다(Bennighof *et al*.,2004). 최근, 전자와 후자 모두 해결한 방법이 Baek과 Cho에 의해 제안되었고 이 방법은 "개선된 다단계 부구조화 기법(Enhanced multi-level substructuring scheme)"으로 명명된다. 고정 경계 부구조화 기법을 기반으로, 경계 영역에 동적 구속모드를 도입하여 가속도 항을 표현하였다. 이는 부구조물에 대한 유연도를 잘 나타내고 따라서 모달 해석에서 넓은 주파수 대역에서 정확한 해석을 할 수 있다(백승민 등, 2011).

2.2 재해석 기법

공학 설계에서 주로 다루는 최적설계 문제는 모델 변화에 따른 반복적인 해석 과정이 필요하다. 이러한 재해석에서 축소시스템 기법을 적용하여 계산 효율을 향상시킬 수 있다. 더욱이 시스템에 대해 한번 계산한 정보를 변형이 발생하는 시스템에 근사화로 이용함으로 더욱 계산시간과 자원을 절감하는 방법이 재해석 기법이다. 이렇듯 재해석 기법은 모델에 대해 한번 계산된 값을 변화된 모델에 사용함으로써 계산 효율을 극대화한다. 특히, 2006년 Masson에 의해 제안된 Enriched Ritz 접근법은 고정 경계모드를 사용하는 부분 구조 합성법을 이용하여 섭동이 발생하는 시스템에 대하여 추가적 고유치 계산없이 간단한 행렬 연산으로 계산의 효율을 높인다. 이 방법은 변량이 발생한 시스템의 차이를 잔류응력으로 가정하고 이에 대해 정적해석으로 계산함으로 Ritz 벡터를 구한다. 이를 baseline의 고정모드에서 계산한 고유벡터에 확장하여 사용하는데 허용 범위내의 정확성과 효율성 모두 만족할 수 있다(Masson et al., 2006). 이 기법을 최근 Baek과 Cho에 의해 제안된 개선된 다단계 부구조화 기법에 적용하여 사용 범위를 확장하였다(백승민 등, 2012).

3. 개선된 다단계 부구조화 기법을 이용한 재해석 기법

개선된 다단계 부구조화 기법을 최적설계 문제에 효율적으로 사용하기 위하여 재해석 기법에 적용하였다.

3.1 개선된 다단계 부구조화 기법

개선된 다단계 부구조화 기법은 Craig-Bampton 기법을 기반 한다. Craig-Bampton 방법은 시스템을 여러 개의 부구

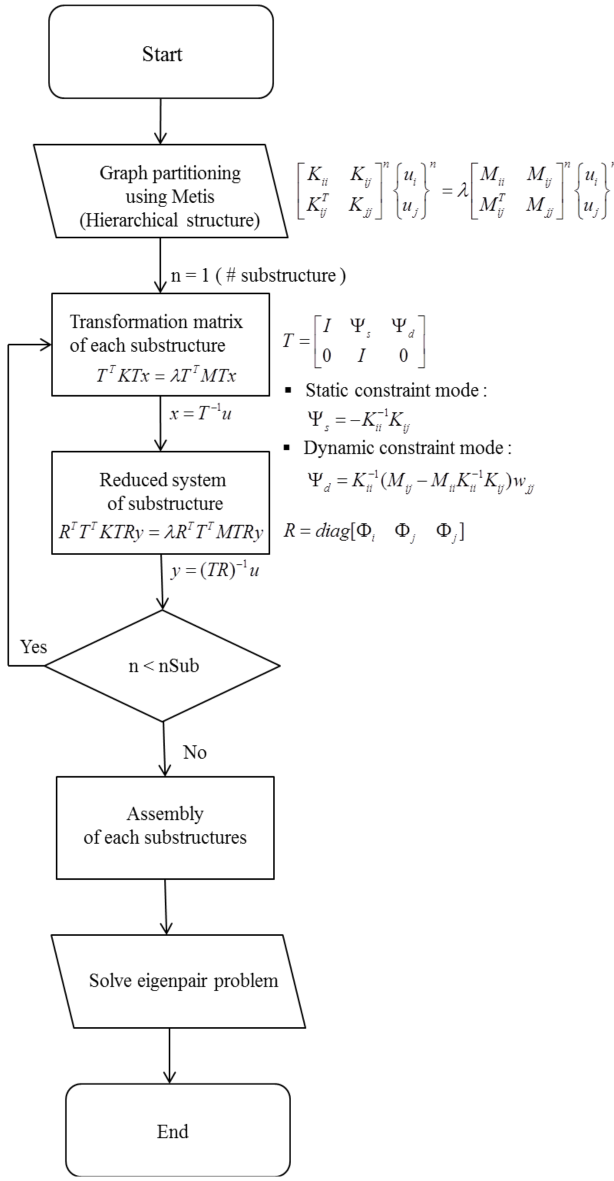

그림 2 개선된 다단계 부구조화 기법 알고리즘

조물로 나누고 각 영역에 대해서 내부영역과 경계영역으로 구분한 후 내부영역에서는 고정경계모드를 적용하여 축소기저를 생성한다. 이 축소기저를 사용하여 시스템에 대한 변환과정을 거치면 상호직교성에 의해 모드 형태의 시스템 행렬을 구성할 수 있다. 경계영역에서는 정적모드를 내부영역과 마찬가지로 변환과정을 거치게 되는데 경계영역에서는 시스템 자유도 축소없이 그대로 보존한다. 이렇게 구성된 모드 형태의 각 부구조물 시스템을 유한요소처럼 합성함으로 축소된 전체 시스템을 구성할 수 있다. 그러나 경계영역에 대한 축소 제한으로 시스템 크기를 줄이는데 한계를 지니고 경계영역을 정적모드로 표현하기 때문에 동적해석 시 유연도(Flexibility)의 영향을 많이 받는 고주파수에

서 정확도가 낮다는 문제를 지닌다. 이러한 기존 부분 구조 합성법이 갖는 단점을 보완하기 위해 개선된 다단계 부구조화 기법이 제안되었다. 이 방법은 경계 영역 사이에 계층성을 고려하여 상위・하위 레벨 간에 시스템을 분절하고 이를 기반으로 내부영역과 마찬가지로 시스템을 축소한다. 부구조물을 계층성을 고려하여 나누기 위해 그래프 분할방법이 사용되고, 이를 위해 Metis 라이브러리가 사용되었다. 이를 이용하면 구조물 분할을 자동으로 나눌 수 있는 장점이 있다. 개선된 다단계 부구조화 기법은 경계영역에 대한 질량효과를 고려하여 고주파수를 구하는데 영향을 많이 주는 유연도를 효과적으로 표현한다. 이를 통해 기존 부분 구조 합성법 보다 더 축소된 크기로 더 넓은 주파수 대역에서 정확한 값을 얻을 수 있다. 이와 관련 순서도는 그림 2와 같고 자세한 사항은 참고문헌 1에서 확인할 수 있다.

3.2 재해석 기법 적용

앞서 설명한 고정경계 모드기반 부분 구조 합성법에서는 각 부영역별 고유치 해석을 통한 축소기저를 구성한다. 고유치 해석은 축소시스템을 구성하는데 계산시간이 가장 많이 할당되는 부분이다. 모델에 섭동이 일어나 반복적인 해석이 요구되는 문제에서 효율적으로 축소시스템 기법을 사용하기 위해 재해석 기법이 고려되었다. 2006년 Masson은 기존 Craig-Bampton 기법을 기반으로 축소기저를 구성하는데, 한번 계산된 축소기저를 섭동이 발생한 시스템에 대해 재해석 시 효율적으로 사용하는 방법을 고안하였다. 변형 전의 시스템에 대한 축소기저를 변형 후의 시스템에 그대로 사용하게 되면 허용범위 이상의 오차가 발생한다. 이 문제를 해결하기 위해 시스템 변량을 잔류응력으로 가정하여 Ritz 벡터를 구해 시스템의 변형을 대략화하였다. 이와 관련된 식은 다음과 같다.

$$[K_{ii} + \Delta K_{ii}]\{\Phi_i\}_j = w_j^2 [M_{ii} + \Delta M_{ii}]\{\Phi_i\}_j \tag{1}$$

식 (1)은 섭동이 발생한 시스템에 대한 고유치 문제이다. 여기서 K는 시스템의 강성, M은 질량 그리고 Δ는 섭동에 의해 발생한 시스템의 변량을 나타낸다. i는 내부영역 그리고 j는 고유치 모드를 표현한다. 시스템 변량 부분을 잔류응력으로 가정하여 왼쪽으로 전개하면 다음 식과 같이 표현된다.

$$[K_{ii} - w_j^2 M_{ii}]\{\Phi_i\}_j = \Delta f(w_j)$$
$$\Delta f(w_j) = -[\Delta K_{ii} - w_j^2 \Delta M_{ii}]\{\Phi_i\}_j \tag{2}$$

Δf는 가정된 잔류응력을 나타낸다. 여기서 섭동이 발생한 시스템에 대한 고유치 값 w, Φ는 미지항이므로 섭동 전 시스템에 대한 고유치 값으로 대략화하고, 이를 정적해석을 통하여 Ritz 벡터를 계산한다. 이와 관련 식은 다음과 같다.

$$\tilde{R}_D = K_{ii}^{-1} \tilde{R}_L \tag{3}$$

이 Ritz 벡터를 baseline의 축소기저에 확장함으로써 변량이 발생한 모델을 표현하는 축소기저를 구할 수 있다. 이는 다음 식처럼 표현된다.

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_i^0 & \tilde{R}_D \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

이를 개선된 다단계 부구조화 기법의 내부영역 계산에 적용하였다. 자세한 사항은 참조문헌 3에서 확인할 수 있다.

4. 수치예제

재해석 기법을 적용한 개선된 다단계 부구조화 기법의 고유치 해석에 대한 정확성을 살펴보기 위하여 다음과 같은 상자형 보를 살펴본다. 상자형 보의 지지대를 설계변수로 주었고 모델의 물성 치와 사용된 요소 종류는 그림에 나타나 있다. 계층성을 고려하여 3단계의 8개의 부구조물로 분할하였고 이를 1차, 2차 그리고 3차 고유모드에 대하여 전체 시스템 값에 대한 상대오차를 각각 그림 4, 그림 5, 그리고 그림 6에서 나타낸다.

그림에서 ECB-CM은 기존 Craig-Bampton 기법을 재해석 기법에 적용한 방법이며, EMLS update는 본 기사에서 제안하는 개선된 다단계 부구조화 기법에 재해석 기법을 적용한 방법을 나타낸다. 그림에서 살펴볼 수 있듯 각 1차, 2차 그리고 3차 고유치 해석에서 baseline 기준 h_o를 중심으로 섭동 정도가 커짐에 따라 상대오차가 증가함을 확인할 수

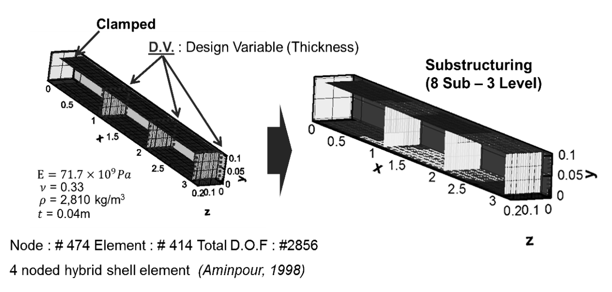

그림 3 상자형 보 구조와 이를 그래프 분할 모습

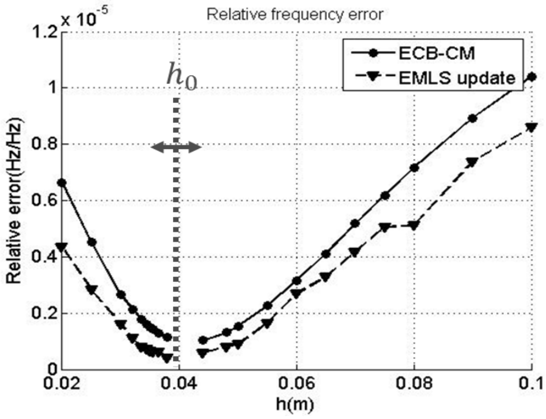

그림 4 1차 고유치에 대한 방법별 상대오차

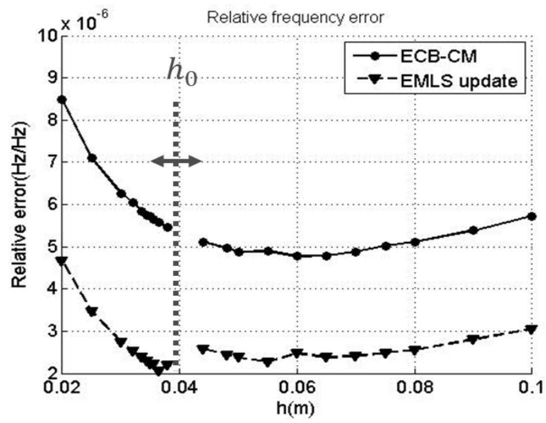

그림 5 2차 고유치에 대한 방법별 상대오차

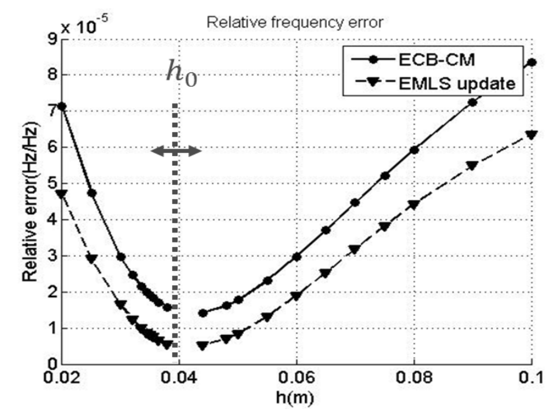

그림 6 3차 고유치에 대한 방법별 상대오차

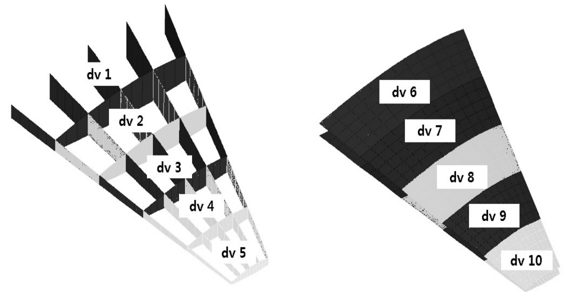

그림 7 초음속 비행기 날개박스 구조

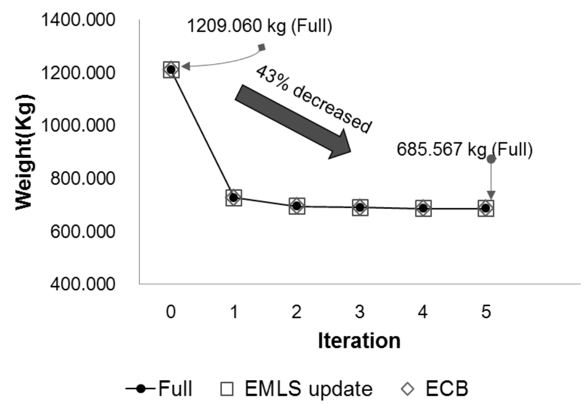

그림 8 방법 별 목적함수 값의 수렴 그래프

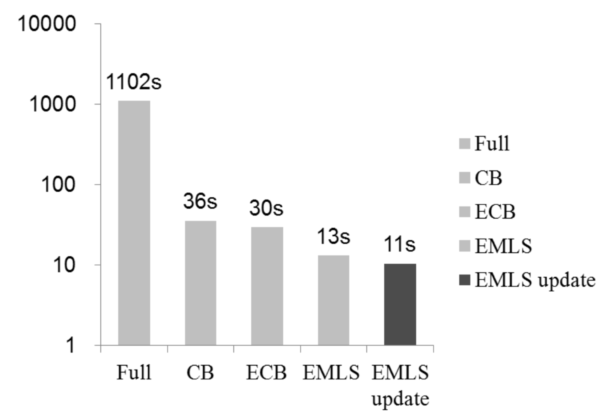

그림 9 구속조건 한번 계산에 대한 방법 별 소요시간

있다. 최대 섭동 정도를 baseline 두께의 2.5배를 주었고, 이때에 상대오차의 차수가 바뀌지 않을 만큼 두 가지 방법 다 정확도를 나타낸다. 그러나 본 연구에서 제안하는 EMLS update 방법이 축소시스템 크기가 기존 방법의 축소시스템의 23% 작음에도 불구하고 높은 정확성을 나타냄을 확인할 수 있다. 이러한 정확성 검증을 바탕으로 실제 최적설계 문제에 적용하였다.

다음 예제로는 최적설계 문제에 재해석 기법 적용예를 보여준다. 구조시스템으로는 초음속 비행기 날개 구조를 다루었다. 총 설계변수는 10개로 스파・리브 구조물에 설계변수는 1에서 5까지 다섯 개씩 고려하였고, 스킨 구조에 설계변수를 6부터 10까지 설정하였다. 구속조건으로 구조물 안전에 중요한 1차, 2차 그리고 3차 고유치에 대하여 초기 값을 주었다. 최적설계 문제는 다음과 같다.

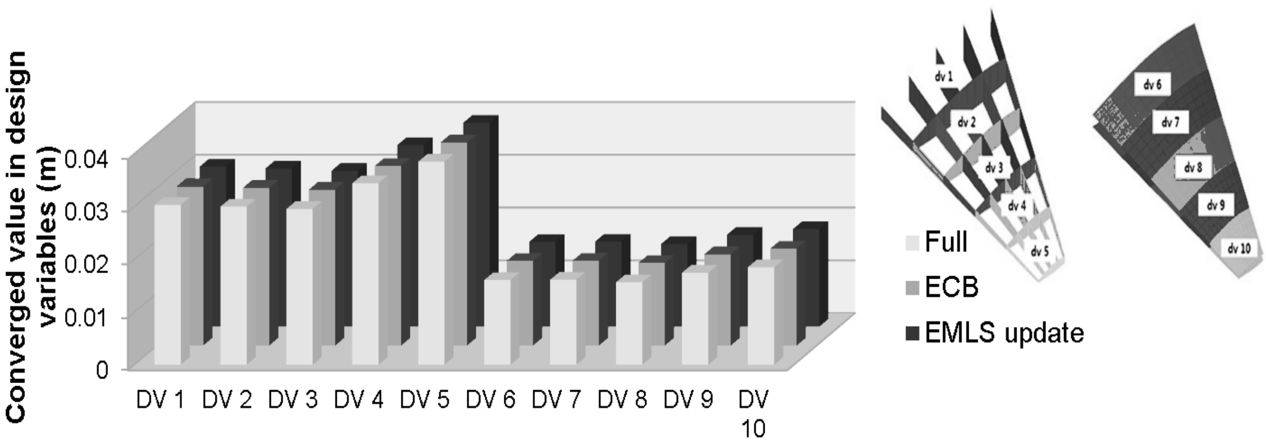

그림 10 설계변수의 방법별 최종 최적값(Full-전체시스템, ECB-기존방법, EMLS update-제안하는 방법)

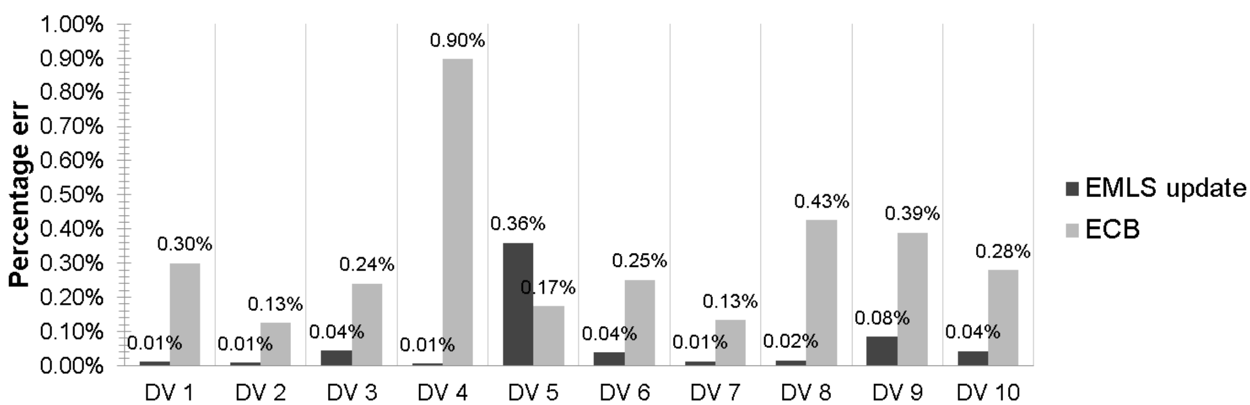

그림 11 전체 시스템에서 계산한 설계변수 최적값에 대한 방법별 백분율 오차

목적함수 : 무게의 최소화

구속조건 : λ_1 < 154.4 λ_2 < 2040.0 λ_3 < 4274.5

설계변수 : 두께 (총 10개 - 립/스파, 스킨)

초기두께 : 립/스파 = 16mm 스킨 = 22.5mm

상위 경계/하위 경계 : 립/스파 = 2/30mm

스킨 = 5/40mm

최적화 알고리즘으로 SLP(Sequential Linear Programming)를 사용하였다. 구속조건 민감도는 준해석적 방법 SAM (Semi Analytical Method)을 사용하였다. 이를 이용한 목적함수는 다음 8에 나타내었다. 전체 시스템을 이용 시 초기무게의 43%를 감소하였고 기존방법(ECB), 제안하는 방법(EMLS update) 모두 근사한 값을 나타낸다.

그림 9는 최적설계 계산과정에서 고유치 구속조건에 대해 한번 계산 시 소요되는 시간을 나타낸다. Full은 전체시스템으로 계산한 결과를 나타내고 CB는 기존 부분구조합성법, ECB는 기존 부분 구조 합성법에 재해석 기법을 적용하였을 때 시간을 나타낸다. EMLS는 새로운 부분구조합성법을 그리고 EMLS update는 새로운 부분구조합성법을 이용한 재해석 기법 적용에 대한 방법이다. 본 기사에서 새로 제안하는 방법이 가장 계산시간이 적게 소요됨을 확인할 수 있다. 최종 설계변수에 대한 값은 그림 10에 나타나 있다. 그림 11는 전체 시스템으로 계산한 설계변수에 대한 각 방법 별 백분율 오차를 나타낸다. 제안하는 방법이 기존 방법과 비교하였을 때 정확함을 확인할 수 있다.

5. 결론

유한요소해석에서 대형 구조물을 반복적으로 동적해석을 필요로 하는 경우 계산 시간과 자원을 절감하기 위하여 재해석 기법을 새로운 부분구조합성법에 적용하였다. 수치예제를 통하여 정확성과 효율성 측면에 대한 검증을 하였고, 이를 기반으로 실제 최적설계 문제에 적용하였다. 이를 통하여 제안하는 기법의 견실성과 효율성을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. 백승민, 조맹효, “대형 동적 구조 시스템에서의 향상된 다단계 부구조화 기법에 관한 연구”, 대한기계학회 2011년도 추계 학술대회, 대구 EXCO
2. 백승민(2012), “대형 시스템의 동적 해석을 위한 다단계 부구조화 기법과 시스템 축소기법 연구”, 서울대학교 대학원 기계항공공학부, 박사학위 논문
3. 백승민, 이동진, 조맹효, “개선된 다단계 부구조화 기법을 이용한 구조 재해석 기법 연구”, 한국전산구조학회 2012년도 춘계 학술대회, 평창 알펜시아
4. Bennighof JK, Lehoucq RB., An automated multilevel substructuring method for eigenspace computation in linear elastodynamics, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 25, No. 6, 2004, pp. 2084-2106.
5. Craig Jr R.R., Bampton, M.C.C., Coupling of substructures for dynamic analysis, AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, pp. 1313-1319.
6. Dongsoo Choi, Hyungi Kim, Maenghyo Cho, Improvement of Substructuring Reduction Technique for Large Eigenproblems Using an Efficient Dynamic Condensation Method, Journal of Mechanical Science and Technology (JMST), Vol. 22, No. 2, 2008, pp. 255-268.
7. Dongsoo Choi, Hyungi Kim, Maenghyo Cho, Iterative Method for Dynamic Condensation Combined with Substructuring Scheme, Journal of Sound and Vibration, Vol. 317, Issues 1-2, 2008, pp. 199-218.
8. Hyungi Kim, Maenghyo Cho, Improvement of Reduction Method Combined with Sub-Domain Scheme in Large-Scale Problem, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 72, Issue 2, 2006, pp. 206-251.
9. Maenghyo Cho, Hyungi Kim, Element-Based Node Selection Method for Reduction of Eigenvalue Problems, AIAA Journal, Vol. 42, No. 8, 2004, pp. 1677-1684.
10. Masson G., Component mode synthesis based on an enriched ritz approach for efficient structural optimization, Journal of Sound and Vibration, Vol. 296, 2006, pp. 845-860.
11. Sungmin Baek, Maenghyo Cho, The Transient and Frequency Response Analysis using the Multi-level System Condensation in the Large-scaled Structural Dynamic Problem, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 38, No. 4, 2011, pp. 429-441.

[담당 : 윤길호 편집위원]