한국학교수학회논문집 제 15 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 15, Number 4, 699-718, December 2012

실생활 문장제의 해결과정에 나타나는 오류유형 분석

박장희[1] · 유시규[2] · 이중권[3]

학생들이 문장으로 이루어진 문제를 해결과정에서 발생하는 오류의 유형을 분류하고, 각각의 오류 유형을 보인 학생들의 면담(인터뷰)을 통하여 오류를 범하게 된 요인을 분석하였다.

연구결과에 따라 나타난 대표적인 오류 유형은 '문항 이해의 부족', '풀이과정의 오류', '정리나 정의에 대한 왜곡된 이해', '이기과정의 오류', '기술적 오류', '풀이과정 생략' 등으로 나타났다. 또한 일부 학생들은 문장제에 대한 부담감으로 문제를 해결하기보다는 포기하는 현상이 나타났으며, 학생들은 문장으로 이루어진 문제를 해결을 하기 위해서 무엇보다 문제에 대한 이해가 필요한데, 이 부분이 절대적으로 부족하여 문제에서 주어진 자료를 자의적으로 판단하고 활용하는 경향이 짙게 보였다.

교사는 학생들이 문장제 문제 해결과정에서 발생하는 오류를 미리 파악하고 이를 보안할 수 있는 교수-학습방법으로 학생들을 지도한다면 오류를 사전에 예방하여 발생빈도를 줄일 수 있고, 학생들로 하여금 효과적인 학습이 이루어 질 수 있을 것이다.

주요용어 : 문장제 문제, 문제해결, 오류, 수학적 오류, 오류범주

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학은 인류의 문명과 함께 발전해 온 학문으로 우리들의 일상생활과 밀접하게 연관되어 있다. 과거 농경 중심의 생활에서부터 필수적인 천문을 관측하고 달력을 만들어 날짜를 계산하거나 수로 건설과 토지 측량 등에서 수학이 직접적으로 사용 되었다. 현재 수학은 입시와 밀접한 관계가 있는 과목으로 인식되어 학습에 대한 비중은 높지만 초·중등과정을 마친 후에는 별로 쓸모없는 과목으로 치부되고 있다. 그러나 2012년 1월 교육과학기술부는 「수학교육 선진화 방안」의 발표를 통해 수학이 단순히 입시를 위한 전략적인 과목이 아닌 우리가 살아가는데 있어 반드시 필요한 과목임을 확인 시켜주고 있다.

1) 동국대학교 대학원 (pjhee78@lycos.co.kr)
2) 동국대학교(skryu@dongguk.edu)
3) 동국대학교(joonglee@dgu.edu)

수학교육의 목표는 수학의 기본적 지식을 습득하고, 논리적 사고능력을 길러 실생활에서 발생하는 여러 문제를 합리적으로 해결할 수 있도록 하는 데 있다. 즉, 문제해결력을 신장시키는데 목적이 있는 것이다. 문제해결은 수학교육 뿐 아니라 여러 과목과 많은 사람들에 의해 강조되었고, 문제해결력을 신장하기 위한 다양한 연구도 수행되었다. 이에 수학교육에서는 문제해결력을 강화하기 위해 실생활과 관련된 문제 상황을 학생들에 많이 접하게 해 주어야 한다고 하였고, 그 중 수학적 상황을 언어로 표현한 문장제에 대하여 강조되고 있다(김진호 외 2인, 2009).

문장제는 문제의 내용을 분석하는 능력과 문장으로 이루어진 상황을 수식으로 표현하는 능력, 이를 해결하기 위해서는 수학적 개념 숙지와 연산 능력 및 수학적 사고력 등을 동시에 필요로 하기 때문에 학생들로 하여금 문장제를 통해 문제해결력을 강화시킬 수 있다. 그러나 이런 종합적 문제해결력을 요하는 문장제는 일반적인 수식이나 기호만으로 구성되어 있는 문제유형에 비해 자주, 그리고 쉽게 오류가 나타난다. 또한 오류는 그 특성상 한번 빠지면 후속 학습이 불가능하게 하고, 학생 자신으로 하여금 수학에 대한 자신감과 학습 의욕을 상실하게 한다. 교사가 자주 발생하는 이런 오류들을 미리 파악하여 학생들에게 적절한 교수-학습방법을 계획하여 지도한다면 오류를 예방할 수 있고, 학생들에게 효과적인 학습이 이루어 질 것이다.

본 연구는 중학교 수학과 교육 내용을 바탕으로 일상생활과 연관된 문장제 유형의 문제를 해결하는 과정에 나타나는 오류를 분류하고, 오류가 발생하는 원인에 대하여 조사하려고 한다. 이에 국내·외 선행 연구자들의 자료를 참고하여 문장제를 해결하는 과정에서 발생할 수 있는 오류 유형에 따른 오류 범주 모델을 설계하여 문장제 해결과정에 나타나는 오류 유형을 분석하고, 각각의 오류가 발생하는 요인에 대해 알아보고자 한다. 본 연구의 목적에 따른 연구 문제는 다음과 같다.

연구문제 1. 문장제 해결과정에서 발생하는 오류 유형은 무엇인가?

연구문제 2. 문장제 해결과정에서 발생하는 오류 요인은 무엇인가?

2. 연구의 제한점 및 기대효과

본 연구는 경기도에 소재한 O O 중학교 3학년 학생 109명을 대상으로 하였다. 따라서 한정된 지역의 특정 학교의 학생들만을 대상으로 진행된 연구이기 때문에 연구의 결과를 일반화하는데 제한점이 있다. 또한 본 연구자가 설계한 특정 검사지에 의해 나타난 오류를 분류한 것이므로 오류 유형을 분류하고 분석하는 과정에서 개인적 의견이 포함될 가능성과 다른 형태의 문장제로 구성 된 검사지에서 동일한 결과를 얻지 못할 수도 있다.

그러나 본 연구를 통해 문장제를 해결하는 과정에 나타나는 오류의 원인을 미리 파악하여 학생들에게 적절한 교수-학습방법이 이루어질 수 있을 것이며 학생들 스스로 발생할 오류를 인지하여 보다 정확한 문제해결이 이루어질 수 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 용어 정리

1) 문장제

문장제는 해결해야하는 상항과 제공하는 정보를 문장으로 구성된 문제유형이다. 문장제에 대해 강미희(1991)는 활용문제라 일컬어지는 문제로, 즉 언어적인 문장으로 주어진 수학적인 기호와 기본 개념을 토대로 계산 문제로의 식을 요구하는 서술형 문제라고 정의 하였고, 이영우(2002)는 문장제는 생활 주변에서 일어나는 또는 일어날 수 있는 문제 장면을 수학적인 문장으로 표현한 문제라고 하였다. 즉, 문장제는 수식이나 기호로만 표현한 유형의 문제가 아닌 문제의 상황을 문장으로 표현해 놓은 문제를 말하며, 허구적이고 실현 불가능한 상황이 아닌 실생활과 연관된 문제의 유형을 말한다. 그렇기 때문에 문장제는 논리적이고 분석적인 사고를 요구하고, 언어적 기능과 산술적 처리 기능을 동시에 갖추어야하며, 문제에 사용된 낱말에 대한 명확한 표상을 얻지 못한 학생은 적절한 해결 전략을 결정하지 못하여 문제해결에 실패하게 된다고 하였다(조영신, 2000, 재인용). 이처럼 문장제를 해결하기 위해서는 우선 언어적으로 문제의 구조를 인지한 다음 적절한 알고리즘을 선택하여 문제해결 과정에 적용하기를 요구한다. 따라서 문장제를 해결하기 위해서는 기본적으로 계산 기능은 필수적으로 갖추고 있어야 한다. 그러나 문제를 해결하기위해서는 단순히 계산 기능만으로는 문제의 완벽한 해결을 보장하지는 못한다고 하였다(한강일, 2006, 재인용).

2) 문제해결

수학에서의 문장제는 언어 기능과 산술 기능이 통합되어 수행되도록 구성된 과제이다. 즉, 문장제는 언어적 기술에 근거하여 필요한 연산의 표상을 구성해서 문제해결을 하도록 한다. 문제 해결은 하나의 과정 또는 문제를 해결하는데 사용 되는 일련의 행동이라 할 수 있다. 문제 해결 과정 중 가장 널리 알려진 Polya, G.(1987)의 ‘How to solve it’에서는 문제를 해결하기 위하여 4단계의 문제해결 전략과정을 제시하고 있다. 첫째, 문제 이해하기 단계, 둘째, 문제해결 계획수립 단계, 셋째, 문제해결 계획실행 단계 , 넷째, 문제해결 검토 단계이다. ‘문제 이해’의 단계에서는 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 파악하고, 문제에서 제공하는 자료와 정보를 습득해야 한다. ‘문제해결 계획수립’의 단계에서는 문제에서 요구하는 것을 구하기 위한 전략을 세우고, 주어진 자료와 정보를 바탕으로 풀이과정을 계획해야 한다. ‘문제해결 계획실행’의 단계에서는 ‘문제해결 계획수립’의 단계에서 세운 문제 해결의 전략과 계획대로 실행에 옮긴다. ‘문제해결 검토’의 단계에서는 문제를 해결한 과정의 풀이 내용을 확인하고, 문제에서 요구한 것을 제대로 구했는지 검토한다. 각각의 단계는 모두 중요하며 각 단계마다 점검하는 과정을 거친다면 미리 발생할 수 있는 오류에 대처하고 방지할 수 있을 것이다.

3) 오류

오류(error)의 사전적 정의를 살펴보면, 영어사전에서는 '잘못', '실수', '틀림' 등으로 해석되어 있고, 국어사전에서는 '잘못되어 이치에 어긋남', '이치에 틀린 인식', '착오' 등으로 풀이하고 있다. 교육학 용어 사전에서는 '논리학에 있어서 바르지 못한 논리적 과정', '의견 상 바르게 보이면서 틀린 추리', '통속적 의미로는 참이 아닌 것'으로 풀이되고, '착각, 관측상의 오차 등으로 인한 지각상(知覺上)의 착오'를 가리키기도 한다. 이처럼 오류의 개념을 명확히 정의하기는 어렵지만 오류는 학습하는 과정에서 무엇인가 잘못되어 교정을 필요로 하는 징후로서 보여져왔다.

본 연구에서는 오류를 수학적 오류로만 제한하여 사용하려고 한다. 오정현(1995)은 수학적 오류를 '수학의 개념상 바르지 못한 논리 과정'이라고 정의하였다.

2. 선행 연구 고찰

1) 수학적 오류

수학적 오류는 이미 많은 학자들에 의해 연구되어 왔다. Radatz, H.(1979)는 미국의 학자 Buswell, T.과 Judd, C. H.는 산술적인 오류를 진단하여 30개 이상의 연구를 하였다고 한다. 그러나 최근에 이루어진 연구들은 산술적인 오류에 그치지 않고, 다양한 형태의 오류 유형을 찾고, 분석하는데 관심을 보이고 있다. 다음은 수학적 오류에 대한 선행 연구들 중에서 오류 범주(유형)들의 분류와 수학적 오류에 대한 실험 연구 사례들이다.

독일의 수학교육학자인 Radatz, H.(1979)는 지식 전개(Information processing)에서 학생들이 범하게 되는 5가지 범주의 오류유형을 제안하였다. '언어의 난이성', '공간적인 정보 획득의 어려움', '사전 지식과 기술의 습득 결여', '사고의 경직 혹은 부정확한 연합', '관련이 없는 법칙 혹은 전략들이다. Radatz, H.(1979)는 이 같은 오류(원인)들 사이에는 밀접한 관련이 있기 때문에 오류의 원인들을 명확히 분류하는 것이 종종 어렵다고 하였다.

Clements, J.(1980)과 Newman, M. A.(1981)은 오스트레일리아에서 5~7학년을 대상으로 수학 문제를 테스트한 결과 문제풀이에 대한 단계별 오류 범주를 '읽기단계(Reading)', '이해단계(Comprehension)', '변환단계(Transformation)', '처리기술단계(Process skill)', '기록단계(Encoding)', '부주의(Careless)'로 제안하고, 연구를 통해 학생들의 오류 유형을 분류했다. 그 결과 학생들은 학년이 올라갈수록 교육을 통해 학습능력이 점점 발전하므로 읽기와 이해, 그리고 변환의 단계에서 발생하는 오류는 점점 감소하고, 처리기술과 부주의에서 발생하는 오류의 빈도가 늘어나는 것을 알 수 있었다.

Hadar, N. M., Zasalsrsky, O & Inbar, S.(1987)는 이스라엘의 고등학교 학생들이 수학 졸업시험에서 반복적으로 보이고 있는 높은 비율의 공통된 실수에 관하여 체계적인 실험을 실시하였다. 이 연구는 고등학교 11학년 남·여 학생 2만 명을 대상으로 연속적으로 두 해에

걸쳐서 18개의 주관식 문제에 대한 학생들의 풀이 결과에서 보인 오류들을 분석하기 위해서 다음과 같은 6개의 범주들을 만들었다.

첫째, 잘못 이용된 자료(Misused Data)는 주어진 자료를 수험자가 어떻게 다루느냐에 따라 발생하는 오류이다.

둘째, 잘못 해석된 언어(Misinterpreted language)는 상징적인 어떤 것을 다른 상징적인 것에 기술하는, 수학적 잔상의 잘못된 해석에서 오는 오류이다. 다시 말해 문제 내용을 잘못 해석하는 데서 오는 오류이다.

셋째, 논리적으로 부적절한 추론(Logically invalid inference)은 특수한 내용은 포함되지 않는 논리적인 결점을 다루는 오류이다. 즉, 주어진 정보로 부터 혹은 전에 잘못 습득된 것으로부터 새로운 정보가 부적절하게 이끌어지는 데서 오는 오류이다.

넷째, 곡해된 정리나 정의(Distorted theorem or definition)는 특수하고 동일한 원칙, 규칙, 정리 또는 정의를 부적절하게 사용한 경우의 오류이다.

다섯째, 논증되지 않은 해답(Unverified solution)은 수험자에게 취해진 각 단계들이 그 자체로는 옳으나, 나타난 마지막 결과는 언급된 문제의 답이 아닌 경우의 오류이다.

여섯째, 기술적 오류(Technical error)는 계산상의 오류, 표로부터 자료를 잘못 끌어내는 오류, 기초적인 대수 기호를 다루는데 있어서의 오류, 초등학교 또는 중학교 수학에서 습득된 알고리즘을 시행하는데 있어서의 오류이다.

연구 결과 '곡해된 정리나 정의'오류가 가장 많았고, 다음으로 '기술적 오류'와 '잘못 이용된 자료'순으로 오류가 많이 발생했다. Hadar, N. M., Zasalsrsky, O & Inbar, S.(1987)가 제안한 오류 범주 모델은 이 후 많은 연구자들의 샘플이 되었다.

김옥경(1990)은 Hadar, N. M., Zasalsrsky, O & Inbar, S.(1987)의 연구에서 제안한 오류 범주 모델에서 '논증되지 않은 해답'을 '요구되지 않은 해답'으로 수정하고, '풀이과정 생략'과 '오류의 애매 모호성'을 추가하여 '오용된 자료(Misused data)', '잘못 해석된 언어(Misinterpreted language)', '논리적으로 부적절한 추론(Logically invalid inference)', '곡해된 정리나 정의(Misunderstood theorem or definition)', '요구되지 않은 해답(Unmatched solution)', '기술적 오류(Technical errors)', '풀이과정의 생략(Omission of solving process),' '오류의 애매 모호성(Ambiguity of error)'으로 8가지 오류 범주를 제안하였다.

연구결과 '곡해된 정리나 정의'에서 30.2%로 가장 많은 오류를 보였고, 다음으로 '오용된 자료'와 '풀이과정의 생략'순으로 오류가 많이 발생했다.

오정현(1995)은 김옥경(1990)이 제안한 8가지 오류 범주 모델에서 '곡해 된 정의나 정리' 대신 '필수적인 사실과 개념의 부족한 숙련'으로 바꾸고, '오류의 애매 모호성'을 오류 범주에서 제외시킨 모델을 기준으로 중학교 1, 2, 3학년 학생들을 대상으로 테스트를 실시하고 오류를 분석 연구하여 분류하였다. 연구결과 '필수적인 사실과 개념의 부족한 숙련'에서 32.7%로 가장 많은 오류를 보였고, 다음으로 '기술적 오류'와 '풀이과정의 생략'순으로 오류가 많이 발생했다. 전체적으로 가장 많은 오류를 보였던 '필수적인 사실과 개념의 부족한 숙련'의 범주는 학년이 올라감에 따라 39.9%에서 34.5%, 16.1%로 오류의 발생 빈도가 줄어드는 반면에 '풀이과정의 생략'에서는 7.2%에서 22.7%, 29.7%로 오류의 발생 빈도가 점점 늘어나는 것을 확인할 수 있었다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구대상

본 연구는 경기도에 소재한 H 중학교 3학년 3개 반의 학생 109명(남자 57명, 여자 52명)을 대상으로 실시하였다. 본 연구에 참여한 H 중학교는 남·여 공학에 합반 수업을 하고 있으며 학교의 사정상 수준별 수업은 진행하지 않고 있었다. 본 연구에 사용 된 문장제 문제는 중학교 [수학1]과 [수학2]의 내용으로 이미 교과내용을 모두 배운 상태이기 때문에 실험에 참여한 학생들의 학습내용의 누락은 없는 상태에서 실시되었다.

2. 문항구성

학생들에게 실시할 시험지(검사지)의 문항 구성은 중학교 수학교사 1명과 고등학교 수학교사 2명과 함께 논의하여 중학교 [수학1]과 [수학2]에서 실생활과 관련된 내용과 이론이 접목된 문장제로 선정하였다. 선정된 문제를 서울시에 소재한 Y 중학교의 12명(남자 6명, 여자 6명)의 학생을 대상으로 예비 실험을 2차례에 걸쳐 실시하였다. 이를 통해 실험지의 문항 수(10개)와 난이도(상3, 중4, 하3), 실험시간(45분)을 결정하였다.

다음의 <표 1>은 시험지를 구성한 문항의 출제단원과 주요개념 및 난이도에 대해 분류한 것이다.

<표 1> 문항의 출제단원과 주요개념 및 난이도

문항	출제단원	주요개념	난이도
1	[수학1]집합과 자연수 - 자연수의 성질	최대공약수와 최소공배수	중
2	[수학1]문자와 식 - 문자의 사용과 식의 계산	문자의 사용 식의 값	하
3	[수학1]문자와 식 - 일차방정식	일차방정식과 그 해	중
4	[수학1]통계 - 도수분포와 그래프	평균	하
5	[수학1]문자와 식 - 일차방정식	정수와 유리수 일차방정식의 활용	상
6	[수학1]입체도형 - 입체도형의 측정	기둥의 겉넓이와 부피	중
7	[수학2]연립방정식 - 연립방정식의 활용	연립방정식세우기	상
8	[수학2]부등식 - 일차부등식	일차부등식의 활용	하
9	[수학2]부등식 - 연립부등식	연립부등식의 활용	중
10	[수학2]연립방정식 - 연립방정식의 활용	연립방정식의 활용	상

3. 연구방법 및 절차

본 연구는 문장제 해결과정에서 나타나는 학생들의 오류를 설계 된 오류 범주에 따라 분류하기 위하여 문장제로 구성 된 실험지를 제작하여 109명의 중학교 3학년 학생들을 대상으로 2012년 3월 29일과 30일 양일간 해당 학급의 수학 교사의 감독하게 45분 동안 시험지(검사지) 테스트를 실시하였다. 또한 학생들이 문장제를 해결하는 과정에서 범한 오류의 유형별 요인에 대해서 분석하기 위하여 담임교사와 테스트에 참여한 학생들의 동의를 구하고 학생들을 개별 면담(인터뷰)하였다. 이때 면담을 한 학생은 문제를 해결하는 과정에서 범한 오류가 뚜렷하게 보인 학생을 대상으로 개별 면담을 실시하였다. 면담은 학생들이 범한 오류의 요인을 알아보는 것으로 반구조화 된 면담방식으로 진행하였다. 면담을 통하여 학생들이 문제를 해결하는 과정에서 범한 오류가 어떤 요인으로 인해 발생하게 되었는지를 확인할 수 있었다.

4. 오류 범주 모델

본 연구에서는 오정현(1995)의 ‘오용된 자료’, ‘잘못 해석된 언어’, ‘논리적으로 부적절한 추론’, ‘필수적인 사실·개념의 부족한 숙련’, ‘요구되지 않은 해답’, ‘기술적 오류’, ‘풀이과정 생략’이라는 7가지 오류 범주가 가장 적절하다고 판단하여 오정현(1995)의 오류 범주 모델을 기준으로 오류 범주를 수정·보완하여 설계하였다. 오정현(1995)의 오류 모델에서 ‘오용된 자료’와 ‘잘못 해석된 언어’의 판단 기준이 애매하기 때문에 이 두 범주는 ‘문제 이해의 부족’이라는 범주로 합치고, ‘논리적으로 부적절한 추론’은 ‘풀이 과정의 오류’로 바꾸고, ‘필수적인 사실·개념의 부족한 숙련’은 ‘정리나 정의에 대한 왜곡된 이해’로 바꾸고, ‘요구되지 않은 해답’은 ‘이기과정의 오류’로 고쳐 다음 같이 6가지 오류 범주 모델을 설계하였다.

첫째, **문제 이해의 부족**(Misinterpreted language or Misused data)

이 범주는 문제에서 요구하는 내용을 잘못 해석하여 발생되는 오류로 문제에서 제시된 자료와 정보를 잘못 이해하거나 다르게 판단하여 학생들 스스로 문제에서 요구하는 내용을 다르게 변형시키거나 주어진 자료를 무시하거나 바꾸어서 사용하여 문제를 해결하는 과정에서 발생하는 오류이다.

둘째, **풀이과정의 오류**(Logically invalid inference)

이 범주는 문제를 해결하는 과정이 논리적이지 않고, 답을 논증하는 과정이 잘 못 되어 발생하는 오류로 우선적으로 문제의 파악이 되지 않은 경우 나타날 수 있는 대표적인 오류 범주이다. 또한 선행 이론이 아직 완벽하게 학습되지 않았거나 기본 개념 원리가 완전하게 이루어지지 않은 경우에도 나타날 수 있는 오류이다.

셋째, **정리나 정의에 대한 왜곡된 이해**(Distorted theorem or definition)

이 범주는 선행되었던 이론이 완벽하지 않거나 기본 개념을 정확하게 숙지되지 않은 상태에서 문제를 해결하는 과정에 선행이론과 기본개념을 잘 못 다루어 발생하는 오류로, 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 정확히 이해를 하고 있더라도 문제를 해결하는 과정에서 발생할 수 있는 오류이다. 이 범주의 오류에서는 수학이 단계성과 위계성이 있음을 확인할 수 있는 부분이기도 하다.

넷째, **이기(移記)과정의 오류**(Unverified solution)

이 범주는 주어진 문제를 해결하는 과정에서 정확히 문제를 이해하고, 풀이과정도 바르게 정의되었지만, 답을 옮기는 과정에서 잘못하여 발생하는 오류로, 이것은 단순히 실수로 인해 범하게 되는 오류이다.

다섯째, **기술적 오류**(Technical error)

이 범주는 문제를 해결하는 과정에서 기본적인 대수기호의 조작적 실수로 발생하는 오류로, 이것 역시 '이기 과정의 오류'와 같이 문제를 풀이하는 과정에서 단순 부주의에 의해서 발생하는 오류이다.

여섯째, **풀이과정 생략**(Omission of solving process)

이 범주는 문제를 해결하는 과정 중 끝까지 문제를 풀지 않고 중간에 풀이 과정을 포기하고 중단하여 발생하는 오류와 문제의 풀이과정을 전혀 작성하지 않고, 단순히 답만 언급하는 오류이다. 이 오류는 풀이 과정까지 요하는 서술형 문제들에서 가장 많이 발생하는 유형의 오류일 것으로 생각된다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 오류 범주에 따른 분석

이번 실험에 참여한 109명의 학생들의 풀이내용에서는 모두 285개(26.15%)의 오류가 발생하였다. 오류로 판단하지 않은 경우는 문제를 해결하는 과정을 전혀 작성하지 않은 경우는 '무응답(134개, 12.29%)'으로 처리하고, 완벽하게 풀이과정까지 작성한 경우는 '정답(671개, 61.56%)'으로 처리하였다. 하나의 문제에서 두 가지 이상의 오류를 보인 경우엔 처음 발생한 오류를 기준으로 분류하였다. 실험에 참여한 109명의 학생 중 11명의 학생은 모든 문제에 있어 무응답 처리가 되었고, 27명의 학생은 모든 문제에서 정답으로 처리가 되었다. 다음의 <표 2>은 문항마다 무응답-정답-오답(오류) 빈도에 따라 분류한 결과이다.

<표 2> 문항별 무응답-정답-오답 빈도(명) 및 비율(%)

문제	무응답		정답		오답(오류)	
	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)	빈도(명)	비율(%)
1	9	8.26	77	70.64	23	21.10
2	15	13.76	67	61.47	27	24.77
3	17	15.60	68	62.39	24	22.02
4	12	11.01	72	66.06	25	22.94
5	14	12.84	57	52.29	38	34.86
6	11	10.09	70	64.22	28	25.69
7	13	11.93	65	59.63	31	28.44
8	11	10.09	75	68.81	23	21.10
9	13	11.93	67	61.47	29	26.61
10	19	17.43	53	48.62	37	33.94
합계	134	12.29	671	61.56	285	100

<표 2>에서 보면 각각의 문항마다 적게는 23명(21.10%)에서 최고 38명(34.86%)의 오류의 빈도가 나타났다. 그 중 5번과 10번 문항을 보면, 이 두 문항은 정답의 빈도가 가장 낮은 문항으로 오답(오류)의 빈도가 높게 나타났다. 그런데, 오답의 빈도만 높은 것이 아니라 무응답의 빈도도 다른 문제들에 비해 높게 나타났다. 이는 학생들이 문제를 풀 때, 문제가 어렵답고 생각되는 문제에서는 문제를 풀어보려고 시도조차도 하지 않고 미리 포기하는 것으로 판단 할 수 있다. 다음의 <표 3>는 문항마다 발생한 오류를 각각의 범주에 따라 분류한 결과이다.

<표 3> 문항별 오류 범주에 따른 분류

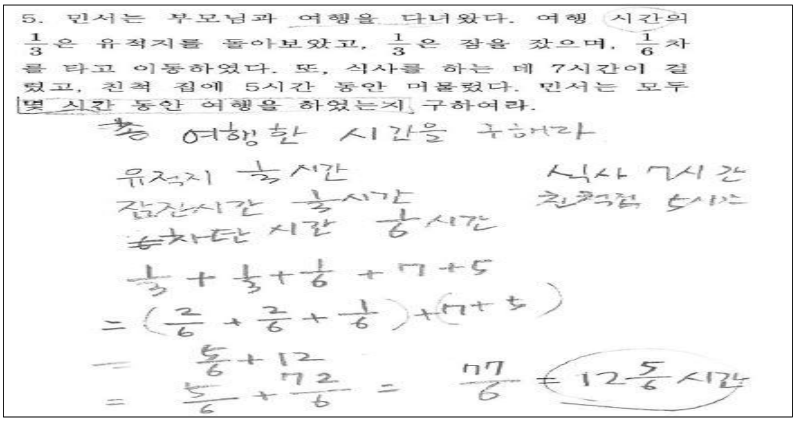
문항 / 오류범주	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	합계(개)	비율(%)
문제 이해의 부족	5	9	10	7	11	15	12	8	13	16	106	37.19
풀이과정의 오류	7	13	9	10	15	7	9	11	10	11	102	35.79
정리나 정의에 대한 왜곡된 이해	7	2	2	5	3	3	2	0	3	4	31	10.88
이기 과정의 오류	1	0	0	1	2	0	0	0	0	1	5	1.75
기술적 오류	2	0	1	1	2	0	1	0	0	0	7	2.46
풀이과정 생략	1	3	2	1	5	3	7	4	3	5	34	11.93
합계(개)	23	27	24	25	38	28	31	23	29	37	285	100
비율(%)	8.07	9.47	8.42	8.77	13.33	9.82	10.88	8.07	10.18	12.98	100	

학생들이 작성한 풀이과정을 분석한 결과 285개의 오류에서 '문제 이해의 부족'에서 106개(37.19%)의 오류를 보였고, '풀이과정의 오류'에서 102개(35.79%)의 오류를 보였다. 다음으로는 '풀이과정 생략'에서 34개(11.93%), '정리나 정의에 대한 왜곡된 이해'에서 31개(10.88%), '이기 과정의 오류'에서 7개(2.46%), '기술적 오류'에서 5(1.75%)의 순으로 오류 유형을 보였다. 이번 실험에서 '문항 이해의 부족'과 '풀이과정의 오류'의 두 범주에서 대부분의 오류가 발생하였는데, 이는 학생들이 문장으로 이루어진 문제를 어려워하고, 그러다보니 풀이 과정이 제대로 이루어지지 않은 것으로 생각할 수 있다.

2. 학생들이 범한 오류 범주별 사례

1) 문제 이해의 부족

'문제 이해의 부족'은 문제에서 요구하는 내용을 잘못 해석하거나 문제에서 제공 된 내용을 잘못 파악하여 발생하는 오류이다. 이 오류 범주에서 각 문항별로 많은 오류의 빈도를 보였고, 오류 전체에서도 106개(37.19%)의 가장 많은 오류가 발생했다. 다음의 [그림 1]은 학생 M7이 5번 문제를 풀이한 것으로 5번 문제에서는 11명의 학생이 같은 오류를 보였다.



[그림 1] 학생 M7의 5번 문제 풀이

문제 5번은 여행 다닌 총 시간을 구하는 문제이다. 이 문제에 제시되어 있는 분수는 전체의 여행시간 중 차지하는 부분을 표시한 것이다. 그러나 학생 M7의 풀이과정을 살펴보면, 5번 문제에 제시 되어 있는 분수가 무엇을 나타내고 있는지 어떤 의미로 사용되고 있는지 이해하지 못하고 있다. 다음은 학생 M7과의 인터뷰내용이다.

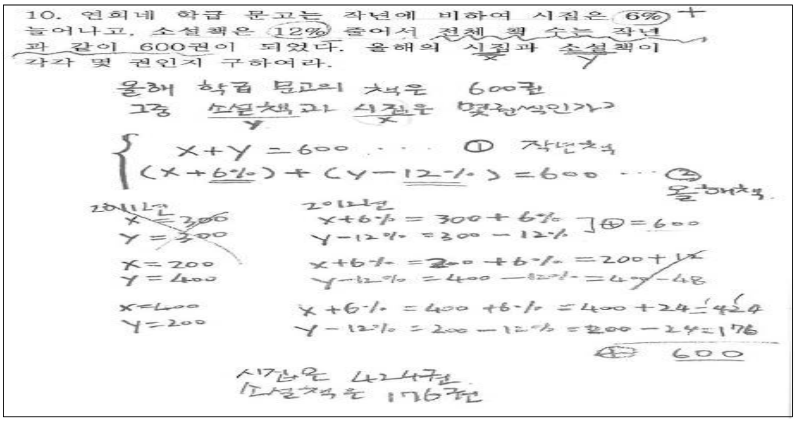
P: 이 문제에서 구해야 하는 것이 무엇인가요?
M7: 시간이요. 여행시간.
P: 이 문제에서 이해가 가지 않은 부분이 뭐죠?
M7: 시간을 묻는데, 분수가 나오니까 이해가 바로 안 됐어요. 왜 시간을 구하라고 하면서 분수가 나오는 건지...또, 식사를 하는 시간은 왜 이렇게 길죠?(웃음)
P: 그럼 1시간의 $\frac{1}{3}$은 몇 분이죠?
M7: 그건 1시간이 60분 이구. 60에 $\frac{1}{3}$이니까...20분이요.
P: 네. 맞았어요. 그럼 다시 이 문제에서 $\frac{1}{3}$의 의미를 알겠어요?
M7: 음...(한참고민을 함) 아! 여행을 다닌 시간 중에서 $\frac{1}{3}$이라는 말이구나. 이제 이해가 되요.
P: 네, 알았어요. 이런 문제들이 나오면 어떤 생각이 들어요?
M7: 일단 ‘헉!’하고 놀라고, 어렵다는 생각이 들고, 풀기가 싫어져요.
P: 방금 전처럼 힌트를 주고, 단계별로 풀게 하면 어때요?
M7: 그럼 바로 포기 하진 않고, 일단 생각은 한번 해보게 되죠.
P: 네. 수고했어요.

학생 M7과의 인터뷰를 통해 학생들이 문장제 유형에 대해 많은 부담을 가지고 있는 것을 알 수 있었다. 특히 ‘문항 이해의 부족’의 오류는 문제의 난이도와 학생들의 문제해결의 능력과는 무관하게 문제 자체에 대한 부담으로 인해 발생하는 경우가 많았다. 이런 경우 문제

를 해결하기 위해서 문제를 읽고, 이해하는 과정을 단계를 나누어 해결하면 오류의 유형을 줄일 수 있을 것이다. 예를 들어, 문장제 유형의 문제를 읽을 때 문제의 문방별로 끊어서 읽거나 단계를 나누어서 해결하도록 한다면 문제에 대한 이해도를 높일 수 있고, 문장제에 대한 거부감도 줄일 수 있을 것으로 판단된다.

2) 풀이과정의 오류

'풀이과정의 오류'는 문제를 풀어가는 과정이 논리적이지 않고, 답을 논증하는 과정이 잘못 되어 발생하는 오류이다. 이 범주의 오류가 102개(35.79%)로 두 번째로 많이 발생하였다. 다음의 [그림 2]은 학생 W13이 10번 문제를 풀이한 것으로 10번 문제에서 11명의 학생이 같은 오류를 보였다.



[그림 2] 학생 W13의 10번 문제 풀이

문제 10번은 두 개의 미지수를 가진 두 개의 식으로 구성 된 연립방정식을 세울 수 있어야 한다. 그러나 학생 W13의 풀이를 살펴보면, 두 개의 미지수를 가진 연립방정식을 세우는 과정에 실수를 범하고 있다. 다음은 학생 W13과의 인터뷰내용이다.

P: 이 식은 왜 이렇게 세웠나요?

W13: 구해야 하는 것이 두 개니까 미지수를 두 개(x와 y)를 사용했어요. 그리고 두 가지 종류의 책이 합해서 600권이니까 이렇게($x+y=600$) 만들었고요. 또 올해도 책이 작년과 같으니까 이렇게($(x+6\%)+(y-12\%)=600$)식을 만들었어요.

P: (두 번째 식을 가리키면서) 그럼 이 식이 의미하는 것은 모예요?

W13: 그건 올해의 책을 말하는 거예요.

P: (다시 두 번째 식을 가리키면서) 여기 % 부분은 몰 의미하는 거예요?

W13: 그건 책의 증가분하고, 감소분인데...

P: 그럼 6%와 12%는 몇 권이나 되는 거죠?

W13: 그걸 구해야하는 거 아닌가? 음...잘 모르겠어요. 어...이해가 안가요. 뭐지?

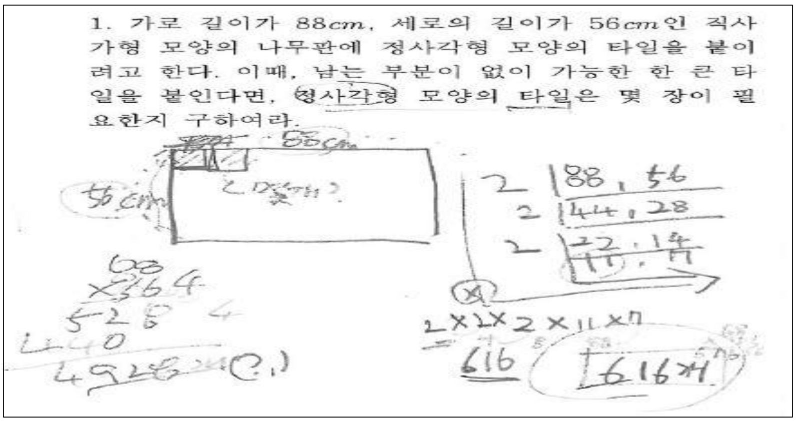
P: 이런 문제에서 가장 어려운 부분이 뭐예요?

W13: 일단 식을 세우는 게 가장 어려워요. 그리고 이렇게 % 같은 단위가 나오면 일단 긴장이 되고, 풀기 싫어져요.
P: 이런 문제를 많이 틀리나요?
W13: 수학을 좋아해요. 그래서 잘하고 싶은데...이렇게 식을 세우거나, % 같은 게 나오면 긴장이 되고, 그러니까 자주 틀려요.
P: 네. 수고했어요.

학생 W13과의 인터뷰를 통해 문장제를 해결하는 과정에서 문제에서 요구하는 답을 구하기 위해서 문장으로 이루어진 문제를 수학식으로 변형하는 것에 어려움을 많이 느끼고 있다. 그러다보니 문제를 해결하는 과정에서 '풀이과정의 오류'가 많이 발생하는 것으로 판단된다.

3) 정리나 정의에 대한 왜곡된 이해

'정리나 정의에 대한 왜곡된 이해'의 오류는 선행되었던 이론을 숙지되지 않거나 기본 개념을 잘못 파악하여 선행 이론과 기본개념을 잘 못 다루어 발생하는 오류로 다음의 [그림 3]은 학생 W31이 1번 문제를 풀이한 것이다. 1번 문제에서는 7명의 학생이 같은 오류를 보였다.



[그림 3] 학생 W31의 1번 문제 풀이

문제 1번은 가장 적은 오류가 나온 문항으로 문제를 해결하는 과정에서 최대공약수의 정의와 구하는 방법만 학습되어 있다면 쉽게 풀 수 있는 문제이다. 그러나 문제 해결과정에서 오류를 보인 학생들은 대부분 최대공약수와 최대공배수의 의미를 잘못 이해하고 있거나 구하는 방법을 반대로 알 고 있는 상황이다. 다음은 학생 W31과의 인터뷰내용이다.

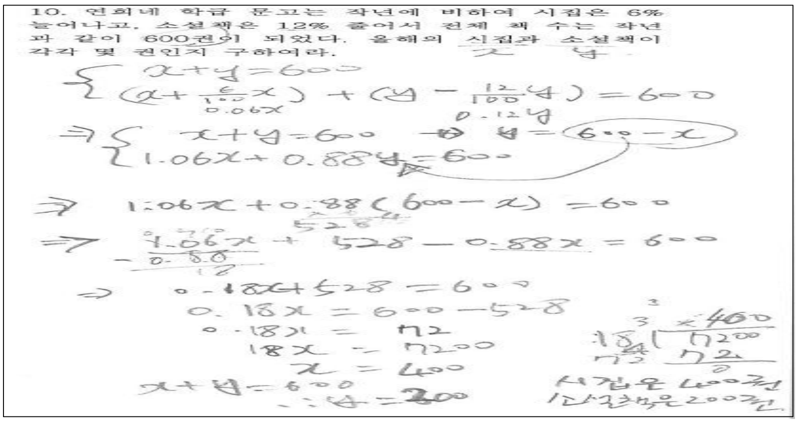
P: 이 건 어떻게 풀었어요?
W31: 공약수를 아니 최..대(?) 공약수를 구해야 하는데, 구하는 방법을 잘 기억이 안 났어요.

P: 그럼 지금은 기억하게 났어요?
W31: 네, 시험보고 찾아봐서요.
P: 그럼 여기 풀어 놓은 건 뭘 구한거예요?
W31: 이건 최소공배수요.
P: 네, 그럼 이 문제에서 필요한건 이제 알겠어요?
W31: 네...최대공약수요.
P: 이런 문제에서 가장 어려운 부분이 뭐예요?
W31: 사실 이런 문제 쉽잖아요. 공식만 알면. 근데 제가 공식 같은 거 잘 암기가 안 돼서. 이제부터라도 잘 좀 하려 구요.
P: 네. 수고했어요.

학생 W31과의 인터뷰를 통해 문장제를 해결하는 과정에서 ‘정리나 정의에 대한 왜곡된 이해’의 오류는 수학이 단계성과 위계성이 있음을 확인할 수 있는 부분이기도 하다. 이는 단순히 문제를 해결하는 과정이 어떤 이론 하나만으로 해결하기 보다는 이전의 개념과 정리 및 정의를 숙지하고 있어야만 문제해결의 가능성이 높아진다는 것이다.

4) 이기 과정의 오류

‘이기 과정의 오류’는 풀이 과정은 옳게 정의 되었으나 답을 옮기는 과정에 잘못하여 발생하는 오류이다. 다음의 [그림 4]는 학생 W27이 10번 문제를 풀이한 것으로 문제를 이해하고, 식을 세우고, 풀이하는 과정을 완벽하게 수행하고, 마지막 단계인 올해의 도서의 권수를 구하는 부분을 진행하지 않아 오류가 나타났다.

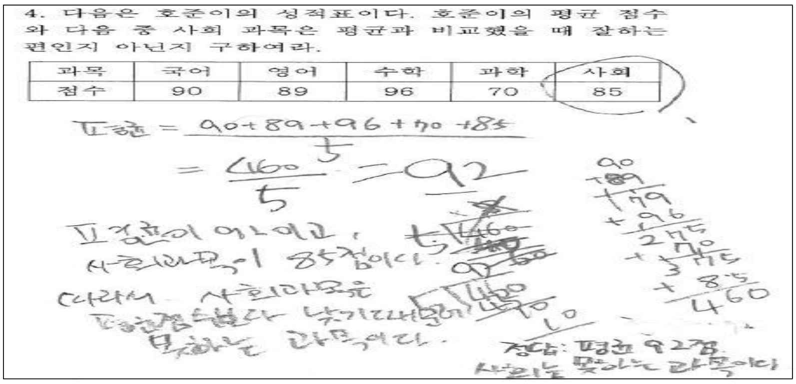


[그림 4] 학생 W27의 10번 문제 풀이

‘이기 과정의 오류’와 다음의 ‘기술적 오류’는 학생들이 문제를 해결하는 과정에서 집중력이 떨어지거나 부주의로 인해 많이 발생하는 경우이다. 문제를 완벽히 해결하고 답을 옮기는 과정에서 나타나는 오류와 단순 대수적 계산상의 실수로 인해 나타나는 오류는 학생들이 문제 해결과정에 조금 더 집중력을 가지고 임한다면 충분이 오류를 줄일 수 있을 것이다.

5) 기술적 오류

‘기술적 오류’는 기본적인 대수 기호 조작 오류로 계산하는 과정에서 단순 부주의에 의한 실수로 발생하는 오류이다. 다음의 [그림 5]는 학생 M19이 4번 문제를 풀이한 것이다.

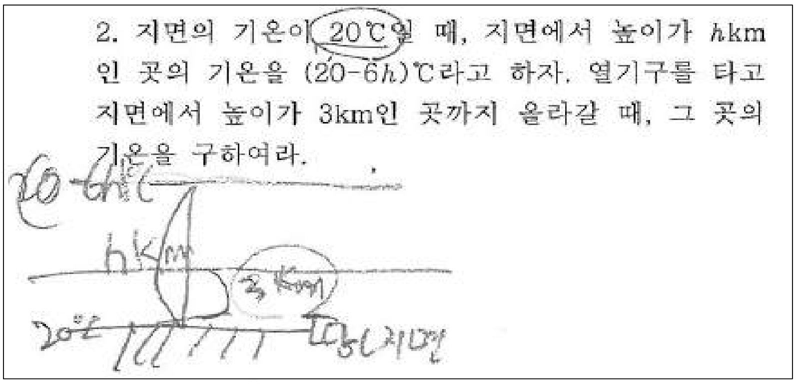


[그림 5] 학생 M19의 4번 문제 풀이

기술적 오류는 많지는 않았으나, M19학생이 문제 4번을 풀이 하는 과정에 평균을 하기 위해 5과목의 점수를 더하고, 더한 과목의 수로 나누어야 한다. 그런데, 덧셈을 하는 과정에서 단순한 계산상의 실수를 해 오류가 나타났다.

6) 풀이과정 생략

'풀이과정 생략'은 문제를 해결하는 과정 중 끝까지 풀어가지 않고, 중간에 풀이를 포기하거나 단순히 답만 언급하여 오류로 이번 실험에서 34개(11.93%)의 빈도가 나왔지만, 이 범주의 오류는 문제를 풀기보다 그냥 문제의 다시 한 번 써놓거나 아무 숫자가 막 적어 놓은 경우가 대부분이었다. 다음의 [그림 6]은 학생 M49의 2번 문제를 풀이한 내용이다.



[그림 6] 학생 M49의 2번 문제 풀이

M49는 2번 문제에서 요구하는 사항을 파악하고, 해결하고자 하였다. 그러나 풀이를 하는 과정에 어려움을 느껴 도중에 풀이과정을 마치지 않고, 중단하였다. M49 학생처럼 문장제 문제는 해결하고자 하는 의지가 있더라도 풀이과정 중 어려움이 느껴지면 도중에 포기하는 오류가 나타났다.

3. 오류 범주별 요인

문장제를 해결하는 과정에 발생하는 오류의 요인을 확인하기 위해 학생들과의 면담을 한 결과 학생들은 수학에 대하 어려움과 부담감이 많이 가지고 있었다. 이런 학생들에게 문장제 유형의 문제는 문제해결의 의지까지 줄어들게 하는 결과를 발생하였다. 이는 문제지(검사지) 테스트 결과에서 '무응답'이 134개, 12.29%를 차지하는 것을 통해서도 확인할 수 있다.

'문제 이해의 부족'의 오류는 학생들이 문장으로 이루어진 문제에 대한 부담감으로 인해 문제에서 요구하는 의미를 잘 못 파악하여 오류를 범하거나 문제에서 제공하는 정보의 활용을 잘 못하여 오류를 범하는 경우가 많았다. 이런 경우 학생들 스스로 문제에 대한 부담감을 줄이려는 노력을 하여야하고, 문제에서 요구하는 내용과 정보를 파악하기 위해 문제를 읽을 때 끊어 읽고, 한 번에 문제를 해결하기 보다는 단계별로 문제를 해결하는 것이 오류를 줄일 수 있을 것으로 생각된다.

'풀이과정의 오류'는 문제에서 요구하는 부분을 해결하기 위해서 식을 세워야 하는데, 문제에서 요구하는 것에 맞게 식을 잘 못 세워서 발생하는 오류가 가장 많았다. 이런 경우는 문장으로 이루어진 내용을 식으로 세워보는 과정을 반복적으로 경험해 봄으로서 비슷한 상황에서 문장으로 이루어진 문제를 수학식으로 세우는데 도움이 될 것으로 생각된다.

'정리나 정의에 대한 왜곡된 이해'의 오류는 이번 단원을 배우기전에 학습한 이론과 개념을 습득하지 못하고 있는 경우에 발생하는 오류가 가장 많았다. 이는 수학이 단순히 하나의 개념이나 이론으로만 해결하는 것이 아니라 이전에 배운 내용의 개념과 정의와 정리를 바탕으로 다음 단계의 학습이 이루어지는 것을 확인할 수 있다. 즉, 수학이 단계성과 위계성이 있음을 증명하는 오류이다. 이런 경우는 어떤 문제를 해결하는 과정에 필요한 개념과 이론을 숙지하고 있어야한다. 따라서 수학에서 필요한 개념과 이론을 단계성과 위계성에 따라 정리하고 학습한다면 오류를 줄일 수 있을 것이다.

'이기 과정의 오류'와 '기술적 오류'는 문제를 해결하는 과정에서 발생하는 다른 오류들과 다르게 단순한 부주의로 인해 발생하는 오류가 대부분이다. 이런 경우 학생들이 문제를 해결하는 과정에 조금 더 침착하게 임한다면 오류를 줄일 수 있을 것이다.

'풀이과정 생략'의 오류는 '무응답'이나 '문제 이해의 부족'의 오류처럼 문장으로 이루어진 문제에 대한 부담감으로 발생되는 경우가 대부분이다. 따라서 문장제 유형의 문제를 많이 접해 봄으로서 문장제에 대한 부담을 줄일 수 있을 것이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구는 중학교 3학년 학생들이 실생활과 연관된 문장제 유형의 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 오류의 유형을 분석하고, 학생들과의 인터뷰를 통해 오류가 나타나게 된 요인을 확인해 보았다. 본 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻게 되었다.

첫째, 학생들은 문장제에 대한 막연한 어려움을 느끼고 있다. 이는 무응답의 빈도를 통해 확인할 수 있다. 학생들은 일반적인 수학개념(이론)과 연산기능만으로 해결할 수 있는 문제 유형에 비해 종합적인 수학능력을 요하는 문장제 유형을 어려워하고 있다. 그러다보니 문제를 해결하기 전부터 어려움을 느껴 문제를 해결해야하는 의지를 약하게 만들고 그러다보니 문제해결 자체를 포기하는 것이다.

둘째, 문제를 구성한 문장의 길이에 따라 문제의 이해도에 차이가 있다. 이는 오류 분석 결과 학생들이 '문제 이해의 오류'에서 가장 많은 오류빈도를 보인 것에서 확인 할 수 있다. 학생들은 문장으로 제시 된 문제가 짧은 문장으로 구성된 것에 비해 긴 문장으로 구성되면 문제이해에 어려움을 많이 보이는 것으로 나타났다. 또한 '문제 이해의 오류'는 문제를 해결하는 과정에서 '풀이과정의 오류'와 문제풀이를 중간에 포기하는 '풀이과정 생략'의 오류가 연속적으로 나타난다.

셋째, 선행된 학습내용과 여러 개념이 복합적으로 요하는 문제에 대해 어려움을 더 느낀다. 이는 '정리나 정의에 대한 왜곡된 이해'의 오류 범주에 해당되는 것으로 학생들이 선행학습 된 내용과 다른 단원의 이론과 개념이 필요한 경우 문제를 해결하는 과정에 어려움을 겪고 있다. 또한 '정리나 정의에 대한 왜곡된 이해'가 나타난 경우 '풀이과정의 오류'에서도 동시에 오류가 나타났다. 이것은 선행 이론과 개념 원리에서 어려움을 느꼈던 학생들은 선행 이론이나 기본 개념 습득이 필요한 문제 자체를 이해하는데 어려움을 많이 느끼고 문제를 해결하는 과정에서도 어려움을 느끼고 있음을 알 수 있다.

이와 같은 결론에 대한 제언으로 다음 사항들을 강조하고자 한다.

첫째, 문장제 문제의 문장을 읽을 때 한 번에 읽지 말고, 끊어서 읽도록 하자. 문제를 끊어 읽으면 문제에서 요구하는 의미를 파악하기 용이하고, 각각의 문장에서 요구하는 내용과 해결과제를 쉽게 해결 할 수 있다.

둘째, 중요한 키포인트(단위, 숫자, 조건 등)에 밑줄을 그으면서 문제를 파악하도록 하자. 문제에서 요구하는 사항과 제공하는 정보를 표시해 놓으면 해결하는 과정에서 실수가 줄 수 있다. 이런 방법을 통해 문제에서 묻고자 하는 것이 무엇인지를 파악하고, 숨겨진 질문이 있는지 파악할 수 있다. 문장제 문제는 문제를 이해하는 것이 무엇보다 중요하고, 문제에서 요하는 하는 사항과 제시된 내용 정확히 파악해야 문제해결이 용이하다.

셋째, 문제의 의도를 파악하고, 주어진 정보를 습득했다면, 문제를 해결하기 위해 어떤 단계를 거쳐야 하는지 확인하고 전략을 세우도록 하자. 전략을 세워 단계별로 문제를 해결한다면 자주 발생하는 오류를 미리 차단할 수 있을 것이다.

넷째, 계획한 전략에 따라 각 단계별로 문제를 해결하는 과정에 각각의 단계마다 검산을 하도록 하자. 전략을 세운대로 단계별로 문제해결 과정을 마치고 난 후 검산을 하기보다는 각각의 단계마다 검산을 한다면, 끝까지 문제를 풀기 전에 오류를 미리 확인하고, 수정하여 문제를 해결할 수 있을 것이다. 따라서 정답의 확률도 높아 질 것이다.

문장제 문제를 해결하는 경우, 한 번에 완벽하게 문제를 이해해야 된다는 생각을 버려야

한다. 문장제 문제를 해결하는 과정에서 오류가 발생하더라도 중간에 포기하지 않고 오류에 대해 철저한 원인 분석 - 계산과정까지 맞는데 연산에서 실수가 난건지 문제 자체를 이해 못한 것인지 등 - 을 해서 같은 유형의 오류를 발생하지 하지 않도록 하는 것이 중요하다. 또한 문장제 문제를 해결하는 과정에서 반복 되는 오류가 나타날 수 있다. 그렇지만, 오류에 대해서 거부감을 가지거나 두려워하지 말고 발생한 오류의 유형에 대해 분석 하여 발생한 오류에 대한 부담을 줄여 나가도록 하자.

참고문헌

강미희(1991), 문장제 해결의 저해 요인, 한양대학교 교육대학원 석사학위논문.

김옥경(1990), 고등학교 수학에서 발생하는 수학적 오류의 분류모델에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원, 석사학위논문.

김진호 외 2인(2009), 대수 문장제의 오류 유형과 문제 해결의 관련성 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E, 제23권 3호, pp. 599-624.

남승인 외 1인(2002), 문제해결 학습의 원리와 방법, 형설출판사.

오정현(1995), 중학교 함수영역에서 발생하는 수학적 오류에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

우정호 외 9인(2009), 중학교 수학1, (주)두산.

우정호 외 9인(2009), 중학교 수학익힘책1, (주)두산.

우정호 외 9인(2009), 중학교 수학2, (주)두산.

우정호 외 9인(2009), 중학교 수학익힘책2, (주)두산.

우정호 역(2002), Polya, G의 어떻게 풀 것인가(How to solve it), 교우사.

이영우(2002), 문장제 문제의 도식화 학습을 통한 문제 해결력 신장, 목원대학교 교육대학원 석사학위논문.

조영신(2000), 문장제의 도식화 및 번안지도를 통한 문제 해결 능력 신장 방안, 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

한강일(2006), 문장제의 이해를 돕는 활동이 문제해결능력 신장에 미치는 영향에 관한 연구, 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

Clements, M. A.(1980), Analyzing children's errors on written mathematical tasks, Educational Studies in Mathematics 11, pp. 1~21.

Hadar, N. M., Zasalsrsky, O & Inbar, S.(1987), An empirical classification model for errors in high school mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 18(1), pp. 3-14.

Knifong, J. D. & Holten, B.(1976), An analysis of children's written solutions to word problems, Journal for Research in Mathematics Education, pp. 106-112.

Newman, M. A(1981), Comprehension of the language of mathematics, Mathematics Education Research of Australia, Adelaide.

Radatz, H(1979), Error analysis in mathematics education, Journal of Research in Mathematics Education 10(3), pp. 163-172.

The analysis of mathematics error type that appears from the process of solving problem related to real life

Park, Jang hee[4)] · Ryu, Shi Kyu[5)] · Lee, Joong Kwoen[6)]

Abstract

The purpose of mathematics eduction is to develop the ability of thinking mathematically. It informs method to solve problem through mathematical thinking that teach mathematical ability. Errors in the problem solving can be thought as those in the mathematical thinking. Therefore analysis and classification of mathematics errors is important to teach mathematics. This study researches the preceding studies on mathematics errors and presents the characteristic of them with analyzed models.

The results achieved by analysis of the process of problem solving are as follows :

▸ Students feel much harder to solve words problems rather than multiple-choice problems.

▸ The length of sentence make some differences of understanding of the words problems. Students easy to understand short sentence problems than long sentence problems.

▸ If students feel difficulties on the pre-learned mathematical content, they feel the same difficulties on the words problems based on the pre-learned mathematics content.

Key Words : Error type, Error classification pattern, problem solving

4) Dongguk University, Graduate School (pjhee78@lycos.co.kr)
5) Dongguk University (skryu@dongguk.edu)
6) Dongguk University (joonglee@dgu.edu)

부 록

시험지(검사지)

반:	번호:	이름:

▶ 이 시험지는 성적에 반영되지 않으며, 연구논문에 자료로만 활용됩니다.
▶ 다음 문제를 해결하는 과정에서 풀이과정을 작성할 수 있는 부분까지 작성하세요.

1. 가로 길이가 88 cm, 세로의 길이가 56 cm인 직사가형 모양의 나무판에 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 타일을 붙인다면, 정사각형 모양의 타일은 몇 장이 필요한지 구하여라.

2. 지면의 기온이 20℃일 때, 지면에서 높이가 $h$km인 곳의 기온을 (20-6 h)℃라고 하자. 열기구를 타고 지면에서 높이가 3km인 곳까지 올라갈 때, 그 곳의 기온을 구하여라.

3. 농구 시합에서 민국이자 2점짜리와 3점짜리 슛을 모두 합하여 8골 넣어 21점을 얻었다. 이때, 민국이는 3점짜리 슛을 몇 골 넣었는지 구하여라.

4. 다음은 호준이의 성적표이다. 호준이의 평균 점수와 다음 중 사회 과목은 평균과 비교했을 때 잘하는 편인지 아닌지 구하여라.

과목	국어	영어	수학	과학	사회
점수	90	89	96	70	85

5. 민서는 부모님과 여행을 다녀왔다. 여행 시간의 $\frac{1}{3}$은 유적지를 돌아보았고, $\frac{1}{3}$은 잠을 잤으며, $\frac{1}{6}$차를 타고 이동하였다. 또, 식사를 하는 데 7시간이 걸렸고, 친척 집에 5시간 동안 머물렀다. 민서는 모두 몇 시간 동안 여행을 하였는지 구하여라.

6. 한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체 박스 12개를 쌓아 겉넓이가 가장 작은 입체도형을 만들려고 한다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

7. 수연이와 은지 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 두 계단 올라가고, 진 사람은 한 계단 내려가기로 하였다. 이 게임이 끝났을 때, 처음의 위치보다 수연이는 21계단을, 은지는 15계단을 올라가 있었다면 수연이와 은지가 이긴 횟수를 각각 구하여라.(단, 비기는 경우는 생각하지 않는다.)

8. 한 개에 700원인 사과 5개와 한 개에 900원인 배 몇 개를 1500원인 과일 바구니에 넣어 15000원 이하의 선물을 만들려고 한다. 배는 최대 몇 개까지 넣을 수 있는지 구하여라.

9. 혜주네 반 학생 전체가 강당 의자에 앉을 때, 의자 한 개에 2명씩 앉으면 6명이 남고, 3명씩 앉으면 의자가 2개 남는다고 한다. 이 때, 의자의 최대 개수를 구하여라.

10. 연희네 학급 문고는 작년에 비하여 시집은 6% 늘어나고, 소설책은 12% 줄어서 전체 책 수는 작년과 같이 600권이 되었다. 올해의 시집과 소설책이 각각 몇 권인지 구하여라.

☞ 수고하셨습니다.