

다중 대역 소자 응용을 위한 다단 계단형 임피던스 공진기의 해석

Analysis of Multi-stage Stepped Impedance Resonator for Application of Multi-band Devices

윤 태 순*
(Tae-Soon Yun)

요 약

본 논문에서는 다양한 초고주파 시스템에서 SIR의 다양한 응용을 위해 반파장 공진기로 증가되는 다단 SIR의 입력 임피던스를 통해 각 단의 전기적 길이 및 고차 하모닉 주파수를 계산하였다. 다단 SIR의 크기 감소율은 단수의 증가에 따라 다소 감소하고 임피던스 비에 의해 지배적으로 영향을 받으며, 하모닉 특성은 단수에 따른 변화가 미미하며 임피던스 비가 작아질수록 기본 공진주파수에서 멀어지게 된다. 또한, 다단 SIR의 등가 임피던스는 가장 낮은 특성 임피던스와 가장 높은 특성 임피던스의 기하평균 값을 가지며 Q 값은 반파장 공진기와 유사한 특성을 보였다.

Abstract

In this paper, each electrical length and harmonics of the multi-stage SIR are calculated by using the input impedance for the variable application of SIR in the microwave systems. The size reduced ratio of the SIR is slightly reduced as increasing of the number of stage. The impedance ratio between lower and higher impedance of the SIR has the dominant effect on the size reduced ratio and harmonic characteristics. Also the equivalent impedance of the SIR is a geometric mean between lower and higher impedance and the quality factor of the SIR is similar to the half-wavelength resonator's.

Key words : SIR, multi-stage, electrical length, harmonic, equivalent impedance

I. 서 론

초고주파 시스템에서 원하는 주파수를 선택하거나 임의의 주파수를 제거하기 위해 사용되는 필터는 매우 중요한 소자라 할 수 있다. 이러한 필터는 공진기로 구성되기 때문에 공진기의 특성이 필터의

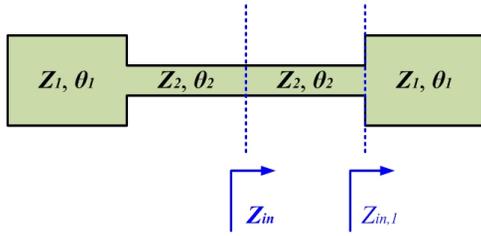
특성을 결정짓는 중요한 요소가 된다. 필터의 특성을 개선하기 위해 다양한 공진기가 연구되고 있는데, 그 중에 계단형 임피던스 공진기(SIR: stepped impedance resonator)는 반파장 전송 선로를 이용한 일반적인 공진기의 선로 임피던스(impedance)를 <그림 1>과 같이 다르게 하여 ($z_1 \neq z_2$) 필터의 특성을

* 주저자 : 호남대학교 이동통신공학과 조교수

† 논문접수일 : 2012년 7월 16일

† 논문심사일 : 2012년 9월 2일

† 게재확정일 : 2012년 9월 11일



〈그림 1〉 SIR의 기본 구조
(Fig. 1) Basic structure of a SIR

개선하기 위해 많은 응용이 되고 있다[1-6]. 즉, <그림 1>에서 공진기의 끝단 부분의 특성 임피던스를 가운데 부분보다 작게 할수록 ($z_1 < z_2$) 공진기의 전체 전기적 길이(electrical length)는 일정한 임피던스를 갖는 공진기보다 작아지게 된다[1-2].

SIR의 다른 장점은, 일반적인 반파장 공진기가 기본 공진 주파수의 n배로 하모닉(harmonic)을 발생시키는 반면, SIR은 임피던스 비 ($\Delta = z_1/z_2$)에 의해 하모닉 주파수를 가변할 수 있다는 것이다. 연구된 바에 의하면, 임피던스 비가 1보다 작을수록 ($\Delta < 1$) 하모닉은 기본 공진 주파수에서 멀어지게 되고, 임피던스 비가 1보다 클수록 하모닉은 기본 공진 주파수에 가까워지게 된다. 임피던스 비를 매우 작게 하거나 하모닉 특성이 서로 다른 SIR들을 사용하여 필터를 설계하게 되면 하모닉이 억압된 필터를 만들 수 있다[2-4]. 또한, 원하는 하모닉을 만족하는 SIR을 이용하여 기본 공진 주파수와 1차 하모닉에서 주파수를 선택하는 이중 대역 필터를 설계할 수 있으며[5-6], 이를 이용하여 이중 대역의 커플러도 설계가 가능하다[7].

본 논문에서는 많이 응용이 되고 있는 SIR의 정확한 하모닉 주파수를 계산할 수 있는 공식을 제공하고자 한다. 또한, 일반적으로 SIR은 2단으로 사용되고 있는데, 다단 SIR의 특성을 해석하여 상용화되고 있는 여러 시스템의 주파수(1.8GHz, 2GHz, 2.4GHz 등)와 ITS 시스템의 주파수(5.8GHz)를 선택할 수 있는 다중 대역 필터 설계에 도움이 되고자 한다.

II. 2단 SIR의 특성

SIR의 기본 구조는 <그림 1>에 나타난 바와 같다 [4]. 2단 SIR을 해석하기 위해 공진기의 끝은 개방되어 있다고 가정하고, 공진기 가운데에서 <그림 1>과 같이 입력 임피던스(z_{in})를 계산하면 다음과 같다.

$$z_{in,1} = z_1 \frac{z_L + jz_1 \tan \theta_1}{z_1 + jz_L \tan \theta_1} = -jz_1 \cot \theta_1 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} z_{in} &= z_2 \frac{z_{in,1} + jz_2 \tan \theta_2}{z_2 + jz_{in,1} \tan \theta_2} \\ &= -jz_2 \frac{z_1 - z_2 \tan \theta_1 \tan \theta_2}{z_1 \tan \theta_2 + z_2 \tan \theta_1} \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서 SIR이 공진하려면 입력 임피던스는 0 또는 무한대가 되어야 하므로 SIR의 기본 공진 주파수 (f_0)를 만족하는 전기적 길이는 다음 식을 통해 계산된다.

$$\tan \theta_1 \tan \theta_2 = \frac{z_1}{z_2} = \Delta \quad (3)$$

이 때, 2단 SIR의 총 전기적 길이는 $2(\theta_1 + \theta_2)$ 이 되고, 이를 통해 SIR의 크기 감소율을 계산할 수 있다.

$$\%_{R.S.} = 1 - \frac{2(\theta_1 + \theta_2)}{\pi} = 1 - \frac{2(\theta_1 + \theta_2)}{\pi} \quad [\%] \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)에서 각 부분의 전기적 길이가 동일할 때 ($\theta_1 = \theta_2 = \theta$), 크기 감소율이 가장 크게 되고, 임피던스 비가 증가할수록 감소율도 증가함을 알 수 있다. 즉, 소형 필터를 설계하기 위해서는 각 부분의 전기적 길이를 동일하게 하고 임피던스 비를 크게 하면 된다[4].

2단 SIR의 하모닉 주파수를 계산하기 위해 각 부분의 전기적 길이가 동일하다고 가정하여 ($\theta_1 = \theta_2 = \theta$) 식 (2)를 다시 쓰면

$$z_{in} = -j \frac{z_2}{\tan \theta} \cdot \frac{\Delta - \tan^2 \theta}{\Delta + 1} \quad (5)$$

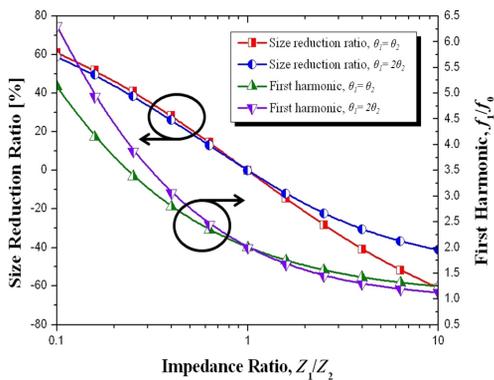
이 되고, 식 (5)에서 입력 임피던스가 0 또는 무한대의 값을 갖는 전기적 길이를 계산하면 다음과 같다.

$$\theta = \begin{cases} \frac{n\pi}{2} \\ n\pi \pm \tan^{-1} \sqrt{\Delta} \end{cases} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (6)$$

위 식 (6)을 통해 2단 SIR의 하모닉 주파수를 계산할 수 있는데, 표 1은 다양한 임피던스 비에 따른 하모닉 주파수를 나타내었다.

〈표 1〉 2단 SIR의 하모닉 주파수

Δ	f_1/f_0	f_2/f_0	f_3/f_0	f_4/f_0	f_5/f_0
0.2	3.735	6.470	7.470	8.470	11.206
0.4	2.785	4.571	5.571	6.571	8.356
0.6	2.383	3.767	4.767	5.767	7.150
0.8	2.153	3.305	4.305	5.305	6.458
2	1.644	2.289	3.289	4.289	4.933
4	1.419	1.838	2.838	3.838	4.256
6	1.328	1.655	2.655	3.655	3.983
8	1.276	1.552	2.552	3.552	3.828



〈그림 2〉 임피던스 비에 따른 2단 SIR의 크기 감소율 및 하모닉 주파수

〈Fig. 2〉 Size reduction ratio and 1st harmonic of 2-stage SIR according to the impedance ratio

〈표 1〉에서 나타낸 바와 같이 SIR의 하모닉은 임피던스 비가 1보다 작아질수록 기본 공진 주파수에서 멀어지고 임피던스 비가 1보다 커질수록 기본 공진 주파수에서 가깝게 나타난다.

〈그림 2〉는 Z_1 과 Z_2 부분의 전기적 길이가 동일한 경우와 전기적 길이가 2배인 경우에 대해 2단 SIR의 크기 감소율과 하모닉의 크기를 나타내었다. 임피던스 비가 1보다 작다면 전기적 길이 차이에 따른 변화는 거의 없고, 임피던스 비가 1보다 큰 경우에는 높은 특성 임피던스를 갖는 가운데 부분의 전기적 길이가 길수록 크기 감소율은 더 커지게 된다. 또한, 임피던스 비가 1보다 큰 경우는 전기적 길이에 무관하게 거의 동일한 하모닉 특성을 보이거나, 임피던스 비가 1보다 작아지게 되면 Z_1 과 Z_2 부분의 전기적 길이가 동일할 때 기본 공진 주파수와 더 가까운 하모닉을 가지게 된다.

Ⅲ. 다단 SIR의 특성 해석

1. 다단 SIR의 크기 감소율 및 하모닉 특성 해석

다양한 SIR의 크기 감소율 및 하모닉 특성을 살펴보기 위해 n 단으로 구성된 다단 SIR의 모든 단의 전기적 길이는 θ 로 동일하다고 가정하고, 2단 SIR과 동일하게 SIR의 가운데 부분에서의 입력 임피던스를 계산한다.

$$z_{in,1} = -j \frac{z_1}{\tan \theta} = -j z_1 \cdot \frac{N_1}{D_1}$$

$$z_{in,2} = -j z_2 \frac{z_1 \frac{N_1}{D_1} - z_2 \tan \theta}{z_2 + z_1 \tan \theta \cdot \frac{N_1}{D_1}}$$

$$= -j z_2 \frac{\Delta_1 \frac{N_1}{D_1} - \tan \theta}{1 + \Delta_1 \tan \theta \cdot \frac{N_1}{D_1}}$$

$$= -j z_2 \frac{\Delta_1 N_1 - \tan \theta \cdot D_1}{\Delta_1 \tan \theta \cdot N_1 + D_1} = -j z_2 \cdot \frac{N_2}{D_2} \quad (7)$$

$$z_{in} = -j z_n \frac{\Delta_{n-1} N_{n-1} - \tan \theta \cdot D_{n-1}}{\Delta_{n-1} \tan \theta \cdot N_{n-1} + D_{n-1}} = -j z_n \cdot \frac{N_n}{D_n}$$

위 식 (7)에서 Δ_k 는 k 번째 단과 $(k+1)$ 번째 단의 임피던스 비를 나타낸다. 식 (7)에서 입력 임피던스의 분자와 분모는 다음의 행렬식을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} N_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{n-1} & -\tan\theta \\ \Delta_{n-1}\tan\theta & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta_{n-2} & -\tan\theta \\ \Delta_{n-2}\tan\theta & 1 \end{bmatrix} \times \dots \times \begin{bmatrix} \Delta_1 & -\tan\theta \\ \Delta_1\tan\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

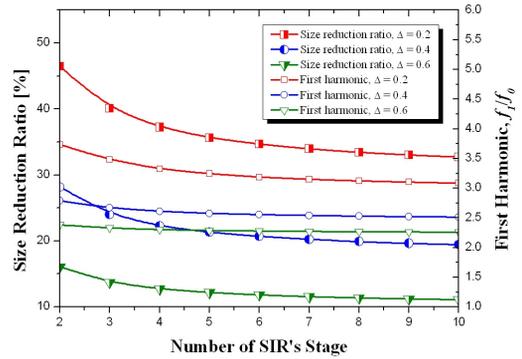
식 (8)에서 N_1 과 D_1 은 SIR의 첫 단계에서의 입력 임피던스에서 주어지는 것 식(7)에 나타난 바와 같다. SIR이 공진하기 위해서는 입력 임피던스가 0 또는 무한대가 되어야 하므로, 식 (8)의 N_n 또는 D_n 이 0 또는 무한대가 되어야 한다. 이러한 조건을 만족하는 θ 를 구했을 때, 기본 공진 주파수를 만족하는 θ 및 첫 하모닉 (f_1)은 다음과 같은 조건에서 구해진다.

$$\begin{aligned} \theta_{f_0} &\leftarrow N_n = 0 \\ \theta_{f_1} &\leftarrow D_n = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 통해 다단 SIR의 전기적 길이 및 하모닉을 구하면 <표 2>와 같다.

<표 2> 다단 SIR의 전기적 길이 및 하모닉

n	$\Delta=Z_1/Z_n=0.2$			
	θ [deg]	$\%_{S,R}$ [%]	f_1/f_0	f_2/f_0
2	24.095	46.5	3.735	6.470
3	17.975	40.1	3.476	5.007
4	14.120	37.2	3.326	4.725
5	11.582	35.7	3.241	4.587
6	9.802	34.7	3.188	4.507
7	8.493	33.9	3.150	4.452
8	7.489	33.4	3.124	4.415
9	6.698	33.0	3.102	4.386
10	6.057	32.7	3.086	4.363



<그림 3> 다단 SIR의 단수에 따른 크기 감소율 및 하모닉 주파수

<Fig. 3> Size reduction ratio and 1st harmonic of SIR according to the number of SIR's stage

<표 2>는 SIR의 끝단과 SIR 가운데에 위치한 단의 임피던스 비 ($\Delta=Z_1/Z_n$)가 0.2인 경우의 SIR의 전기적 길이 및 하모닉 특성이다. 이 때, 각 단의 임피던스 증가 비율은 동일하게 설정하였다. ($\Delta_1=\Delta_2=\dots=\Delta_n$) SIR의 단수가 증가할수록 SIR의 크기 감소율은 줄어들고, 하모닉 주파수는 기본 공진 주파수에 가까워짐을 표에서 알 수 있다. SIR의 임피던스 비가 변화하였을 때의 크기 감소율 및 첫 하모닉 주파수는 <그림 3>에 나타내었다.

<그림 3>에는 임피던스 비가 0.2, 0.4, 0.6인 경우를 나타내었다. SIR의 단수의 증가에 따른 변화는 크기 감소율은 작아지고 하모닉은 큰 변화없이 조금씩 기본 공진 주파수에 가까워지게 된다. 5단 이상의 SIR에서는 크기 감소율 및 하모닉 특성은 큰 변화가 없고 임피던스 비가 SIR의 특성을 결정짓는 지배적인 요소가 된다.

2. 다단 SIR의 등가 임피던스

SIR이 초고주파 시스템에서 공진기, 필터, 안테나 등에 응용될 때, 때로는 공진기의 등가 임피던스를 구하여 정확한 임피던스로 설계할 필요가 있다. 따라서, 본 논문에서는 SIR의 등가 임피던스를 계산하였다. 등가 임피던스를 계산하기 위해서는 앞서 부하 저항을 무한대로 한 것과 달리 임의의 부하

저항 ($Z_L = \alpha_L + j\beta_L$)이 연결되었다고 가정하고 입력 임피던스를 계산하면 다음과 같다.

$$z_{m,1} = z_1 \frac{z_L + jz_1 \tan \theta}{z_1 + jz_L \tan \theta} = \alpha_1 + j\beta_1$$

$$\alpha_1 = z_1^2 \alpha_L \frac{1 + \tan^2 \theta}{(z_1 - \beta_L \tan \theta)^2 + (\alpha_L \tan \theta)^2}$$

$$\beta_1 = z_1 \frac{(z_1^2 - \alpha_L^2 - \beta_L^2) \tan \theta + \beta_L z_1 (1 - \tan^2 \theta)}{(z_1 - \beta_L \tan \theta)^2 + (\alpha_L \tan \theta)^2} \quad (10)$$

$$z_{m,n} = \alpha_n + j\beta_n$$

$$\alpha_n = z_n^2 \alpha_{n-1} \frac{1 + \tan^2 \theta}{(z_n - \beta_{n-1} \tan \theta)^2 + (\alpha_{n-1} \tan \theta)^2}$$

$$\beta_n = z_n \frac{(z_n^2 - \alpha_{n-1}^2 - \beta_{n-1}^2) \tan \theta + \beta_{n-1} z_n (1 - \tan^2 \theta)}{(z_n - \beta_{n-1} \tan \theta)^2 + (\alpha_{n-1} \tan \theta)^2} \quad (11)$$

SIR은 반파장 공진기로 증가될 수 있으므로 등가 임피던스는 다음 식에 의해 계산될 수 있다.

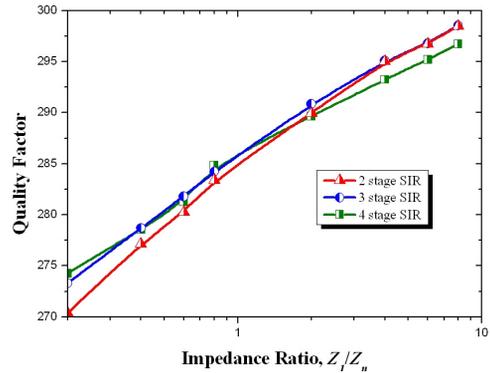
$$Z_{eq} = \sqrt{Z_{in,n} \cdot Z_L} \quad (12)$$

식 (10) - (12)를 통해 구한 SIR의 등가 임피던스는 <표 3>과 같다.

<표 3>에서 알 수 있듯이 SIR의 단수가 증가하더라도 등가 임피던스의 변화는 미미하고 SIR의 가장 낮은 임피던스와 가장 높은 임피던스의 기하 평균 값과 동일함을 확인할 수 있다.

표 3. 다단 SIR의 등가 임피던스

Z_{Low}	Z_{High}	$\frac{Z_L}{Z_H}$	n		$\sqrt{Z_L \cdot Z_H}$
			2	10	
20	100	0.2	44.720	44.721	44.721
40	80	0.5	56.569	56.569	56.569
50	100	0.5	70.711	70.711	70.711
100	50	2	70.710	70.711	70.711
80	40	2	56.568	56.569	56.569
100	20	5	44.721	44.721	44.721



<그림 4> 임피던스 비에 따른 다단 SIR의 Q 값 (Fig. 4) Quality factor of multi-stage SIR as impedance ratio

3. 다단 SIR의 Q 값

일반적으로 공진기의 Q 값은 공진 주파수를 반 전력 대역폭으로 나눠 계산된다. 본 논문에서는 40 dB의 손실을 갖는 낮은 결합도(loose coupling)로 SIR을 연결하여 Q 값을 계산하였다. SIR의 Q 값 계산에는 유전율 2.54, 유전체 두께 0.76mm, 유전체 손실 0.0023의 테프론 기판을 이용하였다.

<그림 4>는 2단, 3단 및 4단 SIR에 대해 임피던스 비에 따른 Q 값을 나타내었다. SIR의 Q 값은 단수에는 거의 무관하게 나타났으며, SIR의 가장 낮은 임피던스와 가장 높은 임피던스의 비가 증가할수록 조금씩 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나, 본 논문에서 사용한 유전체 기판에서 특성 임피던스를 갖는 (50 ohm) 일정한 임피던스의 반파장 공진기의 Q 값이 288이므로, SIR의 Q 값은 반파장 공진기와 큰 차이를 보이지는 않았다.

IV. 결 론

본 논문에서는 다단 SIR을 해석하기 위해 반파장 공진기로 증가되는 SIR의 입력 임피던스를 계산하여 다단 SIR에서 각 단의 전기적 길이를 계산하였고, 이를 통해 반파장 공진기에 대한 SIR의 크기 감소율을 알 수 있었다. 또한, 다양한 이중 대역 소자에 응용될 수 있도록 다단 SIR의 하모닉 주파수를

계산하였다. 다단 SIR의 크기 감소율은 단수의 증가에 따라 다소 감소하고 SIR의 가장 낮은 특성 임피던스를 갖는 단과 가장 높은 특성 임피던스를 갖는 단의 임피던스 비에 의해 지배적으로 영향을 받는다. 다단 SIR의 하모닉 특성은 단수에 의한 영향은 거의 없으며 임피던스 비가 작아질수록 기본 공진 주파수에서 멀어지게 된다.

한편 다단 SIR의 등가 임피던스는 가장 낮은 특성 임피던스를 갖는 단과 가장 높은 특성 임피던스를 갖는 단의 임피던스의 기하평균 값을 만족하고 다단 SIR의 Q 값은 반파장 공진기와 유사하며 임피던스 비에 따라 다소 증가하는 추세를 보였다.

본 논문에서 제시된 다단 SIR의 해석을 통해 삼각형 공진기 또는 래디얼 스텐브(radial stub) 형태의 공진기를 해석할 수 있으며, 초고주파 시스템에서 이중 대역 및 다중 대역 소자의 설계를 용이하게 할 수 있으리라 기대한다.

참고문헌

[1] M. Mokhtaari, J. Bornemann, and S. Amari, "Folded Compact Ultra-Wideband Stepped-Impedance Resonator Filters," *Int. Microw. Symp. MTT-S*, pp.747-750, June 2007.

[2] J. R. Crute and L. Davis, "A Compact Microstrip Interdigital Stepped-Impedance Bandpass Filter

With Enhanced Stopband," Microw. Optical Tech. Lett., vol. 34, no. 5, pp.336-340, Sept. 2002.

[3] R. Lerdwanittip, A. Namsang, and P. Akkaraekthalin, "Bandpass Filters using T-shape Stepped Impedance Resonators for Wide Harmonics Suppression and their Application for a Diplexer," *J. Semicon. Tech. Scie.*, vol. 11, no. 1, pp.65-72, Mar. 2011.

[4] J. Kuo and E. Shih, "Microstrip Stepped Impedance Resonator Bandpass Filter With an Extended Optimal Rejection Bandwidth," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 51, no. 5, pp.1554-1559, May 2003.

[5] K. Chin and J. Yeh, "Dual-WideBand Bandpass Filter Using Short-Circuited Stepped-Impedance Resonators," *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, vol. 19, no. 3, pp.155-157, Mar. 2009.

[6] B. Wu, C. Liang, P. Qin, and Q Li, "Compact Dual-Band Filter Using Defected Stepped Impedance Resonator," *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, vol. 18, no. 10, pp.674-676, Oct. 2008.

[7] K. Chin, K. Lin, Y. Wei, T. Tseng, and Y. Yang, "Compact Dual-Band Branch-Line and Rat-Race Couplers With Stepped-Impedance-Stub Lines," *IEEE Trans Microw. Theory Tech.*, vol. 58, no. 5, pp.1213-1221, May 2010.

저자소개



윤 태 순 (Yun, Tae-Soon)

2010년 3월 ~ 현재 : 호남대학교 이동통신공학과 조교수
 2008년 10월 ~ 2010년 2월 : 광운대학교 BK 사업단 연구교수
 2007년 10월 ~ 2008년 9월 : The SUNY at Buffalo Post. Doc.
 2006년 9월 ~ 2007년 8월 : 광운대학교 BK 사업단 Post. Doc.
 2006년 8월 : 광운대학교 전자공학과 공학박사 졸업
 2002년 2월 : 광운대학교 전자공학과 공학석사 졸업
 2000년 2월 : 국민대학교 전자공학과 공학사 졸업