

# 잠열 전달이 일어나는 얇은 익형주위의 천음속 습공기 유동에서의 마하수와 익형 두께비의 영향

이 장 창\*

안동대학교 기계공학과

## THE EFFECTS OF MACH NUMBER AND THICKNESS RATIO OF AIRFOIL ON TRANSONIC FLOW OF MOIST AIR AROUND A THIN AIRFOIL WITH LATENT HEAT TRANSFER

J.C. Lee\*

Dept. of Mechanical Engineering, Andong Nat'l Univ.

*Once the condensation of water vapor in moist air around a thin airfoil occurs, liquid droplets nucleate. The condensation process releases heat to the surrounding gaseous components of moist air and significantly affects their thermodynamic and flow properties. As a results, variations in the aerodynamic performance of airfoils can be found. In the present work, the effects of upstream Mach number and thickness ratio of airfoil on the transonic flow of moist air around a thin airfoil are investigated by numerical analysis. The results shows that a significant condensation occurs as the upstream Mach number is increased at the fixed thickness ratio of airfoil( $\epsilon = 0.12$ ) and as the thickness ratio of airfoil is increased at the fixed upstream Mach number( $M_\infty = 0.80$ ). The condensate mass fraction is also increased and dispersed widely around an airfoil as the upstream Mach number and thickness ratio of airfoil are increased. The position of shock wave for moist air flow move toward the leading edge of airfoil when it is compared with the position of shock wave for dry air.*

**Key Words :** 천음속 유동(Transonic Flow), 습공기(Moist Air), 잠열(Latent Heat), 응축(condensation)

### 1. 서 론

천음속 유동에서의 응축현상은 기술적으로나 과학적으로나 활용 가치가 높은 분야이다. 증기터빈 내의 물방울(droplet) 생성은 부식효과 때문에 반드시 제어되어야하고 충격파관(shock tubes)나 극저온(cryogenic) 풍동에서는 순수(pure) 질소 응축을 피해야만 한다. 충격파관은 안개상자(cloud chamber)나 노즐에 연결되어 응축현상에 대한 실험조건들을 쉽게 제어할 수 있게 해주므로 응축역학(condensation dynamics) 연구에 필수적인 장치이다. 그 외 응축현상에 대한 활용법은 화학 반응이나 로

켓 엔진 등에서 다양하게 찾아 볼 수 있다.

천음속 습공기 유동에서 습공기 입자(particle) 내에 있는 수증기는 유동장의 국소(local) 온도변화에 따라 응축과 기화를 반복해서 일으키며 이러한 상변화에는 잠열이 수반된다. 이 잠열은 주위 습공기 흐름에 전달되어 유동장의 운동학적 상태량이나 열역학적 상태량을 변화시킨다. 이러한 상태량들의 변화는 상류(upstream)에서의 수증기 양이나 유동조건(온도, 압력, 마하수) 그리고 유동장의 기하학적 형상에 따라 달라질 수 있다. Wegener & Mack[1]과 Wegener[2]는 노즐에 대해 Hall[3]과 Schnerr & Dohrmann[4,5]은 익형에 대해서 잠열발생에 따른 유동 운동에너지와 열에너지 사이의 비선형 상호작용에 대해 연구하였다.

습공기 입자에 있는 수증기의 응축은 평형 응축과정과 비평형 응축과정으로 분류할 수 있다[2]. 평형 응축과정은 유동장 내에 응축핵(nucleus)으로 작용하는 이질핵(먼지, 에어로졸,

Received: August 30, 2012, Revised: October 29, 2012,

Accepted: October 31, 2012.

\* E-mail: leejc@andong.ac.kr

DOI http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.4.093

© KSCFE 2012

이온)들이 존재하여 응축이 비교적 천천히 일어나는 과정으로서 등엔트로피 과정으로 가정할 수 있다. 이 응축과정은 평형 이질 응축(equilibrium and heterogeneous condensation)이라고 일컬어지며 전투기나 여객기가 천음속으로 대기 중을 비행할 때 전형적으로 일어나는 응축과정이다. 비평형 응축과정은 고순도의 수증기가 노즐이나 안개상자(cloud chamber) 속에 있는 익형 주위를 빠르게 팽창할 때 일어나는 과정이다. 예를 들어, 이 과정에서는 과포화비  $S = p_v(T)/p_{s,\infty}(T)$ 가 크게 증가하여 임계상태에 도달하지 않으면 응축은 일어나지 않는다. 임계상태는 수증기가 액체 물방울로 성장하기 위한 최소한의 임계 응축핵(critical nucleus) 크기에 도달하는 상태를 말한다. 과포화 상태로 알려진 임계상태에서만 액체 물방울들은 임계 크기에 도달한다. 액체 물방울의 응축 핵들은 수증기의 자발적인 섭동에 의해 갑자기 생성되며 이러한 응축을 균질응축(homogeneous condensation)이라고 한다.

Wegener & Mack[1], Wegener[2], Wegener & Pouring[6], Hill[7], Peters & Paikert[8] 등은 비평형 응축과정의 열역학적 거동에 대해 연구하고 수증기의 상변화에 대한 복잡한 과정을 설명할 수 있는 이론적 논증과 실험 데이터를 제공하였다. 특히 Wegener & Mack[1]과 Hill[7]은 비평형 응축과정을 설명하면서 다음과 같은 가정들을 사용하였다. (a)가스 상태의 혼합물(건공기와 수증기)로 구성된 각 유체 입자들의 질량은 응축과정을 겪는 동안 불변하며 유체 입자 내의 응축질량(condensate mass)은 매우 작은 것으로 간주한다. (b)응축수 질량(liquid condensate mass)은 가스 성분인 유체 입자 내에서 균일하게 분포하고 가스 성분의 유체 입자와 같은 속도 같은 온도를 가진다. (c)응축(condensation)의 주된 효과는 입자 내에서 물방울이 생성하면서 발생하는 응축 잠열이 입자 내의 가스 성분 쪽으로의 응축열 방출(release)이 주된 효과이다. (d)물방울의 표면 장력은 물방울 표면의 곡률과 무관하고 물방울들 상이의 상호 작용은 무시한다. (e)물방울이 성장하기 시작하는 임계 응축 핵(nucleus)의 크기는  $1000 \text{ \AA}$  보다 작으며 분자의 평균자유행로 보다는 훨씬 작다. 유동과 함께 긴 거리를 이동한 후 성장한 입자의 크기조차도 일반적으로 평균자유행로 보다 작다. 따라서 물방울(droplet)의 운동(motion)은 물방울의 표면에서의 질량유량이나 에너지유량을 측정할 때 무시할 수 있으며 물방울의 운동은 오로지 운동학적 이론(kinetic theory)에 따라 계산된다. (f)응축(condensation)은 초음속 마하수에서만 관찰할 수 있고, 과포화비(supersaturation ratio)가 아주 높을 때( $S \sim 50$ ) 발생한다. 이러한 가정을 기초로 하여 Wegener & Mack[1]과 Hill[7]은 핵생성율(nucleation rate)  $J$ , 임계 물방울 크기(critical droplet size)  $r^*$ , 물방울 성장률(droplet growth rate)  $dr/dt$ , 응축질량분율(condensate mass fraction)  $g$ 의 변화율에 대한 방정식들을 제시하였으며, 본 논

문에서도 이 방정식들을 사용하였다.

Wegener & Mack[1]은 천음속 유동과 초음속 유동의 충격파 해석으로부터 유동으로 또는 유동으로부터의 열전달 효과를 처음으로 연구하였다. 모델 방정식을 이용하여 응축 충격파(condensation shock wave)의 존재를 제시하였고 아음속 유동에서 기존의 일반적인 충격파에 응축과 기화에 의한 발열성 점프(exothermic jump)가 존재함을 보였다.

Zierep[9]은 응축의 잠열방출(latent heat release)을 의미하는 미리 규정된 열원항(heat source term)이 포함된 수정(modified) 천음속 미교란 방정식을 개발하고 여러 가지 heat input 값에 대한 이 방정식의 해를 구하였다. 이러한 연구를 통해 그는 수렴해가 존재하지 않는 임계 heat input 값을 찾아내고 또한 유동장의 초음속 영역에서 heat input 때문에 익형 표면의 항력이 감소됨을 보였다. Schnerr & Mundinger[10]는 Zierep[9]의 모델을 이용하여 열첨가(heat addition)의 결과로서 익형의 공력계수(양력, 항력)가 변화하는 것을 보였다. 그들은 heat input 값으로 비평형 응축의 잠열을 사용하였다.

Schnerr와 Dohrmann[4,5]은 열원항이 결부된 Euler 방정식을 이용하여 익형 주위의 천음속 습공기 유동에 대한 수치해석을 수행하였다. 열원항은 응축질량분율과 응축잠열이 관련되어 있고, Wegener & Mack[1]과 Hill[7]이 제시한 핵생성율  $J$ , 임계 물방울 크기  $r^*$ , 물방울 성장률  $dr/dt$ , 응축질량분율  $g$ 의 변화율에 대한 방정식들을 사용하였다. 그들은 다양한 상류(upstream) 수증기 양과 익형의 기학적 형상에 따라 양력과 항력이 많이 변화하고 있음을 보였다.

Rusak & Lee[12]는 Wegener & Mack[1]과 Hill[7]의 비평형 응축 이론과 미교란(small-disturbance) 모델을 이용하여 얇은 익형 주위의 천음속 유동에 대해 수치해석을 수행하였다. 상류의 유동조건에 따라 익형의 공력해석을 수행하고 그 결과들을 Euler 방정식의 수치해석 결과와 비교 분석하였으며 천음속 습공기 유동과 관련된 다수의 상사파라미터들을 제시하고 이 상사파라미터들을 테스트하였다.

본 연구에서는 Rusak & Lee[12]가 유도한 extended Karman-Guderley 방정식을 이용하여 천음속 습공기 유동에 미치는 상류 마하수의 영향과 익형 두께비의 영향을 조사하였다. 기본적으로 잠열의 양은 상류 마하수 및 익형 두께비와 상당한 밀접한 관계가 있다

## 2. 수치해석방법

### 2.1 지배 방정식

얇은 익형 주위의 습공기 유동을 2차원 정상 비점성 유동으로 가정하고 익형 상류의 유동 조건인 속도  $U_\infty$ , 압력  $p_\infty$ , 온도  $T_\infty$ , 밀도  $\rho_\infty$ , 그리고 초기 비습도(initial specific

humidity)  $\omega_\infty$ 가 주어지면 다음의 연속방정식과 선형 운동량 방정식 그리고 에너지방정식을 이용하여 해석할 수 있다.

$$(\rho u)_x + (\rho v)_y = 0 \tag{1}$$

$$(\rho u^2 + p)_x + (\rho uv)_y = 0 \tag{2}$$

$$(\rho uv)_x + (\rho v^2 + p)_y = 0 \tag{3}$$

$$(\rho h_T u)_x + (\rho h_T v)_y = 0 \tag{4}$$

여기서  $p$ 와  $\rho$ 는 압력과 밀도를 나타내고  $\rho_v$ 는 수증기의 밀도이며  $u$ 와  $v$ 는 각각  $x$ 와  $y$ 방향의 속도성분이고  $h_T$ 는 비총 엔탈피(specific total enthalpy)를 나타내고 있다. 또한  $h_T$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\rho h_T = \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) + \rho_a h_a + \rho_v h_v + \rho_l h$$

여기서 하첨자  $a, v, l$ 은 각각 건공기, 수증기, 액체를 의미한다. 건공기의 비엔탈피  $h_a$ , 수증기의 비엔탈피  $h_v$ , 그리고 액체의 비엔탈피  $h_l$ 은 다음과 같이 각각 표현될 수 있다.

$$h_a = C_{pa} T, \quad h_v \sim h_g(T) = C_{pv} T$$

$$h_l \sim h_f(T) = h_g(T) - h_{fg}(T)$$

여기서  $h_g$ 는 포화수증기의 비엔탈피이고  $h_f$ 는 포화액체의 비엔탈피이며  $h_{fg}$ 는 상변화가 일어날 때 발생하는 잠열을 나타낸다. 국소 밀도(local density)는  $\rho = \rho_a + \rho_v + \rho_l$ 로 주어지고, 국소 초기 비습도는  $\omega = (\rho_v + \rho_l)/\rho$ 이며 국소 응축 질량분율(local condensate mass fraction)은  $g = \rho_l/\rho$ 로 정의된다. 여기서  $0 < \omega < 1$ 이며  $0 < g < \omega$ 이다. 따라서

$$\rho h_T = \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) + \rho((1-\omega)C_{pa} + \omega C_{pv})T - \rho g h_{fg}$$

로 나타낼 수 있다. 방정식 (1)과 (4)를 이용하여 비총엔탈피  $h_T$ 가 일정한 유량 함수선(constant stream function line)  $\psi$ 를 따라서는 항상 일정하다는 것을 알 수 있다. 여기서,  $\psi_y = \rho u$ 이고  $\psi_x = -\rho v$ 가 된다. 그러므로 에너지 방정식(4)는 다음과 같이 대수 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{2}(u^2 + v^2) + ((1-\omega)C_{pa} + \omega C_{pv})T - g h_{fg} = h_T(\psi) \tag{5}$$

습공기의 국소 열역학적 물성치와 연관이 되는 완전기체 상태방정식은 다음과 같다.

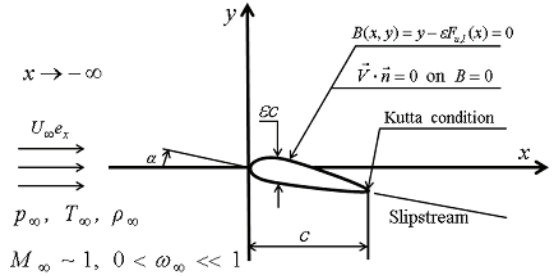


Fig. 1 Airfoil flow problem

$$p = \frac{\bar{R}}{\mu} \rho T \tag{6}$$

여기서  $\bar{R}$ 는 일반 기체상수이고  $T$ 는 국소 온도이다.  $\mu$ 는 습공기의 국소 분자량으로써 다음과 같이 표현된다.

$$1/\mu = (1 - \omega_\infty)/\mu_a + (\omega_\infty - g)/\mu_v$$

응축질량분율  $g$  계산에는 고전(classical) 핵형성 이론(nucleation theory)[1,7,11]이 사용된다. Hill[7]에 의하면 이 이론은 다음과 같다.

$$(\rho u g)_x + (\rho v g)_y = 4\pi \rho_l \left( \rho Q_1 \frac{dr}{dt} + \frac{1}{3} J r_0^3 \right) \tag{7}$$

$$(\rho u Q_1)_x + (\rho v Q_1)_y = 2\rho_l Q_2 \frac{dr}{dt} + J r_0^2 \tag{8}$$

$$(\rho u Q_2)_x + (\rho v Q_2)_y = \rho Q_3 \frac{dr}{dt} + J r_0 \tag{9}$$

$$(\rho u Q_3)_x + (\rho v Q_3)_y = J \tag{10}$$

여기서,  $r_0$ 는 핵(nucleus)의 초기 반경이며,  $dr/dt$ 는 물방울 성장률이며  $J$ 는 핵형성율이다. 이러한 파라미터들은 Schnerr와 Dohrmann [4]의 논문에도 자세하게 설명되어 있으며 본 연구에서도 같은 공식을 사용하였다.

방정식 (1)-(3), (5), 그리고 (6)은 응축 방정식 (7)-(10)과 결합되어 비평형 균질 응축(non-equilibrium homogeneous condensation)을 수반하는 정상 비점성 습공기 유동장을 해석할 수 있다. 이 방정식의 해를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다 (Fig.1).

$$u B_x + v B_y = 0 \quad \text{on } B(x, y) = 0 \tag{11}$$

상류에서는 어떤 교란(disturbance)도 없고 응축도 일어나지 않으므로, 즉  $x \rightarrow -\infty$  일 때

$$\begin{aligned} u \rightarrow U_\infty, v \rightarrow 0, \rho \rightarrow \rho_\infty, p \rightarrow p_\infty \\ g \rightarrow 0, Q_1 \rightarrow 0, Q_2 \rightarrow 0, Q_3 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (12)$$

익형의 끝단(trailing edge)에서는 Kutta조건도 만족되어야 한다.

## 2.2 점근해석(Asymptotic Analysis)

점근해석을 이용하여 비평형 균질 응축을 수반하는 정상 비점성 습공기 유동장 해석에 적합한 extended Karman-Guderley 방정식을 유도할 수 있다[12]. 속도 섭동 포텐셜 (velocity perturbation potential) 함수  $\phi_1(\bar{x}, \bar{y})$ 로 이루어진 extended Karman-Guderley 방정식은 다음과 같다;

$$\begin{aligned} [K - (\gamma_a + 1)M_\infty^2 \phi_{1\bar{x}}] \phi_{1\bar{x}\bar{x}} + \phi_{1\bar{y}\bar{y}} \\ = \bar{g}_{1\bar{x}} K_w \left( \frac{h_{fg}(T_\infty)}{C_{pa} T_\infty} - \frac{\mu_a}{\mu_v} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $\bar{x} = x/c$  이고  $\bar{y} = \epsilon^{1/3} y/c$  는 stretched vertical 좌표계이다.  $K = (1 - M_\infty^2)/\epsilon^{2/3}$  는 고전(classical) 상사 파라미터이며  $K_w = \omega_\infty/\epsilon^{4/3}$  는 습공기에 포함되어 있는 수증기의 양을 나타내는 습공기 상사 파라미터이다.

방정식 (13)에 포함되어 있는 응축질량분율  $\bar{g}_1$  은 방정식 (7)-(10)의 점근해석으로부터 유도된 아래의 4개 상미분 방정식으로부터 계산할 수 있다[12].

$$\bar{g}_{1\bar{x}} = 4\pi K_t \left( \bar{Q}_{11} \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} + \frac{1}{3} \bar{J} \bar{r}_0^3 \right) \quad (14)$$

$$\bar{Q}_{11\bar{x}} = K_t \left( 2\bar{Q}_{21} \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} + \bar{J} \bar{r}_0^2 \right) \quad (15)$$

$$\bar{Q}_{21\bar{x}} = K_t \left( \bar{Q}_{31} \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} + \bar{J} \bar{r}_0 \right) \quad (16)$$

$$\bar{Q}_{31\bar{x}} = K_t \bar{J} \quad (17)$$

여기서,  $\bar{r}_0 = r_0/l_c$  이며  $l_c = \frac{2\sigma_\infty(T_\infty)}{\rho_{l\infty} R_v T_\infty}$  는 특성길이이다.

$K_t$  는 응축과정 특성시간과 유동 매류 특성시간의 비로 정의되는 상사 파라미터이며 다음과 같이 표현된다.

$$K_t = \sqrt{\frac{(\mu_a/\mu_v)^3}{8\pi\gamma_a}} \frac{p_\infty c \omega_\infty}{\sigma_\infty(T_\infty) M_\infty} \quad (18)$$

이 파라미터는 익형  $c$ , 상류 압력  $p_\infty$ , 상류 마하수  $M_\infty$ ,

초기 비습도  $\omega_\infty$ , 평면 표면 장력  $\sigma_\infty$ 와 상호 연관되어 있다.

또한  $\bar{J}$  는 핵생성율의 무차원 변수로써 다음과 같이 표현된다;

$$\begin{aligned} \bar{J} = \sqrt{\frac{27}{32\pi^3}} n_c^3 \frac{\rho^2}{\rho_l} \sqrt{\sigma_\infty(\bar{T})} \\ \times (1 - \bar{g}_1)^2 \exp\left(\frac{-n_c \bar{\sigma}_\infty^3}{2\bar{T}^3 (\ln S')^2}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,  $n_c = (4\pi/3)\rho_{l\infty} l_c^3/m$  는 어떤 특정한 물방울 (droplet) 속에 있는 분자의 수를 의미한다. 평면 표면의 표면 장력  $\sigma_\infty$  는 온도만의 함수이며,  $\sigma_\infty$  의 공식은 Schnerr와 Dohrmann[4]의 논문에서 잘 소개되어 있다.

또한 과포화비(supersaturation ratio)  $S$ , 온도  $\bar{T}_\infty$ , 압력  $\bar{p}$ , 밀도  $\bar{\rho}$  는 다음과 같이 표현되고 모두 무차원 변수이다.

$$S = S_\infty \frac{\bar{p}(1 - \bar{g}_1)}{p_g(\bar{T})}, \quad S_\infty = K_{pg}^{-1} \quad (20)$$

$$\bar{T} = 1 - \epsilon^{2/3} (\gamma_a - 1) M_\infty^2 \phi_{1\bar{x}} + \epsilon^{4/3} K_w \frac{h_{fg}(T_\infty)}{C_{pa} T_\infty} \bar{g}_1 \quad (21)$$

$$\bar{p} = 1 - \epsilon^{2/3} \gamma_a M_\infty^2 \phi_{1\bar{x}} \quad (22)$$

$$\bar{\rho} = 1 - \epsilon^{2/3} M_\infty^2 \phi_{1\bar{x}} \quad (23)$$

Hertz-Knudsen 모델을 따라 방정식 (14)-(17)에 포함된 무차원 물방울 성장률은 다음과 같다.

$$\frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} = \frac{\alpha(\bar{T})}{\sqrt{\bar{T}}} (\bar{p}(1 - \bar{g}_1) - K_{pg} p_g(\bar{T})) \quad (24)$$

여기서  $K_{pg} = 1/S_\infty$  이다. 방정식(13)을 풀기위해 필요한 경계조건은 다음과 같다.  $\bar{x} \rightarrow -\infty$  일 때,

$$\begin{aligned} \phi_{1\bar{y}}(\bar{x}, 0^\pm) = F'_u(\bar{x}) \text{ for } 0 \leq \bar{x} \leq 1 \\ \phi_{1\bar{x}}(1, 0^+) = \phi_{1\bar{x}}(1, 0^-), \phi_{1\bar{x}}, \phi_{1\bar{y}} \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\bar{g}_1 = \bar{Q}_{11} = \bar{Q}_{21} = \bar{Q}_{31} = 0 \quad (26)$$

얇은 익형 주위의 습공기 유동에 대한 천음속 미교란 이론 (transonic small-disturbance theory)은 extended Karman-Guderley 방정식(13)으로 귀결되고 이 방정식은  $\bar{g}_1$  을 계산하기위한 상미분방정식(14)-(17), 경계조건(25), 상류조건(26)과 결합되어 습공기 유동장의 해를 계산할 수 있다.

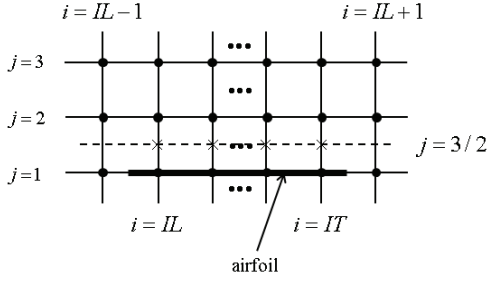


Fig. 2a Computational grid around an airfoil

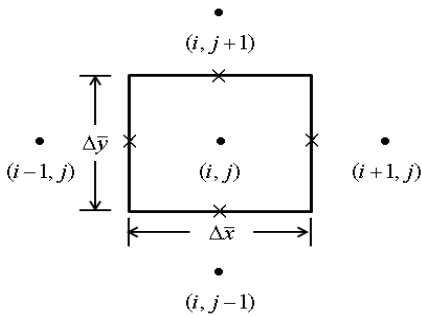


Fig. 2b Control volume around a grid point

### 3. 수치해석 방법 및 결과

#### 3.1 수치해석 방법

방정식(13)과 상미분방정식(14)-(17)은 local 유동조건에 따라 방정식의 형태(type)가 바뀐다. 따라서 방정식(13)의 수치해를 구하기 위해서는 Murman & Cole[13]의 type-sensitive 차분법을 사용한다. 이 방법은 계산 격자점이 elliptic type인지 hyperbolic type인지 아니면 mixed type인지를 테스트하고 반복 계산 각 단계마다 주어진 격자점의 형태에 따라 적합한 유한 차분법을 사용한다. 수치해석의 일관성(consistency)을 위해 방정식(13)의 conservative form은 다음과 같다[12].

$$\left( K\bar{\phi}_{1\bar{x}} - \frac{1}{2}(\gamma_a + 1)M_\infty^2 \bar{\phi}_{1\bar{x}}^2 \right)_{\bar{x}} + (\bar{\phi}_{1\bar{y}})_{\bar{y}} = \bar{g}_{1\bar{x}} K_w \left( \frac{h_{fg}(T_\infty)}{C_{pa}T_\infty} - \frac{\mu_a}{\mu_v} \right) \quad (27)$$

Fig. 2a에 나타낸 것과 같이 유동장을 등간격의 사각형 격자로 나누어  $(i, j)$ 로 표시하고  $j = 1$ 선에는 익형 표면을 할당하고  $j = 3/2$ 선에 경계조건을 적용한다. Fig. 2b의 격자점  $(i, j)$ 를 중심으로 한 검사체적에 대해 방정식(27)의 유한차분 방정식은 다음과 같다;

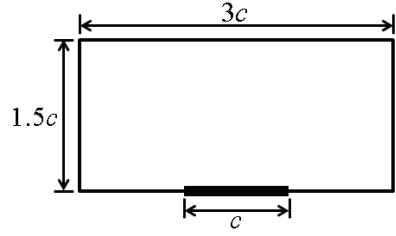


Fig. 3 Computational domain of TSD solver

$$\begin{aligned} & \left( K\bar{\phi}_{1\bar{x}} - \frac{1}{2}(\gamma_a + 1)M_\infty^2 \bar{\phi}_{1\bar{x}}^2 \right)_{i+1/2,j} \Delta \tilde{y} \\ & - \left( K\bar{\phi}_{1\bar{x}} - \frac{1}{2}(\gamma_a + 1)M_\infty^2 \bar{\phi}_{1\bar{x}}^2 \right)_{i-1/2,j} \Delta \tilde{y} \\ & + \{ (\bar{\phi}_{1\bar{y}})_{i,j+1/2} - (\bar{\phi}_{1\bar{y}})_{i,j-1/2} \} \Delta \tilde{x} \\ & = (\bar{g}_{1\bar{x}})_{i,j} K_w \left( \frac{h_{fg}(T_\infty)}{C_{pa}T_\infty} - \frac{\mu_a}{\mu_v} \right) \Delta \tilde{x} \Delta \tilde{y} \end{aligned} \quad (28)$$

2개의 안정도(stability factor);

$$(fuc)_{i,j} = -K + \frac{\gamma + 1}{2} M_\infty^2 \frac{(\phi_1)_{i+1,j} - (\phi_1)_{i-1,j}}{\Delta \bar{x}} \quad (29)$$

$$(fub)_{i,j} = -K + \frac{\gamma_a + 1}{2} M_\infty^2 \frac{(\phi_1)_{i,j} - (\phi_1)_{i-2,j}}{\Delta \bar{x}} \quad (30)$$

이 안정도는 Murman & Cole[13]의 판별기준에 따라 주어진 격자점에서의 방정식 형태(type)를 결정하는데 사용된다. 즉,  $fuc_{i,j} < 0$ 이고  $fub_{i,j} < 0$ 이면 격자점은 elliptic(아음속)점,  $fuc_{i,j} > 0$ 이고  $fub_{i,j} > 0$ 이면 격자점은 hyperbolic(초음속)점,  $fuc_{i,j} > 0$ 이고  $fub_{i,j} < 0$ 이면 격자점은 sonic점이 된다. 또한  $fuc_{i,j} < 0$ 이고  $fub_{i,j} > 0$ 이면 그 격자점에 충격파가 지나가는 충격파 점이 된다. 유동장의 각 격자점에는 유동 정보의 물리적 전파를 해석하기 위해  $\phi_1$ 과  $\bar{g}_1$ 의  $\bar{x}$  도함수에 적절한 유한 차분 scheme이 사용된다. 이러한 유한차분 scheme에 대해서는 Rusak & Lee[12]에 잘 나타나 있다.

응축질량분율  $\bar{g}_1$  장 계산에는  $\bar{Q}_{\bar{x}} = f(\bar{x})$  형태의 1차 상미분방정식을 계산하는데 사용되는 Simpson의 적분법을 사용하여 방정식(14)-(17)의 수치해를 구하였다.

$$\bar{Q}_{i,j} = \bar{Q}_{i-1,j} + \frac{\Delta \bar{x}}{6} (f_{i-1,j} + 4f_{1-1/2,j} + f_{i,j}) \quad (31)$$

방정식 (13)과 (14)-(17)의 해가 수렴 할 때까지 수치계산을

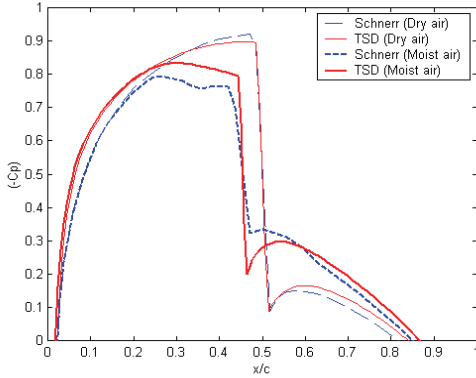


Fig. 4 Distribution of pressure coefficient along NACA0012 surface at Zero Angle of Attack,  $M_\infty = 0.8$ ,  $T_\infty = 259[K]$ ,  $p_\infty = 65600[Pa]$ , and  $\omega_\infty = 0.0074$

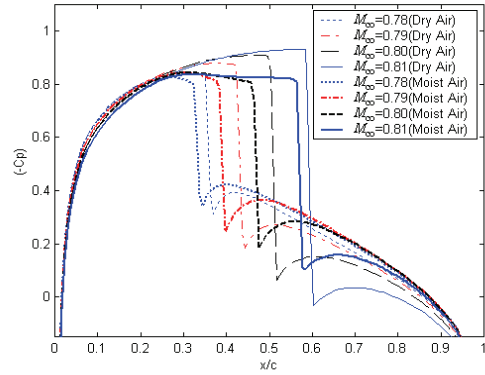


Fig. 5a Distribution of pressure coefficient along NACA0012 surface at zero angle of attack

반복 수행하고 익형주위의 압력계수와 응축질량분율을 계산하였다.

### 3.2 수치해석 결과

본 연구에서는 익형(chord)이  $c = 0.1[m]$ 인 대칭(symmetric) 익형을 사용하고 받음각은 일정하게 영을 주었다. Fig. 3에 나타났듯이 가로 세로  $3c \times 1.5c$  크기의 computational domain에서  $450(x\text{방향}) \times 300(y\text{방향})$ 의 격자를 사용하였다. Rusak & Lee[12]는 TSD solver의 수치해 수렴성을 개선하기 위해 수행한 격자 정밀도 테스트에서  $3c \times 1.5c$  크기의 computational domain에서는  $450 \times 300$ 의 격자가 최적의 격자임을 보였다.

익형 주위를 흐르는 천음속 습공기 유동에서는 국소 온도 변화에 따라 수증기의 응축과 응축수의 기화 등이 반복적으로 일어나며 이러한 상변화에는 많은 잠열이 수반된다. 이 잠열은 익형 주위의 습공기 흐름에 전달되어 익형의 공력특성에 상당한 변화를 일으킨다. 예를들어, 응축잠열의 양은 주어진 마하수에서 과포화비( $S_\infty$ )가 증가할수록 증가하는데 이러한 잠열증가는 익형 주위의 압력을 증가시키고 충격파의 위치를 변화시켰으며 충격파의 강도를 감소시켰다[12]. 본 논문에서는 다음과 같은 열역학적 물성치를 사용하여 응축현상이 일어나는 얇은 익형 주위의 천음속 습공기 유동에 미치는 상류 마하수( $M_\infty$ ) 영향과 익형 두께비( $\epsilon$ ) 영향에 대해 조사하였다. 온도  $T_\infty = 259[K]$ , 압력  $p_\infty = 65600[Pa]$ , 과포화비  $S_\infty = 3.74(\omega_\infty = 0.0074)$ . 이러한 상류 열역학 물성치는 Schnerr & Dohrmann[4]이 익형의 상류 조건으로 사용한 정제 온도  $T_0 = 293.15[K]$ , 정제압력  $p_0 = 10^5[Pa]$ , 상대습도  $\Phi_0 = 50\%$  와 등가이다. Fig. 4는 TSD 모델을 이용한 수치해석 결과와 Schnerr & Dohrmann[4]의 Euler 방정식을 이용한

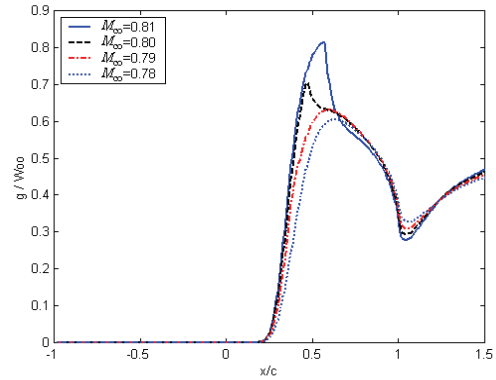


Fig. 5b Distribution of condensate mass fraction along NACA0012 surface at zero angle of attack

수치해석 결과를 비교하기 위해 NACA0012 익형 주위의 압력 분포를 나타내고 있다. 습공기에 대한 수치해석 결과에서 응축현상으로 인한 충격파의 위치 이동을 비교했을 때 TSD의 결과는 Euler 방정식의 결과와 5% 정도의 오차 범위 내에서 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 5a, 5b와 6a, 6b, 6c, 6d는 익형 주위의 습공기 유동에서 상류 마하수( $M_\infty$ )가 습공기 응축에 미치는 영향을 조사하기 위해 익형의 두께비( $\epsilon = 0.12$ )를 고정시키고 상류 마하수( $M_\infty$ )가 0.78에서 0.79, 0.80, 0.81까지 증가시킬 때 익형 표면( $j = 3/2$ )에서의 압력계수( $c_p$ )의 변화와 응축질량분율( $g/\omega_\infty$ )의 변화 그리고 익형 주위의 응축질량분율 등고선(contour)를 각각 나타내고 있다.

Fig. 5a에서는 습공기의 상변화로 인해 발생한 잠열이 공기 흐름에 전달되어 충격파의 위치가 익형의 선단(leading edge) 쪽으로 이동하고 있음을 볼 수 있다.  $M_\infty = 0.78$ 인 경우에는 익형(chord)의 약 2.6% 길이만큼 선단 쪽으로 이동하였으며,

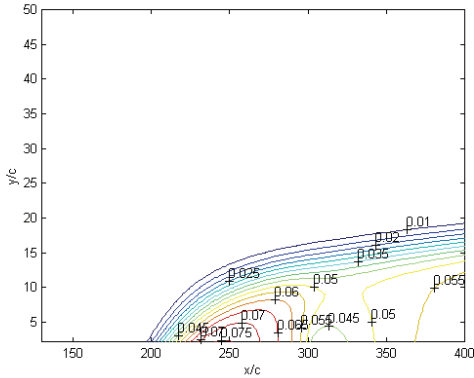


Fig. 6a Contours of condensate mass fraction around NACA0012 at  $M_\infty = 0.78$  at zero angle of attack

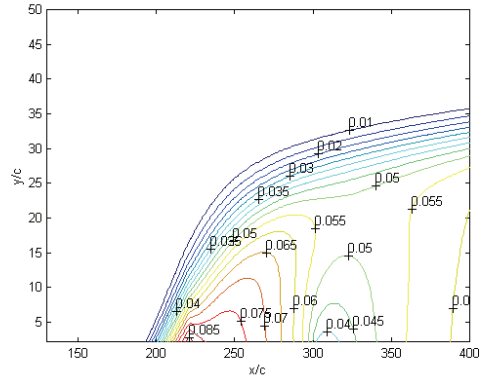


Fig. 6c Contours of condensate mass fraction around NACA0012 at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

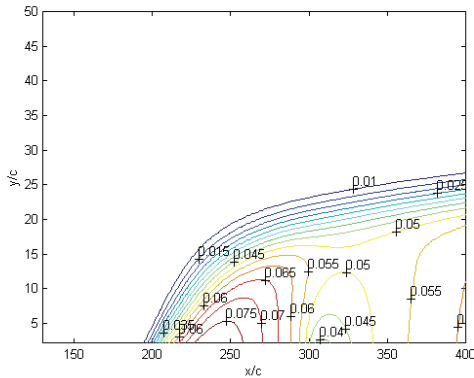


Fig. 6b Contours of condensate mass fraction around NACA0012 at  $M_\infty = 0.79$  at zero angle of attack

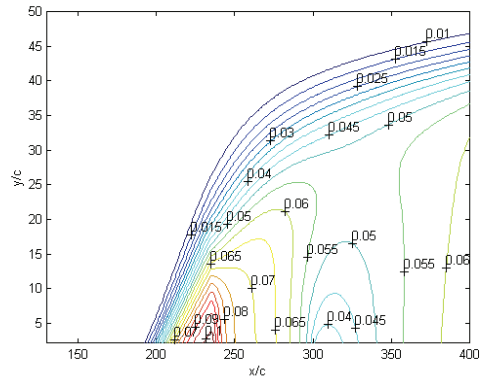


Fig. 6d Contours of condensate mass fraction around NACA0012 at  $M_\infty = 0.81$  at zero angle of attack

$M_\infty = 0.79$ 인 경우에는 약 3.3%,  $M_\infty = 0.80$ 인 경우에는 약 4%, 그리고  $M_\infty = 0.81$ 인 경우에는 약 1.3% 길이만큼 충격파의 위치가 선단 쪽으로 이동하였다. Fig. 5b는 익형 표면을 따라서 응축질량분율( $g/\omega_\infty$ )의 변화를 나타내고 있는데 수증기의 응축은 상류 마하수에 상관없이 선단으로부터 익형의 20.33% 위치에서부터 발생하여 마하수가 증가할수록 응축이 일어나는 범위는 감소하였다. 예를들어,  $M_\infty = 0.78$ 인 경우에는 약 42.7%에 해당하는 익형의 길이에 걸쳐서 응축이 발생하였지만  $M_\infty = 0.81$ 인 경우에는 익형의 약 36% 길이에 걸쳐서 응축이 발생하였다. 이는 충격파(shock wave)의 강도와 밀접한 관계가 있다.  $M_\infty = 0.81$ 과  $M_\infty = 0.80$ 에서는 강한 충격파가 형성되어 수증기(water vapor)의 응축과 응축수(condensate water)의 기화가 비교적 짧은 거리에서 일어났지만  $M_\infty = 0.79$ 과  $M_\infty = 0.78$ 에서는 약한 충격파가 형성되어 응축과 기화가 비교적 넓은 거리에서 완만하게 일어났음을 의미한다. 습공기 유동은 충격파를 지나면 속도는 느려지고

유동의 온도는 올라가기 때문에 응축수의 기화는 충격파를 지나면서 일어나기 시작하여 익형의 끝단까지 계속된다. 습공기 입자가 익형의 끝단을 지나 후류 영역에 접어들면 유동속도가 다시 증가하므로 수증기의 재 응축이 일어나는데 이러한 현상을 Fig. 5b에서 확인할 수 있다. 또한  $M_\infty = 0.81$ 에서 응축질량분율( $g/\omega_\infty$ )은 영에서부터 약 0.82까지 증가하였다. 이는 익형 표면 근처를 흐르는 습공기 입자 내에 있는 수증기의 82%가 응축되었음을 의미한다. 이 응축질량분율도 마하수가 증가할수록 증가하였으며  $M_\infty = 0.78$ 인 경우에는 약 0.6이었고  $M_\infty = 0.79$ 는 약 0.63 그리고  $M_\infty = 0.80$ 은 약 0.7 정도 되었다.

Fig. 6a - 6d는 상류 마하수 증가에 따른 익형 주위의 응축질량분율 등고선을 각각 나타내고 있으며,  $\Delta \bar{g} = 0.005$ 인 등 응축질량분율 선으로 구성되어 있다.  $3c \times 1.5c$  크기의 computational domain에서  $450(x$ 방향) $\times 300(y$ 방향)의 격자를 사용하였으므로  $x$ 축의 150은 NACA0012 익형의 선단 지점이

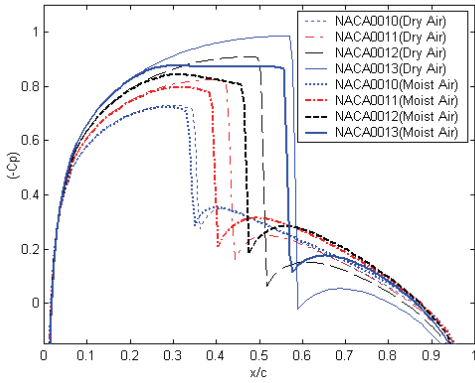


Fig. 7a Distribution of pressure coefficient along airfoil surface at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

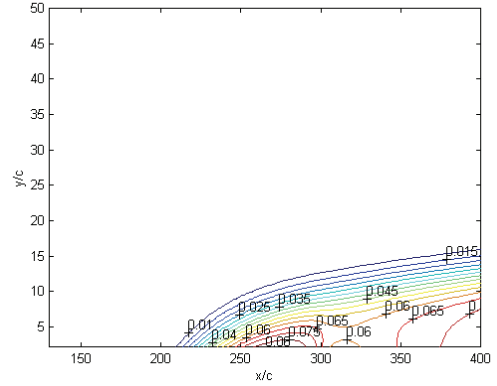


Fig. 8a Contours of condensate mass fraction around NACA0010 at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

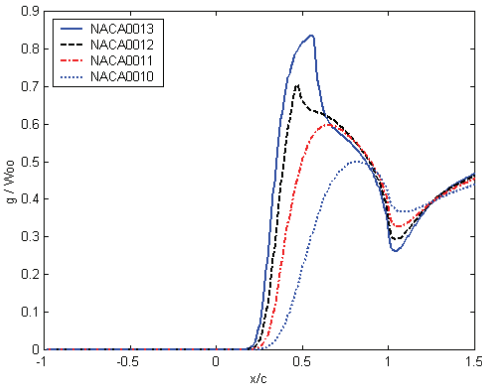


Fig. 7b Distribution of condensate mass fraction along airfoil surface at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

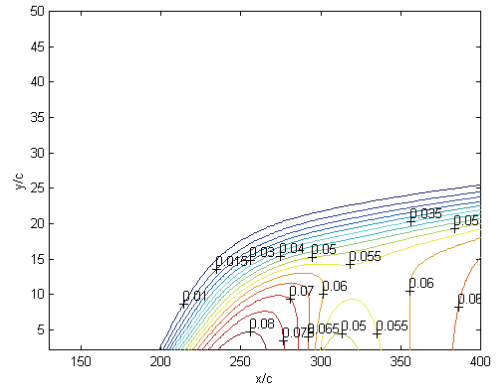


Fig. 8b Contours of condensate mass fraction around NACA0011 at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

고 300은 익형의 끝단 지점이 된다. 선단으로부터 익형의 20.33% 위치에서부터 생성된 응축질량분율이 유동의 흐름을 타고 익형 주위로 확산되고 있음을 확인할 수 있다. 또한 마하수가 증가할수록 확산의 범위는 증가하고 있으며 수증기의 응축이 더욱 활발하게 일어남을 알 수 있다. 후류영역에서도 응축현상이 일어나고 있지만 생성빈도는 상류 마하수에 관계 없이 미미함을 볼 수 있다.

Fig. 7a - 7b와 Fig. 8a - 8d는 익형 주위의 습공기 유동에서 익형의 두께비가 습공기 응축에 미치는 영향을 조사하기 위해 상류 마하수( $M_\infty = 0.80$ )를 고정시키고 익형의 두께비를 증가시킬 때 익형 표면( $j = 3/2$ )에서의 압력계수( $c_p$ )의 변화와 응축질량분율( $g/w_\infty$ )의 변화 그리고 익형 주위의 응축 질량분율 등고선을 각각 나타내고 있다.

Fig. 7a에서는 익형의 두께비가  $\epsilon = 0.10$ 부터  $\epsilon = 0.13$ 까지 증가할 때 건공기의 충격파 위치가 잠열의 영향으로 그 위치가 선단 쪽으로 이동하고 있음을 확인할 수 있다.

NACA0010인 경우 익형의 약 1.34% 길이만큼 선단 쪽으로 이동하였으며, NACA0011인 경우에는 약 4%, NACA0012인 경우에도 약 4%, 그리고 NACA0013인 경우에는 약 2% 길이만큼 충격파의 위치가 선단 쪽으로 이동하였다. Fig. 7b의 응축질량분율( $g/w_\infty$ )의 변화에서는 두께비가 감소할수록 응축의 시작 지점이 익형의 끝단 쪽으로 조금씩 지연되고 있음을 알 수 있다. 이는 익형 표면 근처를 흐르는 습공기 입자가 선단 정체점에서 가속되기 시작하여 일정 수준 속도까지 도달하는 데는 익형의 두께비가 얇을수록 더 많은 이동 거리가 필요하기 때문이다. 또한 익형의 두께비가 얇을수록 익형에 나타나는 충격파의 강도가 약하기 때문에 습공기의 응축과 응축수의 기화가 완만하게 일어나고 있다.  $\epsilon = 0.13$ 인 경우의 응축질량분율( $g/w_\infty$ )은 영에서부터 약 0.86까지 증가하였으며  $\epsilon = 0.12$ 인 경우에는 영에서부터 약 0.70까지 증가하였다. 따라서 익형의 두께비가 증가할수록 익형 표면에서의 응축현상은 현저하게 증가함을 알 수 있다.



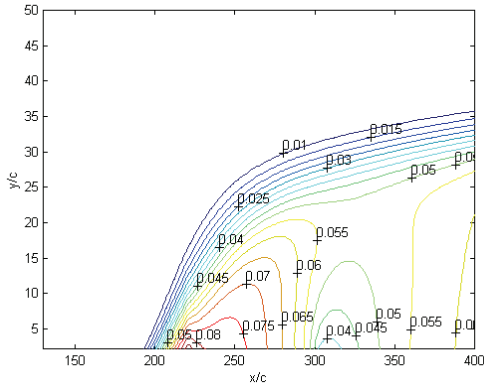


Fig. 8c Contours of condensate mass fraction around NACA0012 at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

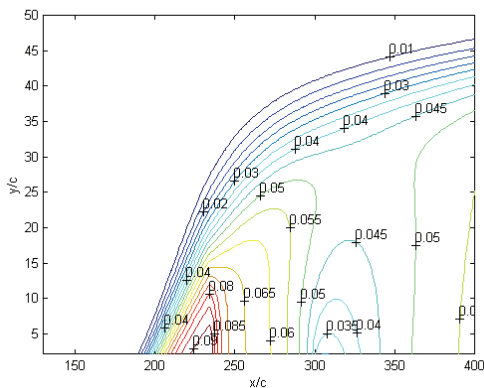


Fig. 8d Contours of condensate mass fraction around NACA0013 at  $M_\infty = 0.80$  at zero angle of attack

Fig. 8a - 8d는 익형의 두께비가 증가할 때 익형 주위의 응축질량분율 등고선을 각각 나타내고 있으며,  $\Delta \bar{g} = 0.005$ 인 등응축질량분율 선으로 구성되어 있다. 그림에서  $x$ 축의 150은 익형의 선단 지점이고 300은 익형의 끝단 지점이 된다. 그림에 나타났듯이 익형의 두께비가 증가할수록 익형 주위에서의 응축현상은 활발하게 일어나고 익형 주위로 확산되는 범위도 증가함을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

익형 주위를 흐르는 천음속 습공기 유동에서는 국소 온도 변화에 따라 수증기의 응축과 응축수의 기화 등이 반복적으로 일어나며 이러한 상변화에는 많은 잠열이 수반된다. 이 잠열은 익형 주위의 습공기 흐름에 전달되어 익형의 공력특성에 상당한 변화를 일으키며 이 잠열의 양 또한 마하수와 익

형 두께비의 크기에 따라 많은 영향을 받는다. 본 연구에서는 응축현상이 일어나는 얇은 익형 주위의 천음속 습공기 유동에서 상류 마하수의 영향과 익형 두께비의 영향을 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 익형의 두께비( $\epsilon = 0.12$ )를 고정시키고 상류 마하수 ( $M_\infty$ )를 증가시킬 때 수증기의 응축은 더욱 활발하게 일어났다. 마하수가 증가할수록 익형 주위에 더욱 강한 충격파가 형성되어 수증기의 응축과 응축수의 기화는 비교적 짧은 거리에서 급격하게 일어났으며, 약한 충격파가 나타나는 낮은 상류 마하수에서는 응축과 기화가 비교적 넓은 거리에서 완만하게 일어났다. 또한 상류 마하수가 증가할수록 응축질량분율도 증가하고 확산의 범위도 증가하였다.

2. 상류 마하수( $M_\infty = 0.80$ )를 고정시키고 익형의 두께비를 증가시킬 때 익형 표면에서의 응축현상은 현저하게 증가하였다. 익형의 두께비가 증가할수록 익형에 나타나는 충격파의 강도는 증가하므로 익형 두께비가 큰 경우에는 수증기의 응축과 기화는 짧은 거리에서 급격하게 일어났으며, 익형 두께비가 작은 경우에는 수증기의 응축과 기화는 완만하게 일어났다. 또한 두께비가 감소할수록 응축의 시작 지점이 익형의 끝단 쪽으로 조금씩 지연되었고 익형 주위로 확산되는 응축질량분율( $g/\omega_\infty$ )의 범위도 감소하였다.

#### 참고문헌

- [1] 1958, Wegener, P.P., and Mack, L.M., "Condensation in supersonic and hypersonic wind tunnels," *Advances in Applied Mechanics*, Vol.5, pp.307-447.
- [2] 1975, Wegener, P.P., "Nonequilibrium flow with condensation," *Acta Mechanica*, Vol.21, pp.65-91.
- [3] 1979, Hall, R.M., "Onset of condensation effects with an NACA 0012-64 airfoil tested in the Langley 0.3-meter transonic cryogenic wind tunnel technology," *NASA TP 1385*.
- [4] 1990, Schnerr, G.H. and Dohrmann, U., "Transonic flow around airfoils with relaxation and energy supply by homogeneous condensation," *AIAA Journal*, Vol.28, pp.1187-1193.
- [5] 1994, Schnerr, G.H. and Dohrmann, U., "Drag and lift nonadiabatic Transonic flow," *AIAA Journal*, Vol.32, pp.101-107.
- [6] 1964, Wegener, P.P. and Pouring, A.A., "Experiments on condensation of water vapor by homogeneous nucleation in nozzles," *Physics of Fluids*, Vol.7, pp.352-361.
- [7] 1966, Hill, P.G., "Condensation of water vapor during supersonic expansion in nozzles," *Journal of Fluid*

- Mechanics*, Vol.25, pp.593-620.
- [8] 1989, Peters, F. and Paikert, B., "Nucleation and growth rates of homogeneously condensing water vapor in argon from shock tube experiments," *Experiments in Fluids*, Vol.7, pp.521-530.
- [9] 1969, Zierep, J., "Schallnahe stromungen mit wamezufuhr," *Acta Mechanica*, Vol.8, pp.126-132.
- [10] 1993, Schnerr, G.H., and Mundinger, G., "Similarity drag and lift in transonic flow with given internal heat addition," *European Journal of Mechanics*, B/Fluids, Vol.12,5, pp.597-612.
- [11] 1939, Volmer, M., "Kinetik der Phasenbildung," *Steinopff-Verlag, Leipzig*.
- [12] 2000, Rusak, Z. and Lee, J.C., "Transonic flow of moist air around a thin airfoil with nonequilibrium and homogeneous condensation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.403, pp.173-199.
- [13] 1971, Murman, E.M. and Cole, J.D., "Calculation of plane study transonic flows," *AIAA Journal*, Vol.9, pp.114-121.