한국수학사학회지 *The Korean Journal for History of Mathematics*
제24권 제4호 (2011년 11월), 7–20

朝鮮의 勾股術과 방정식론

Gou Gu Shu and Theory of equations in Chosun

윤혜순 Hye Soon Yun

이 논문은 18∼19세기 朝鮮算學者의 산서인 洪正夏의 九一集, 南秉吉의 劉氏勾股術要圖解, 李尙爀의 借根方蒙求에 들어있는 勾股術을 사용한 방정식 구성을 조사하여 朝鮮算學의 발전과정을 밝혀내는 것을 목적으로 한다. 중인 산학자 洪正夏의 위대한 업적이 제대로 전승되지 못하여 조선산학의 발전에 기여하지 못한 것을 드러낸다.

Investigating constructions of equations by Gou gu shu(勾股術) in Hong Jung Ha(洪正夏)'s GuIlJib(九一集), Nam Byung Gil(南秉吉)'s YuSiGuGoSulYoDoHae(劉氏勾股術要圖解) and Lee Sang Hyuk(李尙爀)'s ChaGeunBangMongGu(借根方蒙求), we study the history of development of Chosun mathematics. We conclude that Hong's greatest results have not been properly transmitted and that they have not contributed to the development of Chosun mathematics.

Keywords: Chosun Mathematics(朝鮮 算學), Gou Gu Shu(勾股術), Hong Jung Ha(洪正夏), Nam Byung Gil(南秉吉), Lee Sang Hyuk(李尙爀)

1 서론

중국의 산서 九章算術(Jiu zhang suan shu, [2, 5])과 周髀算經(Zhou bi suan jing, [2, 5])에서 비롯된 勾股術은 동양수학에서 가장 중요한 내용 중 하나이다. 勾股란 직각삼각형을 뜻하며 직각삼각형의 빗변을 弦, 직각을 낀 두 변 중에서 긴 변을 股, 짧은 변을 勾라고 한다. 중국과 조선의 대부분의 산서에서 勾股, 즉 직각삼각형의 변들 사이의 관계와 측량에 관련한 문제들을 다루며 특히, 방정식을 세우는데도 勾股術을 사용한다. 勾股術은 오늘날 피타고라스 정리로 알려진 직각삼각형의 세 변의 길이의 관계를 이용한 문제 해결에서 벗어나 직각삼각형의 세 변들 사이의 문제와 이에 내접하는 직사각형과 원의 문제를 대수적으로 해결하고 있다 [2, 5, 13]. 九章算術은 少廣章에서 제곱근과 세제곱근을 구하는 방법을 도입하여 $ax^2 = b$, $ax^3 = b$ 형태의 방정식의 해를 구한다. 勾股章에서 직각삼각형을 풀어내는 방법으로 면적을 구하는 과정에서 얻어지

MSC: 01A25, 01A45, 01A50, 01A55
제출일: 10월 7일 수정일: 11월 14일 게재확정일: 11월 17일

는 다항식의 연산을 사용하여 소광장의 방법으로 문제를 해결하고, 1차항이 있는 일반 2차방정식도 한 문제를 구성하였다. 唐代 王孝通(Wang Xiao Tong)의 輯古算經(Ji gu suan jing, [2, 5])은 직각삼각형의 변에 관한 문제를 일반 3차방정식과 4차방정식을 구성하여 해결하고 있다. 방정식의 구성과 해법 과정이 모두 생략되어 13세기 천원술이 도입되므로 輯古算經이 제대로 이해가 되었다. 현재 전해지는 일반 다항방정식은 모두 13세기 산서들에 처음 들어있다. 勾股術을 통한 방정식의 구성은 朝鮮算學에서 또한 다양한 방법으로 나타난다 [8, 9].

본 논문에서는 18∼19세기 朝鮮算學者의 산서인 洪正夏(1864∼?)의 九一集(1724, [6, 12]), 南秉吉(1820∼1869)의 劉氏勾股術要圖解 [1, 6], 李尙爀(1810∼?)의 借根方蒙求(1855, [4, 6])에 들어있는 勾股術을 사용한 방정식 구성의 여러 가지 유형에 관하여 조사한다. 구고술과 방정식론에 접근하는 방법이 저자에 따라 매우 다른 것을 보여서 완벽하게 정리된 洪正夏의 결과가 제대로 전해지지 않았음을 밝혀낸다.

2 洪正夏의 九一集

조선의 산학자 洪正夏(1684∼?)의 저서인 九一集은 제1–8권 20門과 제9권 잡록으로 이루어져 있는데 이 중에 제5권 勾股互隱門에서 직각삼각형에 관련된 문제 78문항을 다루고 있다 [6, 12]. 여기서 洪正夏는 勾股術을 이용한 방정식의 구성을 세 가지 유형으로 분류한다. 첫 번째 유형은 구장산술의 방법으로 일반 2차방정식이 도입되기 전에 넓이를 이용한 다항식의 연산 형태를 사용한 해법, 두 번째 유형은 $a+b$와 ab를 알 때, 또는 $a-b$와 ab를 알 때 2차방정식의 구성, 끝으로 天元術을 이용한 방정식의 구성이다 [3].

2.1 첫 번째 유형: 넓이를 이용한 다항식의 연산형태를 사용한 해법

(1) 勾股互隱門의 第5問

今有蓮二莖生池中 出水長六尺 一莖爲風所觸斜至岸二十四尺 問水深蓮長各若千

答曰 水深四十五尺 蓮長五十一尺

지금 연못에서 연 두 줄기가 자라서 물 위로 6자 올라왔다. 그 중 한 줄기는 바람에 밀리어 그 곳에서 24자 되는 연못가에 끝이 닿았다. 물의 깊이와 연 줄기의 길이는 얼마인가?

法曰 置去岸[二十四尺] 爲勾自乘得五百七十六尺 另以出水六尺 爲股較自乘 得[三十六尺] 減之 餘[五百四十]爲實 以較[六尺]倍作[一十二尺] 爲法 除之得水深 加較得蓮長 合問

이 문제 풀이에 의하면, 물의 깊이를 股[1](b)로 할 때 연의 길이 弦(c), 연에서 가장자리까지의 길이가 勾(a)이고 $c-b=6$, $a=24$이다. 문제의 조건을 勾股術을 이용하여 정사각형의 넓이로 나타내면 <그림1>과 같다. <그림1>에서 얻어지는 등식

$$c^2-b^2=(c-b)^2+2b(c-b)\text{과}\quad c^2-b^2=a^2\text{에서}$$

$$a^2-(c-b)^2=2b(c-b)$$

를 얻어

$$2b=\frac{24^2-6^2}{6}$$

이므로

$$b=45$$

이다.

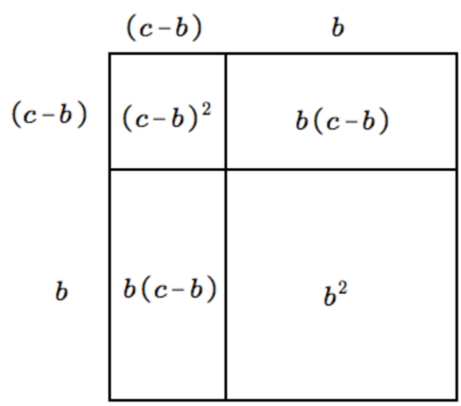

그림 1: 勾股互隱門의 第5問의 圖解

(2) 勾股互隱門**의** 第**14**問

今有勾弦差二十七尺 股弦差六尺 問勾股弦若干

答曰 勾二十四尺 股四十五尺 弦五十一尺

1) 본 논문에서는 직각삼각형의 勾를 a, 股를 b, 弦을 c로 나타낸다.

지금 구와 현의 차는 27자이고 고와 현의 차는 6자이다. 勾, 股, 弦의 길이는 각각 얼마인가?

法曰 兩差相乘倍之[得三百二十四]爲實 平方開之 得一十八尺[卽弦較較] 加於勾弦差 得股[四十五尺] 加於股弦差 得勾[二十四尺] 又加勾弦差 卽弦[五十一尺] 合問

이 문제의 풀이는 <그림2>로 나타내어 설명할 수 있다. <그림 2>는 甲丁 = c, 丙己 = b, 甲辛=a이다. $a^2+b^2=c^2$과 함께 <그림2>에서 사각형 子癸丑戊의 넓이는 사각형 丁庚子辛의 넓이와 사각형 丑己乙壬의 넓이의 합이 된다. 즉, 이 문제는 $c-b$와 $c-a$를 알 때 a, b, c를 구하는 문제로

$$(a+b-c)^2 = 2(c-a)(c-b)$$

를 이용하여 弦較較인 $a+b-c$를 먼저 구한 후,

$$(a+b-c)+(c-a)+(c-b)=c$$
$$(a+b-c)+(c-a)=b$$
$$(a+b-c)+(c-b)=a$$

를 이용하여 a, b, c를 구한다. 위의 (1), (2)의 예는 넓이를 이용하여 다항식 연산형태로 문제를 해결한 것이다.

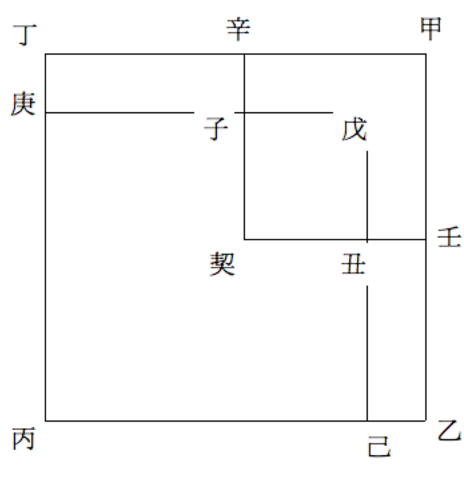

그림 2: 勾股互隱門의 第14問의 圖解

2.2 두 번째 유형 : $a+b(a-b)$ 와 ab 를 알 때 2차방정식의 구성

(1) 勾股互隱門**의** 第**26**問

今有勾股田 積五百四十尺 只云 弦五十一尺 問勾股若干

答曰 勾二十四尺 股四十五尺

지금 勾股田의 넓이는 540자이다. 단, 弦은 51자라고 한다. 勾와 股는 얼마인가?

法曰 置積四因[得二千一百六十尺] 以減於弦自乘[二千六百一尺] 餘[四百四十一尺]爲實 平方開之 得勾股差[二十一尺] 另列積倍之爲實 以差爲從方 以帶從平方開得勾 加差得股 合問

一法 置積倍之自乘[得一百一十六萬六千四百尺]爲實 另置弦自乘[得二千六百一]爲從方 以減從平方開之 得勾冪[五百七十六尺] 就爲實 以平方開之 得勾[二十四尺] 以勾除倍積 亦得股

위의 문제는 ab와 c를 알 때 방정식을 구성하는 것이다. 洪正夏는 이 문제를 두 가지 방법으로 설명하였다. 한 가지 방법은 넓이의 4배인 $2ab$를 弦의 제곱에서 빼면

$$c^2 - 2ab = a^2 + b^2 - 2ab = (b-a)^2$$

이다. 이 식에서 $b-a$를 구하고 勾股田 넓이의 2배인 ab를 이용하여 2차방정식을 구성한다. 이 방법은 $a+b$와 ab가 주어지거나 $b-a$와 ab가 주어질 때 2차방정식의 가장 기본 형태인 세 가지 형태의 방정식

$$x^2 - (a+b)x + ab = 0$$

$$x^2 - (b-a)x - ab = 0$$

$$x^2 + (b-a)x - ab = 0$$

중 하나이다. 이때, 위에서 사용한 등식은 세 번째 유형에 속하는 방법으로 증명이 된다.

다른 한 가지 방법은 넓이의 2배의 제곱인 a^2b^2과 $c^2 = a^2 + b^2$을 이용하여 a^2, b^2을 근으로 가지는 2차방정식

$$x^2 - c^2x + a^2b^2 = 0$$

을 구성하여 a, b를 구한다. 이 방법은 위의 첫 번째 유형으로 방정식에서 근과 계수와의 관계로도 설명할 수 있다.

2.3 세 번째 유형: 天元術을 이용한 방정식의 구성

(1) 勾股互隱門 第**28**問 **(3차방정식 구성)**

今有勾股積五百四十尺 只云 勾弦差二十七尺 問各若千

答曰 勾二十四尺 股四十五尺 弦五十一尺

지금 勾股가 있는데 넓이는 540자이다. 다만 勾와 弦의 차는 27자라고 한다. 勾, 股, 弦은 각각 얼마인가?

法曰 置積倍之自乘[得一百一十六萬六千四百尺]爲實 差自乘 得[七百二十勾尺]爲從廉 又差倍之[得五四十]爲隅法 以帶從立方開之 得勾[二十四尺]加差 得弦[五十一尺] 另列倍積 得一千八十尺爲實 以勾除之 得股合問

이 문제는 $ab = \alpha, c - a = \beta$가 주어진 문제이다.

a를 天元一(x)로 놓으면 $b = \alpha x^{-1}$, $c = x + \beta$이다. 그리고 음수 지수를 피하기 위하여 $ax = x^2$, $bx = \alpha$, $cx = x^2 + \beta x$에서 $(ax)^2 + (bx)^2 = (cx)^2$이므로

$$x^4 + \alpha^2 = x^4 + 2\beta x^3 + \beta^2 x^2$$

을 얻을 수 있다. 즉, 3차방정식

$$2\beta x^3 + \beta^2 x^2 - \alpha^2 = 0$$

을 구성하여 a를 구한다.

(2) 勾股互隱門 第**39**問**(4차방정식 구성)**

今有勾股積五百四十尺 只云 勾股差乘勾股和 得一千四百四十九尺 問各若千

答曰 勾二十四尺 股四十五尺 弦五十一尺

지금 勾股의 넓이는 540자이다 다만 勾와 股의 差와 勾와 股의 합을 서로 곱하면 1449자라고 한다. 각각은 얼마인가?

法曰置積倍之[得一千零八十]又自乘 得[一百一十六萬六千四百]爲實 以云數[一千四百四十九尺]爲乙從 以一爲丁從[卽隅法也] 以帶從三乘方法開之 得勾[二十四尺] 以勾除倍積得股 乃勾股各自乘併 平方開得弦也

이 문제는 $ab = \alpha$, $(b - a)(b + a) = \beta$가 주어진 문제이다.

a를 天元一(x)로 놓으면 $b = \alpha x^{-1}$이므로 $ax = x^2$, $bx = \alpha$이다. 한편, 두 번째 조건에서 $b^2 - a^2 = \beta$이므로 $(bx)^2 - (ax)^2 = \beta x^2$에서

$$a^2 - x^4 = \beta x^2$$

을 얻을 수 있다. 즉, 4차방정식

$$x^4 + \beta x^2 - \alpha^2 = 0$$

을 얻어 勾를 구한다. 이 경우에도 $(b-a)(b+a) = b^2 - a^2$은 첫 번째 유형에 속하는 방법으로 얻어낸다.

(3) 勾股互隱門의 第56問(2차방정식 구성)

今有股弦和八十一尺 只云 股除勾 得七寸半 問各若干

答曰 勾二十七尺 股三十六尺 弦四十五尺

지금 股와 弦의 합은 81자이다. 단 股로 勾를 나누면 7치 반이라고 한다. 각각은 얼마인가?

法曰 置和自乘爲實 倍和爲從方 又云數自乘[得五寸六分二厘半]爲隅法 以帶從平方開之 得股 以減於和得弦 以股乘云數 得勾[或用減從之法] 合問[餘皆倣此]

이 문제는 $b + c = \alpha$, $\frac{a}{b} = \beta$가 주어진 문제이다. b를 天元一(x)로 놓으면

$$a = \beta x, \quad c = \alpha - x$$

이므로 $a^2 + b^2 = c^2$, 즉 $\beta^2 x^2 + x^2 = \alpha^2 - 2\alpha x + x^2$에서 방정식

$$\beta^2 x^2 + 2\alpha x - \alpha^2 = 0$$

을 얻어서 股를 구한다.

위의 세 번째 유형의 (1), (2) 문제는 넓이가 같은 사각형에서 문제의 조건을 달리하여 3차, 4차 방정식을 구성할 수 있는 좋은 예이다.

이와 같이 洪正夏는 세 가지 유형으로 방정식을 구성함으로써 방정식의 구성에서 勾股術과 天元術을 사용하여 수학적 구조를 갖고 접근하였다. 그리고 중국의 勾股術과 비교할 때 그의 勾股術은 좀 더 체계적이고 天元術을 사용한 勾股術의 代數的 표현도 가능함을 보여준다. 중국은 서양수학의 도입되던 시기에 天元術에 대한 인식 부족으로 인해 天元術을 사용하는 위의 세 번째 유형에서 음수 지수가 나타나는 문제의 해결을 다루지 못하였지만

洪正夏는 이들 문제를 체계적으로 다루는 큰 업적을 남겼다 [8, 9].

3 南秉吉의 劉氏勾股術要圖解

南秉吉의 저서 중에서 勾股를 주제로 그림을 이용하여 설명하고 있는 산서는 劉氏勾股術要圖解이다. 南秉吉(1820～1869)은 저자가 분명하지 않은 원본 劉氏勾股術要에 그림을 그려 설명하고 있으며 이 산서의 224문제 모두 직각삼각형에 관한 문제이다 [1, 6, 7]. 南秉吉은 劉氏를 劉壽錫으로 추정하였다. 洪正夏는 구일집 제9권 잡록에 洪正夏와 유수석이 함께 하국주와의 대담을 기록하였는데 유수석이 구고술에 대한 업적을 언급하였다. 따라서 南秉吉의 추정은 거의 확실한 것이다.

(1) 劉氏勾股術要圖解**의** 第**6**問

> 弦四十一尺 勾股和五十四尺二寸 問勾股
>
> 答曰 勾十六尺八寸 股三十七尺四寸
>
> 弦은 41자이고 勾股和는 54자 2치이다 勾와 股는 얼마인가?
>
> 術曰 弦自乘倍之 內減和自乘 餘爲實 平方開 得勾股差 加和半之 卽股 減和半之 卽勾
>
> 圖解 甲乙丙丁爲勾股和自乘方 內容甲戊己類八勾股積 壬癸子丑一勾股較冪也 弦自乘方 原是四勾股積 一勾股較冪之共數 [見第一問] 倍之則爲八勾股積 二勾股較冪之 共數 故減去和冪 得較冪也

위의 圖解에 의하면 <그림 3>에서 甲戊 $=a$, 甲己 $=b$, 戊己 $= c$이다. 정사각형 甲乙丙丁을 8개의 勾股와 勾股較를 한 변으로 하는 정사각형으로 나누고 弦을 한 변으로 하는 정사각형을 이용한다. 즉,

$$(b+a)^2 = 4ab + (b-a)^2 \tag{1}$$

$$c^2 = 2ba + (b-a)^2 \tag{2}$$

위의 (1),(2)의 식에서 (2)×2-(1)을 하면

$$2c^2 - (b+a)^2 = (b-a)^2$$

을 얻는다. 이 식에서 勾股較$(b-a)$를 구한 후

$$a = \frac{(b+a)-(b-a)}{2}, \quad b = \frac{(b+a)+(b-a)}{2}$$

를 이용하여 勾(a)와 股(b)를 구한다.

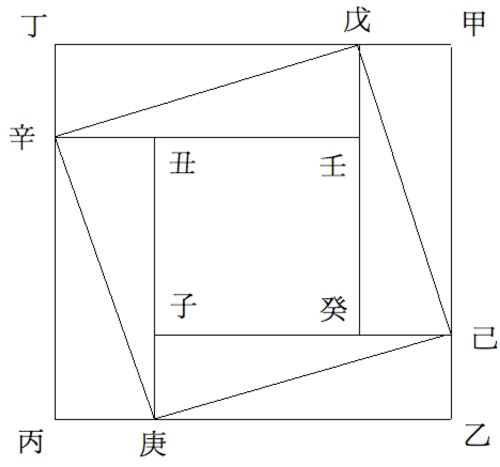

그림 3: 劉氏勾股術要圖解의 第6問

(2) 劉氏勾股術要圖解**의** 第**115**問

> 勾冪弦冪共一萬九千七百八十一尺十四寸 勾弦和一百九十二尺二寸 問勾股弦
>
> 答曰 勾七十尺五寸 股九十九尺二寸 弦一百二十一尺七寸
>
> 勾의 제곱과 弦의 제곱의 합이 19,781자 1.4치이고 勾弦和는 192자 2치이다. 勾, 股, 弦은 얼마인가?
>
> 術曰 倍共冪 內減和冪餘爲實 平方開 得勾弦差 加和半之 卽弦 減和半之卽勾
>
> 圖解 甲乙丙丁爲弦冪 丁戊己庚爲勾冪 子壬丑己亦爲弦冪 乙辛壬癸亦爲勾冪 併之爲倍共冪 而聯成甲辛丑庚勾弦和冪則子癸丙戊勾弦差冪相疊 故和冪與差冪相加 與倍共冪等也 [與勾股和冪較冪相加 得倍弦冪之理同]

위의 圖解에 의하면 <그림 4>에서 甲丁 = 己丑 =c, 丁庚 = 乙辛 = a이다. 먼저 勾弦差$(c-a)$를 구하고 弦과 勾를 구한다. 즉 한 변의 길이가 勾弦和인 정사각형을 이용한다. 圖解를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$2(c^2+a^2)-(c+a)^2=(c-a)^2$$

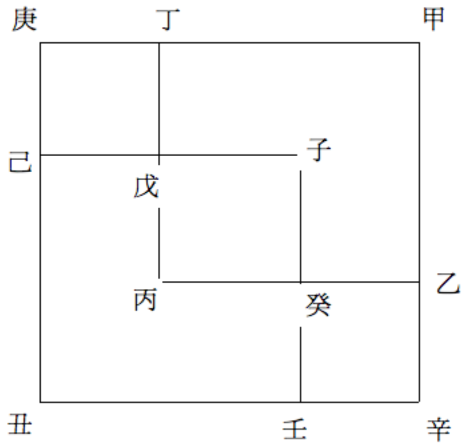

그림4: 劉氏勾股術要圖解의 第115問

위의 식에서 $c-a$를 구하고

$$c = \frac{(c+a)+(c-a)}{2}, \quad a = \frac{(c+a)-(c-a)}{2}, \quad b^2 = c^2 - a^2$$

를 이용하여 勾, 股, 弦을 구한다.

이 문제도 $a^2+c^2=\alpha$, $a+c=\beta$라 하고 $a=x$(= 天元一)이라 하면 $c=\beta-x$이므로 방정식 $x^2+(\beta-x)^2=\alpha$, 즉 $2x^2-2\beta x+\beta^2-\alpha=0$을 쉽게 구할 수 있다.

이와 같이 劉氏勾股術要圖解에서는 洪正夏의 첫 번째 유형을 그림을 통한 등식을 이용하여 해결할 수 있음을 보이고 있다. 그러나 南秉吉은 劉壽錫이 세 번째 유형, 즉 天元術로 해결한 문제들에 관해서도 天元術을 이용하여 설명하지 않고 있다. 이는 南秉吉이 劉氏勾股術要圖解를 저술할 시기에는 天元術과 借根方을 정확히 이해하지 못한 것으로 추정되고 2차 방정식의 문제를 모두 앞에서 설명한 첫 번째 유형과 두 번째 유형으로 이해하고 있다 [9].

4 李尙爀의 借根方蒙求

19세기의 산학자 李尙爀의 저서 借根方蒙求(1855)는 線類, 面類, 體類로 분류되어 있다 [4, 6]. 이 책의 面類와 體類의 문제에서도 勾股術에 의한 2차, 3차방정식의 구성을 찾아볼 수 있다 [10].

(1) 借根方蒙求 面類의 第32問 (2차방정식 구성)

設如有勾股積六十尺 勾股弦總和四十尺 求勾股弦各幾何

勾股의 넓이는 60자이고 勾, 股, 弦의 합은 40자라고 한다. 勾, 股, 弦은 각각 얼마인가?

法借一根爲弦 四十尺 少一根爲勾股和 一平方爲弦積 一千六百尺 少八十根 多一平方爲勾股和積 一千三百六十尺 少八十根 多一平方與一平方相等[勾股積六十尺以四因之得二百四十尺 勾股和自乘數內有一弦積四勾股積 故勾股和積一千六百尺 少八十根 多一平方 內減四勾股積二百四十尺餘一千三百六十尺 少八十根 多一平方 卽與弦積一平方相等]

八十根與一千三百六十尺相等[兩邊各減一平方]一根必與十七尺相等 卽弦於總和四十尺內減弦十七尺餘二十三尺卽勾股和 又以弦自乘得二百八十九尺與四勾股積二百四十尺相減餘四十九尺以平方開之得七尺爲勾股較[弦自乘數內有四勾股積一勾股較積 故弦積內減四勾股積以平方開之得勾股較] 與勾股和相加折半得十五尺爲股 與勾股和相減折半得八尺爲勾

위의 문제를 일반적으로 해결하기 위하여 勾와 股의 곱을 α, 勾, 股, 弦의 합을 β, 즉 $ab=\alpha$, $a+b+c=\beta$라고 하자. 그리고 弦(c)을 根(x)이라 하면 $a+b=\beta-x$이다.

$$(a+b)^2-2ab=c^2$$

을 이용하여 방정식 $(40-x)^2-4\times 60=x^2$, 즉 $(40-x)^2-240=x^2$을 구성하였다.

이 경우에 만약 b를 天元一(x)이라 하면 $a=\alpha x^{-1}, c=\beta-x-\alpha x^{-1}$이다.

$$a^2+b^2=c^2$$

을 이용하여 방정식을 구성할 수 있지만 위의 방정식을 구하는 것이 훨씬 간단하다. 그러나 李尙爀의 방법은 다시 저자가 설명한 대로 ab, c를 알고 a, b를 구하는 과정을 거쳐야 하지만 위의 천원술의 경우 구한 방정식을 풀어 b를 구하면 차례로 주어진 조건에서 바로 a, c를 구할 수 있다.

다음 문제는 勾股와 관계없지만 차근방비례를 가장 쉽게 이해할 수 있는 예이므로 이를 들었다.

(2) 借根方蒙求 體類의 第2問 (3차방정식 구성)

設如有立方積一萬九千零八寸 其高與闊相等 長比高闊多一百二十寸 問高闊長各幾何

직육면체 부피가 19,008치이고 그 高와 闊은 서로 같다. 長은 高, 闊보다 120치 길다면 高, 闊, 長은 각각 얼마인가?

法借一根爲高 一根又爲闊[高與闊相等故一根又爲闊] 一根 多一百二十寸爲長 一平方 多一百二十根爲方面積[以闊一根乘長 一根 多一百二十寸] 一立方 多一百二十平方爲縱多立方積[以高一根乘方面 一平方 多一百二十寸] 一立方 多一百二十平方與一萬九千零八寸相等 以縱較立方開之得十二寸 卽高與闊[加縱多一百二十寸得一百三十二寸爲立方之長]

위의 문제에서 高의 길이와 闊의 길이를 根(x)이라 하면, 長의 길이는 $x + 120$, 밑면의 넓이는 $x(x+120)$이고 부피는 $x(x^2+120x)$이다. 따라서 從較立方 $x^3 + 120x^2 = 19008$을 풀어 $x = 12$를 구한다.

(3) 借根方蒙求 體類 第**14**問 **(3차방정식 구성)**

設如勾股積六尺 勾弦和八尺 求勾股弦各幾何

직각삼각형의 넓이는 6자이고 勾와弦의 합은 8자라고 한다. 勾, 股, 弦은 얼마인가?

法借一根爲勾 八尺 少一根爲弦 一平方爲勾積 六十四尺 少十六根 多一平方爲弦積 六十四尺 少十六根爲股積[弦積減勾積]

六十四平方 少十六立方爲勾股積相乘之積與一百四十四尺相等 四平方 少一立方與九尺相等 以縱和立方開之得三尺卽勾[以四平方作縱和之數開之] 勾弦和八尺內減三尺得五尺爲弦 勾股積六尺倍之得十二尺 以勾三尺除之得四尺爲股

위 문제에서 勾의 길이를 根(x)이라 하면, 弦은 $8-x$, 勾의 제곱은 x^2이다. 따라서

$$b^2 = (8-x)^2 - x^2 = 64 - 16x$$

이고 勾와 股의 곱은 12임을 이용하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} 12^2 &= x^2(64-16x) \\ 9 &= 4x^2 - x^3 \end{aligned}$$

이다.

이 문제는 전술한 洪正夏의 勾股互隱門 第28問과 같이 天元術로 방정식을 구성하는 것과 비교하면 借根方이 음수 지수를 나타낼 수 없기 때문에 일어나는 불편함을 볼 수 있다. 이와 같이 李尙爀은 借根方蒙求에서 數理精蘊에 들어있는 여러 종류의 문제를 모두 차근방비례를 사용하여 방정식을 구성하였다 [10].

5 결 론

고대의 산학에서 勾股術은 단순한 직각삼각형의 문제에서 벗어나 대수학에서 가장 중요한 방정식의 이론과 도형의 성질을 얻어 내는데 가장 많이 사용되는 도구이다. 앞에서 언급했듯이 18세기 초 洪正夏는 勾股術을 사용한 방정식의 구성에서 수학적 구조를 갖고 접근하였고 天元術을 사용한 勾股術의 代數的 표현도 가능함을 보여주었다. 또한 劉氏勾股術要圖解에서 南秉吉은 劉氏勾股術要 원본에 그림을 그려 직각삼각형에 관한 문제를 설명을 하고 있다. 李尙爀은 借根方蒙求에서 數理精縕에 들어있는 여러 종류의 문제를 모두 차근방비례를 사용하여 방정식을 구성하였다.

본 논문에서는 洪正夏의 구일집(1724)에서 전통적인 구장산술 방법, 두 수의 곱과 합 또는 차를 주고 2차 방정식을 구성하는 방법과 천원술을 이용한 방법을 모두 활용하여 구고술과 방정식론을 완벽하게 정리하였지만 洪正夏의 업적은 19세기 중엽까지 산서를 남긴 조선의 산학자들이 전혀 언급하지 않아서 조선의 산학의 발전에 기여하지 못하였다. 南秉吉의 劉氏勾股術要圖解는 차근방비례도 사용하지 못하고 전통적인 구장산술 방법에 의존하고 또 南秉吉이 방정식에 대한 이해가 제대로 이루어지지 못한 채 저술되어 오히려 원본의 업적을 제대로 나타내지 못하였다. 李尙爀은 借根方蒙求에서 음수 지수를 나타낼 수 있는 천원술 대신에 차근방비례를 사용하여 문제의 구성을 어렵게 하였다. 그러나 南秉吉과 李尙爀은 이 후에 洪正夏의 구일집의 업적을 연구한 후 算學啓蒙註解를 저술하여 洪正夏의 업적을 나타내었지만 이는 100여년이 지난 후이다 [11]. 18～19세기 조선 산학자들의 산서에 들어있는 勾股術을 사용한 방정식의 구성방법을 조사하여, 조선 산학이 발전하는 과정에서 조선의 가장 위대한 산학자인 洪正夏의 업적은 그가 중인이라는 한계를 벗어나지 못하여 제대로 발전에 기여하지 못하였다.

참고 문헌

1. 南秉吉, 『유씨구고술요도해』, 유인영, 허민 역, 교우사, 2006.
2. 吳文俊 主編, 《中國數學史大系》, 1卷–8卷, 北京師範大學出版社, 1998
3. 윤혜순, 朝鮮算學과 中國算學에서 방정식의 구성과 해법, 박사학위논문, 단국대학교, 2009.
4. 李尙爀, 『차근방몽구』, 호문룡, 이재실, 허민 역, 교우사. 2006.
5. 《中國歷代算學集成》, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
6. 《韓國科學技術史資料大系》, 數學編, 1卷 – 10卷, 驪江出版社, 1985.
7. 허민, 「산학서의 직각삼각형」, 한국수학사학회지 18(2005), No. 3, pp. 25–38.
8. 홍성사, 홍영희, 김창일, 「18世紀 朝鮮의 勾股術」, 한국수학사학회지 20(2007) No. 4, pp. 1–22.
9. 홍성사, 홍영희, 김창일, 「19世紀 朝鮮의 勾股術」, 한국수학사학회지 21(2008), No. 2, pp. 1–18.

10. 홍성사, 홍영희, 「李尙爀의 借根方蒙求와 數理精蘊」, 한국수학사학회지 21(2008), No. 4, pp. 11–18.
11. 홍성사, 홍영희, 「朝鮮 算書 算學啓蒙註解」, 한국수학사학회지 22(2009), No. 4, pp. 1–12.
12. 洪正夏, 『구일집』, 강신원, 장혜원 역, 교우사, 2006.
13. K. Shen, J. N. Crossley, A. W.-C. Lun, *The Nine Chapters on the Mathematical Arts*, Oxford University Press, 1999.

윤혜순 단국대학교 교수학습개발원
Center for Teaching and Learning Development, Dankook University
E-mail: sodam511@dankook.ac.kr