

서양의 역사적인 지도제작법의 발달 과정과 수학적 지식의 상호 영향 관계를 통해 본 직교좌표계

A study on the rectangular coordinate system via comparing the
interrelated influence between mathematical knowledge evolution
and historical development of Cartography in Europe

이동원 Dong Won Lee

역사적인 지도제작법에 나타난 좌표계와 수학적 직교좌표계의 발전 과정을 비교하면서 위치를 표시하는 직교좌표계는 수학의 해석기하학과는 상관없이 인간 본연에 내재되어 있었던 공간지각능력의 일환으로 발전되어 왔음을 주장한다. 지도제작법의 발전이 해석기하학의 발명 전후 삼각함수, 로그, 기하학, 미적분학, 통계학 등 수학의 여러 분야와 상호 영향을 미치지만 원점의 표시나 음수 좌표의 사용과 같은 수학적 직교좌표계 자체에 대한 발전은 데카르트의 논문 발표 후 100여년 이상 지난 후에 이루어지는 점, 해석기하학을 발명하는데 공헌한 대부분의 수학자들이 당대의 문제 해결에 집중하면서 직교좌표계에 대한 수학적 설명없이 자연스럽게 사용하였던 점을 바탕으로 이런 결론을 얻는다.

By comparing the development history of rectangular coordinate system in Cartography and Mathematics, we assert in this manuscript that the rectangular coordinate system is not so much related to analytic geometry but comes from the space perceiving ability inherent in human beings. We arrived at this conclusion by the followings: First, although the Cartography have much influenced to various area of Mathematics such as trigonometry, logarithm, Geometry, Calculus, Statistics, and so on, which were developed or progressed around the advent of analytic geometry, the mathematical coordinate system itself had not been completely developed in using the origin or negative axis until 100 years and more had passed since Descartes' publication. Second, almost mathematicians who contributed to the invention of rectangular coordinate system had not focused their studying on rectangular coordinate system instead they used it freely on solving mathematical problem.

Keywords: 지도제작법(Cartography), 좌표계(Coordinate System), 직교좌표계(Rectangular Coordinate System), 해석기하학(Analytic Geometry), 투영법(Projection).

1 서론

지도는 수학적인 원리를 포함하여 당대의 가장 첨단적인 과학기술을 이용하여 지리정보를 저장해 놓은 기록이다. 지도제작법(Cartography)에는 측량기술, 나침반이나 망원경 같은 측정 도구의 발달, 정밀한 지리 정보의 기록기술, 인쇄술과 같은 여러 기술적인 요소 외에도 수학적인 원리가 필요하다. 또한 지도는 사회적 필요성에 의해 제작되는 관계로 시대성을 엿볼 수 있는 사회문화 유산이며 당시의 세계관을 표현하는 정교한 예술이다. 이처럼 수학적 지식뿐만 아니라 종합적인 과학기술을 요구하는 지도제작법의 발달은 수학의 발달과 무관할 수 없다. 더구나 과학기술의 발전이 수학의 발전과 무관하지 않았음을 고려하면 지도제작법은 수학의 발달에 상관하지 않을 수 없다. 그러므로 지도제작법이 수학에 미친 영향과 수학이 지도제작법에 미친 영향을 파악하는 일은 수학사적 측면에서도 의미가 있다.

인류의 역사와 더불어 만들어지기 시작한 지도에는 수학적 지식이 사용된 흔적이 남아있다. 지도제작법에서 필요한 수학적 지식은 변환에 의한 축척(scale), 위치를 나타내기 위해 기준을 정하는 좌표계(coordinate system), 구면을 평면으로 사영시키는 도법 또는 투영법(projection) 등이 있다. 축척은 지구상에서의 거리나 넓이를 지도에서 어느 정도의 비율로 나타내는지 정하는 문제로서 수학의 닮음비나 변환의 성질과 관련 있다. 도법은 지구면을 평면으로 변환하는 방법으로 위치에 상관없이 거리, 넓이, 각도, 방향, 모양 등을 일정하게 잘 보존해야 훌륭하다고 할 수 있다. 하지만 이 모두를 왜곡 없이 대응시킬 수 있는 투영법은 존재하지 않는다. 따라서 지도의 목적에 따라 각을 보존하는 등각도법(conformal projection), 거리를 보존하는 등거리도법(equi-distance projection), 넓이를 보존하는 등면적도법(equi-area projection), 방향을 보존해주는 등향도법(azimuthal projection) 등을 사용한다.

지도제작은 물리적 세계의 상대적 위치를 파악한 후 종이에 그려내는 과정이므로 장소의 '상대적 위치'를 표현할 수 있어야 한다. 그러므로 좌표계는 지도를 만드는 과정에서 반드시 필요한 요소로 지도의 역사속에 그 발달 과정이 고스란히 담겨 있기 마련이다. 두 지점 사이의 '상대적 위치'는 수학적으로 원시적인 좌표계의 심상이라 할 수 있다. 그러므로 좌표계의 도입은 지도제작과 동시에 개념이 형성되었다고 할 수 있다. 하지만 수학에서 의미하는 절대적인 직교좌표계(rectangular coordinate system)의 발명은 18세기에나 완성되는 점을 감안하면 매우 큰 차이를 보인다. 그 차이가 무엇인지 또는 무엇 때문인지를 밝혀내는 연구는 중요하다.

수학에서 직교좌표계의 발명은 해석기하학과 더불어 이루어진 것으로 본다. 하지만

지도의 제작과정에서 사용된 직교좌표계는¹⁾ 해석기하학이 출현하기 이전에 이미 등장하였으며 어떤 지점의 위치를 표현하는 기능면에서 수학적 직교좌표계의 개념과 크게 다르지 않다. 그러므로 위치를 표시하는 직교좌표계의 탄생이 해석기하학의 한 부분으로 치부하기에는 무리가 있다.

수학에서의 직교좌표계는 원점이라는 기준점을 명시하여 평면의 점을 ‘상대적’이 아닌 ‘절대적’인 좌표로 위치를 표시한다. 더구나 수학에서의 직교좌표계는 위치를 표시하는 기능적인 측면 외에도 여러 의미가 있다. 예를 들면 직교좌표계의 도입에서처럼 기하적인 문제를 대수적으로 표현가능하게 만들었으며 역으로 대수적인 문제를 기하적인 방법으로 보여줄 수 있게 했다. 또한 변화를 관찰할 수 있는 함수의 그래프를 그릴 수 있도록 했으며 변환에 의한 수학적 의미를 해석할 수 있게 했다. 그러므로 수학적 직교좌표계는 순수한 위치를 표시하기 위하여 개발된 것이 아니라 수학적 문제를 해석하고 시각화하는 과정에서 만들어졌다. 수학에서의 직교좌표계는 위치를 나타내는 본래의 기능 외에도 복합적으로 여러 응용성이 내재되어 있는 기본적인 수학 도구로 발명되었다. 수학적 직교좌표계의 복잡한 기능 중에서 위치를 표시하는 방법으로서의 직교좌표계는 지도제작법에도 이미 존재했었으므로 그 연관성을 살펴보는 일도 의미가 있다.

본 논문에서는 위치를 표시하는 직교좌표계를 해석기하학과 분리하여 그 기원을 지도에서 찾아본다. 서양의 역사적인 지도에서 사용된 좌표계를 통시적으로 관찰하여 지도제작에서 사용된 직교좌표계가 수학과 어떤 상호 관계가 있는지 알아본다.

먼저 지도제작에서의 직교좌표계는 해석기하학의 절대적인 직교좌표계의 발달 과정에 영향이 별로 없었음을 보인다. 지도제작법과 수학은 역사적으로 서로 많은 영향을 주고받았는데도 불구하고 직교좌표계에 대하여 상호 언급이 거의 없다. 예를 들면 해석기하학의 출현 전후로 삼각비, 로그, 삼각함수, 삼각측량, 투영법, 통계론, 확률론, 미적분, 사영기하학이 크게 발전하여 상호 영향을 미쳤는데도 불구하고 위치를 표시하는 방법으로서의 직교좌표계에 대한 연구나 언급이 없었다. 또한 원점을 표시하거나 음수의 좌표를 도입하는 것과 같은 직교좌표계를 확장하기 위한 노력의 흔적을 찾기 어렵다는 점도 이를 뒷받침한다.

다른 한편으로는 해석기하학의 탄생 과정에 기여한 수학자들이 직교좌표계 자체에는 큰 관심을 가지지 않았음을 발견한다. 이는 위치를 표시하는 직교좌표계 자체의 개발이 목적이 아니라, 고대 그리스의 기하학 문제를 해결하기 위하여 평면에 곡선의 궤적을 표현하고 방정식이나 미지수를 할당하는 과정에서 좌표계를 이용하였기 때문으로 해석된다. 이처럼 그들은 직교좌표계에 대한 수학적 성질을 언급하지 않고도 자유롭게 직교좌표계의 개념을 사용하였다. 이는 지도제작법의 직교좌표계와 해석기하학에서의 직교좌표계는 위치를

1) 메르카토르(Gerardus Mercator;1512-1594)의 지도에서 사용된 위도와 경도를 말한다.

표시하는 기능이라는 측면에서 이미 사전에 인지하고 있는 일반적인 지식이었음을 의미한다. 그렇지 않고 위치를 표시하는 직교좌표계를 해석기하학에서 새로 만들었다면 당시의 수학자들이 어떤 식으로든 언급을 했을 것으로 판단되기 때문이다.

본 연구는 지도에 들어있는 좌표계의 변천 과정과 수학적 직교좌표계의 발전 과정을 비교 조사하는 것으로 시작되었다. 그 결과 위치를 표시하는 직교좌표계는 해석기하학의 한 부산물로 얻어진 지식이 아니라 인간 본연의 공간인식 능력에 내재해 있는 지식으로 오랜 시간에 걸쳐서 축적되어온 지적 산물임을 보인다. 수학적 직교좌표계는 기준점인 원점을 상정하고 있으며 추상화된 음수의 좌표도 사용하고 있어 지도제작법에서의 좌표계와는 다른 의미를 제공한다. 그런 추상화된 의미들이 수학을 비롯한 여러 학문에 중요한 도구로 쓰인다.

이 논문의 2장 1절에서는 수학적 직교좌표계의 발명 과정을 간략히 소개하고, 2장 2절에서는 역사적인 지도속에 남아있는 좌표계의 흔적을 살펴보고, 2장 3절에서는 지도제작법과 수학사이의 상호 영향 관계를 조사한다. 3장에서는 2장에서 얻은 자료를 바탕으로 지도에 나타난 좌표계와 수학에서의 좌표계를 비교분석한다.

2 수학적 좌표계와 지도제작법의 발달 과정

2.1 수학적 직교좌표계의 역사

현재 우리가 사용하고 있는 수학적 직교좌표계는 데카르트(René Descartes; 1596–1650)가 1637년에 만들었다고 일반적으로 인정하고 있다[6, 7, 17].²⁾ 위치를 표시하는 좌표계에 대한 수학적 개념은 고대 그리스시대부터 심상으로 인식되고 있었으나 페르마나 데카르트에 의해 구체적으로 등장하기까지는 오랜 시간이 걸렸다.

지구가 둥글다는 사실을 알고 있었던 그리스인들은 지구면에 있는 장소의 위치를 표현하기 위하여 가상의 위도(latitude)와 경도(longitude)를 사용하였다. 이는 원시적이지만 객관적인 좌표계의 한 원형으로 최소한 심상으로 좌표계를 인지하고 사용하였음을 증명해 준다. 일부의 학자들은 메나에크무스(Menaechmus; B.C. 380–B.C. 320)가 ‘부피 2배 만들기(doubling the cube) 문제’를 해결하면서 이미 좌표계의 개념을 사용하였다고 주장하고 있다[2, 6]. 아폴로니우스(Apollonius of Perga; 약 B.C. 262–약 B.C. 190)는 원뿔의 단면을 연구하면서 원추곡선(conic section)의 성질을 밝혔는데, 그 곡선의 분류에서 사각의 축에 대하여 이차곡선의 성질이 근본적으로 해석기하학의 이차곡선과 같으므로 좌표계의 이해가 있었다고 추정한다[2]. 천동설을 주장한 천문학자 프톨레미(Claudius Ptolemy; 90–

2) 페르마와 해석기하학에 대한 우선권 논쟁이 있으나 대체적으로 두 사람이 각각 독립적으로 해석기하학의 탄생에 공헌하였음을 인정한다. 그럼에도 불구하고 직교좌표계는 통상적으로 데카르트의 업적으로 인정한다.

168)도 지구면에 위도와 경도를 표시하였으며 원시적인 원추도법(conic projection)을 이용하여 지도를 제작하면서 평면에서도 위치를 나타내기 위하여 좌표계를 사용하였다고 한다. 원추도법에 의한 지도에서 위도와 경도는 수직으로 교차하지는 않지만 프톨레미가 좌표개념을 지도제작법에 사용하였음은 분명하다. 그 후부터 그리스에서는 그의 지도제작법이 널리 유행하였으며 중세의 지도제작법에까지 영향을 미쳤다. 고대 그리스 시대에 좌표계를 비롯한 수학적 지식이 지도제작법에 응용된 사례라고 할 수 있다.

중세 때는 아랍과 인도에서 발달한 산술(Arithmetics)과 대수(Algebra)가 수입되어 발전하지만 수학적 좌표계에 대한 뚜렷한 진전은 없었다. 수학자들이 산술에 더 많은 관심을 보여 고대 그리스시대부터 전해오던 기하문제에는 상대적으로 소홀하였다. 그런 가운데 오레즈메(Nicole Oresme;1320-1382)의 연구는 해석기하학(analytic geometry)이라는 새로운 분야의 발전 가능성을 열었다. 그는 1370년에 *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*이라는 논문에서 막대의 위치에 따라 가해진 열량을 보여주는 함수의 그래프를 그리면서 수학적 직교좌표계를 사용하였다[4, 5]. 이는 데카르트의 발표보다 250년 이상 앞선 일이었다. 또한 1500년에 다빈치(Leonardo di ser Piero da Vinci;1452-1519)는 낙하하는 물체의 속도를 측정하는데 직교좌표를 사용하였다고 전해진다[8, 20].

르네상스(Renaissance) 시대가 되면 고대 그리스의 수학적 지식은 새로운 조명을 받게 되는데 기하문제도 새로운 국면을 맞게 된다. 16세기에 비에트(François Viète;1540-1603)는 대수적 표현과 기호의 사용을 창안하였는데[3] 이는 현대적 대수의 기원에 많은 편리한 기능을 제공하였다. 미지수나 기호의 사용은 추후 기하적 문제를 대수적 문제로 치환하여 해결하는 해석기하학에서 중요한 도구를 제공하게 된다. 실제로 페르마(Pierre de Fermat;1607-1667)는 미지수가 두 개인 방정식의 해의 궤적을 조사하는 1636년의 원고에서³⁾ 비에트의 대수적 기호를 적극적으로 활용하였다. 이 논문에서 함수의 그래프를 평면에 표현하면서 직교좌표계의 원형을 사용하였다고 할 수 있다. 데카르트는 1637년에 발표한 *Discourse on Method*의 부록에 실린 *La Géométrie*에서 고대 그리스의 기하문제를 다루었다[7]. 여기에서 그는 기하적인 도형의 거리를 나타내기 위하여 미지수를 도입하고 그 궤적을 방정식으로 표현하였다. 이처럼 미지수를 도입하여 기하문제를 대수적인 방정식으로 치환하여 문제를 해결하는 해석기하학의 원형이 데카르트에 의해 발표되었다.

수학에서 해석기하학의 발명은 데카르트의 공로가 결정적이지만 그가 수학에서 말하는 절대적인 좌표평면의 도입을 완성한 것은 아니다. 데카르트는 사실 직교좌표축을 구체적으로 사용하지 않았으며 고대 그리스의 기하학적인 문제, 예를 들면 각의 삼등분 문제, 원의 넓이를 변환하는 문제, 파푸스 문제 등을 해결하기 위하여 평면에서 두 점 사이의 위치

3) 이 원고는 1929년부터 준비되었으며 사후 1679년 *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*라는 이름으로 발표된다.

차이, 즉 두 점 사이의 관계에 의한 길이를 미지수와 같은 대수적 기호로 도입하였다. 그러므로 데카르트는 좌표평면에서 기준이 되는 원점이나 음수의 좌표값은 사용하지 않았다. 기준점이 없으므로 한 점만의 위치를 표현하는 방법은 없었다. 원점이나 음수의 좌표를 대응시키는 절대적인 좌표평면의 도입은 뉴턴(Sir Isaac Newton; 1642-1727)이나 웨셀(Caspar Wessel; 1745-1818) 같은 후대의 수학자들에 의해 이루어진다.

페르마와 데카르트의 업적은 그리스 시대부터 내려오던 기하문제를 해결하는 실마리를 제공하였다는 의의도 크지만 추후에 정립되는 해석기하학을 태동시켰다는 점이 역사적으로 더 중요한 의의를 갖는다. 하지만 이들이 사용한 직교좌표계란 현대적인 의미의 절대적인 직교좌표계라기보다는 상대적인 위치를 표시하는 좌표계란 점에서 지도제작법에서의 직교좌표계와 크게 다르지 않다.

2.2 역사적인 지도에 나타난 좌표계의 발달 과정

지리적 위치나 지형을 평면적인 지도에 표시하기 위해서는 좌표계를 심상으로 간직하고 있어야만 가능하다. 일견 당연해 보이는 지리적 장소가 물리적으로 절대적인 공간적 위치에 존재하지 않기 때문에 그 한 지점의 위치만을 독립적으로 표시할 수는 없다. 일상에서 어떤 장소의 위치를 말할 때에도 나의 위치를 기준으로 하거나 또는 다른 한 지점을 기준으로 -명시적이든 암묵적이든 간에- 정하여 상대적인 위치를 말한다. 그러므로 어떤 지점의 위치를 형상화하여 구체화하려면 다른 지점에 대한 상대적인 위치로만 표현가능하다. 이런 맥락에서 위치를 형상화하는 정신 활동은 좌표계의 심상을 갖고 있을 때만 가능하다.

지리적 위치를 상징화하여 종이에 그려내는 지도제작도 상대적인 위치를 표시하는 작업이므로 기준점을 두는 좌표계의 설정이 반드시 필요하다. 모든 사람이 이해할 수 있는 객관적인 좌표계는 아니더라도 최소한 지도제작자는 장소의 상대적인 위치를 파악하는 좌표계가 심상으로 형성되어 있어야만 한다. 지도 사용자와 지도 제작자가 동일한 좌표계를 인식하고 있는 경우에는 지도에 표시된 한 지점을 같은 장소로 인식하게 되어 정보전달에서 소통의 문제가 없지만 서로 다른 좌표계를 지니고 있는 경우에는 지도에서의 동일한 위치가 서로 다른 장소로 인식될 수도 있다. 구체적인 위치를 보여주는 지도는 제작자와 지도를 읽는 사람이 같은 좌표계를 공유할 때만 위치 정보 전달이 순조롭게 이루어진다. 따라서 지도 제작자가 갖고 있는 좌표계는 객관적이어야 한다. 또한 지도에 사용된 좌표계는 지도 전체에 걸쳐 잘 적용되는 일반성이 있어야 지도의 효용성이 커진다. 지도의 크기에 따라 지엽적인 좌표계의 사용보다는 전체적이고 단순한 좌표계일수록 지도의 대중적인 효용성이 커진다고 말할 수 있다. 가능하면 많은 사람들이 쉽게 인지하고 있는 객관적인 좌표계의 사용이 지도제작에서 중요한 이유이다. 이런 이유로 지도에는 지도제작자가 적용했던 당시로서는 매우 객관적이었던 좌표계가 있기 마련이다. 그러므로 역사적인 지도를 관찰하면

지도제작법에서 사용된 좌표계가 어떻게 변천하여 왔는지 파악할 수 있다. 그 변화 과정을 알아보기 위하여 고대 그리스 시대부터 근대 개념의 지도가 형성되는 르네상스시대까지의 지도를 조사해보자. 수학에서 직교좌표계의 출현이 이루어지기까지의 기간으로 지도와 그 연관성을 고찰하기에 충분하기 때문이다.

BC6200년경 마을지도를 그린 벽화나 BC1500년경 점토판에 그려진 도시지도를 지도의 기원으로 보고 있다[22]. 고대의 원시적인 지도는 단순한 강의 위치와 마을의 평면도 형태가 대다수이다. 그리스인들은 지구가 둥글다는 사실을 알고 있었기 때문에 넓은 세계지도에서는 경도와 위도선이 나타나기도 한다. BC 300년경 디ષ아르쿠스(Dicaearchus of Messana; 약 B.C.350-약 B.C.285)가 제작한 지도에는 가로축과 세로축이 표시되어 있고 지중해에 중심점을 표시하고 있다. 이는 좌표축이나 눈금에 대한 표현은 없어도 위치를 표시하는 직교좌표계의 원시적인 모습이라 할 만하다. 현대에 재구성한 에라토스테네스(Eratosthenes of Cyrene; 약 B.C.276-약 B.C.195)의 지도에서는 비록 등간격이 아니지만 지도 전체에 걸쳐 격자점이 표시되어 있다[23].

위도와 경도를 최초로 지도에 표시한 사람은 마리누스(Marinus of Tyre; 약 70-약130)였다. 이는 위도와 경도가 이전에 형성되어 있던 좌표축의 심상이 구체적인 모습으로 지도의 좌표축으로 자리매김 하였음을 보여준다. 당시 지구면에 표시되었던 위도와 경도를 지도에 변환하는 과정에서 그는 등거리도법을 사용하여 지도를 제작하였다[24]. 마리누스는 지구를 둥근 행성체로 인식하고 평면으로 위치를 변환하는 수학적 투영법을 사용하였으며 지도에서 객관적 좌표의 개념인 위도와 경도를 사용한 최초의 사람이었다. 비록 거리와 각도의 개념에서 큰 왜곡을 보여주는 지도였지만 당시의 수준에서는 매우 체계적이고 원리적인 방법으로 제작된 지도였다. 마리누스가 제작한 지도는 전해지지 않고 있지만 그 자료의 분석과 오류 수정을 통하여 프톨레미는 보다 새로운 수학적 지도제작법을 만들었다.

고대 그리스에서 가장 수학적인 지도제작자는 천문학자이자 수학자였던 프톨레미였다. 그는 지도 제작에 관한 안내서인 Geographia에서 지구면의 지리를 평면에 옮기는 원추도법과 유사한 방법으로 사영하였으며 그에 따른 위도와 경도를 표시하고 있다[1]. 경도는 180도로 나누었으며 위도는 80도로 나누었다. 이처럼 그의 지도에서는 객관적이고 수학적인 좌표계를 보여주고 있다. 12-13세기에 재현한 [26]의 지도에서는 위도선과 경도선이 분명하게 표시되어 있음을 확인할 수 있다.⁴⁾ 그의 지도제작법은 훗날 메르카토르(Gerardus Mercator; 1512-1594)가 사용한 도법에 지대한 영향을 미친다.

로마의 쇠락으로 시작된 중세 시대에는 그리스의 전통적인 과학기술 문명이 종교적인 영향 아래 쇠퇴하기 시작하였다. 프톨레미의 과학적인 지도제작법도 전통이 거의 끊어져 일부 정신만이 흡수되고 사라진다. 그 결과 중세에 제작된 지도는 그리스 시대의 지도에 비해

4) 프톨레미가 직접 제작한 지도는 전해지지 않고 있다.

정확성이나 실용성이 오히려 후퇴하였다.

중세의 세계지도를 마파문디(Mappamundi)라고 하는데 그 유형에 따라 몇 가지로 나눈다. 초기의 마크로비안 지도(Zonal 또는 Macrobian maps), 삼분할 지도(Tripartite 또는 T-O maps), 사분할 지도(Quadripartite maps), 그리고 후기의 복합형 지도(complex maps)로 분류된다. 400년경에 마크로비누스(Macrobios Ambrosius Theodosius; 생몰은 불분명하지만 5세기 초의 로마인)에 의해 제작되고 9세기에 복원된 세계지도에서 별짜 좌표계는 보이지 않는다. 지구의 북반구가 강조되어 있으며 유럽이 세상의 중심임을 강조하는 종교적 색채를 띠는 지도로 이미 변질되고 있었다. 그 후 성경의 내용에 따라 지구의 북반구를 유럽, 아시아, 아프리카로 3개의 대륙으로 나누고 그 둘레를 대양이 감싸는 형태의 T-O 지도가 유행하였다. 이런 마파문디는 중세의 철학이 깊어지면서 더욱 발전하게 되는데 복합형 지도가 만들어지는 시대에 그 절정에 달한다. 마크로비안 지도의 예는 [27], T-O maps의 예는 [28], 복합형 지도의 예는 [25]를 각각 참조하라.

마파문디에는 중세의 기독교적 종교관이 깊게 반영되어 있다. 기본적으로 지구는 둥글고 대륙은 유럽, 아시아, 아프리카로 나누어 생각하였으며, 예루살렘을 지구의 중심으로 묘사하는 경향이 짙게 배어 있다[12, 18]. 마파문디는 크기나 정교함에 있어서 다양하였지만 직교좌표계는 기본적으로 사용되지 않았다. 예를 들면 크기가 1.65×1.35m나 되는 리차드 드 벨로(Ricardus de Bello; 1276-1312)의 마파문디 The Hereford Mappamundi에서도 직교좌표계는 보이지 않는다[25]. 세계지도 제작에서 지형의 사실적인 묘사보다는 종교적인 이념을 형상화하여 보여주는 데 더 치중하였기 때문에 마파문디는 과학적 기록보다는 종교적 신념에 충실하려는 예술 작품에 더 가깝다. 이런 경향은 1400년대 후반까지도 계속된다.

유럽 제국이 식민지를 개척하기 위하여 세계를 향해가기 시작하면서 미지의 세계로 탐험하는데 길잡이를 해 줄 실질적인 안내도가 절실히 필요하게 된다. 정확한 지도는 보다 넓은 무역 식민지를 발견하는 국가적 이익과 직결되므로 지도 제작에도 새로운 바람이 분다. 뿐만 아니라 콜럼버스(Christopher Columbus; 1451-1506)의 탐험 이후부터 여행 경험을 바탕으로 얻은 방대한 양의 지리정보는 기존의 지도를 대폭 수정 보완할 것을 요구하였다. 또한 측량술, 인쇄술 및 과학의 발달은 다양한 지도제작법을 촉진시켰다. 이때부터 실용적인 지도에는 항해도를 표시하거나 좌표계를 사용하게 되었으며 1540년 이후부터는 세계지도에서 위도와 경도를 표시하는 경향이 더욱 짙어졌다.

1569년 메르카토르가 원통형도법⁵⁾으로 지도를 제작하면서 지도제작법에 획기적인 발

5) 메르카토르 자신이 사용한 도법은 위도선과 경도선이 직교하도록 한다는 점에서는 원통도법(cylindrical projection)과 같지만 수학적으로 숨은 원리는 다르다. 원통도법은 구의 중심에 불빛을 두고 구를 감싸고 있는 원통에 생기는 그림자를 그려 평면으로 펼치는 방법인데 반해 메르카토르 도법은 지도평면에 그릴 위도선을 '위도에 관계없이 위도선의 길이가 같도록' 위도에 따라 비율을 조정하였다. 이에 따라 경도선도 같은 비율로 늘어주어 등각투영법이 되도록 하였다[11]. 이런 의미에서 원통도법이라 하지 않고 원통형도법이라

전을 이룬다. 메르카토르는 프톨레미의 지도제작법을 다시 정리하여 수정하였으며 새로운 투영법을 사용하여 위도선은 위도선끼리 서로 평행하게 만들었으며 경도선은 경도선끼리 평행하게 만들었다. 이렇게 하여 위도선과 경도선이 직교하도록 유지함으로써 투영법에 의한 각의 왜곡을 피했다. 구면의 위도선에 해당하는 원들은 평면에서 위도선으로 나타내고 적도선은 지도의 직교좌표에서 x 축에 대응시켰다. 또한 임의의 한 경도선을 기준으로 동서로 회전하는 각도를 좌표값으로 나타냈다. 이때 기준으로 잡은 경도선을 지도의 직교좌표에서 y 축에 대응시켰다. 따라서 기준이 되는 경도선으로부터 동서방향으로의 각도가 x 좌표가 되고 적도로부터 남북방향으로의 각도가 y 좌표가 된다. 메르카토르의 지도제작법에는 구면 위의 점을 직교좌표로 변환하고, 직교좌표에서 점의 위치를 좌표의 값으로 나타낸다. 그러므로 평면위의 점을 직교좌표계의 좌표로 읽는 개념은 이미 지도제작법에 내재해 있다고 보는 것이 타당하다. 이렇게 함으로서 지도는 항해에서 매우 절실하게 요구되었던 항정선(rhumbs 또는 loxodromes)이 단순한 직선으로 표시되게 만들었다. 지도 [29]를 참조하라. 그 후 근대에 이르기까지 메르카토르 지도제작법은 전세계에 걸쳐서 널리 사용되었다.

근대로 접어들면서 메르카토르의 도법이 갖고 있는 극지방에서의 심한 왜곡 현상을 해결할 수 있는 여러 개선된 투영법이 만들어지고 통계적 자료를 시각화하는 등 다양한 기법이 지도제작에 시도되기는 하지만 메르카토르 지도제작법의 단순성과 명료성 때문에 20세기 초까지도 많이 사용되었다. 20세기에는 지도의 의미에 대한 근본적인 회의와 우주항공 산업의 발전에 따른 항법시스템이나 컴퓨터의 도입으로 지도제작법은 근본적인 변화를 겪게 된다.

3 수학적 직교좌표계와 지도에 나타난 좌표계의 비교 분석

3.1 지도제작법과 수학에서 좌표계의 발달 과정

고대 그리스 시대에는 수학에서든 지도에서든 좌표개념은 천문학적인 지식에 의존하여 형성되어 있었다. 지구가 둥글다는 그리스인의 천문학적인 지식에 의존하여 위도와 경도로 위치를 나타내었으며, 천문학자 프톨레미의 지도제작 안내서를 기초로 지도를 제작하였다.

중세로 접어들면서 천문학적인 지식의 일부-지구가 둥글다는 인식-는 지도제작법에 남아 있었지만 그리스의 전통적인 위도나 경도와 같은 객관적인 좌표는 거의 사라졌다. 중세의 지도는 그들의 종교적 세계관을 여실히 드러내는 하나의 도안 예술로 볼 수 있다.

지도제작법에서 획기적인 발전을 이룩한 시기는 서구 열강이 식민지를 개척하기 위해

항해를 많이 하면서 방대한 지리적 정보를 획득하게 되는 16세기이다. 탐험으로 얻은 지리적 정보를 바탕으로 기존의 지도를 대대적으로 수정 보완해야 할 필요성을 느낄 때 메르카토르는 등각도법인 원통형도법을 이용한 새로운 지도를 선보인다. 이 투영법은 프톨레미 이후로 계속되어 온 원추도법과는 다른 도법으로 구면의 위도와 경도가 지도평면에 그대로 위도와 경도로 나타나며 방향성과 각이 보존되는 장점을 갖고 있었다. 이는 수학적으로 구면에서의 직교인 위도와 경도를 평면에서도 그대로 직교인 좌표로 변환하였다는 점에서 지도제작법에서 직교좌표계의 도입으로 볼 수 있다. 수학적으로 직교좌표계의 발명이 이루어지기 60년 전의 일이었다. 이처럼 지도제작법에서 근대적인 직교좌표계의 도입은 수학적 지식과 관계없이 지도제작의 실용성에 기초하여 탄생하였다.

지도제작법에서 사용되었던 직교좌표계를 페르마나 데카르트가 알지 못 하였는지는 알 수 없다. 메르카토르도 대학(Academic college of Duisburg)에서 수학을 가르쳤던 수학자였던 점에 비추어보면 당시에는 수학자도 지도제작에 관여하는 일이 간혹 있었던 것 같다. 그렇지만 지도제작법에서 직교좌표계의 사용이 해석기하학에서의 직교좌표계 사용에 영향을 미친 흔적을 찾아보기 어렵다. 그 이유는 직교좌표계의 설정이 당시 수학자들의 목적이나 관심 영역이 아니었기 때문으로 풀이 된다. 해석기하학의 도입에 공헌한 사람들이 모두 직교좌표계 자체에는 관심이 그다지 많지 않았기 때문이다. 프톨레미부터 데카르트까지 직교좌표계가 생성되는 역사적 과정에서 위치를 나타내는 직교좌표계 자체에 관심을 가진 사람은 없었다. 페르마와 데카르트도 평면 위의 점을 단순히 좌표로 표현하기 위함이 아니라 기하문제를 평면 또는 공간에서 대수적으로 문제를 표현하여 해결하려고 직교좌표계를 도입하였다. 데카르트나 페르마의 관점은 당시 수학계에서 풀고자 했던 문제에 대한 새로운 접근법을 시도하고 있었다는 점이지 평면 또는 공간에서 점의 위치를 표현하기 위한 절대적인 좌표를 도입하려 한 것은 아니었다. 실제로 직교좌표계에 원점과 음수의 좌표가 사용된 시기는 1760년경 뉴턴에 의해서다. 뉴턴은 삼차다항식의 그래프를 그리면서 직교하는 좌표평면을 이용하고 원점을 표시하고 음수의 좌표를 사용하였다[15]. 그 후 1799년에 수학자이자 지도제작자였던 웨셀은 오일러(Leonhard Euler;1707-1783)가 정립한 복소수의 개념을 좌표평면의 한 점으로 나타내고 복소수에 대한 기하학적인 의미를 해석하였다[21]. 이처럼 현재 우리가 쓰고 있는 절대적인 직교좌표계의 완성에는 데카르트의 논문이 발표된 후 150년이 더 지난 후에 이루어진다.

한편으로는 메르카토르 자신도 수학자였던 점에 비추어보면 60년이나 앞서 개발되어 사용되던 지도제작법의 직교좌표계는 수학자들도 어느 정도 인식하고 있었을 것으로 사료된다. 그럼에도 불구하고 수학자들은 직교좌표계에 대한 설명없이 문제해결에 자유롭게 사용하였다. 데카르트도 해석기하학에서 직교좌표계에 대한 소개를 하지 않으면서 거리 개념을 직교좌표계에서 사용하였다. 이처럼 수학자들이 직교좌표계에 특별히 관심을 두지 않

은 이유는 위치를 표시하는 직교좌표계의 기능은 수학적 연구 대상이라기보다 인간이 이미 인지하고 있는 기본적인 지식으로 간주하였기 때문으로 해석된다.

3.2 지도제작법과 수학의 상호 영향

지도제작법은 당대 최고의 과학 기술이 응용되는 분야로서 수학적 지식과 상호 영향을 미치며 발전하여 왔다. 지도제작법의 발전은 수학에서의 삼각비, 삼각함수, 로그, 사영기하학, 해석기하학, 확률론, 통계론, 미적분 등 근대 수학의 거의 모든 분야와 관련이 깊다. 지도제작법과 수학의 상호 영향을 살펴보기 위해서는 참고문헌 [8]과 그 안에 있는 문헌을 참조하기 바란다.

고대 그리스 시대에는 수학의 발전과 지도제작법이 동시에 발전하였으나 중세 이후로는 지도제작법이 수학적 이론과 무관하게 발전하였다고 할 수 있다. 르네상스 시대에는 삼각비에 관한 수학적 지식이 지도제작에서 삼각측량법을 이끌어내기도 하였다. 1533년부터 프리시우스(Gemma Frisius; 1508-1555)가 지도제작에서 제안한 삼각측량법은 큰 영역을 측정하는데 매우 중요한 발전을 이루게 된다[9, 10]. 이는 수학적 지식의 발전이 지도제작에 획기적인 방법을 제공한 사건으로 볼 수 있다. 16세기에는 직교좌표계의 등장이란 측면에서 지도제작법의 발달이 수학적 이론보다 더 앞섰다. 특히 많은 지리정보의 증가는 지도제작법에 지대한 변화를 이끌었으며 그 결과 새로운 기법도 나왔다. 그 중에서 직교좌표계를 사용한 메르카토르의 지도제작법은 획기적이었으며 수학에 중대한 영향을 미쳤다. 메르카토르의 새로운 기법으로 만들어진 지도를 설명하기 위해 더 명확한 이론이 필요하게 되면서 지도제작법이 수학의 발전에 영향을 미쳤다고 할 수 있다. 예를 들면 메르카토르의 지도제작법을 설명하는 과정에서 원통도법이나 등각도법 또는 평사도법(stereographic projection)과 같은 투영법이 발전하게 되며 이는 사영기하학의 출현에도 영향을 준다.

메르카토르 시대에는 삼각함수가 제대로 개발되어 있지 않았으며 로그도 발명되기⁶⁾ 전이었기 때문에 그는 측정에 의한 방법으로 지도를 제작하였다. 메르카토르가 만든 지도는 항해에서 필요한 방향을 판단하는 데는 매우 잘 맞았지만 위도가 높은 지역에서 대륙의 크기에 대한 왜곡이 심하였는데 이를 설명하고 보정하는 과정에서 수학의 여러 분야가 발전하게 된다. 예를 들면 위도에 따른 땅넓이의 왜곡 정도를 설명하고 보정하는 과정에서 삼각함수, 로그함수의 활용이 두드러지게 필요하였다. 특히 구면의 위도에 따른 오차를 분석하기 위하여 $\int \sec \theta d\theta$ 와 같은 삼각함수의 적분⁷⁾ 필요하게 되면서 미적분학이 급속도로 발전할 수 있게 되었다[11].

6) 로그는 네이피어(John Napier of Merchiston; 1550-1617)가 1614년에 발견하였다[13].

7) 당시에 라이트(Edward Wright; 약 1560-1615)는 적분에 해당하는 값을 수치적으로 계산하였는데 이를 현대의 개념으로 바꾸어 적분기호로 표시하였다[11]. 이 적분의 결과는 로그함수로 표시되므로 지도제작법에서 삼각함수의 적분과 로그함수의 연구는 매우 중요하게 되었다.

17세기 무렵부터 지도제작법과 수학은 서로 많은 영향을 주고받았다. 지도제작법의 발달에 따른 많은 자료의 시각화를 위한 통계학이 발달한다. 이때 가우스(Johann Carl Friedrich Gauss;1777-1855)와 람베르트(Johann Heinrich Lambert;1728-1777)는 각각 최소자승법(Least Square Method)과 보간법(Interpolation)이라는 통계적 근사 방법을 개발한다[16, 19]. 또한 메르카토르 지도제작법의 단점을 극복하기 위하여 수학에서는 등각사상(conformal mapping) 등 다양한 사상(mapping)을 연구하게 된다. 결국 가우스는 곡률을 이용하여 일정한 정보 소실없이 구면을 평면으로 투영할 수 없음을 증명한다.

지도제작법의 변화는 수학의 여러 분야에 영향을 주고받지만 수학적 직교좌표계의 변화나 해석기하학의 탄생에 직접적으로 영향을 미치지 않는다고 할 수 있다. 오히려 해석기하학이 탄생하는 전후에 나타나는 수학의 여러 분야에 영향을 주고받았음을 알 수 있다. 이를 위치를 표시하는 방법으로서 직교좌표계는 지도에서든 수학에서든 인간이 이미 습득한 지식으로 간주되었기 때문이다. 따라서 수학의 여러 분야에 영향을 미친 지도제작법의 좌표계는 수학적 절대적인 직교좌표계의 추상적 표현 방식 이전에 형성된 원형적인 공간인식능력의 표현이라고 할 수 있다.

4 결론

해석기하학이 만들어지는 과정에서 개발한 수학적 직교좌표계는 단순히 위치를 표시하기 위한 도구가 아니었다. 수학에서의 직교좌표계는 기하적인 문제를 해결하기 위해 좌표평면의 필요성에 의해 만들어졌다. 그러므로 해석기하학이 만들어지는 과정에서 위치를 표시하는 방법으로서의 직교좌표계 자체는 당시의 수학자들에게 큰 관심의 대상이 아니었다. 당시의 연구가 위치를 표시하는 직교좌표계의 발명 자체를 목적으로 하지는 않았다는 의미이다. 따라서 수학에서 도입된 직교좌표계는 지도제작법에서처럼 위치를 표시하기 위한 단순한 기능의 직교좌표계와는 다른 목적성을 지녔었다.

해석기하학이 만들어진 시기에 직교좌표계가 수학자들의 관심 대상이 되지 못한 이유는 단순히 위치를 나타내는 직교좌표계는 수학의 대상으로 생각하지 않고 인간 정신활동에서 이미 형성되어 있는 것으로 간주하였기 때문이다. 해석기하학의 창시자들은 원점을 중심으로 위치를 표현하는 절대적인 좌표개념보다는 기하문제를 대수문제로 변환하는 하나의 도구로 활용하였다. 실제로 해석기하학이 발명되고 난 후 150여년이 지난 후에 그 필요성에 의하여 평면에서의 수학적 직교좌표계가 완성된다. 그들은 지도제작에 사용되었던 위치를 표시하는 직교좌표계를 수학적 성질에 대한 전개없이 자연스럽게 사용하였다. 직교좌표계는 공간을 지각할 수 있는 능력에 의한 정신활동으로 수학같은 학문적 사고 이전에 이미 활용할 수 있는 개념으로 인식하였다.

다른 한편으로는 직교좌표계를 만들어 사용하는 근대적인 지도제작법은 해석기하학의

발명에 거의 영향을 미치지 못했다. 오히려 해석기하학의 발명 전후에 발전하는 삼각함수, 로그함수, 미적분학, 사영기하, 통계학 등에 더 많은 영향을 미친다. 이들은 지도제작에서 생기는 문제를 설명하고 해결하는데 필요한 수학적 지식임을 의미하는 반면 위치를 표시하는 직교좌표계는 수학기에서는 이미 인지하고 있는 지식에 속한다고 여겼던 점을 다시 한 번 시사한다. 따라서 수학에서 위치를 표시하는 직교좌표계는 해석기하학의 한 도구로 탄생하는 수학적 지식이 아니라 공간지각능력에서 오래 전부터 형성되었던 지식으로 봐야 한다.

5 제언

서양의 지도에 나타난 직교좌표와 수학적 직교좌표계의 상호 영향을 비교하면서 위치를 표시하는 좌표개념은 수학적 지식의 형성 이전에 이미 인지하고 있는 지식이라고 주장한다. 본 논문에서는 제시하지 못하였지만 수학적 직교좌표계가 발명되지 않은 여러 국가에서도 지도에 직교좌표에 해당하는 격자점 내지 원시적인 직교좌표계를 사용하였던 점은 이런 주장을 뒷받침하는 또다른 증거로 들 수 있다. 예를 들면 3세기경에 중국의 배수(裴秀, Pei Xiu; 224-271)는 축척에 따라 우공지역도(禹貢地域圖)라는 지형도를 제작하였다[14]. 그 지도는 비례, 방위, 거리를 포함한 지도제작에 필요한 6가지 수학적 원칙에 따라 제작되었는데, 이 지도에는 위치를 표시하는 격자점 형태의 직교좌표계를 사용하고 있다. 당시의 중국에서는 수학적 직교좌표계가 쓰이지 않았으므로 위치를 표시하는 직교좌표계는 수학적 지식 이전에도 인지되고 있는 지식임을 다시 한 번 확인할 수 있다. 이처럼 전 세계의 지도제작에 쓰인 직교좌표계는 본 연구의 주장을 지지해주는 여러 증거들이 된다. 그러므로 본 연구를 확대하여 지도제작법의 변천과정과 수학적 좌표계의 변화 과정을 비교하여 상호 영향을 조사하는 연구는 수학적 입장에서나 지도학의 입장에서나 가치있는 일로서 차후의 과제로 삼을 만하다.

본 논문에서 위치를 표시하는 직교좌표계는 수학적 지식의 영역이라기보다는 지도제작법에서 이미 쓰인 개념이라고 주장한다. 현행 교육 과정에서는 수학 교실에서 직교좌표계를 가르치고 있으므로 역사발생적 원리나 심리 발달적 관점에서 인간의 기본적인 인지적 사실에 근거하여 좌표를 소개할 수 있는 방안을 연구하는 일도 의미있는 과제라 할 수 있다.

감사의 글 보다 좋은 논문이 될 수 있도록 꼼꼼히 읽어주시고 성심어린 가르침과 충고를 해주신 심사위원들께 감사의 마음을 전합니다.

참고 문헌

1. J. L. Berggren and A. Jones, *Ptolemy's Geography: An Annotated Translation of the Theoretical Chapters*, Princeton University Press, 2000.
2. C. B. Boyer, *A History of Mathematics* (Second ed.), John Wiley and Sons, Inc., 1991.
3. F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Dover Publications Inc., 1993.
4. M. Clagett, *Oresme Nicole*, in *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. X, Ch. C. Gillispie (ed.), New York: Charles Scribner's Sons, 1974.
5. M. Clagett, *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions*, Madison, Wisc, 1968.
6. R. Cooke, *The History of Mathematics: A Brief Course*, Wiley Interscience, 1997.
7. R. Descartes, *La géométrie*, In *Discours de la Méthode*. Paris: Essellier (Appendix), 1637.
8. M. Friendly, *Milestones in the history of thematic cartography, statistical graphics, and data visualization*, Michael Friendly, 2009. <http://datavis.ca/milestones/>.
9. R. G. Frisius, *Libellus de locorum describendorum ratione*, Antwerp, 1533.
10. M. Jones, *Tycho Brahe, Cartography and Landscape in 16th Century Scandinavia*, in Hannes Palang (ed), *European Rural Landscapes: Persistence and Change in a Globalising Environment*, 2004.
11. M. Maor, *Trigonometric Delights*, Princeton University Press, 1998.
12. J. F. Moffitt, *Medieval Mappaemundi and Ptolemy's Chorographia*, *Gesta* 32 (1993), pp. 59-68 Published by: International Center of Medieval Art.
13. J. Napier, *Mirifici logarithorum canonis descriptio*, 1614. (English translation, *A Description of the Admirable Table of Logarithms*, published in 1616 by Edward Wright, London: Nicholas Okes).
14. J. Needham, *Science and Civilization in China*, Vol.3, Cambridge University Press, 1954.
15. I. Newton, *Enumeration of Lines of the third Order, Generation of Curves by Shadows, Organic Description of Curves, and Construction, of Equations by Curves*, 1760.
16. B. Otto, *Linear Algebra with Applications*, (3rd Edition ed.) Upper Saddle River NJ: Prentice Hall, 1995.
17. J. Stillwell, *Mathematics and its History* (Second Edition ed.), Springer verlag, 2004.
18. J. R. Stone, *The Medieval Mappaemundi: Toward an Archaeology of Sacred Cartography*, *Religion* 23(3) (1993), pp. 197-216.
19. P. D. Thomas, *Conformal Projections in Geodesy and Cartography*, United States Government Printing Office, Washington, Special Publication No. 251, 1952.
20. L. da Vinci, *Notebooks* vol.M, Verso 40. Paris: Manuscripts of the Institute of France, 1500.
21. B. A. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Springer, 1988.
22. <http://www.henry-davis.com/MAPS/AncientWebPages/AncientL.html>, Mesopotamian City Plan, Nippur 1500 BC, 101.
23. <http://www.henry-davis.com/MAPS/AncientWebPages/AncientL.html>, World map according to Eratosthenes (194 B.C.), 112.

24. http://en.wikipedia.org/wiki/Marinus_of_Tyre.
25. <http://www.henry-davis.com/MAPS/EMwebpages/EML.html>, 226A Hereford mappa-mundi, Richard de Bello of Haldingham, 1290, color redrawing.
26. <http://www.henry-davis.com/MAPS/AncientWebPages/119.html>, 119 Ptolemaic World Map, 12th-13th century.
27. <http://www.henry-davis.com/MAPS/EMwebpages/EML.html>, 201F Macrobian world map, 9 th century.
28. <http://www.henry-davis.com/MAPS/EMwebpages/EML.html>, 205Z T-O map, unknown, from 12th century edition of Bede's De natura rerum (8.1 cm diameter).
29. http://en.wikipedia.org/wiki/Mercator_1569_world_map, The 1569 Mercator map of the world.

이동원 경북대학교 수학교육과
Department of Mathematics, Teachers College, Kyungpook National University
E-mail: dongwon@mail.knu.ac.kr