

미래 수학 교실 기준과 수업 모형의 개발¹⁾

김부미²⁾ · 이종희³⁾

본 연구는 미래 수학 교실의 기준을 환경, 교사, 학생의 측면에서 총 20개로 제시하였다. 환경 기준은 미래 수학 교실이 갖추어야 할 물적 자원이 수행해야 하는 역할과 기능의 측면을 중심으로 3개로 제시하였다. 교사 기준은 수업 전문성의 영역 4개, 학습자의 능력 신장 영역 4개로 제시하고, 학생 기준은 수학적 탐구와 문제 해결, 협력과 의사소통, 공학적 도구나 지원 시스템의 활용 및 조작, 윤리 의식과 디지털 시민 의식의 4개 영역에서 총 9 개로 제시하였다. 또한 미래 수학 수업 모형으로 융합 중심 수업 모형을 개발하고, 첨단 환경과 공학적 도구가 갖추어진 미래 수학교실에서의 수학 수업 구현 모습을 시나리오로 제시하였다. 그런 다음, 현재 수학교과와 타교과 간의 융합 중심 교육과정 개발이 강조되고 있는 현실을 고려하여 현재의 수업에 융합 중심 수업 모형을 적용하였을 때의 한계점을 분석하고 미래 수학 교실을 위한 발전 방향에 대한 시사점을 얻고자 하였다.

주요용어: 미래 수학교실, 미래 수학교실 기준, 융합중심수업모형

I. 서론

우리 사회는 정보기술의 융합화 및 클라우드 컴퓨팅(Cloud Computing)의 확산 등 정보기술 서비스 환경 변화로 인하여 교육환경도 빠르게 변화하고 있다. Wikipedia, Facebook, YouTube, Twitter, 네이버 지식iN, Google for Educators 등의 검색, 뉴스, 블로그, 문서 등의 기능을 활용한 온라인 교육 플랫폼이 무료로 제공되고 있고, 태블릿 PC로 디지털교과서와 상호작용이 가능한 도표와 오디오, 동영상 등이 구현될 수 있는 어플리케이션도 개발되고 있다. 또한 IPTV, 사이버가정학습, 에듀넷, KICE 교수학습개발센터의 '교사 TV-현장수업(www.teacher.re.kr)' 등을 통해 온라인 수업이 진행되고 있다. 지식경제부(2010)에 따르면, 인터넷을 사용하고 있는 만 3세 이상 우리나라 국민의 e-learning 이용률은 49%, 초·중·고교생의 이용률은 74.4%이다(교육과학기술부·국가정보화전략위원회, 2011a, 재인용). 이는 신흥임·이승희(2008)의 연구 결과와 맥을 같이 하는데, 이들에 따르면 현대 학생들은 디지털 형식의 의사소통을 선호하고, 최소한의 노력과 투자로 힘들지 않게 정보를 얻기 원하고, 이해보다는 수행을 통해 배우는 경향이 있다.

1) 본 논문은 2012년도 원광대학교의 교비지원에 의해 수행됨
2) 원광대학교 (bmkim@wku.ac.kr) 제1저자
3) 이화여자대학교 (jonghee@ewha.ac.kr) 교신저자

이런 학습자의 특징은 수학을 학습하는 환경과 방법에도 변화를 요구한다.

이러한 변화에 발맞추어 OECD(박인우 외, 2009)는 Schooling for Tomorrow Project에서 미래사고 접근 방법을 통한 학교교육 방안의 일환으로 ICT(Information, Communication and Technology)를 활용할 것을 제안하였다. 미국은 차세대 학교에 대한 논의로 IT를 통한 미래 교육의 혁신과 문제 해결 능력, 의사소통과 협동, 맞춤형 피드백 등을 비전으로 삼고 있다(고범석·서정희, 2006). 영국에서는 교육에 대한 도전과 기회를 통해 미래에 예측되는 사회·기술적 정책 과제를 제시하면서 웹기반 도구를 통한 미래 교육환경 설계를 지원하고 있다(이혜영 외, 2007). 유럽연합에서도 미래 교육의 동향과 비전을 제시하고 다양성, 개방성, 맞춤형 학습을 구현하며 개별화 및 적시형 학습, 모바일 학습, 학습자 중심 교육을 강조하고 있다(고범석·서정희, 2006).

우리나라에서도 미래를 위한 교육 패러다임의 전환이 필요하다는 인식에 따라 교육과학기술부는 스마트교육 추진전략 실행계획을 발표하였다. 스마트교육⁴⁾은 21세기 지식정보사회에서 요구되는 교육과정, 교육내용, 교육방법, 평가 등 교육체제 전반의 변화를 통해 언제 어디서나 개인의 소질이나 수준에 맞는 학습이 가능한 미래 인재 양성 시스템을 의미한다(교육과학기술부·국가정보화전략위원회, 2011a; 2011b, 재인용). 스마트교육에 대한 주요 추진 과제는 디지털 교과서 개발 및 적용, 온라인 수업 활성화, 온라인을 통한 학습 진단·처방 체제 구축, 교육콘텐츠 자유 이용 및 안전한 이용 환경 조성, 교원의 스마트 교육 실천 역량 강화, 클라우드 교육 서비스 기반 조성이다. 특히, 수학교육과 관련해서 교육과학기술부는 2009년부터 ‘수학교과교실제’를 정책적으로 추진하여 2014년부터는 수학교과교실제가 전면 시행될 예정이고(교육과학기술부, 2011), 2012년 현재 전국 초·중·고에 선진형 수학 교실 운영학교를 선정하여 다양한 교수·학습 자료 및 교수-학습지도안의 개발 및 보급, 우수 수업 사례의 발굴을 추진하고 있다.

그러나 현재 수학교과교실은 중등학교에서 수준별 이동 수업을 뒷받침하기 위한 ‘플러스 1’ 교실로 활용되고 있을 뿐 수학 교실의 구성 요소에 대한 기준은 제시되지 않고 있으며, 일반 교실과 차별된 수업이 이루어지지 않고 있다. 더구나 각국의 교육 정책이나 미래 교실에 대한 논의는 일반적인 교실에 대한 구상일 뿐 수학 교실에 적합하게 제시된 것은 아니다. 또한 수학 교육에서 공학적 도구를 활용하기 위해서는 교재와 교구에 대한 비용 문제, 저소득 학생의 접근성에 대한 형평성 문제, 늘어난 정보에 대한 선택 능력의 개발 등이 해결되어야 한다는 인식도 존재한다(Pierce & Ball, 2009). 무엇보다도 현재의 인식을 넘어선 새로운 학습 환경에 대한 미래가 제시되고 있으나 아직 수학 수업은 교사의 일방적인 강의와 학생의 수동적인 자세가 규범으로 여겨지고 있고, 수학 교사들은 공학적 도구의 유용성에 대하여 긍정적인 태도를 갖고 있으나 수학 교육과정 전반을 공학적 도구를 활용하여 다룰 수는 없다는 인식을 가지고 있으며, 공학적 도구 활용의 효과에 대한 연구는 왕성하나 실제 수학 교실 현장에서 공학적 도구 활용

4) SMART의 S(self-directed)는 학생이 지식 수용자에서 지식 생산자로 역할을 수행해야 한다는 의미를, M(Motivated)은 정형화된 교과 지식 중심에서 체험을 기반으로 지식을 재구성할 수 있는 교수-학습 방법과 창의적 문제해결과 과정 중심의 개별화된 평가를 지향한다는 의미를, A(Adaptive)는 교육체제의 유연성 강화와 학교가 수준과 적성에 맞는 맞춤형 학습, 개별화된 학습을 구현하는 곳으로 변화되어야 한다는 의미를, R(Resource Free)는 클라우드 교육서비스 기반, 소셜 네트워킹을 활용하여 공공기관, 민간 및 개인이 개발한 풍부한 콘텐츠를 교육에 자유롭게 활용하고 협력 학습을 확대한다는 의미를, T(Technology Embedded)는 정보기술을 통해 언제 어디서나 원하는 학습을 할 수 있고 수업 방식이 다양해져 학습 선택권이 최대한 보장되는 교육환경의 개발화를 의미한다.

에 대한 저변 확대가 잘 이루어지지 않고 있는 실정이다.

따라서 교육 환경 혁신에 대한 세계적인 추세, 현대 사회의 학습자의 변화, 교과교실제 및 미래 교육과정 등 교육정책에 따라 미래 수학 교실에 대한 일반적 구상을 기준으로서 제안하고 이를 수학 교과 교실에서 실현될 수 있는지를 확인할 필요가 있다. 이에, 본 연구는 현행의 학교 교실로부터 한 발 나아가 미래 수학 교실이 어떤 모습으로 발전되어야 하는가를 기준으로 제안하고 이를 적용할 수 있는 수학 수업 모형을 제안하고자 한다. 또한 이 수업 모형을 현재 수학 교실에 적용할 때의 한계점을 분석하여 미래 수학 교실을 위한 발전 방향에 대한 시사점을 얻고자 한다.

II. 미래 수학교육에 대한 전망

최근 발표된 2009 개정 수학과 교육과정에서는 문제해결, 추론, 의사소통의 수학적 과정을 강조하고 있다. ‘수학적 과정’은 창의성을 신장시키고자 학생들이 경험해야 하는 것으로서, 학생 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학의 과정적 기능을 말한다(신이섭 외, 2011). 각각을 살펴보면, ‘수학적 문제해결’은 수학의 문제나 문제적 상황에서 그 해를 찾아내기 위하여 수학의 개념, 원리, 법칙 등의 지식이나 기능을 바탕으로 수학적 발견술이나 전략 등의 다양하면서 종합적인 사고 과정을 수행하는 것이다. ‘수학적 추론’은 수학적 현상이나 사실 등을 대상으로 그와 관련된 잠재적인 수학적 규칙성이나 원리, 구조 등에 결론적으로 이르기 위한 논리적 사고 과정을 수행하는 것이다. ‘수학적 의사소통’은 수학의 아이디어나 생각 등을 수학적 표현수단을 통하여 서로 공유하고 학습하게 되는 과정을 수행하는 것이다(신이섭 외, 2011). 즉, 학생들이 수학을 학습하면서 경험해야 할 과정이자 학생들이 수학을 학습함으로써 도달해야 할 목표가 수학적 과정이다. 호주나 미국의 교육에서도 이러한 수학적 과정을 강조하고 학생들이 자신의 이해를 발전시키고 반성하는 수단으로서 수학적 아이디어를 토론해야 한다고 선언하고 있다(Australian Education Council, 1991; NCTM, 2000). 따라서 미래 수학 교실에서는 학생들이 이러한 수학적 과정을 보다 자연스럽게 경험할 수 있도록 교수·학습과 평가가 구현되어야 한다. 이때 학생들 간의 의사소통을 가능하게 하고 사고를 중재할 수 있는 역할을 하는 도구 중 하나가 테크놀로지이다(Goos, Galbraith, Renshaw, & Geiger, 2003). 공학적 도구를 활용하여 도구-학생, 학생-학생, 학생-커뮤니티, 학생-교사가 수학적 아이디어와 추측을 제안하고 수학적으로 의사소통함으로써 현대 사회의 변화된, 다양한 학습 경험을 원하고 이해보다는 수행을 통해 배우는 경험을 할 수 있다. 예를 들어, 수학 교실에서는 학생 스스로 그래픽계산기나 교육용 소프트웨어를 활용하여 문제 해결 결과를 추측하고 확인할 수 있고, 다양한 어플리케이션을 활용하여 증강 현실(augmented reality) 체험으로 공간도형을 보고 회전하는 등의 활동이 가능하고, 확률과 통계 영역 등에서 시뮬레이션이 가능한 공학적 도구를 활용할 수 있을 것이다.

권성룡(2006), 김남희(2002; 2006), 김화경(2006), 손홍찬(2006), 신보미·이경화(2006), 한세호(2009), 양성현·강옥기(2011), 이종학·김원경(2011) 등의 연구에 의하면, 수학 교실에서 공학적 도구의 활용은 긍정적인 역할을 할 수 있는 것으로 보고되고 있다. 첫째 교사는 공학적 도구를 활용하여 교실 수업에서 다루는 주제의 특징이나 이슈에 대하여 강조할 수 있다. 둘째, 학생은 자기주도적으로 문제 상황에 대한 해결 대안이나 수학적 모델을 만들어 보고 여러 가지 표현

전략을 스스로 선택하고 활용할 수 있다. 특히 테크놀로지를 활용하여 가공되지 않은 실세계 자료나 상황을 수학적 지식에 기초하여 모델을 만들고 테크놀로지를 활용하여 그 모델을 분석함으로써 상황에 관한 결론을 도출할 수도 있다. 나아가 공학을 활용할 때의 즉각성, 도구 또는 동료, 교사와의 다양한 상호작용의 증대 등을 통하여 수학에 대한 즐거움과 도전 정신을 증대시키고 학생의 창의성 발휘를 도울 수 있다.

뿐만 아니라 미래 수학 교실에서는 현재 운영되고 있는 학급교실제와 다른 새로운 교실 문화가 형성될 수 있다. 학급교실제에서 학급구성원의 특성을 중심으로 형성되던 교실문화가 위와 같은 공간으로 탈바꿈하면서 교과 특성을 중심으로 재편될 수 있다. 예를 들어, 수학 교과 교실에서는 수학적인 설명과 정당화에 관련된 강력한 사회수학적 규범(Socio-mathematical norms)이 수학 전용 교실에서 더욱 잘 형성될 수 있다. 구체적으로, 수학 교과 교실 문화에서 형성될 수 있는 사회수학적 규범으로는 수학적으로 받아들여질 만한 설명이나 정당화 방안, 수학적 설명에 효과적인 도구는 무엇인지, 학생들의 설명 방법이 수학적으로 어떤 차이가 있는지에 대한 이해 등을 들 수 있다. 또한 사회수학적 규범에 주의를 기울이는 것은 학생들의 수학에 관한 바람직한 신념과 성향도 육성할 수 있다(Yackel & Cobb, 1996). 요컨대, 미래 수학 교실에서는 환경, 교육과정, 교수·학습, 평가 등 모든 교육 여건이 수학 중심으로 이루어지므로 교과교실 내에서는 학급교실에서 보다 더 자연스럽게 사회수학적 규범과 수학 교실문화를 형성할 수 있을 것이라는 기대를 할 수 있으며, 이를 효과적으로 형성하기 위해 필요한 환경, 교육과정 및 교수·학습 방안을 구안하여야 할 것이다.

머지않은 미래에 우리는 유비쿼터스 시대에서 생활을 하게 될 것이다. 인터넷 자료에 접근이 용이하고 그래픽 계산기, 개인용 컴퓨터 등의 학생 개인이 휴대용 테크놀로지를 소지할 수 있어 교육과정이나 교과서, 관련 학습 자료에 명시된 ICT 활용이 가능한 주제와 소프트웨어 등에 학습자 스스로 접속하고 휴대용 테크놀로지와 웹 등을 효율적으로 활용할 수 있다. 또한 실세계 자료를 공학적 도구의 도움을 받아 수학 학습 활동에서 활용할 수 있으므로 수학을 삶에 연결시킬 수 있고 정보에 대한 학습자의 비판적 사고력 신장이 가능하다. 즉, 미래 수학 교실은 다양한 공학적 도구와 자료를 활용하는 여러 수학 수업 모형이 유연하게 구현되고, 물리적 공간의 교실 개념을 넘어 e-러닝은 물론 유비쿼터스 학습이 가능하고 학생 개인에게 적절한 다양한 학습 자료의 개발이 활성화되고 이 자료의 데이터베이스 체제가 잘 정비된 교실이다. 또한 협력을 지원하는 공학적 도구의 사용으로 학생은 수학을 창조적으로 탐구하고 수학적 지식을 생산·공유하고 보다 도전적인 과제를 협업하여 해결할 수 있어야 한다.

본 연구에서는 앞서 고찰한 사회적·시대적 변화, 미래 교실과 학교에 대한 전망 및 공학적 도구에 대한 선행 연구를 바탕으로 미래 수학 교실의 개념과 발전 방향을 교사, 학생, 환경의 측면을 고려하여 정리하고자 한다. 미래 수학 교실은 정보 통신 기술(ICT)을 기반으로 다양한 교구와 테크놀로지를 활용할 수 있는 환경에서 학생들이 자기주도적으로 수학적 창의성, 문제 해결, 추론, 의사소통 능력을 신장시키기 위해 다른 사람과 협력하면서 수학을 학습하고 교사가 그런 학습을 지원할 수 있는 수학 교실로 정의하고자 한다. 또한, 미래 수학 교실의 발전 방향을 5가지로 볼 수 있을 것이다. 첫째, 미래 수학 교실은 학생들 간의 상호작용을 촉진할 수 있는 교실이어야 한다. 둘째, 미래 수학 교실은 학생 개인의 자기주도적 학습이 가능한 교실이어야 한다. 셋째, 미래 수학 교실은 가공되지 않은 실세계 자료를 가지고 수학적 모델링을 할 수 있는 공학적 기반이 구축된 교실이어야 한다. 넷째, 미래 수학 교실은 수학적 개념의 이해에 있어 구체적 조작, 가상 체험이 가능하고 그에 대한 피드백이 가능한 교실이어야 한다. 다섯째, 미

래 수학 교실에서는 생산한 지식을 공개·공유하고 협업하여 새로운 지식을 생산하는 구조를 실제적으로 구현할 수 있어야 한다.

Ⅲ. 미래 수학 교실의 기준⁵⁾

본 연구에서는 70명의 전국의 중고등학교 수학 교사를 대상으로 공학적 도구 활용과 미래 수학 교실에 대한 발전 단계 등에 대한 설문 조사⁶⁾를 실시하고 수학교육전문가 8명과 수학교육공학 전문가 2명, 수학자 2명, 수학 전공 장학사 3명의 자문 의견을 수합하여 미래 수학 교실의 기준을 설정하였다. 설문지의 미래 수학 교실 요건에 대한 내용은 International Society for Technology in Education에서는 테크놀로지 활용에 대한 필수 조건 및 학생, 교사, 행정가를 위한 기준⁷⁾을 참고하였다. 설문 조사 결과, 교사, 학생, 교실 환경의 기준에 따라 미래 수학 교실 기준을 설정하는 것이 필요하다는 의견이 85%이상으로 나타났다. 또한 연구진의 여러 차례 회의와 외부 검토 과정을 거쳐 설정된 기준은 교사와 학생의 교수·학습 활동과 상호작용, 교실 환경에 중점을 두어 설정되었다. 구체적으로 학생과 교사 기준의 측면에서는 교사와 학생의 교육 활동에 대한 목표와 역할, 갖추어야 할 능력 등에 대한 기준을 제시하고 환경 기준의 측면에서는 미래 수학 교실이 갖추어야 할 공간적 요소와 교수 공학과 관련된 도구, 시스템 그리고 이들 요소들이 수행해야 할 역할이 무엇인지를 보여줄 수 있는 기준을 제시한다. 학생, 교사, 환경의 세 측면에서 기준 요소들이 활발하게 상호작용함으로써 미래 수학 교실의 실효성을 높이고 수업의 목표에 도달할 수 있는 기반을 마련할 수 있을 것이다. 교사(T), 학생(S), 환경(E) 측면에서 각 요소에 대한 기준과 그에 대한 설명은 다음과 같다.

1. 환경 기준

환경 기준은 미래 수학 교실이 갖추어야 할 물적 자원이 수행해야 하는 역할과 기능의 측면을 중심으로 살펴본다. 환경기준은 수학 수업(학습)을 위한 물리적 공간과 지원 시스템은 물론 물리적 시공간의 제약을 해소하도록 지원해 주는 환경으로서 수업(학습)을 위해 활용되는 도구적 환경 요소의 측면을 나타낸다.

E1. 학생-교사-사회의 상호(양방향/다방향) 의사소통이 자유로운 공간이어야 한다.

미래 수학 교실은 교사와 학생이 교수·학습에 필요한 자원, 자료를 수집하고 그로부터 지식과 정보를 찾아 해석하고 활용할 수 있는 지원체제이며 그 기반이 되어야 한다. 또한 미래 수학 교실에서는 커뮤니티의 구성과 활성화, 시공간의 제약을 뛰어넘는 지식과 정보의 공유 등을 통해 교사나 학생이 계획하거나 의도한 다양한 형태의 학습이 실현될 수 있어야 한다. 나아

5) 본 연구에서 미래 수학 교실의 기준은 교사, 학생, 환경의 3가지 측면에서 논하고 미래 수학 교실에서 배워야 할 학습 내용 기준은 현재 연구 중이므로 그에 대한 논의는 생략하였다.

6) 설문 조사 내용과 조사 결과는 교과교육학연구 16(1)에 게재된 김선희(2012)의 '미래수학교실에 대한 전망과 교사들의 인식조사' 논문을 참고한다.

7) ISTE의 필수조건과 학생, 교사, 행정가를 위한 기준은 <http://www.iste.org/standards.aspx>에 제시되어 있다.

가, 미래 수학 교실에서는 교실 안에 자리하고 있는 교사만이 교수 활동을 하는 것이 아니며 교실 밖의 학습자도 학습 활동에 참여할 수 있다. 또한 교사나 학생의 필요와 요구에 따라 다른 학급, 학교, 관련 커뮤니티, 지역사회, 전문 기관 등의 지원을 받는 데에 있어 시공간의 제약을 받지 않는다. 예를 들면 미래 수학 교실에서는 통계에 관련된 수업이 이루어지는 동안 수업에 필요한 실제 데이터를 제공받거나 실제 통계 자료의 수집과 처리 과정을 직·간접적으로 경험해 보기 위해 통계청과 통계학자, 또는 통계학을 공부하고 있는 전공 학생들의 지원을 받을 수도 있고, 자신의 교육과정 이수에서 통계 수업이 더 필요하다고 여기는 외부의 학습자가 그 수업에 접속하여 실시간으로 교수·학습 활동에 참여할 수도 있다.

E2. 다양한 시스템과 공학적 도구의 활용이 자유롭게 이루어질 수 있는 통합적 공간이어야 한다.

미래 수학 교실은 얼마나 많은 교구와 공학적 도구, 소프트웨어 및 교육용 프로그램 자원을 구비하고 활용하는가에 핵심이 있는 것이 아니다. 필요한 교구나 공학적 도구 등을 갖추어 놓는 것도 필요하지만 단순하면서도 다양하고 강력한 기능을 갖춘 개인용 태블릿 PC와 LMS(Learning Management System)의 활용으로, 외형적으로는 현재의 과도기형 수학 교과 교실의 모습보다 훨씬 더 단순한 형태를 유지하되 그 역할과 기능은 강력하게 변화될 것이다. 그러므로 미래 수학 교실에서는 학생들이 학습 내용에 부합하는 교구나 공학적 도구, 또는 소프트웨어의 사용법을 따로 익히는, 학습을 위한 도구 활용법에 대한 학습을 요구하지 않으면서도 쉽고 간단한 조작만으로 다양한 시스템과 공학적 도구를 자유롭게 활용할 수 있도록 지원해야 한다. 또한 웹기반, 클라우드 컴퓨팅(cloud computing), 메신저 등의 다양한 네트워크 시스템을 자유롭게 활용할 수 있고 증강현실, 시뮬레이션 등의 공학적 측면의 지원도 갖추어져 있어야 한다.

E3. 학습자와 교수자의 창의적인 작업과 교육활동이 가능한 공간이어야 한다.

미래 수학교실은 교사나 학생 모두 자신이 계획하고 탐구하고자 하는 수업(학습)을 구체화할 수 있으며 상상한 것을 구현해 볼 수 있는 공간이어야 한다. 즉, 교사와 학생이 자신의 아이디어를 개발하고 구체화하며 개선해 나감으로써 수업(학습)의 질을 높이고 창의적인 교육활동의 기반으로 활용될 수 있는 지원 시스템이나 테크놀로지가 제공되는 공간이어야 한다. 또한 서로 다른 능력 수준의 학생들이 같은 교실에서 수업(학습)을 하게 되더라도 개별화된 학습 내용과 방법 및 속도가 적용되고 그에 따른 피드백을 제공받을 수 있는 환경이 갖추어져 있어야 하며 학습자의 능력별로 편성된 학급에서도 개인별 수준과 요구에 맞춘 개별화된 수업이 가능한 공간이어야 한다. 예를 들어, 교사가 수업 전에 창의적인 수학 작업을 사고실험이나 상상하는 것을 넘어 테크놀로지를 직접 활용하여 수업을 보다 구체화하고, 학생은 수업 중이나 수업 후에 자신의 아이디어를 스스로 구체화하여 반성함으로써 창의적으로 개념을 개선할 수 있다.

2. 교사 기준

미래 수학 교실에서 교사가 갖추어야 할 기준은 수업을 설계하고 진행하는 교수·학습 활동의 측면과 학생 지도, 공간 및 공학적 도구의 활용과 조작의 측면에서 개발되었다. 이를 크게 수업 전문성과 학생의 능력 신장의 측면으로 정리하면 다음과 같다.

1) 수업 전문성

TA1. 교사는 미래 수학교실환경에 맞는 수업과 평가를 계획, 실행, 평가할 수 있어야 한다.

교사는 학생들을 위한 개별화된 수업과 평가 기준을 적용하여 학생들이 각자의 능력 수준에 따른 학습 활동을 할 수 있도록 해 주어야 한다. 교사는 미래 수학교실의 환경을 충분히 활용하여 개별 학습, 모듈 학습 등 학습 활동의 형태, 문제 해결 중심 학습 등 수업의 방법 등을 결정함으로써 수업(학습)의 목표와 필요에 부합하는 수업과 평가 계획을 수립할 수 있어야 하고, 이를 바탕으로 학생들의 학습 능력과 만족감, 자신감을 향상시켜 줄 수 있어야 한다. 또한 미래 수학 교실은 다자간 양방향 의사소통이 자유롭게 이루어질 수 있는 환경을 갖추고 있으므로 교사는 이러한 환경을 충분히 활용하여 수업의 계획과 실행, 평가 등 제반 교육과정에 따른 다양하고 심층적인 의견을 수립하고 나눌 수 있어야 한다.

TA2. 교사는 개념 설명, 수업 주도, 안내, 조력 등과 같이 수업에 적합한 교사의 역할을 선정하고 실행할 수 있어야 한다.

교사는 활용하고자 하는 수업(학습) 모형에 적합한 자신의 역할을 선정하고 실행할 수 있어야 한다. 수업의 내용과 방법, 목표에 따라 교사가 주도하는 수업인지 대부분의 활동을 학생이 주도하고 교사는 안내와 조력 또는 멘토의 역할을 담당할 것인지를 정확하게 판단하고 결정하여 학생들의 개념 이해, 문제 해결력 등을 신장시켜 줄 수 있어야 한다. 나아가, 교사는 학생들의 학습이 수학적 개념 탐색이나 문제 해결 능력 신장에만 국한하지 않고 미래 수학교실의 지원시스템을 충분히 활용하여 자신의 학습 과정과 결과를 모니터링하고 평가할 수 있는 메타 인지적 능력, 토론과 읽기, 쓰기, 프레젠테이션 등의 다양한 의사소통 능력을 신장할 수 있는 다양한 기회를 제공해 줄 수 있어야 한다.

TA3. 교사는 수업을 진행함에 있어서 어떤 시스템과 공학적 도구, 매체와 미디어 등을 능숙하게 조작하고, 무엇을 활용할 것인지를 선택하고 판단할 수 있어야 한다.

교사가 수업에 필요한(활용할)시스템과 공학적 도구, 매체와 미디어를 능숙하게 조작하거나 활용할 수 있어야 한다. 교사는 수업의 내용과 방법, 목표에 따라 수업 진행에 필요한 환경 요소를 선정하고 활용할 수 있어야 한다. 예를 들어, 태블릿 PC를 사용하는 수업에서 새로운 개념을 탐색할 때 필요한 어플리케이션과 시뮬레이션이 가능한 어플리케이션 등을 탐색하고 선정할 수 있어야 하며 이를 수학 학습과 연결하여 제공할 수 있어야 한다.

TA4. 교사는 학생으로 하여금 사회 구성원으로서의 역할과 책임의식, 윤리의식의 필요성을 인식할 수 있게 해 주어야 한다.

미래 수학 교실에서는 제한된 물리적 공간 안에서 수학적 내용에 대한 학습과 탐구 활동만 이루어지는 것이 아니라 학교 밖의 공간과 다양한 커뮤니티, 사회적 지원 시스템과 교류가 이루어지는 공간이다. 따라서 교사는 학생들이 인지적 학습 활동에만 치우치지 않고 이러한 환경에 맞추어 학급 구성원, 학교의 구성원에서 더 나아가 사회의 구성원으로서의 역할과 책임을 인식하고 수행할 수 있도록 안내하고 조력해 주어야 한다.

2) 학습자의 능력 신장

TB1. 교사는 학생들이 스스로 교실 환경에 적극적으로 접근하고 참여하여 학습을 해 나갈 수 있도록 다양한 기회를 제공해 주어야 한다.

교사는 학생들이 교실 환경에 쉽게 익숙해지고 적극적으로 탐색할 수 있는 기회를 제공하고 이를 자신의 학습에 자연스럽게 활용할 수 있도록 해 주어야 한다.

TB2. 교사는 학생들이 개별화된 도구, 공학적 도구 등을 학습에 활용할 수 있는 기본적인 조작을 배울 수 있는 기회를 제공해 주어야 한다.

교사는 학생들의 능력별로 활용할 자료, 매체, 도구, 공학적 도구와 같은 환경 요소 등을 직접 접해 보고 조작해 볼 수 있도록 충분한 기회를 제공해 주어야 한다.

TB3. 교사는 학생들의 수학적 탐구와 사고력을 신장할 수 있는 학습 상황이나 문제 상황의 시뮬레이션, 콘텐츠 등을 다양하게 개발하여 제공해 주어야 한다.

미래 수학교실의 핵심적인 특징 중 하나는 교사나 학습자가 상상하고 추측한 것을 직접 구현해 볼 수 있는 환경이 갖추어져 있다는 것이다. 사고실험이나 상상만으로 만족해야 했던 학습 활동을 직접 구현하고 시뮬레이션 할 수 있으므로 교사는 이러한 환경 요소의 이점을 최대한 활용하여 학생들의 학습과 탐구를 안내해 주어야 한다. 또한 다양한 학습 상황, 콘텐츠 등을 개발하여 제공함으로써 학생들이 자신의 수학적 탐구 능력과 사고력을 신장할 수 있는 기회를 제공할 수 있어야 한다.

TB4. 교사는 학생들이 타인과 협력하여 학습 과정과 결과를 공유할 수 있는 가치 있는 자료를 만들어 내고 발표할 수 있는 협력 학습 체제를 구축해 주어야 한다.

미래 수학교실은 학생들의 능력과 수준에 따라 개별화된 학습 활동뿐만 아니라 타인과의 의사소통이나 협력을 통한 모둠 학습 활동에도 제약이 없는 공간이다. 또한 시공간의 제약을 최소화하거나 뛰어넘은 공간이며 다자간 양방향 의사소통이 자유롭게 이루어질 수 있는 환경을 갖추고 있다. 따라서 개별화된 학습 활동이 학습자 개인의 수학적 탐색과 내면화에 초점을 둔다면 협력 학습 활동은 내면화된 지식과 정보를 공유하고 그 가치를 부여함으로써 학습 과정과 결과를 개선하고 심화·발전하는 것에 초점을 둘 수 있다. 따라서 개별화된 학습뿐만 아니라 협력 학습도 매우 중요하며 교사는 이를 위해 학생들이 타인과 함께 이끌어가는 학습 활동을 수행할 수 있는 체제를 구축해 주어야 한다.

3. 학생 기준

미래 수학 교실에서 학생들이 갖추어야 할 기준은 수학적 내용이나 학습에 관련된 능력, 수학을 해 내는 과정에서 필요한 능력, 민주 시민으로서 갖추어야 할 자질, 미래 사회의 구성원으로서 갖추어야 할 자질의 측면에서 고려하였으며 이에 따라 수학적 탐구와 문제해결 능력, 공학적 도구의 활용과 조작 능력, 협력과 의사소통, 윤리 의식과 시민 의식이라는 네 가지 범주로 구성하였다.

1) 수학적 탐구와 문제해결

SA1. 학생들은 미래 수학교실의 다양한 환경 요소나 시스템 등을 활용하여 실제적인 (authentic) 문제를 탐구함으로써 문제해결 능력과 비판적 사고 능력을 신장시켜야 한다.

미래 수학 교실은 의사소통 시스템, 다양한 매체와 미디어 및 네트워크 시스템을 활용한 교실과 사회의 연결 등을 바탕으로 학생들이 시·공간의 제약을 받지 않고 실세계로부터 다양한 맥락을 접하면서 수학을 탐구하는 것이 가능한 공간이다. 따라서 학생들은 이러한 환경 요소를 충분히 활용하여 인위적이고 추상적인 수학적 문제 상황이 아닌 실세계의 맥락으로부터 실질적인 문제를 탐구하고 해결하여 비판적인 사고 능력을 신장시킬 수 있어야 한다.

SA2. 학생들은 창의성을 바탕으로 수학에 대한 자기주도적 탐구를 통해 수학적 개념을 이해, 확장하고 수학적 아이디어를 개발하거나 수학적 추론 능력을 향상시켜야 한다.

미래 수학 교실은 학생들에게 자신의 아이디어를 개발하고 구현할 수 있는 창의적 작업 공간을 제공한다. 따라서 학생들은 이 공간을 자신의 창의적인 아이디어를 수학적 탐구나 문제 해결로 이끌어 나갈 수 있어야 하고 그 과정에서 다양한 추론과 판단을 수행하고 평가함으로써 수학적 추론 능력도 향상시킬 수 있어야 한다. 이때, 학생들은 자신의 수학적 탐구와 문제 해결을 계획하고 운영하면서 만들어내는 과정과 결과물을 통해 수학적 개념의 이해와 확장을 도모할 수도 있다. 또한 자신의 아이디어 개발과 구체화, 문제 해결 과정 등에서의 개연적 추론뿐만 아니라 결과물에 대한 종합적 사고를 바탕으로 한 연역적 추론 능력도 향상시킬 수 있어야 한다.

SA3. 학생들은 자신의 학습에 필요한 내용, 방법, 환경이 무엇인지를 비판적, 종합적으로 사고하여 의사결정을 할 수 있어야 한다.

미래 수학 교실의 물리적인 환경 구조나 구성 요소는 현재의 교과 교실에 비해 단순할 수 있지만 그 안에 내재되어 있는 지식과 정보의 양과 질, 접근 및 활용의 용이성과 적합성은 폭발적으로 성장한 형태가 될 것이다. 따라서 교사뿐만 아니라 학생들도 스스로 자신의 능력과 수준을 평가하거나 진단하여 자신에게 필요한 것이 무엇인지를 비판적, 종합적으로 사고하여 의사결정을 내리고 실행할 수 있는 능력을 갖추어야 한다.

2) 공학적 도구나 지원 시스템의 활용 능력

SB1. 학생들은 자신의 학습에 적합한 공학적 도구나 지원시스템이 무엇인지 선택하고 판단할 수 있어야 하며 이를 실질적으로 조작하고 활용할 수 있어야 한다.

학생들은 자신의 능력과 학습 목표, 내용 등을 고려하여 자신의 학습활동에 어떤 종류의 정보와 매체, 가장 적합한 도구, 어플리케이션이나 프로그램, 지원시스템 등이 무엇인지 판단하고 선택할 수 있어야 하고 실제로 이를 조작하고 활용할 수 있는 능력을 갖추어야 한다.

3) 협력과 의사소통

SC1. 학생들은 개별 학습뿐만 아니라 다양한 규모의 그룹 활동, 다양한 차원의 지원시스

템을 통한 협력 학습에 능동적으로 참여하고 이로부터 결과물을 산출할 수 있어야 한다.

미래 수학교실은 개별 학습과 협력 학습이 모두 용이한 공간이다. 특히 다양한 의사소통의 경로와 방법은 학생들의 협력 학습의 효과를 배가할 수 있는 기능을 수행하므로 학생들은 다양한 규모의 그룹 활동에 능동적이고 적극적으로 참여해야 한다. 또한 학습자 그룹의 구성뿐만 아니라 학생과 환경과의 연결에 따른 학생-미디어의 협력 학습, 학생-사회 지원체계(기관)와의 협력 학습에도 적극적으로 참여하고 결과물을 만들어낼 수 있어야 한다.

SC2. 학생들은 교실환경의 시스템이나 매체를 활용하여 자신의 학습 과정과 결과를 타인과 공유하고 의사소통할 수 있어야 한다.

이 기준은 두 가지 측면의 의사소통 능력을 갖출 것을 요구한다. 첫째는 실제로 학습자가 공학적 도구나 매체 등 환경 요소와의 원활하고 능숙한 의사소통을 통해 학습을 이끌어 나갈 수 있어야 한다는 것이고, 둘째는 학습자가 교실 환경의 어떤 요소를 활용하는 것이 효과적이고 목표 달성에 필요한지를 판단하고 자신의 사고 내용과 방법, 학습 과정과 결과 등을 타인과 공유하고 의사소통할 수 있어야 한다는 것이다. 이를 위해 네트워크 시스템, 인터넷, 프레젠테이션 도구 활용 능력 등을 갖추어야 한다.

SC3. 학생들은 협력과 의사소통을 통하여 자신의 개별 학습 활동에 대해서도 반성하고 학습의 결과를 내면화 할 수 있어야 한다.

협력 학습은 타인과 함께 학습하고 그 결과물을 공유함으로써 학습자 개인의 능력을 신장시키는 데에도 많은 기회와 도움을 제공할 수 있다. 따라서 학생들은 구축된 협력 학습 체제를 바탕으로 자신의 개별 학습 활동에 대해서도 반성하고 내면화할 수 있어야 한다.

4) 윤리 의식, 디지털 시민의식

SD1. 학생들은 미래 학습 환경에서 자신과 타인의 개인정보 보호의 필요성을 인식하고 이를 지키기 위한 합법적인 절차를 수행해야 한다.

원활하고 능숙한 의사소통을 지원하는 여러 가지 네트워크 시스템이나 웹기반 환경 등에서 자신에게 필요한 정보와 지식을 탐색하고 수집, 활용하는 것만큼이나 구성원들의 개인정보를 적극적으로 보호하고 존중해 주어야 함을 인식하고 이를 지키기 위한 합법적인 절차를 거쳐야 한다.

SD2. 학생들은 학습 활동에 필요한 미디어나 매체, 소프트웨어나 어플리케이션 등에 대한 지적 산출물의 가치에 대해 인식하고 합법적인 절차를 통해 접근하고 책임 있게 활용해야 한다.

학생들은 학습에 필요한 미디어나 매체, 소프트웨어 등에 대해 정당한 방법과 과정을 통해 접근하고 자신이 활용하거나 생산하는 지식, 정보에 대해 합법적이고 책임 있는 절차를 거쳐야 한다.

이상에서 논의한 미래 수학 교실 기준의 학생, 교사, 환경의 세 측면에서 각각의 요소에 대한 기준은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 미래 수학교실 기준

환경 기준		
E1		학생-교사-사회의 상호(양방향/다방향) 의사소통이 자유로운 공간이어야 한다.
E2		다양한 시스템과 공학적 도구의 활용이 자유롭게 이루어질 수 있는 통합적 공간이어야 한다.
E3		학습자와 교수자의 창의적인 작업과 교육활동이 가능한 공간이어야 한다.
교사 기준		
수업 전문성	TA1	교사는 미래 수학교실환경에 맞는 수업과 평가를 계획, 실행, 평가할 수 있어야 한다.
	TA2	교사는 개념 설명, 수업 주도, 안내, 조력 등과 같이 수업에 적합한 교사의 역할을 선정하고 실행할 수 있어야 한다.
	TA3	교사는 수업을 진행함에 있어서 어떤 시스템과 공학적 도구, 매체와 미디어 등을 능숙하게 조작하고, 무엇을 활용할 것인지를 선택하고 판단할 수 있어야 한다.
	TA4	교사는 학생으로 하여금 사회 구성원으로서의 역할과 책임의식, 윤리의식의 필요성을 인식할 수 있게 해 주어야 한다.
학습 자의 능력 신장	TB1	교사는 학생들 스스로 교실 환경에 적극적으로 접근하고 참여하여 학습을 해 나갈 수 있도록 다양한 기회를 제공해 주어야 한다.
	TB2	교사는 학생들이 개별화된 교수, 공학적 도구 등을 학습에 활용할 수 있는 기본적인 조작을 배울 수 있는 기회를 제공해 주어야 한다.
	TB3	교사는 학생들의 수학적 탐구와 사고력을 신장할 수 있는 학습 상황이나 문제 상황의 시뮬레이션, 콘텐츠 등을 다양하게 개발하여 제공해 주어야 한다.
	TB4	교사는 학생들이 타인과 협력하여 학습 과정과 결과를 공유할 수 있는 가치 있는 자료를 만들어 내고 발표할 수 있는 협력 학습 체제를 구축해 주어야 한다.
학생기준		
수학적 탐구와 문제해결	SA1	학생들은 미래 수학교실의 다양한 환경 요소나 시스템 등을 활용하여 실제적인(authentic) 문제를 탐구함으로써 문제해결 능력과 비판적 사고 능력을 신장시켜야 한다.
	SA2	학생들은 창의성을 바탕으로 수학에 대한 자기주도적 탐구를 통해 수학적 개념을 이해, 확장하고 수학적 아이디어를 개발하거나 수학적 추론 능력을 향상시켜야 한다.
	SA3	학생들은 자신의 학습에 필요한 내용, 방법, 환경이 무엇인지를 비판적, 종합적으로 사고하여 의사결정을 할 수 있어야 한다.
공 학 적 도 구 나 지 원 시 스템 활 용 능 력	SB1	학생들은 자신의 학습에 적합한 공학적 도구나 지원시스템이 무엇인지 선택하고 판단할 수 있어야 하며 이를 실질적으로 조작하고 활용할 수 있어야 한다.
협 력 과 의 사 소 통	SC1	학생들은 개별 학습뿐만 아니라 다양한 규모의 그룹 활동, 다양한 차원의 지원시스템을 통한 협력 학습에 능동적으로 참여하고 이로부터 결과물을 산출할 수 있어야 한다.
	SC2	학생들은 교실환경의 시스템이나 매체를 활용하여 자신의 학습 과정과 결과를 타인과 공유하고 의사소통할 수 있어야 한다.
	SC3	학생들은 협력과 의사소통을 통하여 자신의 개별 학습 활동에 대해서도 반성하고 학습의 결과를 내면화 할 수 있어야 한다.
윤 리 의 식 디 지 털 시 민 의 식	SD1	학생들은 미래 학습 환경에서 자신과 타인의 개인정보 보호의 필요성을 인식하고 이를 지키기 위한 합법적인 절차를 수행해야 한다.
	SD2	학생들은 학습 활동에 필요한 미디어나 매체, 소프트웨어나 어플리케이션 등에 대한 지적 산출물의 가치에 대해 인식하고 합법적인 절차를 통해 접근하고 책임 있게 활용해야 한다.

IV. 미래 수학 수업 모형 개발

본 연구에서 제안하는 미래 수학 수업 모형은 융합 중심 모형으로서 교사(T), 학생(S), 환경(E), 교수·학습 내용(C)의 네 가지 요소로 구성된다. 교사, 학생, 환경은 미래 교실에서 추구하는 기준에 해당하는 것으로 설명할 수 있으며, 교수·학습 내용은 교육과정상의 학습 내용과 관련된 영역이다.

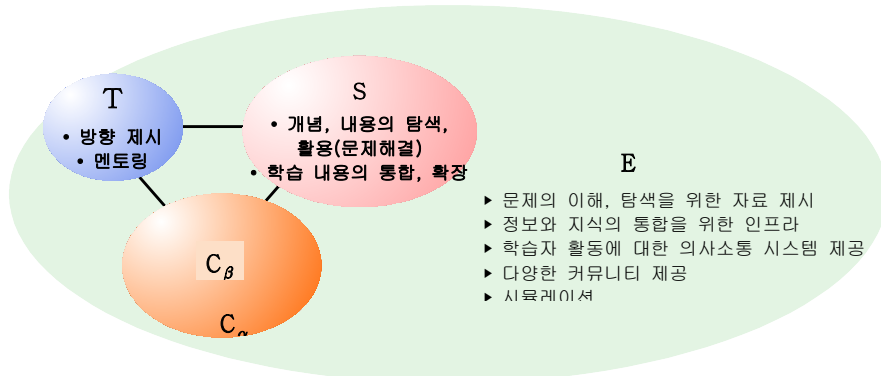
1. 융합 중심 수업 모형

본 연구에서는 융합 중심 모형을 수학적 연결성을 필요로 하는 과제를 해결하거나 학습할 때 적용하는 수업의 형태로서, 학습한 내용을 다른 수학 영역의 내용과 연결하거나 수학 이외의 영역과 연결하고자 할 때 활용하는 모형으로 정의하고자 한다. 이 모형은 학생이 수업의 주동적으로 다양한 공학적 도구와 시스템을 활용하여 문제 상황으로부터 과제를 선택해서 문제를 제기하고 이를 창의적으로 해결하는 것을 기본으로 하며, 나아가 R&D 수업, 프로젝트 기반 수업을 수행하기에 적합하다. 융합 중심 모형에서 교사, 학생, 환경 요소의 역할은 다음과 같다.

수학 교과 내의 연결성뿐만 아니라 수학 이외의 교과 내용, 사회·문화적 현상과 질서, 여러 가지 창조물, 결과(물)의 연결된 내용을 다루기 위해 환경 요소는 교사와 학생 모두 교실 환경, 시스템과 인프라, 교수 공학적 도구 등을 적극적으로 활용할 수 있는 역할과 교사나 학생에게 필요한 자료나 정보의 수집이 용이해야 한다. 교사는 통섭, 범교과적 내용의 통합을 바탕으로 한 과제 수행 등에 필요한 과제영역을 선정하고 학생들이 문제를 해결해 나가는 과정에 대한 방향을 제시하기 위해 환경을 적극적으로 활용하게 한다. 학생은 주어진 과제 수행 및 학습 내용의 확장 및 이해 정도의 심화, 다양한 시공간에서의 의사소통 등을 위해 환경을 적극적으로 활용함으로써 지식과 문제 해결 영역 및 역량을 신장시켜 나간다. 그러므로 환경 요소의 역할 중 가장 중요한 것은 시공의 물리적 제약을 벗어나 다양한 영역의 지식과 정보를 탐색하고 의사소통할 수 있는 통로와 방법을 제공하는 것이다.

교수·학습 내용은 하나의 문제 상황이(C_{β})지만 이를 해결하기 위해서는 이 문제를 둘러싸고 있는 다양한 영역과 지식분야의 개념(C_{α})은 어떤 것이 있고 그 관계 구조는 어떻게 이루어져 있는지를 먼저 탐색해야 한다. 그러므로 모형의 구조는 아래의 그림과 같이 다양하고 복잡한 구조를 가진 C_{α} 에 둘러싸인 C_{β} 로 나타내었다. 이와 같이 학생들이 이미 학습한 수학적 개념에 대한 이해를 바탕으로 다양한 문제 상황, 개념과 개념 간의 연결 등이 포함된 문제를 다룰 수 있도록 할 경우에 C_{β} 는 문제해결을 통해 궁극적으로 탐구하게 되는 복잡한 문제 상황의 핵심 개념이다. 미래 교실의 환경 시스템은 교사와 학생이 수학을 통해 다른 영역과 세계를 바라보고 연결할 수 있는 장(場)을 마련해 주는 것과 동시에 다른 세계의 창을 통해 수학을 바라볼 수 있는 안목도 형성할 수 있는 기반을 제공해 주어야 한다. 이상의 융합 중심 모형을 정리하면 [그림 IV-1]과 같다.

미래 수학 교실 기준과 수업 모형의 개발



[그림 IV-1] 융합 중심 모형

본 연구에서는 도형의 성질과 미분을 활용한 최적화 문제를 해결하기 위한 과제를 중심으로 융합 중심 모형을 <표 IV-1>과 같이 개발하였다. 이 수업의 목표는 학교에서 배운 평면기하의 여러 가지 성질과 미분이라는 강력한 도구를 활용하여 현실 세계의 문제를 해결하는 과정에서 실질적인 문제 해결에 필요한 다양한 분야의 지식과 정보를 통합하도록 하는 것이다. 이에, 그래픽계산기나 시뮬레이션이 가능한 공학적 도구 등을 적극적으로 활용하는 것과 더불어 경제나 산업에 관련된 분야에 대한 지식을 탐구하고 문제해결에 활용할 수 있도록 통합할 수 있는 경험이 포함되도록 구성하였다. 교수·학습의 핵심 내용은 수업의 전개 과정에 따라 제시하고, 비교에는 교사와 학생이 초점을 두게 되는 활동이나 유의점 등을 기록하고 주요 기준에는 각 단계별로 적용되어야 할 교사 기준과 학생 기준을 제시하였다.

<표 IV-1> 고등학교 수업지도안의 예: 생산비 절감을 위한 경제와 수학의 융합 중심 모형

수업 진행	교수 학습 핵심 내용	비고	주요 기준
도입	• 본 차시 안내 : 평면도형의 성질을 이용한 생산비용 절감	T: 수업 시간, 학생의 수준에 따라 문제 상황을 단순화하여 제시할 수 있음	TB1
전개	• 문제 상황 제시 : 제품 생산에 필요한 자재비용을 최소화하기 위한 전략 탐색	T: 융합에 필요한 영역 안내, 구체적인 자료 탐색의 방법 안내 등을 위해 다양한 정보 시스템을 활용하고 제공함 S: 인터넷, 네트워크 시스템 등을 통하여 자료 검색, 선별	TA1 TA2 SA1
	• 문제 이해 : 학교수학에서 배운 기하학적 지식의 활용과 탐색, 생산비 절감을 위한 최적화의 필요성과 의미 이해	T: 상황에 따라 문제의 개수를 조정함 S: 그래픽계산기 등의 시뮬레이션이 가능한 공학 도구 활용하여 문제 이해를 위한 탐색, 토론	TA1 TA3 SA2 SA3
	• 해결 방안 모색 • 해결책 기술하기	T: 학생들이 활용할 수 있는 시스템, 공학적 도구, 교구 등을 안내 S: 그래픽계산기 등의 시뮬레이션이 가능한 공학 도구 활용하여 문제 이해를 위한 탐색, 토론	TA2 TB1 SC3
정리	• 문제 해결에 대한 전체적인 멘토링, 평가 • 문제 해결 활동의 의의	T: 학교수학에서 배운 기하적 지식과 미분 등의 수학적 도구가 실세계에서 활용되는 상황과 학생들의 문제 해결에 대한 평가, 피드백 제공	SA1 SA2

지도안에 따라 제작된 학생 활동지는 고등학교 교사에게 미래 수학 교실 기준과 수업 모형 및 수업 지도안 작성에 대한 연수를 실시한 후 실제 수업에도 활용할 수 있는 예를 활용하여 작성하도록 하였다. 고등학교 1학년 학생들 중 심화 수학반 수업을 듣는 학생들을 대상으로 실생활 맥락에서 주어지는 문제 상황의 함수 곡선을 해석하는 것을 주제로 하는 활동지를 <표 IV-2>와 같이 제작하였다.

<표 IV-2> 융합중심모형의 학생 활동지

warm up

◎ 지난 시간까지 배운 내용을 확인해 봅시다.

(1) 효용함수란?

(2) 무차별 곡선이란?

(3) 예산선을 이용한 주어진 예산 한도 내에서의 효용 극대화는?

let's go~ 제시문⑨ 확인 :

(가) 사람은 상품을 소비함으로써 만족을 얻을 수 있다. 상품을 소비하여 얻는 주관적인 만족감을 효용(效用, utility)이라고 한다. 효용은 소비활동의 궁극적인 목표라 할 수 있다. 소비자가 얻는 효용의 크기는 소비하는 상품의 양과 관계가 있다. 따라서 효용의 크기는 소비하는 각 상품량의 함수로 표시할 수 있다. 이러한 함수를 효용함수(效用函數, utility function)라고 한다. 예를 들어 어떤 상품을 x 만큼 소비할 때, $U(x)$ 만큼의 효용을 얻는다면 효용함수는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$U = U(x)$$

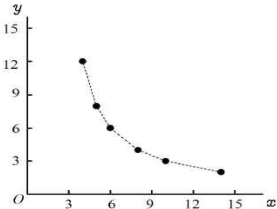
만일 소비 대상이 되는 상품이 X와 Y 두 종류라면 효용함수는 두 상품 소비량의 함수로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

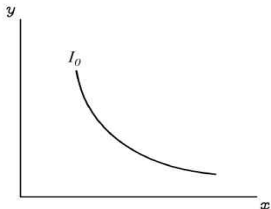
$$U = U(x, y), \quad x \text{는 X의 소비량, } y \text{는 Y의 소비량}$$

(나) 소비자가 두 상품 X와 Y만을 소비한다고 가정할 때, 두 상품의 소비량 x, y 의 순서쌍 (x, y) 중에서 동일한 효용을 주는 순서쌍들을 좌표평면에 나타낸 곡선을 무차별곡선(無差別曲線, indifference curve)이라 한다. 예를 들어 두 상품을 소비할 때 동일한 효용 U_0 를 갖는 소비량이 [표 1]과 같은 경우, 제시된 자료를 좌표평면에 옮기고 연속적인 곡선으로 연결하면 [그림 1]의 오른쪽 그림과 같은 무차별곡선 I_0 를 얻을 수 있다.

[표 1] 동일한 효용을 제공하는 X, Y상품 조합

상품 X의 소비량 (x)	4	5	6	8	10	14
상품 Y의 소비량 (y)	12	8	6	4	3	2

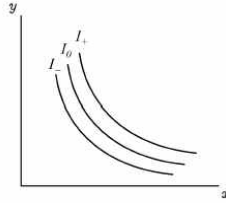




[그림 1] 무차별곡선 그리기

앞의 표에서 가정된 효용 U_0 보다 더 큰 효용을 주는 무차별곡선 I_+ , 그리고 U_0 보다 더 작은 효용을

주는 무차별곡선 I를 그려보면 [그림 2]와 같이 마치 지도의 등고선처럼 된다.



[그림 2] 서로 다른 효용들에 대한 무차별곡선

(다) 상품을 많이 소비할수록 더 큰 효용을 얻을 수 있다. 그러나 자원이 한정되어 있고 소비자의 예산 또한 제한되어 있어 상품의 소비량에는 한계가 있기 마련이다. 따라서 소비자는 주어진 예산한도 내에서 선택을 통하여 효용을 극대화시키는 행동을 하게 된다. 즉 모든 소비행동에는 제한된 예산이라는 제약이 따르는 것이다. 소비자의 예산을 B라 하자. 구입하는 상품 X와 Y의 가격을 각각 P_X , P_Y 라 하고, 구입량을 각각 x, y 라 하자. 소비자가 예산 전부를 상품 X와 Y의 구입에 지출하는 경우, 다음과 같은 조건식이 성립한다.

$$x \times P_X + y \times P_Y = B$$

위 식을 그래프로 표현한 것을 **예산선**이라 한다.

missions 1. 논술 문제 해결

(논제) 다음 글은 회사원 A가 국내여행 및 해외여행으로부터 얻는 효용에 관한 내용이다.

회사원 A가 일 년 동안 국내여행에 보낸 시간(x)과 해외여행에 보낸 시간(y)을 통해 얻는 효용을 효용함수로 나타내면 다음과 같다.

$$U(x, y) = \frac{xy}{10}$$

국내여행에는 시간당 10,000원, 해외여행에는 시간당 40,000원의 여행경비가 소요된다고 한다. 회사원 A가 일 년 동안 여행에 사용할 수 있는 예산 한도는 4,000,000원이며, 주어진 예산을 모두 여행하는데 소비한다고 한다.

- (1) 1200의 효용을 얻는 경우의 무차별곡선과 회사원 A의 예산선을 하나의 좌표평면에 그리고, 주어진 예산한도 내에서 효용 1200을 달성할 수 있는지에 대해 논하시오.
- (2) 주어진 예산 한도 내에서 효용을 극대화하는 국내여행 시간과 해외여행 시간을 각각 구하고, 이때의 효용을 계산하시오.

2. 자료 공유 & 15분 프레젠테이션

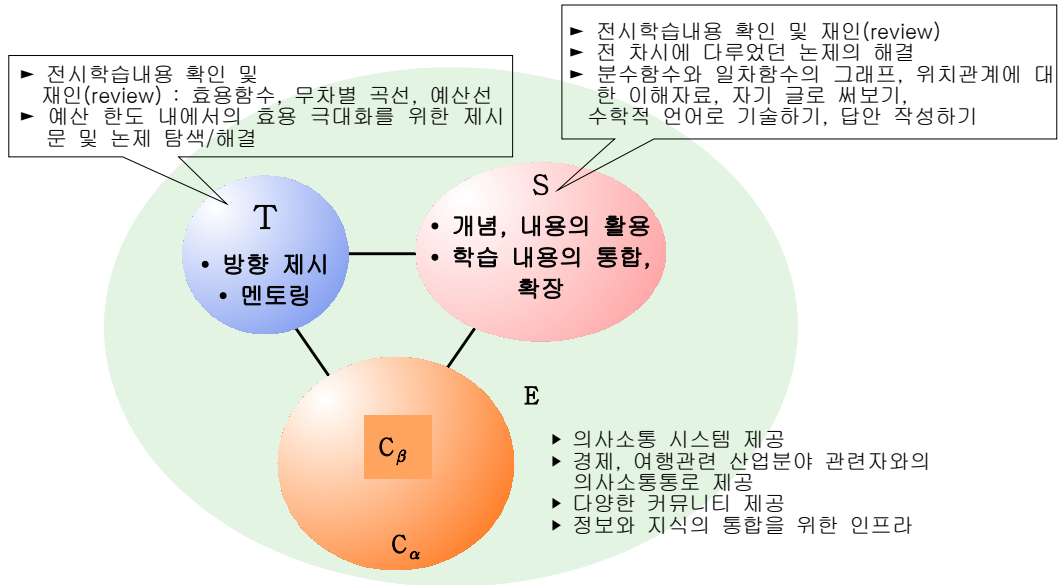
모둠별로 작성한 자료는 이 시간에 같이 학습한 친구들이 공유할 수 있도록 “오늘의 학습 활동9” 코너에 올리세요.

모둠별로 한 명씩 발표자를 뽑고 15분 동안 발표할 수 있도록 요약본을 만드세요. 한 시간 후에 발표해 보도록 하겠습니다.

3. 자유롭게 평가하고 질문하기

다른 모둠이 제시한 자료를 열심히 보고, 듣고, 읽으세요. 다른 모둠의 자료에 대해 얼마나 이해하였는지에 대한 자기 평가와 다른 모둠의 자료에 대한 동료 평가를 “오늘의 학습 활동” 코너에 올리세요.

이상의 ‘경제적 의사 결정-여행의 효용’에 대하여 미래 수학 교실에 이를 적용할 때 교사, 학생, 환경의 측면에서 수업 활동이나 역할 등을 정리하면 [그림 IV-3]과 같다.



[그림 IV-3] 여행의 효용(경제적 의사결정)에 대한 융합중심 수업 모형

2. 미래 수학교실에서의 수업 시나리오

앞서 개발한 ‘경제적 의사 결정- 여행의 효용’에 대한 융합 중심 모형의 이해를 돕기 위해 미래 수학 교실에 적용한 가상의 수업을 교사와 학생의 입장에서 각각의 시나리오로 제시하면 다음과 같다.

1) 교사

수업 시작 5분전, 학생들이 삼삼오오 들어온다. 교실 출입문을 통과하면 RFID 카드가 자동으로 출석시간을 기록하기 때문에 출결확인을 따로 할 필요가 없다. 교실에 들어온 학생들은 수학 게시판에 게시된 활동지를 보거나 자신의 개인용 학습단말기를 켜고 오늘 배울 활동지를 다운 받는다.

수업 종이 올리고 학생들과 인사를 나눈 후 오늘 발표하기로 한 주원이가 지난 시간에 학

8) 제시문은 고등학교 학생들에게 수리논술 수업을 실시한 교사가 학교의 수업진도에 맞추어 선택, 작성한 것으로서 송실대학교 2009학년도 수시문제이다. 따라서 본 연구는 융합 중심 수업 모형 설정에 초점을 둔 것이므로, 그 예로 사용한 특정 대학 문제가 융합 중심 수업의 가장 적절한 예로 제시한 것은 아니다.

9) 가상의 학급 내 네트워크 시스템 :즉각적인 학생 활동 확인 및 피드백, 정보와 자료, 학습 과정과 결과를 공유할 수 있는 시스템

습한 효용 함수, 무차별곡선 등에 대한 수업 내용을 파워포인트로 정리하여 발표한다. 발표가 끝난 후 주원의 발표 내용에 보충할 내용이나 정정할 내용이 있다고 생각한 학생들이 자신의 의견을 발표하고, 주원이 이를 정리하여 마무리한다. 주원이 다음 시간까지 오늘 보충, 수정된 내용을 프레젠테이션에 반영하여 나에게 파일을 보내면 나는 이를 학교 홈페이지에 있는 1학년 수학과 수업방에 올리면 된다.

오늘은 경제적 의사결정이라는 주제의 마지막 차시로서 국내여행 및 해외여행으로부터 얻는 효용에 대한 수리논술 문제를 모듈별 탐구 학습, 발표 및 토론을 통하여 해결하게 하려고 한다. 또 학생들이 지필 환경에서 주로 그래프를 그리는 것보다 연립방정식을 활용하여 문제를 해결하는 데에 익숙한 편이고 그래프를 이용한 방정식의 풀이는 자신이 없다고 하는 경우가 많다. 그래서 오늘은 논술문제를 $\frac{xy}{10}=1200$ 인 분수함수의 그래프와 $10000x+40000y=4000000$ 라는 직선의 그래프가 겹칠 때, 즉 효용을 1000으로 낮추면 충분히 즐거운 여행이 될 수 있음을 알아보는 시간을 마련할 것이다. 학생들은 먼저 태블릿 PC의 어플리케이션을 이용하여 논술 문제를 해결하게 할 것이다. 학생들이 직접 문제 해결 결과를 어플리케이션을 활용하여 해결하고 이를 발표해 볼 수 있으므로 흥미를 유지할 수 있었다.

여행 효용에 대한 다른 문제 만들기 과제를 제시한 후, 학생들에게 교실의 인터넷이나 네트워크 환경을 이용하여 여행 효용에 대한 자료를 찾고 정리한 뒤 모듈별로 제공된 노트북에서 파워포인트보다 Prezi를 이용하여 자신의 모듈에서 만든 문제를 발표 자료로 작성하도록 한다. 파워포인트보다 Prezi를 이용하여 차트를 구성하고 만들어내는 것이 더 많은 준비가 필요하기는 하지만 훨씬 더 다이내믹한 프레젠테이션이 가능하고 다양한 구성이 가능하기 때문에 학생들의 창의성을 계발하는 데에는 적합한 도구라고 생각된다.

모듈별로 작성한 자료와 문제는 이 시간에 같이 학습한 친구들이 공유할 수 있도록 “오늘의 학습 활동10)” 코너에 올리도록 한다. 모듈별로 한 명씩 발표자를 뽑고 15분 동안 발표할 수 있도록 요약본을 만든 후 발표해 보도록 한다. 그런 다음, ‘자유롭게 평가하고 질문하기’ 시간에 다른 모듈이 제시한 자료를 열심히 보고, 듣고, 읽어 보도록 한다. 특히 다른 모듈의 자료에 대해 얼마나 이해하였는지에 대한 자기 평가와 다른 모듈의 자료에 대한 동료 평가를 “오늘의 학습 활동” 코너에 올리게 한다.

학생들이 어떤 학습 활동을 하고 있는지를 확인해 봤는지는 교실 내 네트워크를 통해 교사와 다른 학생들이 함께 확인해볼 수 있기 때문에, 문제 해결 과정에서 오류를 포함하고 있는 경우에는 함께 토론을 해 보거나 적절한 피드백을 제공할 수 있다. 교실 내 네트워크 시스템11)이 갖추어져 있어서 교사의 해설이나 피드백이 이루어지는 동안 하던 일을 멈추고 동시에 교사를 주목해야 할 필요가 없고, 개별학습이나 모듈학습의 효과를 높일 수 있다.

어플리케이션을 이용하다가 더 보완할 부분이 있거나 새로 필요한 기능이 있을 때에는 smart-edu center12)에 기능 보완이나 추가를 요청할 수 있고 요청이 있을 경우 24시간 내에 반영이 되므로 수업 준비가 훨씬 수월해 졌다. 이러한 시스템은 특히 시청각 자료의 도움을 받아 학습을 해야 하는 경우에 교사의 수업 준비와 진행 부담을 경감해 준다. 학생들도 쉽게 접근할 수 있으므로 학생들의 궁금증 해소나 학습 자료 요청에서 많은 도움을 받을 수 있다.

수업이 끝나기 5분 전 오늘 배운 내용을 간략하게 정리하고 과제와 다음 시간 주제를 공

지하였다. 오늘 수업에 사용한 자료들 활동지와 동영상은 모두 쉬는 시간에 학교 홈페이지 1학년 수학과 수업방에 올린다. 다음 수업까지 한 시간 여유가 있으니 1학년 수학과 질문방에 올라온 내용들에 답글을 달아야겠다.

2) 학생

내 이름은 김수현, 미래고등학교 1학년이다. 수학 수업 시간 5분전이지만 나는 눈썹을 휘날리며 수학 교실에 들어선다. 출입문을 통과하면 RFID 카드가 자동으로 출석시간을 기록하기 때문에 지각을 하지 않기 위해서이기도 하지만 지난 시간 제출한 나의 활동지가 게시판에 붙어있는지 확인하기 위해서다. 지난 시간 모둠 토론도 순조롭게 잘되었고, 토론 내용도 나름 논리적으로 정리한 것 같아서 내심 내 활동지가 선택되기를 기대하였는데 인수의 것이 선택되었다. 조금 실망이 되었지만 인수의 것이 자료 검색을 훨씬 더 충실함을 인정할 수밖에 없다. 교실에 계신 선생님께 인사드리고 나도 자료 검색에 좀 더 신경을 써야겠다고 생각하면서 내 자리에 앉았다. 내 개인용 학습 단말기를 켜고 선생님이 학교 홈페이지 1학년 수학 공지사항에 올려놓은 오늘의 활동지를 다운받았다.

수업 종이 올리고 선생님과 인사를 나눈 후 오늘 발표하기로 한 주원이가 지난 시간 수업 내용을 파워포인트로 정리하여 발표한다. 발표가 끝난 후 주원의의 발표 내용에 보충할 내용이나 정정할 내용이 있다고 생각한 친구들이 자신의 의견을 발표하고, 주원이가 이를 정리하여 마무리한다. 지난 시간 내용 복습을 마친 후 선생님께서 오늘의 수업에서 해결해야 할 문제 상황을 담은 동영상을 빔 프로젝터를 이용해 보여주셨다.

오늘 수학 시간에는 여행의 효용에 대한 수리 논술 문제를 해결하고 인터넷에서 여러 가지 여행 상품을 찾고 여행 효용에 대한 새로운 문제 만들기 활동을 했다. 수리논술문제는 읽기 자료가 많고 수학 내용이 아닌 다른 교과와 내용을 많이 알아야 해서 부담스러웠지만 연립방정식을 활용하면 쉽게 풀 수 있는 논제의 문제를 많이 풀어봤는데, 오늘 과제는 어플리케이션을 이용해 함수의 그래프를 그려보고 이를 해석하여 해결하도록 하는 문제였다.

그래프를 한꺼번에 그려놓고 이야기하는 부호나 방정식의 근이 되는 부분을 원래의 문제 의미에 비추어 해석하니 방정식으로 풀 때보다 좀 더 빠르게 풀 수 있었다. 특히, 현재 시중의 여행 상품을 조사하고 이를 효용함수를 이용하여 여행이 효용을 구할 수 있는 문제 만들기 활동을 친구들과 함께 해 보니 수학이 더 재미있게 느껴졌다.

우리 모둠에서 인터넷에서 찾은 자료를 바탕으로 여행의 효용 문제를 만들어 가는 과정과 결과를 Prezi를 이용하여 역동적인 발표 자료를 만들었다. 프레젠테이션을 조별로 발표할 때, Zoom 기능을 활용하여 문제만들기의 과정과 강조할 부분을 보여줄 때 다른 조의 학생들이 부러워하는 것을 알 수 있었다. 특히, 분수함수와 일차함수의 그래프, 위치관계에 대한 이해자료, 자기 글로 써보기, 수학적 언어로 기술하기, 답안 작성하기의 과정에 따라 우리 조에서 만든 문제의 해결 방법도 제시하였다. 이에 대한 평가에서 대체적으로 잘 만들었다

- 10) 가상의 학급내 네트워크 시스템 :즉각적인 학생 활동 확인 및 피드백, 정보와 자료, 학습 과정과 결과를 공유할 수 있음
- 11) 수업 시간 중 교사-학생들의 의사소통이 가능하도록 해 주고, 과제 수행이나 평가가 가능한 가상의 네트워크 시스템
- 12) 교사나 학생이 미래 수학교실에서 활용하는 가상의 시스템 지원센터로 수업에 필요한 어플리케이션 개발이나 활용에 필요한 다양한 지원을 제공한다.

는 평가를 들었는데 다른 모둠의 학생 해원이가 여행 효용 계산에서 실수가 있는 것 같다는 지적을 받았다. 그래서 방과 후에 “오늘의 학습 활동” 코너에 올라온 우리 조의 문제에 대한 평가와 풀이를 좀 더 잘 확인하고자 한다. 이 때, “오늘의 학습 활동” 코너에서 다른 모둠의 자료에 대해 얼마나 이해하였는지에 대한 자기 평가도 할 예정이다.

3. 현재 수학 교실에서의 수업 모형의 적용

본 연구에서는 현재 수학교과와 타 교과 간의 융합 중심 교육과정 개발이 강조되고 있는 현실을 고려할 때 융합 중심 수업 모형을 현재의 수업에 적용하여 한계점을 분석하고 미래 수학 교실을 위한 발전 방향에 대한 시사점을 얻고자 하였다. 이 수업은 무차별 곡선 그래프 해석을 통해 경제적 의사결정을 하도록 하는 내용이며 앞서 제시한 활동지를 활용하였다. 학생들이 수업 시간에 배우지 않은 다양한 곡선 그래프를 그려보고 해석해야 하므로 그래픽계산기를 주요 도구로 활용하였다.



[그림 IV-2] 학생들이 그래픽계산기를 사용하여 문제를 해결하고 있는 장면

수업은 모둠 학습의 형태로 이루어졌으며 전 차시에 학습한 효용함수(utility function), 무차별 곡선(indifference curve), 예산선을 이용하여 주어진 예산 한도 내에서의 효용 극대화 등에 대한 개념을 중심으로 논제 읽기와 해석, 이해의 시간이 주어졌다. 이 수업은 같은 주제를 3 차시에 걸쳐서 다룬 것 중 마지막인 3차시에 해당하는 것으로 학생들은 제시문 이해에 필요한 용어와 기본 개념을 배운 후였다. 학생들은 제시문 이해를 위해 자료를 해석하고 글로 써보기, 수학적 언어로 기술해 보기 등의 과정을 거쳤다. 제시문 확인 후에는 문제해결에 그래픽계산기를 활용할 수 있도록 하기 위해 계산기 사용법에 대한 교사의 안내가 있었고 학생들은 모둠별로 계산기를 이용해 문제를 해결하는 시간을 가졌다. 학생들은 그래픽계산기의 기능 중 제시된 문제 해결에 필요한 몇 가지 기능의 사용법을 숙지하였다. 그래픽계산기는 분수함수의 그래프, 일차함수의 그래프 및 위치 관계 탐색에 주로 활용되었다. 학생들은 모둠별로 문제를 해결한 후에는 답안을 작성하였다. 교사는 학생들이 문제를 해결하는 동안 교실을 돌며 개별 활동을 살펴봐왔으며 답안 작성이 끝난 후에는 파워포인트, 판서 등을 활용하여 문제의 풀이와 해설 과정을 설명하였다.

1) 미래 수학교실 기준에 따른 수업 분석

본 연구에서 분석한 수업은 수학교과교실에서 진행하였으므로 미래 수학 수업을 제대로 반영하지 못한 한계점이 있을 수 있으나 현재 수학교과와 타 교과 간의 융합 중심 교육과정 개발이 강조되고 있는 현실을 고려하여 미래 수학 교실 기준에 따라 수업을 분석하고 미래 수학 교실을 위한 발전 방향에 대한 시사점을 얻고자 하였다.

(1) 환경 기준

수업 의도와 적용 모형에 의하면 본 수업에서는 E1, E2의 환경 기준을 필요로 한다. E1, E2의 기준에서 요구하는 바와 같이, 공간적 제약을 최소화하거나 제거하여 모듈수업이라 하더라도 물리적인 책상 배치를 바꿀 필요가 없이 앉은 자리에서 개별 학습 활동과 모듈 활동이 가능해야 한다. 또한 LMS(learning management system)가 구축되어 있어서 교사가 교실을 돌아다닐 필요 없이 학생들의 학습 활동을 체크하고 필요한 처방을 내려줄 수 있어야 한다. 그러나 이 수업은 현재의 학교 상황을 그대로 보여주는 일반 교실에서 이루어졌기 때문에 현실적인 한계점이 드러났다. 모듈 활동을 위해 책상 배치를 바꾸어야 하고 학생들이 교사의 설명이나 시범을 보려면 앉은 위치에 따라 뒤나 옆을 돌아봐야 하는 상황이다. 교사와 학생 사이의 의사소통 형태는 교사의 설명을 학생들이 듣는 것, 교사가 제시하는 파워포인트 자료를 보는 것, 같은 모듈의 학생들끼리 작은 소리로 문제 해결 과정에 대해 이야기를 나누는 것에 한정되었다.

E2 기준을 살펴보면, 교사는 공학적 도구의 활용이라는 측면에서 환경 기준을 충족하고자 하였으나, 교과서나 필기도구처럼 늘 수업 시간에 쉽게 접근하고 활용할 수 있는 익숙한 교구나 도구가 아니라 본 수업에서 해결할 문제 때문에 접하게 된 도구라는 점이 융합 중심 모형의 적용에 있어서 한계점이 된 것으로 보인다. 학생들은 짧은 시간 안에 새로운 도구인 그래픽계산기를 다루는 법을 배워서 문제 해결에 활용해야 했기 때문에 그래픽계산기의 여러 가지 기능을 활용함으로써 수학적 개념을 탐색하는 기회 없이 그래프 그리기에 필요한 버튼을 누르는 정도의 활용에 그쳤다. 즉, 그래픽계산기가 수학 학습에 있어서 의미 있는 탐색도구로 활용되었다기 보다는 단순히 입력-산출 과정으로만 활용되었다고 할 수 있다.

E3 기준은 융합 중심 모형에서 중요한 역할을 수행할 수 있다. 실제로 미래 수업의 융합모형에서 환경기준의 활용 범위와 종류에 따라 수업의 질이 결정된다 해도 과언이 아니다. 같은 의도라 하더라도 어떤 환경에서 이루어지느냐에 따라 단순한 수식을 계산하고 해결하여 실생활 맥락의 문제로 진술하는 수업이 될 수 있다. 반면에 수학이라는 창을 통해 실세계에서 실제로 접하게 되는 다양한 문제 상황을 경험하고 이를 해결하기 위해 수학이라는 다리를 놓고 다양한 분야의 지식과 정보를 접해 볼 수도 있다. 본 수업에서도 융합 중심 모형을 적용하고자 한 의도에서 볼 때, 제시된 문제는 단순히 수학 개념이나 지식만을 요구하는 것이 아니라 경제활동, 생산과 소비의 관계, 합리적인 의사결정을 위한 경제 관련 수학적 사고와 지식 등을 함께 요구한다. 이 문제를 해결하기 위해 다양한 영역의 지식과 정보를 탐색하고, 수집한 정보를 해석하고 이해하기 위해 그 영역에 관련된 전문가나 전공자의 도움이나 지원을 받는 것, 그리고 그 결과를 바탕으로 문제를 수학적으로 해석하고 해결하는 것 등이 융합 중심 모형의 핵심 과정이며 학습의 질을 결정하는 요소가 된다. 그러나 현재의 교실 환경에서 그래픽계산기, 교사의 노트북과 프로젝터 등의 단순한 프레젠테이션 지원 시스템은 융합모형을 실제 수업으로 구현해 내는 데에 한계를 나타내었다.

(2) 교사 기준과 학생 기준

이 수업에서 도달해야 할 교사 기준과 학생 기준을 살펴본다. 융합 중심 모형의 특성에 따라 교사와 학생은 환경 요소를 적극 활용하여 다양한 지식과 정보를 수집하고 연결할 수 있어야 한다. 실제 교실 환경을 감안할 때, 본 수업에서 교사에게는 수업 전문성 영역의 TA1, TA2, TA3, 학습자 능력 신장 영역의 TB1, TB3, TB4의 기준이 요구된다.

이 수업이 이루어지는 동안 교사는 수업 전문성 영역 중에서 TA1, TA3에 대하여 계획한 기준을 만족하는 수준으로 수업을 진행하였으나 학습자의 능력 신장 영역이나 학생과 환경을 연결하는 영역의 기준은 잘 드러나지 않았다. 50분 동안 주어진 문제를 해결하되, 그래픽계산기를 다루는 법까지 함께 익혀야 하기 때문에 의도한 기준에 도달하기가 쉽지 않았을 것이다. 융합 중심 모형을 적용하여 학생들이 논술 능력을 향상시키고자 한 교사의 계획과 노력에도 불구하고, 의도와 달리 실제로는 교사가 문제 해결의 핵심적인 과정을 안내하거나 지시하는 부분이 많았다. 특히, 학생들의 수학적 탐구와 문제해결 능력, 협력과 의사소통 영역에서는 시간 안배나 기회 제공 등이 다소 부족한 것으로 분석되었다. 융합 중심 수업 모형에서 강조되어야 할 의사소통과 학생의 자기주도적인 지식, 자료, 정보의 탐색 과정이 거의 보이지 않았다. 이는 제한된 시간 안에 주어진 문제를 해결하고 그에 대한 해설과 피드백을 제공해야 하는 현장 상황을 고려한다고 하더라도 학생들에게 충분한 탐색과 탐구활동의 시간을 줄 수 있도록 교사가 보다 노력해야 함을 시사한다.

학생들은 이 수업을 통하여 수학적 탐구와 문제해결 영역의 SA1, SA2, 공학적 도구나 지원 시스템의 활용 및 조작 능력 영역의 SB1, 협력과 의사소통 영역의 SC2 기준에 도달하거나 향상시킬 수 있어야 한다. SA1과 SA2 기준은 실세계 문제에 대한 학생들의 비판적인 사고력 및 창의성을 바탕으로 한 수학적 추론 능력의 신장을 요구한다. 본 수업에서 학생들은 전 수업 시간에 배운 여러 가지 경제 용어와 개념을 바탕으로 문제 해결을 시도하였는데, 주어진 문제가 경제학 지식을 필요로 하는 실생활 맥락이기는 하지만 수업 의도에 비해 단순한 것이었으며 주어진 그래프 해석만 할 수 있으면 바로 답을 구할 수 있는 것이다. 따라서 학생들이 실세계 문제를 이해하고 해석하기 위해 비판적 사고나 창의적 아이디어를 생성해야 하는 부분이 거의 없었다. SC2 기준에 도달하기 위해 교사는 학생들의 수학적 의사소통을 강조하였고, 프레젠테이션도 요구하였다. 그러나 학생들은 모둠 활동 중에 동료들과 계산기 조작을 하는 과정에서 의견을 나누기는 했으나 그 외에는 자신의 생각과 문제해결 과정을 타인과 함께 토론하고 공유하는 것에 대해 익숙하지 않은 모습을 보이기도 했다. SB1 기준에 의하면, 학생들은 그래픽계산기의 조작을 위해 주도적으로 다양한 시행과 시도를 해 보아야 하고, 문제해결에 필요한 기능과 연산이 무엇인지도 탐색해야 한다. 그러나 학생들은 제시된 문제를 이전 차시에서 배운 내용을 바탕으로 교사의 안내와 지시에 따라 그래픽계산기의 버튼을 누르는 정도의 활용만 하면 문제를 해결할 수 있었다.

수업에서 제시된 문제가 그래픽계산기의 효용을 확인할 수 있을 만큼의 실세계 맥락에 충실하거나 다양한 영역을 연결하는 융합이 필요한 수준의 문제가 아니라 주어진 제시문만으로도 해결이 가능한 문제였기 때문에 미래 수업 모형의 적용에 대한 한계점을 보여주었다. 융합 중심 모형을 적용하기 위한 내용으로는 다양한 수학적 개념이 융합되어 있거나 수학 이외의 여러 분야의 지식 등이 복합적으로 융합되어 있어 이를 해결하기 위해서는 다양한 지식과 정보를 탐색하고 그에 대한 심도 있는 이해를 요구하는 것이 적합하다. 하지만 제시된 문제는 실생활 맥

락의 문제라고는 하지만 융합 중심 모형을 적용하기에는 단순하고 난이도(곤란도)가 낮은 수준으로서, 그래픽계산기를 활용하여 다양한 문제 상황을 가정해 보거나 토론해 보고 이를 해결하기 위해 여러 가지 지식과 정보를 탐색할 필요가 없었다. 이는 자문을 구한 전문가들의 모니터링 결과에서도 같은 의견이 제시된 부분이며 학생들의 문제 해결과 결과 공유의 과정에서 충분한 의사소통의 장면이 보이지 않은 것에 대한 원인이기도 하다. 교사는 학생들의 수학적 능력과 수준을 고려하여 수업을 계획하고 내용의 선정에 있어서도 여러 차례 주제를 탐색하고 선별하며 난이도(곤란도)를 조정하는 등의 노력을 기울였으나, 현재의 교실환경에서는 수업 대상 학생의 평균 능력을 고려할 수는 있으나 개별화된 수업을 진행하기에는 무리가 있었다.

이상을 정리하면, 교사는 다양한 기자재 및 공학 도구를 활용함으로써 전통적 교실 수업에 비해 불필요한 시간과 노력의 낭비를 최소화하여 수업의 효율성을 높이고자 하였으며, 교사와 학생 간의 의사소통에 있어서도 일방향 소통이 주된 전통적 수업에서보다 양방향 소통뿐만 아니라 학생 다자간 토론식 의사소통이 활발하게 진행되는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 학습자 활동 중심 교육 활동이 강조되었던 지난 수년간 교수·학습 방법에도 많은 변화와 교단 선진화를 통해 교실 환경이 개선되었음에도 불구하고, 앞으로는 학습자의 학습양식에 맞춰 개별화된 교수 지원이 가능한 수학 교실 환경 구축이 필요함을 알 수 있었다.

V. 결론

본 연구에서는 미래 수학 교실의 기준을 환경, 교사, 학생의 측면에서 제시하였다. 환경 기준은 미래 수학 교실이 갖추어야 할 물적 자원의 역할과 기능을 중심으로 3개로, 교사 기준은 수업 전문성의 영역 4개, 학습자의 능력 신장 영역 4개로, 학생 기준은 수학적 탐구와 문제 해결, 협력과 의사소통, 공학적 도구나 지원 시스템의 활용 및 조작, 윤리 의식과 디지털 시민 의식의 네 영역에서 9가지로 제시하였다. 미래 수학 수업 모형으로 융합 중심 수업 모형과 미래 수학 교실에서 융합 중심 수업을 교사와 학생의 생각과 활동을 중심으로 하는 시나리오로 제시하였다. 그리고 현재의 수학교과교실에서 학생들을 대상으로 융합 중심 수업 모형을 바탕으로 현직 교사가 지도안을 작성하여 실제 수업을 실시하고 그 결과를 미래 수학 교실 기준에 따라 분석하였을 때의 한계점을 분석하였다. 그 결과, 수학 이외의 여러 분야의 지식 등이 복합적으로 융합되어 있어 이를 해결하기 위해서는 다양한 지식과 정보를 탐색하고 문제를 해결하기 위해 수집한 정보를 해석하고 이해하기 위해 그 영역에 관련된 전문가나 전공자의 도움이나 지원을 받을 수 있는 시스템이 현재의 교실 환경에서는 갖추어져 있지 않아 융합 수업 모형을 실제 수업으로 구현해 내는 데에 한계가 나타났다. 또한 학생들은 모둠 활동 중에 동료들과 계산기 조작을 하는 과정에서 의견을 나누기는 했으나 그 외에는 자신의 생각과 문제해결 과정을 타인과 함께 토론하고 공유하는 것에 대해 익숙하지 않은 모습을 보였다.

이러한 분석 결과를 바탕으로 미래 수학 수업의 방향에 대한 시사점을 살펴보면, 먼저 미래 수학 수업의 전 과정에서 학생은 기꺼이 창의적인 수학적 사고의 주체로 개입하는 것이 보다 강조될 필요가 있다. 수업에서 의도하는 학습 목표가 잘 달성되기 위해서 학생들은 능동적인 주체로서 학습 과정에 참여하여야 함은 재론의 여지가 없다. 그러므로 미래 수학 교실에서도 무엇보다도 학생의 수학에 대한 흥미와 학습 의지를 어떻게 이끌어낼 것인가를 가장 중요하게 다루어야 할 것이다. 또한 미래 수학교실에서는 제시된 문제를 이해하기 위해 다양한 분야의

전문가나 자료 제공처를 탐색할 수 있고 이것이 어떻게 구현되고 적용할 수 있는지에 대한 가상의 시뮬레이션도 적용해 볼 수 있다. 이렇게 되면 교사는 학생들의 도구 조작이나 계산 과정에 대한 안내나 지시 대신 원활한 의사소통, 프레젠테이션 기회를 더 많이 제공할 수 있고, 학생들이 다양한 분야의 지식이나 정보를 탐색하고 이를 수학적 문제 상황과 연결하는 것에 더 집중하여 안내하고 조력할 수 있기 때문에 수학 학습에 있어서의 융합이라는 목표지향적인 수업을 진행할 수 있을 것이다.

본 연구 결과를 토대로 다음의 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 수업 패러다임의 변화 및 이와 더불어 변화되는 교사상에 대한 교사들의 인식 전환이 필요하며, 교사의 역할이 변화되어야 한다. 본 연구의 수업 분석에서도 수업 진행시 교사의 역할에 따라 학생의 반응은 다르게 나타나는 것을 볼 수 있었다. 수업 모형에 따라 수업 계획 및 진행, 평가가 특화되어야 하며 교사는 이를 파악하고 학습 내용에 적절한 수업 모형 선택, 이에 따른 수업 계획, 진행, 평가를 할 수 있어야 한다. 교사가 이러한 능력을 갖출 수 있는 프로그램을 예비 교사 교육 과정 및 현직 교사 연수 과정에 지원할 필요가 있다. 나아가 다양한 수업자료와 프로그램 개발 및 보급하며, 교육과정 및 수업 형태의 변화에 대한 학교 관리자의 의식 변화와 융통성 있는 학교 운영이 요구된다.

둘째, 환경의 변화에 따라 학생이 학습할 수 있는 내용의 범위와 깊이가 확장하여 수학의 유용성과 가치를 탐구할 수 있도록 해야 할 것이다. 현재의 환경에서는 다루기 어려운 다양한 분야의 지식과 정보에 보다 쉽게 접근하고 그것을 이해하고 활용하는 데 있어서도 전문적이고 체계적인 지원을 받을 수가 있다면, 학생의 상상력의 한계를 확장시키고 수학적 개념을 탐구하거나 문제 해결을 할 때, 보다 다양한 방법으로 탐구하고 구체화시켜 볼 수 있을 것이다. 이는 선행학습이나 숙진학습의 관점이 아니라 수학적 개념에 대한 수학적 탐구와 연구에 따른 지식의 확장이 이루어질 수 있음을 의미한다.

셋째, 미래 교실은 교실 안에 얼마나 많은 교구와 교재, 공학적 도구와 소프트웨어가 갖추어져 있느냐보다는 교사와 학생들이 쉽게 접근하여 활용할 수 있는 시스템과 지원체계가 갖추어져 있느냐가 중요하다. 각각의 수업에 맞는 공학적 도구를 활용하고, 이를 위해 그 공학적 도구나 소프트웨어의 사용법을 다시 익히고 숙지해야 하는 과정이 필요한 것이 아니라 간단하고 일상적인 조작만으로 원하는 과정을 끌어내 올 수 있는 시스템을 확산할 필요가 있다. 또한 시공간의 제약을 해소하고 학생의 학습을 쉽게 모니터링 할 수 있는 지원시스템이 갖추어져 교실내의 학생뿐만 아니라 외부 전문가, 타 지역의 학생들과의 의사소통의 제약도 해소되는 공간으로 구현되는 교실을 증가시킬 필요가 있다. 이러한 환경이 일반화된다면, 교사는 학생들에게 훨씬 더 복잡적이고 심도 있는 문제 상황이나 맥락을 제시할 수 있고, 교사가 교실을 순회하며 각 모둠이 어느 정도까지 문제를 해결했는지 직접 확인하지 않아도 학생들의 문제 해결 과정을 모니터링하고 즉각적인 피드백을 제공할 수 있으며, 학생들도 수업 주제를 다루기 위해 그래픽계산기 사용법부터 익혀야 할 필요도 없을 것이다.

넷째, 우리나라는 세계적인 수준의 정보 통신 기술을 갖고 있지만 웹기반 수학 수업이나 공학적 도구를 활용한 수학 수업에서는 진일보한 발전이 필요하다. 유비쿼터스 기반 환경, 디지털 전자 시대에서는 현재의 수학교육용 웹 사이트나 각 시도교육청에서 운영되는 여러 학습 사이트는 한계가 있을 수밖에 없다. 왜냐하면 현재의 인터넷 기반 수학교육 사례는 주로 데이터베이스로서 학습자료 공유 기능만을 강조하거나 학생 개개인의 컴퓨터 보조 학습 도구형(CAI) 수준으로 운영되고 있기 때문이다. 따라서 수학교육에서의 테크놀로지 사용에 있어 ICT를 활용하여 수학교육과정을 핵심기반으로 하여 여러 수학교육 사이트들을 네트워크 및 쌍방향 컨퍼런스

기능, 화이트보드 기능, Java 기능을 강조한 통합 및 이에 적합한 콘텐츠 개발이 필요하다. 이를 통하여 학생이 여러 공학적 도구를 구입하지 않고도 하나의 화면에 그래픽계산기, 스프레드시트, CAS 등의 도구를 선택하고 교사-학생, 학생-학생, 학생-도구 간의 의사소통이 활발한 수업을 가능하게 할 수 있다. 또한 QR 코드를 이용하여 태블릿 PC와 교사의 학습 자료를 쉽게 연결할 수 있는 방안을 마련하고 이러한 방안을 토대로 학습자가 쉽게 인터넷에 공개된 수학 학습 자료에 접근할 수 있게 하는 방안을 제시할 필요가 있다. 이와 같이 교사와 학생의 수준에 맞게 이러한 통합적인 환경은 유기적으로 변화, 조직될 수 있으므로 각 교실의 하드웨어적 환경의 지속적인 업그레이드 문제를 어느 정도 해소시킬 수도 있을 것이다.

참고문헌

- 고범석, 서정희 (2006). **미래교육 시나리오를 통한 유비쿼터스 교육전망**. 한국교육학술정보원 이슈리포트 2006-2. 한국교육학술정보원 연구보고 RR 2007-1.
- 교육과학기술부 (2011). **창의적 교실수업 구현을 위한 교과 교실제 전면 확대**.
- 교육과학기술부 · 국가정보화전략위원회 (2011.6.29a). 교과부 정책자료 「**스마트교육 추진 전략**」.
- _____ (2011.6.29b). 교과부 정책자료 「**스마트교육 추진 전략**」.
- 권성룡 (2006) 'Polyhedron'을 활용한 다면체 학습에 관한 연구. **수학교육** 45(2), 191-204.
- 김남희 (2002) '문제 해결' 관점에서의 GSP활용. **학교수학**, 4(1), 111-125.
- _____ (2006). 문제 해결력 신장을 위한 Cabri 3D의 교육적 활용. **수학교육학연구**, 16(4), 345-366.
- 김덕선, 박진영, 이상구(2008). 21세기 선진형 ICT 수학교육방법 모델. **한국수학교육학회 수학교육 논문집** 22(4). 533-543.
- 김화경 (2006). **'컴퓨터와 수학교육' 학습-지도 환경에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 박인우, 임병노, 이영준, 유현창, 김현진, 정종원, 고범석 (2009). **테크놀로지 기반 첨단 미래 학교 연구**. 한국교육개발원 연구보고 RR 2009-13.
- 손홍찬 (2006). **스프레드시트를 활용한 수학적 모델링 활동에서의 수학적 발견과 정당화**. 한국교육대학교 대학원 박사학위논문.
- 신보미 · 이경화 (2006) 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 통계적 확률지도에 대한 연구. **수학교육학연구**, 16(2), 139-156.
- 신이섭 외 (2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 한국과학창의재단 보고서 정책연구 2011-1.
- 신홍임, 이승희 (2008). 뉴밀레니엄 시대의 학습자 형태에 관한 분석. **2008년도 교육정보화 정책연구 공모 논문집**, 179-236.
- 양성현 · 강옥기 (2011) GeoGebra를 활용한 역동적인 시각적 표상에 기반한 이차곡선 지도 방안. **학교수학** 13(3), 447-468.
- 이종학·김원경 (2011) 스프레드시트를 활용한 수업이 통계적 사고 및 태도에 미치는 효과. **수학교육** 50(2), 185-212.
- 이혜영, 강영혜, 박재윤, 김태은, 한준 (2007). **교육비전 중장기 계획 연구**. 한국교육개발원 연구보고 RR 2007-2.

- Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P., & Geiger, V. (2003). Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 73 - 89.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pierce, R., & Ball, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. *Educational studies in mathematics*, 71(3), 299-317.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 27(4), 458-477.

Development of Standards and Instructional Model of Future Mathematics Classroom

Kim, Bumi¹³⁾ · Lee, Chong Hee¹⁴⁾

Abstract

In this study, we suggest the standards for future mathematics classroom from environment, teachers, and students aspects. Future mathematics classroom should have the three environmental standards that perform responsible roles and appropriate functions of physical resources and classroom space. In the teacher standards' domain, we presented as a total of eight kinds. Concretely, we proposed the four standards for improvement of mathematical teacher's instructional expertise and the four standards for improvement of abilities of learners. The students standards consist of 4 domain a such as 3 standards of mathematical investigation and problem solving, 3 standards of cooperation and communication, 1 standard of utilization and operation of mathematical technologies and learning support systems, 2 standard of digital ethics and citizenship.

Also, we developed the mathematical convergence instruction model and reported the results of its application after the lessons conducted in the classroom equipped with advanced environmental and technologies. We presented the convergence instruction model and scenarios focused on thoughts and actions of teachers and students in the future mathematics classroom.

Key Words : Future Mathematics classroom, Standards of Future Mathematics classroom, Mathematical convergence instruction model

13) Wonkwang University (bmkim@wku.ac.kr)

14) Ewha Womans University (jonghee@ewha.ac.kr)