

## 재생교체-비재생수리보중에 대한 생산자 측면의 비용분석

정기문

경성대학교 정보통계학과

### Cost analysis of RRNRW from the manufacturer's perspective

Ki Mun Jung

Department of Informational Statistics, Kyung Sung University

#### Abstract

This paper considers the cost analysis from the manufacturer's point of view for renewing replacement and non-renewing repair warranty(RRNRW) of a repairable system. To do so, we consider the renewing replacement and non-renewing repair warranty, which is proposed by Jung(2011). To analysis the expected warranty cost from the manufacturer's perspective for renewing replacement and non-renewing warranty, we obtain the expected total warranty cost and the expected warranty length which are very important information for the manufacturer. Finally, the numerical examples are presented for illustrative purpose.

Keywords : expected warranty cost, expected warranty length, non-renewing repair warranty, renewing replacement warranty, renewing replacement and non-renewing repair warranty.

## 1. 서론

보증기간이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 이론적인 연구는 신뢰성 응용분야에서 많은 연구가들이 관심을 갖는 분야 중의 하나이며, 최근까지 활발하게 연구가 진행되고 있다. 보증정책은 일반적으로 보증기간의 재생여부에 따라 재생보증(renewing warranty)과 비재생보증(non-renewing warranty)으로 구분할 수 있으며, 사용자의 보증비용 부담 여부에 따라서는 무료보증(free warranty)과 비례보증(pro-rata warranty)으로 구분할 수 있다. 그리고 보증기간 동안에 발생된 시스템의 고장에 대하여 교체 또는 수리를 수행하느냐에 따라 교체보증(replacement warranty)과 수리보증(repair warranty)으로 구분할 수 있다.

우선, 교체보증이 주어진 시스템에 대한 보전정책과 관련된 연구로는 Sahin과 Polatoglu(1996), Jung과 Park(2003), Chien(2008a) 그리고 Chien(2008b)등이 있다. 특히, Sahin과 Polatoglu(1996)는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 시스템을 새것으로 교체해 주고, 보증기간도 재생되는 재생무료보증(renewing free replacement warranty; RFRW)과 재생비례보증(renewing pro-rata replacement warranty; RPRW), 그리고 시스템을 새것으로 교체는 해주지만 보증기간은 재생되지 않는 비재생무료보증(non-renewing free replacement warranty; NFRW)과 비재생비례보증(non-renewing pro-rata replacement warranty; NPRW)이 제공되는 수리 가능한 시스템에 대하여 사용자 측면의 교체정책(replacement policy)을 제안하였다. 또한, Chien(2008a)은 재생무료교체보증이 주어진 시스템에 대하여 일반적인 기령교체모형을 고려하였다.

그리고 최소수리보증이 주어진 시스템에 관한 보전정책과 관련된 연구로는 Yeh 등(2007)과 Jung(2009)의 연구가 있다. Yeh 등(2007)은 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 최소수리(minimal repair)가 수행되고, 보증기간은 재생되지 않는 비재생무료최소수리보증(non-renewing free minimal repair warranty; NFMW)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 교체정책을 제안하였다. 그리고 Jung(2009)은 비재생무료최소수리보증이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대하여 Wu와 Clements-Croome(2005)과 Jung(2006)의 보전모형을 이용한 사용자 측면에서의 예방보전모형을 고려하였다.

한편, 최근에 Jung(2011)은 재생교체-비재생수리보증(renewing replacement and non-renewing repair warranty; RRNRW)에 대하여 최적의 교체정책을 제안하였다. 그러나 이러한 연구는 사용자 측면에서 기대비용을 구하고, 이를 기준으로 하여 최적화를 제안하였으나, 보증정책에서의 큰 주체인 생산자 측면에서의 보증비용에 대한 분석을 다루지 않았다.

따라서 본 논문에서는 기존의 교체보증과 수리보증을 동시에 포함하는 재생교체-비재생수리보증이 주어진 경우에 생산자 측면에서 발생하는 기대보증비용을 분석하고자 하는데, 이는 생산자 측면에서 보증기간을 결정하는데 중요한 정보가 될 것이다. 이를 위해서, 재생교체-비재생수리보증에 대한 생산자 측면에서의 총기대보증비용(expected total warranty cost)과 기대보증길이(expected warranty length)을 이론적으로 구하고자 한다. 그리고 수치적 예를 통하여 보증기간에서 발생하는 기대비용의 특성에 대하여 자세히 살펴보고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 본 논문에서 쓰이는 주요 용어와 기호에 대하여 소개하고, 일반적인 보증정책의 형태인 재생교체-비재생수리보증에 대하여 설명하고자 한

다. 그리고 3절에서는 재생교체-비재생수리보증에 대한 생산자 측면에서의 총기대보증비용과 기대보증길이를 이론적으로 구하고자 한다. 끝으로 4절에서는 앞에서 고려된 생산자 측면의 기대보증비용을 자세히 설명하기 위하여 수치적 예를 보이하고자 한다.

## 2. 재생교체-비재생수리보증

### 2.1 용어와 기호

다음은 이 절에서 뿐만 아니라 논문 전체적으로 사용되는 용어와 기호를 정리한 것이다.

#### 용어

재생무료보증(RFRW)	Renewing Free Replacement Warranty
재생비례보증(RPRW)	Renewing Pro-rata Replacement Warranty
비재생무료보증(NFRW)	Non-renewing Free Replacement Warranty
비재생비례보증(NPRW)	Non-renewing Pro-rata Replacement Warranty
비재생무료최소수리보증(NFMW)	Non-renewing Free Minimal repair Warranty
비재생교체-비재생수리보증(NRNRW)	Non-renewing Replacement and Non-renewing Repair Warranty
재생교체-비재생수리보증(RRNRW)	Renewing Replacement and Non-renewing Repair Warranty

#### 기호

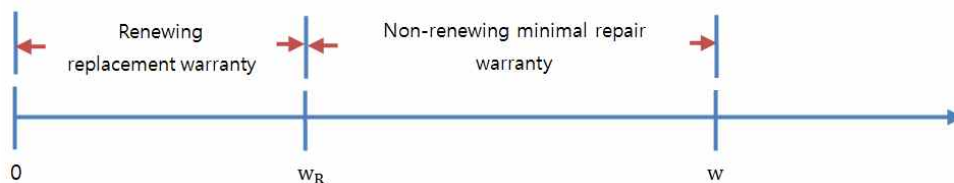
$T$	시스템의 고장시간	$w_M$	최소수리보증기간
$f(t)$	$T$ 의 확률밀도함수	$c_r$	시스템의 단위교체비용
$F(t)$	$T$ 의 수명분포함수	$c_m$	시스템의 단위최소수리비용
$h(t)$	$T$ 의 고장률 함수	$EWL(w_R, w)$	기대보증길이
$w$	전체 보증기간	$EWL(w_R, w)$	총기대보증비용
$w_R$	재생교체보증기간		

### 2.2 재생교체-비재생수리보증

본 절에서는 교체보증과 수리보증을 동시에 포함하는 재생교체-비재생수리보증에 대하여 자세히 살펴보고자 한다. 보증기간동안 시스템에 고장이 발생되면 교체를 해주거나 최소수리를 수행하여 주는 것이 일반적인 형태의 보증정책이라고 할 수 있다. 그러나 생산자 측면에서 살펴보면 교체비용이 최소수리 비용에 비하여 매우 크기 때문에 보증기간의 초기 일정

부분까지만 새로운 시스템으로 교체를 해 주고, 그 이후의 잔여보증기간 동안에는 최소수리를 수행해 주는 보증정책을 고려할 수 있을 것이다. 뿐만 아니라 교체보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 보증기간이 재생되고, 최소수리보증기간 동안에는 보증기간이 재생되지 않는 형태의 보증정책을 고려할 수 있다.

본 논문에서 고려하고자 하는 보증정책은 재생교체보증과 최소수리보증을 혼합한 재생교체-비재생수리보증이다. 재생교체-비재생수리보증에서는 재생교체보증기간  $(0, w_R)$ 과 최소수리보증기간  $(w_R, w)$ 이 제공되는데, 교체보증기간 동안에 시스템에 고장이 발생되면 생산자는 무료로 시스템을 교체해 주고, 주어진 보증기간도 다시 재생된다. 그리고 최소수리보증기간 동안에는 생산자에 의해서 최소수리가 수행되며, 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 여기서,  $w_R$ 은 재생교체보증기간의 길이이고  $w_M$ 은 최소수리보증기간의 길이이며,  $w = w_R + w_M$ 이다. <그림 1>은 재생교체-비재생수리보증의 전현적인 형태를 보여준다.



<그림 1> 재생교체-비재생수리보증

한편, 재생교체-비재생수리보증에서 교체보증기간이 없으면 즉,  $w_R = 0$ 이면 비재생최소수리보증이 되고, 수리보증기간이 없으면 즉,  $w_M = 0$ 이면 재생교체보증이 됨을 알 수 있다.

### 3. 재생교체-비재생수리보증에서 생산자 측면의 보증비용

#### 3.1 무료 재생교체-비재생수리보증

이 절에서는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생될 경우에 사용자에게 무료로 교체 또는 수리를 수행해 주는 무료 재생교체-비재생수리보증에 대하여 생산자 측면에서의 보증비용을 구하고자 한다. 먼저, 생산자 측면에서의 기대보증길이(expected warranty length)는 Jung(2011)의 연구에서 구한 기대순환길이(expected cycle length)와 동일하게 됨을 알 수 있다. 따라서 생산자 측면에서의 관심사항인 기대보증길이는 Jung(2011)의 결과로부터 다음과 같이 된다는 사실을 알 수 있다.

$$EWL(w_R, w) = \frac{I(w_R)}{F(w_R)} + w_M. \tag{3.1}$$

여기서  $I(s) = \int_0^s tf(t)dt$ 이다.

이제, 무료 재생교체-비재생수리보증에서 발생하는 생산자 측면의 총기대보증비용  $EW C(w_R, w)$ 을 구하고자 하는데, 이는 교체보증기간 동안에 발생하는 기대보증비용과 수리보증기간 동안에 발생하는 기대보증비용의 합으로 구할 수 있다.

총기대보증비용  $EW C(w_R, w)$ 을 구하기 위해서  $K$ 를 재생교체보증기간 동안에 고장이 발생하지 않을 때까지의 시스템의 교체횟수라고 하자. 이때, 시스템에  $m$ 번의 고장이 발생했다고 가정하면 교체보증기간 동안에 발생하는 보증비용은 다음과 같이 구해진다.

$$C_R = mc_r, \quad (3.2)$$

여기서  $c_r$ 은 시스템의 단위교체비용이다. 그리고 수리보증기간 동안에 발생하는 보증비용은 다음과 같다.

$$C_M = c_m M(w_M, w), \quad (3.3)$$

여기서  $M(w_M, w)$ 는  $(w_M, w)$ 에서 발생하는 고장횟수로써 수리보증기간 동안에 발생하는 고장의 횟수가 된다. 그리고  $c_m$ 은 시스템의 단위최소수리비용이다. 따라서 교체보증기간 동안에 시스템에  $m$ 번의 고장이 발생했다고 가정 하에서 즉,  $K=m$ 이 주어지 있을 경우에 총기대보증비용은 식 (3.2)와 (3.3)으로 부터 다음과 같이 된다.

$$EW C(w_R, w)_{k=m} = mc_r + c_m \int_{w_M}^w h(t) dt. \quad (3.4)$$

그런데, 식 (3.4)에 있는 총기대보증비용은  $K=m$ 이 주어지 있다는 조건 하에서 구한 것이므로 일반적으로 조건이 없을 경우로 확장하기 위해서는  $K$ 의 분포를 고려하여야 한다.  $K$ 는 재생교체보증기간 동안에 고장이 발생하지 않을 때까지의 시스템의 교체횟수이므로 다음과 같은 분포를 따른다.

$$P(K=m) = (1 - F(w_R))F(w_R)^m, \quad m=0,1,2,\dots \quad (3.5)$$

따라서 식 (3.5)와 (3.4)로 부터 총기대보증비용  $EW C(w_R, w)$ 은 다음과 같이 된다.

$$EW C(w_R, w) = c_r \frac{F(w_R)}{F(w_R)} + c_m \int_{w_M}^w h(t) dt. \quad (3.6)$$

식 (3.6)은 수리가 가능한 시스템에 무료재생교체보증  $w_R$ 과 무료비재생수리보증  $w_M$ 이 주어지는 경우에 생산자 측면에서 발생하는 총기대보증비용이 된다. 따라서 생산자는 이러한 보증비용을 고려하여 무료재생교체보증의 길이와 무료비재생수리보증의 길이를 제공하여야 할 것이다.

### 3.2 비례 재생교체-비재생수리보증

이 절에서는 교체보증기간에서 시스템에 고장이 발생될 경우에 사용자에게 교체비용의 일부를 부담하게 하는 유료 재생교체-비재생수리보증을 대하여 생산자 측면에서의 보증비용을 구하고자 한다. 기대보증길이는 무료보증과 유료보증에 차이가 없기 때문에 비례 재생교체-

비재생수리보증과의 경우의 생산자 측면에서의 기대보증길이는 (3.1)과 같이 구해진다.

한편, 비례 재생교체-비재생수리보증에서 발생하는 생산자 측면의 총기대보증비용  $EWC(w_R, w)$ 은 3.1절에서와 마찬가지로 교체보증기간 동안에 발생하는 기대보증비용과 수리보증기간 동안에 발생하는 기대보증비용의 합으로 구할 수 있다.

이 절에서 고려되는 보증은 보증기간에서 발생하는 교체비용의 일부를 소비자가 부담하게 되는 비례보증이기 때문에 총기대보증비용을 구하기 위해서는 재생교체보증기간 동안에 발생하는 고장의 총 횟수와 고장시간을 함께 고려하여야 한다. 따라서  $K$ 를 재생교체보증기간 동안에 고장이 발생하지 않을 때까지의 시스템의 교체횟수,  $T_j$ 를 보증기간에서  $m$ 번의 고장이 발생했다고 가정했을 경우에 보증기간에서의 시스템의 고장시간이라고 가정하자. 여기서,  $T_j < w_R$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ , 이고  $T_{m+1} > w_R$ 이 된다. 먼저, 총기대보증비용  $EWC(w_R, w)$ 을 구하기 위해서 교체보증기간 동안에 시스템에  $m$ 번의 고장이 발생했다고 가정하자. 그러면 교체보증기간 동안에 발생하는 보증비용은 다음과 같이 구해진다.

$$C_R = \sum_{j=1}^m c_r \left(1 - \frac{T_j}{w_R}\right), \quad (3.7)$$

여기서  $c_r$ 은 시스템의 단위교체비용이다. 그리고 수리보증기간 동안에 발생하는 보증비용은 다음과 같다.

$$C_M = c_m N(w_m, w), \quad (3.8)$$

여기서  $N(w_m, w)$ 는  $(w_m, w)$ 에서 발생하는 고장횟수로서 수리보증기간 동안에 발생하는 고장의 횟수가 된다. 그리고  $c_m$ 은 시스템의 단위최소수리비용이다. 따라서 교체보증기간 동안에 시스템에  $m$ 번의 고장이 발생했다고 가정 하에서 즉,  $K=m$ 이 주어져 있을 경우에 총기대보증비용은 식 (3.7)과 (3.8)로 부터 다음과 같이 구해진다.

$$EWC(w_R, w)_{K=m} = mc_r \left(1 - \frac{I(w_R)}{w_R F(w_R)}\right) + c_m \int_{w_M}^w h(t) dt. \quad (3.9)$$

여기서  $I(s) = \int_0^s tf(t)dt$ 이다. 그런데, 식 (3.9)에 있는 총기대보증비용은  $K=m$ 이 주어져 있다는 조건 하에서 구한 것이므로 일반적으로 조건이 없을 경우로 확장하기 위해서는  $K$ 의 분포를 고려하여야 한다. 따라서 식 (3.5)와 (3.9)로 부터 총기대보증비용  $EWC(w_R, w)$ 은 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$EWC(w_R, w) = c_r \left( \frac{F(w_R)}{F(w_R)} - \frac{I(w_R)}{w_R F(w_R)} \right) + c_m \int_{w_M}^w h(t) dt. \quad (3.10)$$

식 (3.10)은 시스템에 유료재생교체보증  $w_R$ 과 무료비재생수리보증  $w_M$ 이 주어지는 경우에 생산자 측면에서 발생하는 총기대보증비용이 된다. 따라서 생산자는 이러한 보증비용을 고려하여 유료재생교체보증의 길이와 무료비재생수리보증의 길이를 제공하여야 한다.

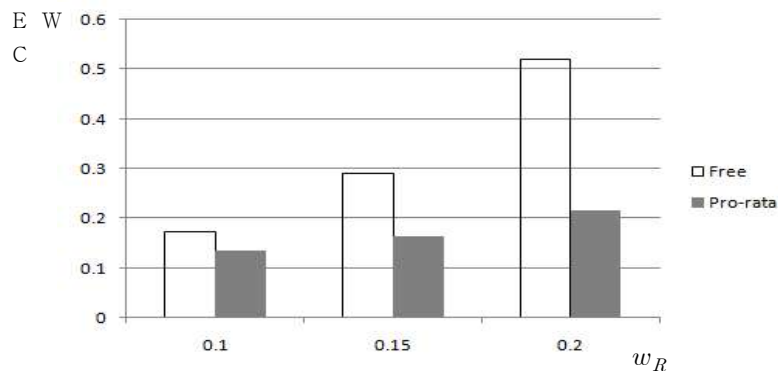
### 4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 재생교체-비재생수리보증에 대한 기대보증비용을 설명하기 위해서 시스템의 고장시간  $T$ 가 척도모수가 1인 와이블분포(Weibull distribution)를 따른다고 가정하자. 즉, 가정된 시스템의 고장률함수는  $h(t) = \beta t^{\beta-1}$ 이 된다. 그리고 보증기간은  $w = 0.5$ 이고 보증기간에서의 교체비용과 최소수리비용은 각각  $c_r = 50$ ,  $c_m = 1$ 이라고 가정하자.

<표 1>에는  $\beta = 3$ ,  $\beta = 4$  그리고  $\beta = 5$ 인 경우에 재생교체-비재생수리보증에 대한 기대보증길이와 총기대보증비용이 나타나 있다. <표 1>에서  $\beta = 3$ ,  $w_R = 0.15$ 일 때, 기대보증길이 0.50038단위시간으로 나타났으므로, 생산자는 평균적으로 0.50038단위시간을 보증하게 된다는 것이다. 또한, 이때 생산자 측면에서 발생하는 총기대보증비용은 무료보증일 경우에 0.290660단위비용이고 비례보증일 경우에는 0.163910단위비용이 됨을 알 수 있다. 즉, 교체보증기간이 0.15단위시간이고 수리보증기간이 0.35단위시간인 무료 재생교체-수리보증을 제공할 경우에 생산자측면에서는 0.290660단위비용이 발생될 것이라는 의미이다. 뿐만 아니라 <표 1>과 <그림 1>로부터 재생교체보증기간의 길이에 따라서 보증비용이 변화의 폭이 다르기 때문에 이러한 보증비용을 고려하여 보증기간을 설정하여야 할 것이다.

<표 1> 재생교체-비재생수리보증에 대한 기대보증비용

$\beta$	$w_R$	$EWL(w_R, w)$	$EW C(w_R, w)$	
			Free	Pro-rata
3	0.10	0.50008	0.174030	0.136510
	0.15	0.50038	0.290660	0.163910
	0.20	0.50120	0.518600	0.217570
4	0.10	0.50001	0.067400	0.063400
	0.15	0.50006	0.087313	0.067058
	0.20	0.50026	0.140960	0.076919
5	0.10	0.50000	0.031740	0.031323
	0.15	0.50001	0.034971	0.031807
	0.20	0.50005	0.046933	0.033597



<그림 1> 교체보증기간의 변화에 따른 기대보증비용( $\beta = 3$ )

## 5. 결론

본 논문에서는 기존의 재생무료교체보증과 비재생무료최소수리보증을 포함하는 일반적인 형태의 재생교체-비재생수리보증이 주어지는 시스템에 대하여 생산자 측면의 총기대보증비용을 고려하였다. 재생교체-비재생수리보증하에서는 교체보증기간과 수리보증기간이 주어지는데, 교체보증기간  $(0, w_R)$ 에서는 시스템에 고장이 발생하면 시스템을 교체해 주고 보증기간도 재생된다. 그리고 수리보증기간  $(w_M, w)$ 에서는 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 수행되고, 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 이러한 재생교체-비재생수리보증이 주어진 경우에 생산자 측면의 총기대보증비용을 무료보증인 경우와 비례보증인 경우에 각각 이론적으로 유도하였다. 또한, 수치적 예를 통하여 본 논문에서 고려된 총기대보증비용을 고장시간이 와이블 분포를 따르는 경우에 유도해 보았다.

본 논문에서 유도된 총기대보증비용을 통해서 재생교체-비재생수리보증이 주어지는 경우의 생산자 측면에서 발생하는 보증비용을 알 수 있을 뿐만 아니라 교체보증기간의 변화에 따라서 총기대보증비용의 변화도 살펴볼 수 있다. 따라서 생산자는 이러한 정보를 고려해서 시스템의 전체적인 보증기간을 설계할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- [1] Chien, Y. H.(2008a). A general age replacement model with minimal repair under renewing free-replacement warranty, *European Journal of Operational Research*, **186**, 1046-1058.
- [2] Chien, Y. H.(2008b). Optimal age-replacement policy under an imperfect renewing free-replacement warranty, *IEEE Transactions on Reliability*, **57**, 125-133.
- [3] Jung, K. M.(2006). Extension of PM model with random maintenance quality, *The Korean Communications in Statistics*, **13**, 651-656.
- [4] Jung, K. M.(2009). Two PM policies following the expiration of free-repair warranty, *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **20**, 999-1007.
- [5] Jung, K. M.(2011). Optimal replacement policy following the expiration of payable RRNMW, *Journal of Applied Reliability*, **11**, 409-417.
- [6] Jung, G. M. and Park, D. H.(2003). Optimal maintenance policies during the post-warranty period, *Reliability Engineering and System Safety*, **82**, 173-185.
- [7] Sahin, I. and Polatoglu, H.(1996). Maintenance strategies following the expiration of warranty, *IEEE Transactions on Reliability*, **45**, 220-228.
- [8] Wu, S. and Clements-Croome, D.(2005). Preventive maintenance models with random maintenance quality. *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, 99-105.
- [9] Yeh, R. H., Chen, M. Y. and Lin, C. Y.(2007). Optimal periodic replacement policy for



repairable products under free-repair warranty, *European Journal of Operational Research*, **176**, 1678-1686.