최적화 이론과 최근 응용 사례

목표로 하는 성능 지수 함수를 여러 가지 제약 조건 하에서 최소 또는 최대 값을 찾는 문제에 관한 최적화 이론(Optimization Theory)은 수학 및 공학 분야에서 가장 오래된 학문 영역 중 하나이다. 문제를 이루는 함수와 변수의 수학적 특성에 따라 그 문제를 푸는 많은 해석적 또는 수치적 해법에 관한 세부 이론들이 제시되어 왔다. 근래에는 빠른 계산 속도로 인해 과거에는 생각하지 못했던 문제까지도 수치적인 접근을 통하여 그 해를 구할 수 있게 되었다. 본 기고에서는 몇몇 시스템 이론 분야에서 최적화 이론이 사용된 사례를 간략히 소개한다.

■ 김정수*, 송화창
(서울과학기술대학교)

I. 최적화 이론

최적화 이론은 주어진 성능 지수 함수를 고려하는 집합 안에서 제약 조건들을 만족시키며 최소화(또는 최대화)하는 해를 찾는 문제에 관한 학문 영역이다. 일반적인 형태는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\min_x \; J(x)$$
$$\text{subject to}$$
$$x \in \Omega$$

여기서 최적화 문제를 이루는 세 가지 주요한 요소를 볼 수 있다. $J(x)$는 최소화하고자 하는 성능 지수 함수이다. 예를 들어 시스템 식별 문제에서는 추정 오차의 크기, 금융 공학에서는 포트폴리오의 위험도, 최적 제어 문제에서는 변수의 총 변화량 등이 최소화하고자 하는 성능 지수로 이용된다. 또 다른 요소는 최적화 변수인데 위의 정식에서 변수 x가 변함에 따라 성능 함수 값이 변한다. 이러한 변수를 최적화 변수라고 부르며 이 변수의 수학적 특성 즉, 연속 변수 또는 이산 변수, 실수 또는 정수 변수 등에 따라 최적화 문제 특성 자체가 많이 변하게 되어 최적화 문제의 중요한 요소이다. 마지막으로 최적화 변수가 속하는 집합 Ω는 등식 또는 부등식 제약 조건을 만족하는 최적화 변수의 집합을 나타낸다. 때로는 미분 방적식의 해를 나타내는 집합을 의미하기도 한다. 이론적 관점에서는 성능 함수, 최적화 변수, 그리고 가능해 집합 Ω의 특성에 따라 주어진 최적화 문제를 푸는 방법이 크게 달라지므로 이에 대한 연구들이 오랫동안 수행되어 왔다. 응용 분야에서는 이제 각 분야의 주어진 문제를 위에서 소개한 최적화 문제 형태로 문제를 정식화하는 (reformreformul) 것이 주요한 과정이다. 즉 주어진 상황에 맞게 성능 함수와 가능해 집합을 정의하는 것이 주요한 일이다. 다음 절에서는 몇몇 시스템 및 전기 전자 분야에서 최적화 이론이 이용된 사례들을 소개한다.

II. 분야별 응용 사례 소개

2-1. 제어 이론을 위한 최적화 적용

제어 입력 설계 기법은 크게 안정도를 설계 단계에서 고려하는 리아프노프 안정도(Lyapunov stability theory) 기반의 접근법과 제어 시스템의 성능 함수를 지정하여 그것을 최적화하는 제어입력을 구하고 추후에 그 안정도 특성을 해석하는 최적화 기반 제어기 설계 기법으로 분류할 수 있다. 이러한 최적 제어는 전통적으로 시스템 및 제어 이론 분야에서도 가장 오래된 분야이다[C1]. 좀더 세부적으로는 최적 제어(optimal control)[C2], 시스템 식별(system identification)[C3], 필터 설계[C4] 분야가 주를 이룬다. 본 기고에서는 최근에 최적 제어 분야에서 제안된 두 가지 결과를 소개한다.

90년대 초반부터 가장 주목을 받는 최적화 문제는 다음과 같

은 형태를 가지는 SDP (Semi-Definite Programming) 이다.

$$\min c^T x$$
$$\text{subject to LMI constraints}$$

여기서 LMI는 선형행렬 부등식 (Linear Matrix Inequality)을 의미한다. 즉 SDP 는 선형 지수 함수와 LMI 제약 조건을 가지는 최적화 문제를 의미한다[C5]. 많은 시스템 및 제어 이론의 문제들이 SDP 형태의 문제로 재정의 될 수 있음을 보이는 연구들이 오랫동안 진행되어 왔고 현재도 진행되고 있다[C6].

다음으로 흥미 있는 사례는 해석해 형태의 예측제어(Explicit Model Predictive Control) 기법이다. 예측제어는 다음과 같은 최적화 문제 형태로 정식화된다.

$$\begin{aligned}
&\min J\\
&x(k+i+1\mid k)=Ax(k+i\mid k)+Bu(k+i\mid k),\\
&x(k\mid k)=x(k)\\
&x(k+i+1\mid k)\in X,\ u(k+i\mid k)\in U,\ i\in[0,N-1]\\
&x(k+N\mid k)\in X_f\in X
\end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
&I(x(k+i\mid k),u(k+i\mid k))\\
&=x(k+i\mid k)^T Qx(k+i\mid k)+u(k+i\mid k)^T Ru(k+i\mid k),\\
&J(x(k),u(k))\\
&=\sum_{i=0}^{N-1} I(x(k+i\mid k),u(k+i\mid k))+V(x(k+N\mid k))
\end{aligned}$$

이고 변수 $x(k+i\mid k)$는 시간 k에서 i시간 이후의 모델을 통한 상태 예측 값이다. 자세한 기호 설명은 [C7,C8]에 소개되어 있다. 이러한 최적화 문제를 매 시간 풀어서 그 일부를 실제 제어 시스템에 인가하는 것을 예측제어라고 한다. 이러한 예측 제어를 적용하기 위해서는 실시간으로 위에 소개한 최적화 문제를 풀어야 하는데 이것은 실제 상황에서 쉽지 않다는 지적을 받아왔다. 이러한 문제를 해결한 것이 2000년대 초반에 제시되었는데 이것이 해석해 기반의 예측제어이다. [C7]을 비롯한 몇몇 연구 결과들이 위의 최적화 문제의 해를 시스템 상태 변수를 파라미타로 하는 새로운 최적화 문제를 풀어서 테이블 형태로 미리 구할 수 있음을 밝힌 것이다. 따라서 예측 제어를 구하기 위해 최적화 문제를 푸는 것에 걸리는 시간은 더 이상 문제가 되지 않게 되었다. 다만 상태 변수에 따라 테이블에 미리 정의된 제어 입력을 찾는 과정에 관계된 시간만 필요하게 되어 그 응용 범위가 획기적으로 늘어나게 되었다[C9]. 실제로 과거에는 예측 제어의 응용 범위가 계산 시간을 충분히 확보할 수 있는 화학 공정 위주였으나 이제는 계산 시간 문제 없는 해석해 기반의 예측 제어 기법을 이용해서 전기 전자 분야의 시스템에 응용할 수 있게 되어 관련된 연구가 활발히 진행되고 있다.

2-2. 전력시스템에 대한 최적화 적용

전력시스템은 전기자기적 과도현상(Electromagnetic transient phenomena)이 아주 빠르게 응답하여 사라진다고 가정하였을 때, 미분 대수 방정식 (DAE, Differential Algebraic Equations)으로 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}=f(x,y,p) \tag{1.a}$$
$$0=g(x,y,p) \tag{1.b}$$

여기에서 x와 $f(\cdot)$는 여자 시스템과 원동기 및 조속기를 포함하는 동기기의 동적현상을 표현하는 상태변수 및 함수를 의미하며, y와 $g(\cdot)$는 전기 네트워크 방정식을 나타내는 대수변수 및 함수에 해당한다. 그리고 (1)에서 p는 시스템에 포함된 설비들의 제어 파라미터를 의미한다.

전력시스템은 운영 및 안정도 제약으로 표현되는 안전도 영역 안에서 운전되어야 한다 [P1]. 실제 전력시스템 운영에서는 안전도 제약 내에서 경제성을 고려한 운전점 결정을 위해 많은 전력조류계산 및 시간 영역 해석을 수행하고 있다. 여기에서 전력조류계산은 전력시스템에 대한 정적 해석법으로 전기 네트워크를 표현하는 (1.b)에 (1.a)의 평형점 모델을 간략하게 포함시킨 방정식을 적용한다. 1960년대 초반에 전력조류계산 방정식을 만족하면서 전력시스템에 포함된 발전기들의 발전 비용을 최소화시키는 경제적 배분 (dispatch)를 추구하는 최적조류계산 (OPF, Optimal Power Flow)의 개념이 제안되었다 [P2,P3].

최적조류계산은 비선형 최적화 (NLP, Nonlinear Programming) 문제의 범주에 포함된다. 따라서 NLP 문제에 적용할 수 있는 다양한 해법이 적용될 수 있다. [P4]에서는 최적조류계산을 뉴톤법 (Newton method)을 기반으로 하는 해법을 제시하였다. 뉴톤법은 비선형 최적화 문제의 해를 구하는 데 있어 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 1차 최적 필요 조건을 만족하는 해를 헤시안 행렬을 적용하여 구하는 것으로 제약조건이 물리적으로 적절하게 설정되었을 때 공학적으로 의미 있는 해를 구할 수 있다고 알려져 있다.

전력시스템 운영에 필수적인 EMS (Energy Management Systems)의 함수로 최적조류계산 해법 중 가장 많이 적용된 기

법은 SLP (Successive Linear Programming) 방법이다 [P5]. SLP는 최적조류계산 비선형 최적화 정식을 초기 운전점에서 선형화를 수행하고 이 선형화가 유지될 수 있는 상태 및 제어 변수의 영역을 정하여 실제 해를 수정하는 데 있어 LP (Linear Programming) 해법을 적용하고 수정된 제어변수에 대한 효과를 등호 제약(equality constraints)에 해당하는 전력조류방정식의 해를 구한다. 이는 뉴톤법과는 달리 목적함수를 직접적으로 이용하기 때문에 직접법(direct method) 중의 하나이다.

최근 효율적인 최적화 알고리즘에 대한 관심이 높아지고 있는 상황에서, 다양한 공학적인 문제 중의 하나인 NLP 문제의 해를 구하는 데 있어 내점법(interior point method)을 적용하는 연구가 활발히 진행되어 왔다 [P6]. 내점법은 비선형 부등호 제약(inequality constraints)을 효과적으로 다루기 위하여 로그 장벽(log barrier)을 취한 것으로 Frisch가 처음 제안하였으며 [P7], Fiacco와 McCormick에 의해 보다 자세히 연구되었다 [P8]. Karmarkar에 의하여 제안된 내점법 [P9]은 LP (Linear Programming) 문제의 일반적인 해법에 해당하는 Simplex법에 비하여 50배 정도 빠르게 최적 해를 구할 수 있다고 보고되었다. 이후에 주-쌍대 변수(primal-dual variables)에 대한 해를 동시에 구할 수 있는 내점법이 제안되었다 [P5-P6, P10]. 이 방법들은 기본적으로 근사해(approximate solutions) 군으로부터 실제 해에 점진적으로 접근하는 경로를 추적하는 개념을 기반으로 하고 있다. 내점법은 기본적으로 NLP문제에 적용될 수 있으며, 보다 효과적인 계산을 위해 trust-region과 필터 기반의 다양한 해법이 제안되었다.

전력시스템에 대해서도 손실 최소화(loss minimization)에 해당하는 무효전력 최적조류계산 문제의 해를 구하는 데 있어 비선형 내점법이 [P11]에서 처음 적용되었다. 그 이후로 응용수학 분야에서 제안된 다양한 내점법 기반의 기법들의 전력시스템에 대한 적용성을 검토하는 연구가 수행되었다. 일반적인 내점법에서는 하나의 중심 파라미터(center parameter)를 적용하여 각 부등호 제약에 대한 현재 스텝에서의 상보 갭(complementary gap)을 평균적으로 줄여 나가는 방법을 적용하고 있으나, [P12]에서는 현재 스텝에서 상대적으로 적은 상보갭을 갖는 부등호 제약들에 대해서는 다른 값의 중심 파라미터를 갖도록 하는 다중심 수정 기법을 적용하였다.

전력시스템 DAE 모델에 대한 최적화 적용에 대하여 설명하고자 한다. 문헌 상에서 전력시스템 DAE 모델을 직접 적용한 예는 전력시스템 문제의 크기가 큰 이유로 그렇게 많이 찾아 볼 수 없었으나 최근에 전력시스템의 동적 모델을 고려하여 하나의 직접법에 의한 붕괴점(collapse point)를 구하는 알고리즘이 제안되었다. [P13]에서는 전력시스템의 파라미터에 대한 최적 여유 경계 추적(optimal margin boundary tracing)을 위한 최적화 정식이 적용되었으나, 이는 실제 해법으로 예측 및 수정과정에 의한 연속법이 적용되었다. [P14]에서는 DAE 모델에 대한 평형점 최적화의 문제를 비선형 내점법을 적용하여 해를 구하는 방법을 제안하고 있다.

최적조류계산은 일반화된 해법의 형태로 전력시스템 안전도(security)를 고려하고자 할 때는 보다 해당 문제에 초점을 맞추는 형태로 변형될 필요가 있다. [P15]에서는 가장 간단한 발전기 모델에 대한 몇 단계의 수치적인 적분을 대수방정식으로 표현하여 제약조건으로 포함시킨 안정도 제약 최적조류계산(stability constrained optimal power flow)의 개념을 제안하였다. 그러나 적용 발전기 모델은 전력시스템의 과도안정성을 판단하기에 적절치 않으며 시스템에 포함된 다양한 안정화 제어기의 영향을 포함하지 않고 있어 실제 시스템에 적용하는 데 한계가 있다. 과도안정도 외에 전력시스템에서는 전압안정도(voltage stability) 유지가 중요한 이슈 중의 하나이다. 전력시스템의 전압안정도는 지수(index)의 한계값으로부터 얼마나 근접해 있는지를 표현하는 근접도(proximity)의 형태로 나타낼 수 있으며 이를 제약조건이나 목적함수에 포함시킨 최적조류계산으로 전압안전도 유지를 위한 제어 파라미터의 세팅 값을 결정할 수 있다.

2-3. 생명 공학을 위한 최적화 이론 응용 사례

포스트 지놈 시대(post genomic era)에서 생명 공학 분야에서 이루어진 연구 발전 중 주목할 만한 것은 시스템 및 정보 공학이 주요 연구 방법론으로 등장했다는 사실이다. 이를 통칭하여 생물정보학(bioinformatics) 또는 시스템 생물학(systems biology)이라고 불리며 최근에는 시스템 생물학이 좀더 광의의 개념으로 사용된다 [B1,B2]. 이러한 시스템 생물학이 주목 받게 된 이유는 생명 공학에서 사용되는 여러 요소기술의 발달로 인해 생물학 시스템으로부터 측정 및 관찰되는 방대한 정보를 고전적인 생명 공학 연구 방법론으로 해석하기에는 많은 한계 상황이 생겼기 때문이다. 이를 타계하기 위해서 시스템 이론에 등장하는 방법론들이 사용되기 시작하였다. 예를 들어 제어 및 시스템 이론, 데이터 마이닝, 통계 분석, 최적화 이론 같은 것들이 이에 해당한다. 본 기고에서는 이중에서 생명 공학에서 최적화 이론이 사용된 사례를 간단히 소개한다.

최근 수년 동안 시스템 생물학 분야의 주된 연구 주제와 관련

된 키워드를 몇 가지 고려하면 궤환(feedback), 복잡성(complexity), 강인성(robustness), 최적성(optimality), 네트워크(network) 정도이다. 이중에서 최적성은 두 가지 관점에서 이해되는데 한가지는 생물학 시스템에서 발견되는 현상에서 어떤 최적성을 찾을수 있느냐 하는 것이다. 예를 들면 [B3]에서는 bacteriophage T7의 수학적 모델을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 bacteriophage T7가 유한한 양의 먹이 환경에서 먹이 소비를 최소화 하면서 그 성장은 최대화하도록 행동한다는 가설을 제안하였다. 비슷한 형태로 생명 현상에 나타나는 많은 현상들이 어떤 최적화 문제를 푸는 과정으로 해석될 수 있으며(inverse optimality) 이러한 해석은 향후 그 생명 현상이 새로운 환경 하에서 어떤 형태로 반응하거나 적응할지 예측하는 것에 사용될 수 있다[B4,B5]. 이러한 해석에 최적화 이론이 주요한 역할을 한다.

또 하나의 생명 공학에서 최적화 이론이 가장 많이 사용되는 분야가 모델링 또는 파라미터 추정일 것이다. 시스템 생물학 활성화 이전부터 생화학 네트워크를 수학적으로 모델링 하여 해석하려고 하는 시도는 있었다. 최근에는 그 측정 데이터가 풍부해짐에 따라 그런 시도들은 더 많이 수행되고 있는데 만들어진 생화학 네트워크에 대한 수학 모델의 출력이 실험을 통한 측정치와 비슷하게 되도록 하는 파라미터를 찾는 문제이다. 이는 다음과 같이 전형적인 최적화 문제로 정식화 된다.

$$\min_\theta \ J(\theta) = \sum_{i=1}^{N}\left[\left(y_{ex}(t_i) - y(t_i,\theta)\right)^2\right]$$

여기서 $y_{eq}(t_i)$는 시간 t_i에서 실험을 통한 측정치를 의미하며 $y(t_i,\theta)$는 수학 모델의 출력을 의미하고 θ는 모델의 파라미터이다. 이 최적화 문제를 풀기 위해서는 미분 방정식 형태의 수식이 제약 조건으로 포함된다. 최적화 문제의 의미는 모델의 출력이 실제 측정값의 출력과 같게 되도록하는 파라미터를 찾고자 하는 것이다. 이 최적화 문제는 생화학 네트워크의 미분 방정식이 보통은 Michaelis-Menten kinetics 기반으로 수립되기 대문에 복잡한 비선형 형태이고 최적화 문제에서 중요한 볼록 문제(convex problem)의 형태를 취하지도 않는다. 따라서 볼록 문제를 풀기 위한 최적화 기법 보다는 확률적인 접근을 시도하는 particle swarm 최적화 또는 유전자 알고리즘 기반의 최적화 기법이 흔히 사용된다[B7, B8, B9]. 이는 국소 최소값 보다 전역적 최소값을 찾는 확률을 높이고자 함이다. 최적화 문제를 풀면 실제 출력과 비슷한 출력을 양산하는 수학 모델을 얻을 수 있게 되는 것이다. 이것 외에 이렇게 최적화 문제를 이용하여 찾은 최적 파라미터의 생화학적 의미를 해석하는 것은 여전히 많은 관심을 받고 있다. 예를 들어 어떤 국소 최소값을 달성하는 파라미터가 최적화 관점에서 전역 최적이 아니라도 생화학적으로는 더 의미 있는 값이 될 가능성이 있기 때문에 이러한 상황을 잘 해석하고자 하는 연구가 진행되고 있는 것이다.

또 다른 최적화 이론의 주요한 응용 사례는 단백질 네트워크, 신호 전달 네트워크 등에 대한 추론이다. 실험적으로 밝히지 못한 신호 전달 경로를 찾거나 네트워크에서 주요한 경로를 찾는 등의 연구를 최적화 이론을 통해 수행한다[B6].

2-4. 금융 공학을 위한 최적화 이론 응용 사례

경제학에서는 전통적으로 최적화 관련된 이론들이 많이 사용되어 왔지만 특히 금융 공학은 최적화 이론이 가장 많이 사용되는 분야이다. 금융 공학(financial engineering)은 금융 상품이나 금융 거래에서 일어나는 문제들을 공학에서 사용되는 방법론으로 해석하고 문제 해결을 하고자 하는 연구를 통칭하는 분야이다. 금융 공학에서 주로 다루는 문제는 증권 가격 결정(security or stock pricing), 위기 관리(risk management), 포트폴리오 최적화(portfolio optimization)이다. 그 중에서 본 기고에서는 포트폴리오 최적화 문제를 소개한다[F1,F2].

포트폴리오 최적화 문제는 마코위츠(Markowitz)의 포트폴리오 선택론에 따라 보유 주식의 비율을 조정하는 문제이다. 마코위츠(Markowitz)의 포트폴리오 선택론이란 자산에 대한 위기는 최소화하고 이윤은 극대화하도록 보유 주식을 구성해야 한다는 것이다. 이러한 마코위츠의 이론을 구현하는 대표적인 방법으로는

1. 수용 가능한 위기 수준에서 이익을 극대화하는 방법
2. 기대하는 이윤 수준에서 위기를 최소화 하는 방법
3. 위의 두 가지를 결합한 방법

정도를 생각할 수 있다. 구체적으로 접근 1은 다음과 같은 최적화 문제로 정식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\min_w \ a^T w \\ &\text{subject to} \\ &\sum_i w_i = 1 \end{aligned}$$

여기서 $w = [w_1 \ \ w_2 \cdots w_N]$이고 w_i는 주식 i의 보유 비율을 의미하며 $a = [a_1 \ \ a_2 \cdots a_N]$이고 a_i는 주식 i의 기대 수익률을 의미한다. 등식 제약 조건은 모든 주식의 보유 비유의 합은 1이 되어야 함을 나타낸다. 위의 최적화 문제는 극도로 간략히 표현

된 것이며 실제로는 다양한 제약 조건이 포함되어야 한다. 예를 들어 베타 계수와 거래 비용과 관련된 사항들을 포함하여 현실적인 상황들을 고려할 수 있다. 이렇게 정식화 된 최적화 문제를 풀어 그 해를 이용하여 주식 거래에 활용하는 것이다. 즉 최적화 결과에 따라 보유 주식의 구성을 조절하면 이윤의 극대화 또는 위험의 최소화를 이룰 수 있게 되는 것이다. 최근에는 이러한 금융 공학의 문제 해결을 위해 최적화 기법이 제어 이론과 함께 사용되는 연구도 활발히 진행 되고 있다[F3,F4,F5].

III. 결론

과학적이고 공학적인 대부분의 환경에서 우리는 어떤 결정을 해야 하는 경우가 대부분이다. 최선의 선택을 위해 판단 기준을 정해야 하고 선택에 앞서 고려해야 하는 제약 조건들도 함께 생각해야 한다. 이러한 자연스러운 과정을 수학적으로 기술한 것이 최적화 문제이다. 수학, 경제학, 산업 공학 등에 사용되던 이러한 최적화 이론은 지난 20-30년간 동안 자연 과학과 공학 대부분의 영역에서도 현상 해석과 설계 등에 중요한 역할을 하게 되었다. 실제로 일상이나 연구 개발 분야에서 맞닥뜨리는 대부분의 문제들이 사실은 최적화 문제로 귀결될 수 있다. 최적화 이론 자체의 발전과 응용 분야 확대로 다양한 학문 분야에서 당면한 문제들을 효율적으로 해결할 수 있게 되기를 기대해 본다.

참고문헌

[C1] Hector J. Sussmann and Jan C. Willems "300 years of optimal control: from the Barchystochrone to the maximum principle." *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 17, no. 3, pp. 32-44, 1997.

[C2] A. E. Bryson, and Y. C. Ho, *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control, John Wiley & Sons Inc*, 1979.

[C3] L. Ljung, *System Identification: Theory for The User 2nd Ed, Prentice Hall*, 1999.

[C4] F. L. Lewis, L. Xie, and D. Popa, *Optimal and Robust Estimation: with an Introduction to Stochastic Control Theory 2nd Ed*, CRC Press, 2007.

[C5] S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex optimization," Cambridge University press, 2004.

[C6] J. Skaf, "Convex optimization formulation of controller design problems," Ph.D Thesis, Stanford University, 2009.

[C7] J. D. Dona, G. Goodwin, and M. Seron, *Constrained Control and Estimation*, Springer Verlag, 2004.

[C8] J.-S. Kim, T.-W. Yoon, A. Jadbabaie, and C. De Persis, "Input-to-state stabilizing finite horizon MPC for neutrally stable linear discrete-time systems with input constraints," *Systems & Control* Letters, vol. 55, no. 4, pp. 293.303, 2006.

[C9] M. Kvasnica, P. Grieder, and M. Baoti' c, *Multi-parametric toolbox (MPT)*, 2004. [Online]. Available: http://control.ee.ethz.ch/mpt/

[P1] B. Stott, O. Alsac, and A. J. Monticelli, "Security analysis and optimization," *Proc. IEEE*, vol. 75, pp. 1623-1644, Dec. 1987.

[P2] J. Carpentier, "Contribution to the economic dispatch problem," Bull. Soc. France Elect., vol. 8, pp. 431-437, 1962.

[P3] H. W. Dommel and W. F. Tinney, "Optimal power flow solutions," *IEEE Trans. PAS*, vol. 87, pp. 1866-1876, 1968.

[P4] D. Sun, B. Ashley, B. Brewer, B. A. Hughes, and W. F. Tinney, "Optimal power flow by newton approach," *IEEE Trans. PAS*, vol. 103, pp. 2864-2875, 1984.

[P5] O. Alsac, J. Bright, M. Prais, and B. Stott, "Further developments in LP-based optimal power flow," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 5, pp. 697-711, 1990.

[P6] S. J. Wright, *Primal-Dual Interior Point Methods*, SIAM, 1997.

[P7] K. R. Frisch, The logarithmic potential method of convex programming, manuscript, university institute of economics, Oslo, Norway, 1955.

[P8] A. V. Fiacco and G. P. McCormick, *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*, John Wiley & Sons, 1968.

[P9] N. Karmarkar, "A new polynomial-time algorithm for linear programming," *Combinatorica*, vol. 4, pp. 373-395, 1984.

[P10] R. D. C. Monteiro and I. Adler, "Interior path following primal-dual algorithms. Part II: Convex quadratic programming," *Math. Program*, vol. 44, pp. 43-66, 1989.

[P11] S. Granville, "Optimal reactive dispatch through interior point methods," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 9, pp. 136-146, 1994.

[P12] G. L. Torres, and V. H. Quintana, "On a nonlinear multiple-centrality-corrections interior-point method for optimal power flow," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 16, pp. 222-228, 2001.

[P13] Z. Zhou, "Interior point based optimal voltage stability, oscillatory stability and ATC margin boundary tracing," Ph.D.

dissertation, Dept. Elect. Eng. and Comp. Eng., Iowa State Univ., 2004.

[P14] H. Song, "Equilibrium optimization (EOPT) with a nonlinear interior point method," *Proc. of 2006 IEEE PES GM, Montreal*, Quebec, 2006.

[P15] D. Gan, R. J. Thomas, and R. D. Zimmerman, "Stability-constrained optimal power flow," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 15, pp. 535-540, 2000.

[B1] Mesarovic, Mihajlo D, *Systems Theory and Biology*, Berlin: Springer-Verlag, 1968.

[B2] Klipp E, Herwig R, Kowald A, Wierling C, and Lehrach H. "Systems biology in practice: concepts, implementation and application," Wiley-VCH, Weinheim, 2005.

[B3] L. You and J. Yin, "Evolutionary design on a budget: robustness and optimality of bacteriophage T7," *IET Systems Biology*, vol. 153(2), pp. 46-52, March 2006.

[B4] W.J. Sutherland "The best solution" *Nature* 435:569, 2005.

[B5] Julio R Banga, "Optimization in computational systems biology," *BMC Systems Biology*, 2:47, 2008.

[B6] Pang-Kai Liu and Feng-Sheng Wan, "Inference of biochemical network models in S-System using multi-objective optimization approac," vol. 24, no. 8:1085-1092, 2008.

[B7] M. Clerc, J. Kennedy, "The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6(1), 58-73, 2002.

[B8] C. Houck, J. Joins, and M. Kay, "A genetic algorithm for function optimization: a matlab implementation," NCSU-IE, TR95-09, 1995.

[B9] 김석균, 김정수, 윤태웅, "산발적인 데이터를 이용한 HIV 변이모델의 파라미터 추정," 제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지, 제17권 제8호, pp. 753-759, 2011

[F1] M. Capinski, T. Zastawniak, *Mathematics for Finance: an Introduction to Financial Engineering*, Springer, 2010.

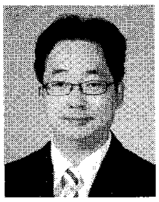
[F2] J.-L. Prigent. "Portfolio optimization and performance analysis," Chapman and Hall/CRC, 2007.

[F3] A. Sarychev, A. Shiryaev, M. Guerra, and M. do Rosario Grossinho, "Mathematical control theory and finance," Springer, 2010.

[F4] 우춘식, 김성하, "포트폴리오 제어거래전략의 유용성에 관한 연구", 금융공학연구, vol. 6, no. 1, pp. 117-145, 2007.

[F5] J. Primbs and Y. Yamada, "A new computational tool for analyzing dynamic hedging under transaction costs", Quantitative Finance, vol. 8, no. 4, pp. 405-413, June 2008.

저자약력



김정수

· 1998년 고려대학교 전기공학과 학사.
· 2000년, 2005년 동 대학원 석사, 박사.
· 2005-2008년, 서울대학교 자동화기술공동 연구소, 독일 Stuttgart대학, 영국 Leicester대학 박사후 연구원.
· 현재 서울과학기술대학교 제어계측공학과 조교수.
· 관심 분야 : 비선형 제어, 모델예측제어, 최적화 응용, 멀티에이전트 시스템, 시스템 생물학 등

송화창

· 1997년 고려대 전기공학과 졸업.
· 1999년, 2003년 동 대학원 석사, 박사 취득.
· 2003-2004년 미국 아이오와 주립대 post-doctoral scholar.
· 2005-2007년 군산대학교 전자정보공학부 조교수.
· 현재 서울과학기술대학교 전기공학과 부교수.