

## VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정

곽나은\* · 민동주 · 배호석  
서울대학교 에너지시스템공학부

### Reverse-time Migration for VTI and TTI Media

Naeun Kwak\*, Dong-Joo Min, and Ho Seuk Bae

*Dept. of Energy Systems Engineering, Seoul National University*

**요약:** 역시간 구조보정은 양방향 파동방정식을 이용하여 지하 구조를 영상화하는 정확성이 높은 구조보정 기법으로, 최근까지 주로 지하 매질을 등방성 매질로 가정하고 실시되어 왔다. 그러나 실제 지하매질은 이방성을 띠는 경우가 많으므로 역시간 구조보정 시 이를 고려한다면 영상의 정확도가 향상될 것으로 기대된다. 이에 본 연구에서는 대표적인 이방성 매질인 VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정 기술을 개발하였다. 이를 위하여 탄성 파동방정식을 음향 파동방정식으로 근사시킨 유사음향 파동방정식을 고차근사 유한차분법에 기반하여 모델링하였다. 역시간 구조보정 알고리즘으로는 상호상관을 이용한 영상화 기법과 가상 송신원을 이용한 영상화 기법을 모두 사용하였다. 완성된 알고리즘을 벤치마킹 모델인 Hess VTI 및 BP TTI 모델에 적용해본 결과, 본 연구에서 개발한 역시간 구조보정 알고리즘을 통하여 매질의 이방성을 고려해주었을 때 결과단면의 정확도가 크게 향상되는 것을 확인할 수 있었다.

**주요어:** 이방성, VTI, TTI, 역시간 구조보정, 유사음향 파동방정식

**Abstract:** Reserve-time migration (RTM) using a two-way wave equation is one of the most accurate migration techniques. RTM has been conducted by assuming that subsurface media are isotropic. However, anisotropic media are commonly encountered in reality. Conventional isotropic RTM may yield inaccurate results for anisotropic media. In this paper, we develop RTM algorithms for vertical transversely isotropic media (VTI) and tilted transversely isotropic media (TTI). For this, the pseudo-acoustic wave equations are used. The modeling algorithms are based on the high-order finite-difference method (FDM). The RTM algorithms are composed using the cross-correlation imaging condition or the imaging condition using virtual sources. By applying the developed RTM algorithms to the Hess VTI and BP TTI models, we could obtain better images than those obtained by the conventional isotropic RTM.

**Keywords:** anisotropy, VTI, TTI, reverse-time migration, pseudo-acoustic wave equation

## 서 론

반사법 탄성파탐사는 인공적인 지진파를 발생시켜 그 에너지가 지하 경계면에서 반사되어 되돌아오는 시간을 측정함으로써 지하 지질구조 또는 물성을 규명하는 물리탐사 기법으로, 석유·가스 등의 탄화수소 탐사에 많이 활용된다. 반사법 탄성파탐사는 크게 자료획득, 자료처리, 자료해석의 3단계로 이루어지는데 자료처리의 영상화 단계에서 실시되는 구조보정(migration)은 경사면에서의 반사 이벤트를 제 위치로 이동시

키고 회절 현상을 제거하여 실제와 유사한 지질구조 영상을 얻는 기법이다(Yilmaz, 2001).

구조보정은 결과단면의 세로축에 따라 시간 구조보정(time migration)과 심도 구조보정(depth migration)으로 나누어진다. 단면의 세로축이 시간으로 표시되는 시간 구조보정은 중합 단면과의 직접적인 비교가 가능하지만, 속도 변화가 심하고 지질구조가 복잡한 구조에 적용시킬 경우 그 정확성이 떨어진다는 단점이 있다. 반면 세로축이 심도로 표시되는 심도 구조보정은 깊이에 대한 정보를 직접적으로 나타내므로 속도 변화가 심하고 지질구조가 복잡한 구조의 경우에도 정확한 결과단면을 제공한다. 최근에는 중합단계 전에 실시되는 중합심도 구조보정(prestake depth migration)이 많이 쓰이고 있는데, 대표적인 기법으로 키르히호프 구조보정(Kirchhoff migration)과 역시간 구조보정(reverse-time migration: RTM)이 있다(Liner, 1999; Yilmaz, 2001).

2011년 6월 13일 접수; 2011년 6월 27일 수정; 2011년 7월 1일 채택  
\*Corresponding author

E-mail: nekwak@gmail.com

Address: 36-209, Dept. of Energy Systems Engineering,  
Seoul National University, 599 Gwanak-ro, Gwanak-gu,  
Seoul 151-744, Korea

키르히호프 구조보정은 파동의 주시 및 진폭을 이용하는 파선추적 기법에 기초하여 수행되며, 계산 비용이 적게 들고 이론적으로 간단하여 가장 널리 쓰이는 기법이다. 그러나 암염 구조와 같이 속도 변화가 심하고 구조적으로 복잡한 경우에는 파동의 주시를 정확하게 계산하는 것이 어렵다는 단점이 있다. 반면 역시간 구조보정은 양방향 파동방정식을 이용하므로 속도 변화가 심하고 경사가 급한 경우에도 적용이 가능하다. 또한 실제 파의 전파 양상과 동일하게 반사파, 굴절파, 회절파, 다중반사파 등을 묘사해내며 실제 진폭을 가장 잘 보존하므로 정확성이 높은 기법이라고 할 수 있다(Baysal *et al.*, 1983; Whitmore, 1983; Zhang and Sun, 2009). 이러한 장점에도 불구하고 역시간 구조보정은 상대적으로 계산 시간이 오래 걸린다는 단점 때문에 잘 쓰이지 않았으나, 최근 들어 병렬 컴퓨터 기술이 발전함에 따라 그 활용도가 점차 높아지고 있다.

기존의 역시간 구조보정에 대한 연구는 주로 지하 매질을 방향에 따른 물성 변화가 없는 등방성 매질로 가정하고 수행되어 왔다. 그러나 실제 지하 매질은 암석 입자의 물성이 방향에 따라 다른 이방성을 띠는 경우가 많다. 이방성 매질과 관련하여 국내에서는 횡등방성 매질에서의 탄성과 주시 토모그래피(장성형 등, 1993; 정창호 등, 2007)와 극이방성 매질의 이방성 특성이 전파형음파검층에 미치는 영향(변중무 등, 2008)에 대한 연구가 진행된 바 있다. 또한 이방성 매질에서의 탄성과 파 모델링 및 경계조건에 대한 연구가 이호용 등(2008a, 2008b)과 한병호 등(2010)에 의하여 진행되었으며 하영수와 신성렬(2010, 2011)은 축소모형 실험을 통하여 횡등방성 매질에서의 탄성과 이방성 특성을 구현하였다. 그러나 이방성 매질에서의 역시간 구조보정과 관련하여서는 아직 많은 연구가 이루어지지 않은 실정이다. 따라서 본 연구에서는 대표적인 이방성 매질인 VTI (vertical transversely isotropy) 및 TTI (tilted transversely isotropy) 매질에서의 역시간 구조보정 알고리즘을 개발하고, 이를 인공 탄성과 탐사자료에 적용해보고자 한다.

VTI 매질과 TTI 매질은 기본적으로 음향 매질이 아닌 탄성 매질이므로 P파와 SV파가 결합하여 전파하며, 이는 탄성 파동방정식으로 묘사된다. 탄성 파동방정식을 이용하여 역시간 구조보정을 실시할 경우에는 P파와 S파 모드를 분리하여 사용하여야 하는데, 이 분리 과정이 쉽지 않을 뿐만 아니라 결과의 해석이 어렵고 계산 비용도 많이 든다는 단점이 있다(Yan and Sava, 2008). 이러한 이유로 VTI 및 TTI 매질에서의 음향 파동방정식을 유도하려는 연구가 활발하게 진행되어 왔다(Alkhalifah, 2000; Klie and Toro, 2001; Zhou *et al.*, 2006a, 2006b; Hestholm, 2007; Du *et al.*, 2008, 2010; Duveneck *et al.*, 2008; Zhang and Zhang, 2008; Fletcher *et al.*, 2008, 2009; Liu *et al.*, 2009; Chu *et al.*, 2011). 그중 본 연구에서는 Fletcher *et al.* (2009)이 제안한 유사음향 파동방정식(pseudo-acoustic wave equation)을 이용하여 VTI 및 TTI 매질에서의 모델링 알고리즘을 구성하였으며, 수치해석기법으로는 고차근

사 유한차분법(high-order finite-difference method)을 사용하였다. 또한 역시간 구조보정 알고리즘으로는 상호상관 영상화 조건(cross-correlation imaging condition) 또는 가상 송신원을 이용하는 방법을 각각 이용하였다.

## VTI와 TTI 매질

횡등방성(transversely isotropy) 매질은 하나의 대칭축을 갖는 거울대칭 구조에서 대칭축에 수직인 각 평면이 등방성을 띠는 매질로서, 탄성파탐사 시 가장 흔하게 나타나는 매질 중의 하나이다(Tsvankin, 2001). 횡등방성 매질은 Fig. 1과 같이 대칭축의 방향에 따라 VTI, HTI (horizontal transversely isotropy), TTI 매질로 나누어진다. 대칭축의 방향은 주로 중력과 국부 응력(regional stress)에 의해 결정되는데, 둘 중 중력이 우세한 경우 수직축이 대칭축인 VTI 매질이 된다. 대부분의 세일은 수평 방향의 층상 구조를 가지므로 VTI 매질에 속한다. 반대로 국부 응력이 우세한 경우 가로축이 대칭축인 HTI 매질이 되며, 대칭축이 수직축 및 가로축에 대하여 기울어진 경우를 TTI 매질이라고 한다. TTI 매질은 VTI 및 HTI 매질에 비하여 경사각이라는 변수가 추가되므로 조금 더 복잡한 구조라고 할 수 있는데, 암염돔 옆의 경사진 세일층이 대표적이다(Ikelle and Amundsen, 2005).

매질의 이방성은 기본적으로 강성(stiffness) 텐서를 이용하여 수치화할 수 있다. 식 (1)의 일반화된 후크의 법칙(generalized Hooke's law)에 따르면 탄성 한계 내에서 변형률(strain)은 응력(stress)  $\sigma_{ij}$ 에 비례하며, 이때의 비례 상수  $c_{ijkl}$ 가 강성 텐서이다.

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 c_{ijkl} e_{kl} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

여기서 숫자 1, 2, 3은 각각  $x, y, z$  방향을 의미한다.  $c_{ijkl}$ 은 식 (2)와 같은 대칭성에 의하여 총 21개의 독립적인 계수로 존재하는데,  $c_{ijkl}$ 의 첨자  $ij$ 와  $kl$ 을 각각 1에서 6 사이의 값을 가지는 첨자  $I$ 와  $J$ 로 변환하면 식 (3)과 같은 강성 행렬을 얻을 수 있다.

$$c_{ijkl} = c_{ijlk} = c_{jikl} = c_{klij} \quad (2)$$

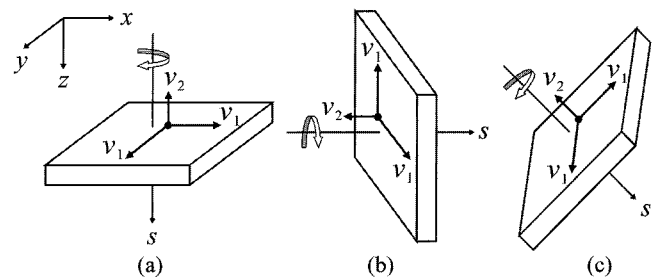


Fig. 1. The structures of (a) VTI, (b) HTI, and (c) TTI models.  $S$  indicates the symmetry axis.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

VTI 매질의 강성 행렬은 식 (4)와 같이 5개의 강성 계수  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{66}$ 의 조합으로 표현된다.

$$[C_{VTI}] = \begin{bmatrix} C_{11} & (C_{11}-2C_{66})C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (C_{11}-2C_{66}) & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4)$$

강성 행렬을 이용하면 VTI 및 TTI 매질에서의 파의 거동을 탄성 파동방정식으로 나타낼 수 있다. 그러나 이 경우 이방성이 파동의 전파에 미치는 영향을 분석하기 어렵고 수식이 복잡해진다는 단점이 있다. 이에 Thomsen (1986)은 VTI 매질의 강성 계수들을 이용하여 다음과 같이 매질의 이방성을 정량화하는 새로운 매개변수들을 정의하였다.

$$\begin{aligned} v_{P_z} &= \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \\ v_{S_z} &= \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \\ \varepsilon &= \frac{C_{11}-C_{33}}{2C_{33}} \\ \delta &= \frac{(C_{13}+C_{44})^2 - (C_{33}-C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33}-C_{44})} \\ \gamma &= \frac{C_{66}-C_{44}}{2C_{44}} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $v_{P_z}$ 는 P파의 수직방향 속도,  $v_{S_z}$ 는 S파의 수직방향 속도를 나타낸다. 또한  $\varepsilon$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ 는 매질의 이방성 강도를 직접적으로 나타내는 무차원 변수들로, 등방성일 경우 0의 값을 가진다.

### VTI와 TTI 매질에서의 유사음향 파동방정식

기존의 등방성 역시간 구조보정은 지하 매질을 등방성으로 가정하고 식 (6)과 같은 음향 파동 방정식을 이용하여 P파의 거동을 모델링한다.

$$\frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + f \quad (6)$$

여기서  $p$ 는 압력 파동장(pressure field),  $v_p = \sqrt{\kappa/\rho_A}$ 는 P파 속도,  $\kappa$ 와  $\rho_A$ 는 각각 음향 매질에서의 체적탄성률과 밀도이며

$f$ 는 송신원 함수를 나타낸다.

VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정 알고리즘을 구성하기 위해서는 탄성 파동방정식을 이용하여 파의 거동을 모델링해야 한다. 그러나 탄성 파동방정식을 이용하여 역시간 구조보정을 실시하는 것은 모드 분리 등 여러 가지 어려움이 존재한다(Yan and Sava, 2008). 이에 본 연구에서는 탄성 파동방정식을 음향 파동방정식으로 근사시킨 유사음향 파동방정식을 이용하였는데, 유사음향 파동방정식은 P파의 운동학적인 성질을 거의 정확하게 묘사해낸다(Alkhalifah, 2000). 본 연구에 이용된 Fletcher *et al.* (2009)의 TTI 매질에서의 유사음향 파동방정식 및 이로부터 간단히 얻어지는 VTI 매질에서의 유사음향 파동방정식은 다음과 같은 과정을 통해 유도된다.

Daley and Hron (1977)에 따르면 크리스토펠(Christoffel) 방정식으로부터 균질한 TTI 매질에 대한 P파와 SV파 및 SH파의 위상 속도를 구할 수 있고, 이로부터 자유 공간에서의 P파와 SV파의 결합 거동을 설명하는 아래와 같은 분산 방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega^4 &= [(v_{P_x}^2 + v_{S_z}^2)(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2) + (v_{P_z}^2 + v_{S_z}^2)\hat{k}_z^2] \omega^2 - v_{P_x}^2 v_{S_z}^2 (\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2)^2 \\ &\quad - v_{P_z}^2 v_{S_z}^2 \hat{k}_z^4 + [v_{P_z}^2 (v_{P_n}^2 - v_{P_x}^2) - v_{S_z}^2 (v_{P_n}^2 + v_{P_z}^2)] (\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2) \hat{k}_z^2 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $v_{P_z}$ 는 P파의 대칭축방향 속도,  $v_{P_n} = v_{P_z} \sqrt{1+2\delta}$ 은 P파의 수직 시간차(normal moveout: NMO) 속도,  $v_{P_x} = v_{P_z} \sqrt{1+2\varepsilon}$ 는 대칭면에서의 P파의 속도이며  $v_{S_z}$ 는 SV파의 대칭축방향 속도이다. 그리고  $p$ 는 포괄적인 스칼라 파동장을 나타내며  $\omega$ 는 각주파수,  $\varepsilon$ 와  $\delta$ 는 Thomsen의 이방성 매개변수이다.  $\hat{k}_x$ ,  $\hat{k}_y$ ,  $\hat{k}_z$ 는 대칭축을 기준으로 회전된 좌표계에서의 공간파수를 나타내는데, 이는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \hat{k}_x &= k_x \cos \theta \cos \phi + k_y \cos \theta \sin \phi - k_z \sin \theta \\ \hat{k}_y &= -k_x \sin \phi + k_y \cos \phi \\ \hat{k}_z &= k_x \sin \theta \cos \phi + k_y \sin \theta \sin \phi + k_z \cos \theta \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\theta$ 는 수직축에 대한 경사각,  $\phi$ 는 방위각이다. 식 (8)을 식 (7)에 대입하면

$$\begin{aligned} \omega^4 &= [(v_{P_x}^2 + v_{S_z}^2)f_2 + (v_{P_z}^2 + v_{S_z}^2)f_1] \omega^2 - v_{P_x}^2 v_{S_z}^2 f_2 f_2 \\ &\quad - v_{P_z}^2 v_{S_z}^2 f_1 f_1 + [v_{P_z}^2 (v_{P_n}^2 - v_{P_x}^2) - v_{S_z}^2 (v_{P_n}^2 + v_{P_z}^2)] f_1 f_2 \end{aligned} \quad (9)$$

와 같고 여기서

$$\begin{aligned} f_1 &= k_x^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi + k_y^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi + k_z^2 \cos^2 \theta \\ &\quad + k_x k_y \sin^2 \theta \sin 2\phi + k_y k_z \sin 2\theta \sin \phi + k_x k_z \sin 2\theta \cos \phi \\ f_2 &= k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - f_1 \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 식 (9)의 양변에 압력 파동장으로 새로이 정의한  $p(\omega, k_x, k_y, k_z)$ 를 곱하고, 0이 아닌 값의 매개변수  $\alpha$ 가 포함된 식 (11)과 같은 보조 파동장  $q(\omega, k_x, k_y, k_z)$ 를 도입하면 식 (9)는 식

(12)와 같이 바뀐다.

$$q = \frac{(v_{Pn}^2 - v_{Sz}^2)f_2}{\alpha(\omega^2 - v_{Sz}^2f_2 - v_{Pz}^2f_1)}p \quad (11)$$

$$\omega^2 p = v_{Pz}^2 f_2 p + v_{Sz}^2 f_1 p + \alpha(v_{Pz}^2 - v_{Sz}^2)f_1 q \quad (12)$$

식 (10)~(12)에 Claerbout (1985)가 제시한  $k_x \leftrightarrow -i(\partial/\partial x)$ ,  $k_y \leftrightarrow -i(\partial/\partial y)$ ,  $k_z \leftrightarrow -i(\partial/\partial z)$ ,  $\omega \leftrightarrow i(\partial/\partial t)$  관계를 이용하여 역 푸리에 변환(inverse Fourier transform)을 실시하고 매개변수  $\alpha$ 를 1로 두면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= v_{Pz}^2 H_2 p + v_{Pz}^2 H_1 q + v_{Sz}^2 H_1 (p - q) + f \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= v_{Pn}^2 H_2 p + v_{Pz}^2 H_1 q - v_{Sz}^2 H_2 (p - q) + f \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $f$ 는 송신원 함수를 나타내며,

$$\begin{aligned} H_1 &= \sin^2 \theta \cos^2 \phi \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \sin^2 \theta \sin^2 \phi \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \cos^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ &\quad + \sin^2 \theta \sin 2\phi \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \sin 2\theta \sin \phi \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + \sin 2\theta \cos \phi \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ H_2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - H_1 \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 이때 이방성 매개변수들은 TTI 매질에서의 강성 계수들에 대한 에너지 제약(Tsvankin, 2001)으로 인하여 다음의 안정 조건을 만족해야 한다.

$$\varepsilon - g^2 - g\delta + g + (1-g)\sqrt{g(g+2\delta)} \geq 0 \quad (15)$$

여기서

$$g = 1 - \frac{v_{Sz}^2}{v_{Pz}^2} \quad (16)$$

이다. Alkhalifah (2000)의 근사법에 따라 식 (13)의  $v_{Sz}$ 를 0으로 두게 되면 최종적으로 TTI 매질에서의 유사음향 파동방정식을 얻을 수 있다. 그런데 이 식은 Fig. 2에서 볼 수 있듯이 P파 뿐만 아니라 SV파로부터 기인한 다이아몬드 형태의 인공잡음(artifact)도 함께 전파시키며(Grechka *et al.*, 2004), 경사각의 변화가 심한 경우 이로 인하여 수치해석해가 발산할 수 있다는 문제점이 있다(Fletcher *et al.*, 2009). 이 유사음향 파동방정식 대신 Liu *et al.* (2009) 또는 Chu *et al.* (2011)이 제안한 순수한 음향 파동방정식을 이용하면 인공잡음이 발생하는 것을 사전에 방지할 수 있으나, 여러 번의 푸리에 변환 및 역 푸리에 변환을 거쳐야 하기 때문에 계산 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 Alkhalifah (2000)가 제시한 대로 송신원을 타원 이방성(elliptically anisotropic) 매질에 위치시킴으로써 인공잡음의 초기 발생을 방지하고자 하였다.

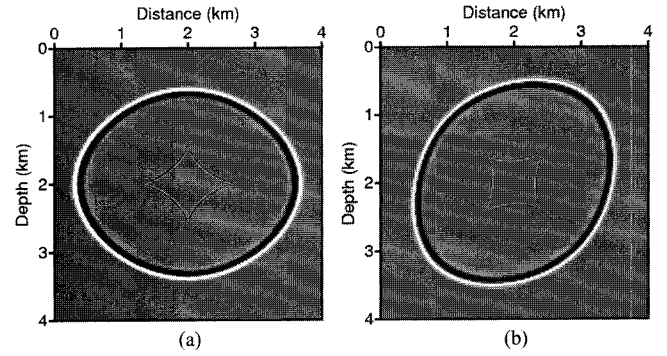


Fig. 2. Snapshots of pressure wavefield at time  $t=0.5$  s in (a) a VTI medium with  $v_{Pz} = 3$  km/s,  $v_{Sz} = 0$  km/s,  $\varepsilon = 0.24$ , and  $\delta = 0.1$ , and (b) a TTI medium with  $v_{Pz} = 3$  km/s,  $v_{Sz} = 0$  km/s,  $\varepsilon = 0.24$ ,  $\delta = 0.1$ , and  $\theta = 45^\circ$ . The source is located at the center of the model and Ricker wavelet is used as the source wavelet.

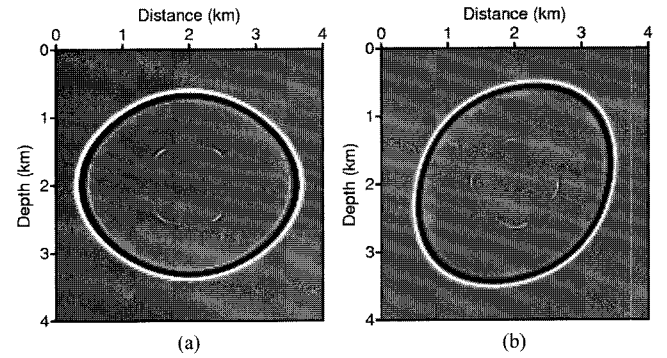


Fig. 3. Snapshots of pressure wavefield at time  $t=0.5$  s in (a) a VTI medium with  $v_{Pz} = 3$  km/s,  $\sigma = 0.75$ ,  $\varepsilon = 0.24$ , and  $\delta = 0.1$ , and (b) a TTI medium with  $v_{Pz} = 3$  km/s,  $\sigma = 0.75$ ,  $\varepsilon = 0.24$ ,  $\delta = 0.1$ , and  $\theta = 45^\circ$ . The source is located at the center of the model and Ricker wavelet is used as the source wavelet.

그러나 이 경우에도 반사면에서 모드 변환이 일어나면서 결국 인공잡음이 발생하게 되므로, Fletcher *et al.* (2009)이 제안한 다음의 관계식에서 변수  $\sigma$ 를 0.75로 설정함으로써 추가적으로 인공잡음을 변형 및 감쇠시켰다. Fig. 3은  $\sigma$ 를 0.75로 설정하였을 때의 유사음향파의 전파 양상을 보여준다.

$$\sigma = \frac{v_{Pz}^2}{v_{Sz}^2}(\varepsilon - \delta) \quad (17)$$

이상에서 설명한 TTI 매질에서의 유사음향 파동방정식에서 경사각  $\theta$ 를  $0^\circ$ 로 고정시키면 VTI 매질에 대한 식으로 변형되며, 본 연구에서 개발한 VTI 매질에서의 역시간 구조보정은 이를 이용하여 VTI 매질에서의 P파 거동을 모델링하였다.

## 역시간 구조보정 알고리즘

역시간 구조보정의 알고리즘에는 크게 상호상관 영상화 조건을 이용하는 방법과 가상 송신원을 이용하는 방법이 있다.

다음에서는 각각의 알고리즘을 수식을 이용하여 설명하고, VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정을 실시할 경우 각 알고리즘이 어떻게 적용되는지 살펴보겠다.

### 상호상관 영상화 조건을 이용한 역시간 구조보정

상호상관 영상화 조건에 따르면 격자화된 매질 내  $j$  번째 점에서의 역시간 구조보정값  $\phi_j$ 는 송신원에 의하여 하향 전파하는 송신원 파동장과 지하에서 반사되어 상향 전파하는 파동장의 영지연 상호상관(zero-lag cross-correlation)으로 구할 수 있다(Claerbout, 1971). 그런데 상향 전파하는 파동장을 예측하여 모델링하는 것이 쉽지 않으므로 실제 계산 시에는 식 (18)과 같이 수신기에 기록된 현장 자료를 역시간으로 전파시켜 얻은 역전파 파동장을 구하고 이를 송신원 파동장과 영지연 컨볼루션(zero-lag convolution)을 통해 영상값을 얻는 기법을 사용한다.

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^{T_{\max}} u_{ij}(t) b_{ij}(T_{\max}-t) dt \quad (j=1, 2, \dots, n_p) \quad (18)$$

여기서  $u_{ij}(t)$ 는  $i$  번째 송신원에 의해  $j$  번째 점에서 얻어지는 송신원 파동장,  $b_{ij}(t)$ 는  $i$  번째 송신원에 의해 수신기에서 기록된 파동장을 역전파함으로써  $j$  번째 점에서의 얻어지는 파동장을 의미하며  $n_s$ 는 총 송신원 수,  $n_p$ 는 총 격자점 수,  $T_{\max}$ 는 총 기록 시간을 나타낸다.

등방성 매질에 대하여 역시간 구조보정을 실시할 경우 송신원 파동장  $u_{ij}(t)$ 는 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\left( \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) u_{ij}(t) = \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \delta(z-z_i) f(t) \quad (19)$$

여기서  $\nabla^2$ 는 라플라시안(Laplacian) 연산자이며,  $x_i, y_i, z_i$ 는 직교좌표계에서의  $i$  번째 송신원의 위치,  $f(t)$ 는 송신파형 함수이다. 매질이 VTI 또는 TTI 매질인 경우에는 앞에서 설명한 유사음향 파동방정식을 이용하여 다음과 같이  $u_{ij}(t)$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_{px}^2 H_2 - v_{sz}^2 H_1 \right) u_{ij}(t) + (v_{sz}^2 H_1 - v_{pz}^2 H_1) q_{ij}(t) \\ &= \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \delta(z-z_i) f(t) \\ & (v_{sz}^2 H_2 - v_{px}^2 H_2) u_{ij}(t) + \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_{pz}^2 H_1 - v_{sz}^2 H_2 \right) q_{ij}(t) \\ &= \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \delta(z-z_i) f(t) \end{aligned} \quad (20)$$

역전파 파동장  $b_{ij}(t)$ 는 매질이 등방성인 경우 다음과 같이 계산된다.

$$\left( \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) b_{ij}(t) = \delta(x-x_k) \delta(y-y_k) \delta(z-z_k) d_{ik}(T_{\max}-t) \quad (21)$$

여기서  $x_k, y_k, z_k$ 는  $k$  번째 수신기의 위치이고  $d_{ik}(t)$ 는  $i$  번째 송신원에 의해  $k$  번째 수신기에 기록된 현장 자료이다. VTI 또는 TTI 매질인 경우  $b_{ij}(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_{px}^2 H_2 - v_{sz}^2 H_1 \right) b_{ij}(t) + (v_{sz}^2 H_1 - v_{pz}^2 H_1) q_{ij}(t) \\ &= \delta(x-x_k) \delta(y-y_k) \delta(z-z_k) d_{ik}(T_{\max}-t) \\ & (v_{sz}^2 H_2 - v_{px}^2 H_2) b_{ij}(t) + \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_{pz}^2 H_1 - v_{sz}^2 H_2 \right) q_{ij}(t) \\ &= \delta(x-x_k) \delta(y-y_k) \delta(z-z_k) d_{ik}(T_{\max}-t) \end{aligned} \quad (22)$$

### 가상 송신원을 이용한 역시간 구조보정

파형역산과 역시간 구조보정은 기본적으로 그 알고리즘이 유사하다. 이에 Shin *et al.* (2003)은 파형역산의 원리를 이용하여 격자화된 매질 내  $j$  번째 점에서의 구조보정값  $\phi_j$ 를 편미분 파동장(partial derivative wavefield)과 현장 자료의 영지연 상호상관으로 구하는 역시간 구조보정 알고리즘을 제안하였다.

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{k=1}^{n_r} \int_0^{T_{\max}} \frac{\partial u_{ik}(t)}{\partial m_j} d_{ik}(t) dt \quad (j=1, 2, \dots, n_p) \quad (23)$$

여기서  $u_{ik}(t)$ 는  $i$  번째 송신원에 의한  $k$  번째 수신기에서의 송신원 파동장,  $\partial u_{ik}(t)/\partial m_j$ 는  $j$  번째 격자점에서의 매개변수  $m$ 에 대한  $k$  번째 수신기에서의 편미분 파동장, 그리고  $d_{ik}(t)$ 는  $i$  번째 송신원에 의하여  $k$  번째 수신기에 기록된 현장 자료를 나타낸다.  $T_{\max}$ 는 총 기록 시간이며  $n_s$ 는 총 송신원 수,  $n_r$ 는 총 수신기 수,  $n_p$ 는 총 격자점 수이다. 위 식에서 편미분 파동장을 직접 계산하는 것은 지나치게 많은 계산시간이 필요하므로 가상 송신원(virtual source)을 도입하기로 하며, 이를 이해하기 쉬운 주파수 영역에서 설명하면 다음과 같다.

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^{\omega_{\max}} \text{Re} \left[ \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}_i(\omega)}{\partial m_j} \right]^T \tilde{\mathbf{d}}_i^*(\omega) d\omega \quad (24)$$

위 식에서  $\omega$ 는 각주파수, 위첨자  $T$ 는 벡터의 전치(transpose)를 의미하여 위첨자 \*는 공액 복소수,  $\text{Re}$ 는 복소수의 실수 부분을 나타낸다.  $\tilde{\mathbf{u}}_i(\omega)$ 와  $\tilde{\mathbf{d}}_i(\omega)$ 는 각각 푸리에 변환된 송신원 파동장 벡터와 현장 자료 벡터를 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}_i(\omega) &= [\tilde{u}_{i1}(\omega) \tilde{u}_{i2}(\omega) \cdots \tilde{u}_{ik}(\omega) \cdots \tilde{u}_{im}(\omega)] \\ \tilde{\mathbf{d}}_i(\omega) &= [\tilde{d}_{i1}(\omega) \tilde{d}_{i2}(\omega) \cdots \tilde{d}_{ik}(\omega) \cdots \tilde{d}_{im}(\omega)] \end{aligned} \quad (25)$$

이와 관련하여 주파수 영역에서의 모델링을 행렬 형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\mathbf{S} \tilde{\mathbf{u}}_i = \tilde{\mathbf{f}}_i \quad (26)$$

여기서  $\mathbf{S} = \mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} + \omega^2\mathbf{M}$ 는 복소 임피던스 행렬로서  $\mathbf{K}$ 는 강성 행렬,  $\mathbf{C}$ 는 감쇠(damping) 행렬,  $\mathbf{M}$ 은 질량(mass) 행렬이

며,  $\tilde{f}_i$ 는  $i$ 번째 송신원 벡터를 나타낸다. 식 (26)의 양변을  $m_j$ 에 대하여 미분하면  $m_j$ 에 대한 편미분 파동장 벡터는 다음과 같이 얻어지고,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial m_j} &= \mathbf{S}^{-1} \left( -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_j} \tilde{u}_i \right) \\ &= \mathbf{S}^{-1} \mathbf{f}_{ij}^v \end{aligned} \quad (27)$$

이는  $-\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_j} \tilde{u}_i$ 로 정의되는 가상 송신원 벡터  $\mathbf{f}_{ij}^v$ 를 송신원으로 두고 모델링함으로써 얻어진다. 식 (27)을 식 (25)에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^{\omega_{\max}} \text{Re}[(\mathbf{f}_{ij}^v)^T (\mathbf{S}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{d}}_i^*] d\omega \quad (28)$$

행렬  $\mathbf{S}$ 가 대칭 행렬이라고 가정하면  $\mathbf{S}^T = \mathbf{S}$ 이므로

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^{\omega_{\max}} \text{Re}[(\mathbf{f}_{ij}^v)^T \mathbf{S}^{-1} \tilde{\mathbf{d}}_i^*] d\omega \quad (29)$$

가 된다. 이는 가상 송신원과 현장 자료를 역전파시켜 얻은 파동장의 곱으로, 최종적으로 시간 영역에서는 가상 송신원과 현장 자료를 역전파시켜 얻은 파동장의 영지연 컨볼루션으로 변환된다.

VTI 또는 TTI 매질에서의 유사음향 파동방정식을 이용하여 역시간 구조보정을 실시하는 경우에는  $\mathbf{S}$ 가 대칭행렬이 아니므로 식 (28)과 같이  $\mathbf{S}^T$ 를 직접 계산하여야 한다. 본 연구에서는 계산의 편의를 위하여 행렬  $\mathbf{S}$ 를 대칭 행렬로 가정하고 가상 송신원을 이용한 VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정을 실시하였으며, 이를 상호상관 영상화 조건을 이용한 결과와 비교해 보았다.

### 수치예제

완성된 역시간 구조보정 알고리즘을 수치예제에 적용해 보고 실제 자료에의 적용가능성 및 타당성을 검증해 보았다. 이를 위하여 VTI 매질을 모형화한 Hess VTI 모델에 대하여 기존의 등방성 역시간 구조보정과 VTI 역시간 구조보정을 각각 실시하였으며, TTI 매질을 모형화한 BP TTI 모델에 대하여 기존의 등방성 역시간 구조보정과 TTI 역시간 구조보정을 각각 실시하였다.

#### Hess VTI 모델에 대한 VTI 역시간 구조보정

Hess VTI 모델은 멕시코 만의 물성을 바탕으로 Hess Corporation에서 제작한 VTI 매질의 모델로, Fig. 4와 같이 수직 P파 속도와 Thomsen의 이방성 매개변수인  $\epsilon$  및  $\delta$  단면으로 구성된다. 지질학적으로는 독립적인 암염 구조와 가파른 경사의 단층면을 포함하고 있으며, 모델의 크기는 가로 방향으로

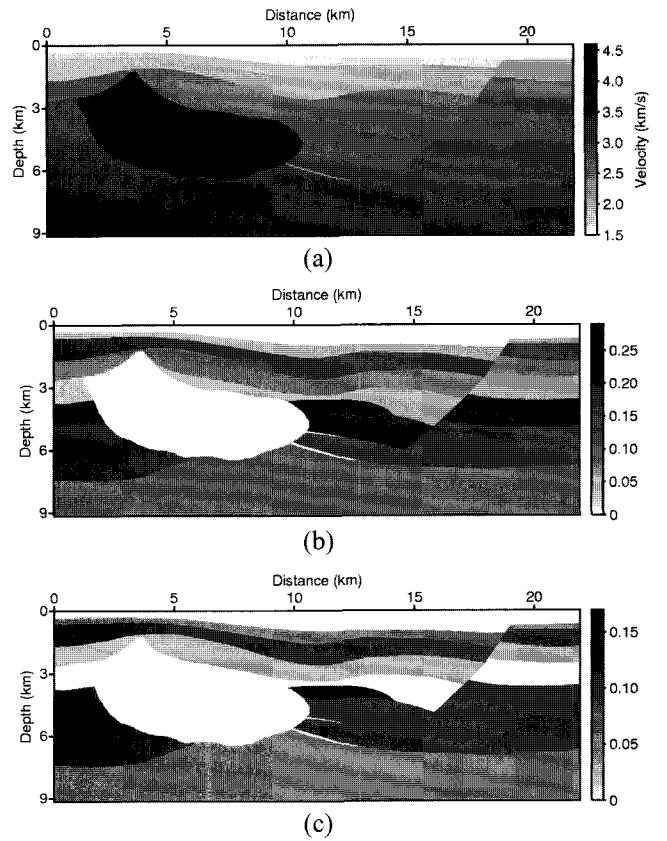


Fig. 4. HESS VTI model: (a) Vertical P-wave velocity model, (b) Thomsen's  $\epsilon$  model, and (c)  $\delta$  model.

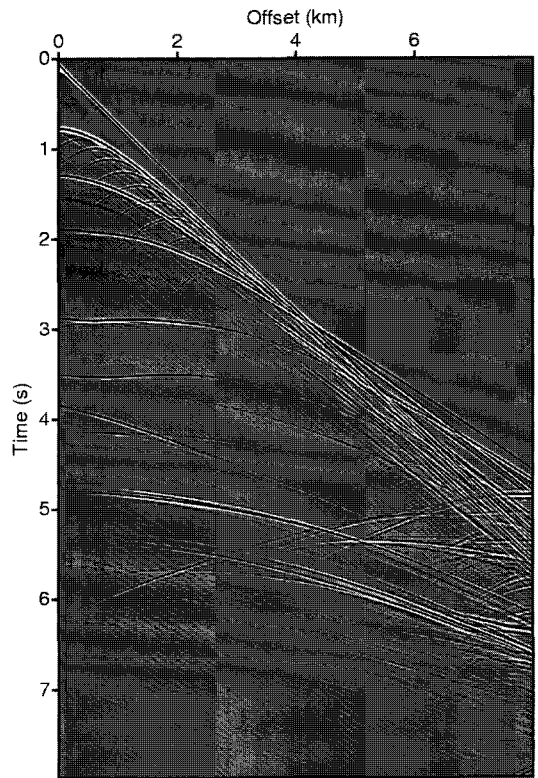


Fig. 5. The 360th common-shot gather of the Hess VTI dataset.

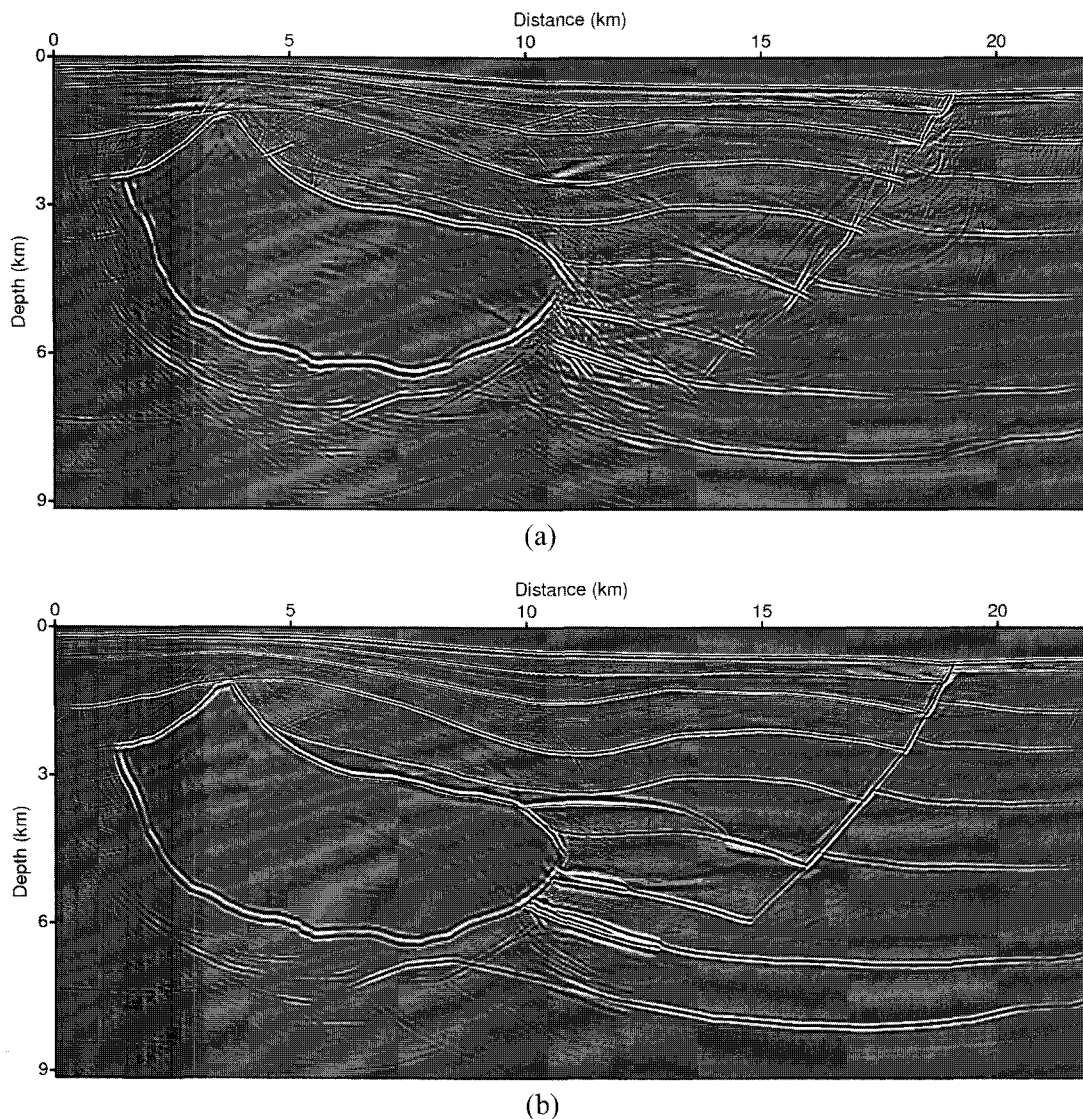
22.043 km, 깊이 방향으로 9.144 km이다. 이 모델에 대한 인공 탐사자료로는 Hess에서 스탠포드대학교 SEPLIB에서 개발한 유한차분 모델링 소프트웨어를 통해 만든 자료를 사용하였다. 송신원은 0.03 km 간격으로 총 720개가 사용되었으며, 채널(channel) 간격은 0.012 km이다. 그리고 최소 벌림(offset)은 0 km, 최대 벌림은 7.986 km이며 샘플링 간격은 0.006초, 총 기록 시간은 7.992초이다. Fig. 5에 360번째 송신원에 대한 공통송신원 모음도(common-shot gather)를 도시하였다.

Hess VTI 모델에 대한 등방성 및 VTI 역시간 구조보정을 위하여 최대 주파수가 20 Hz인 리커(Ricker) 함수를 송신파형으로 사용하였으며, 모델의 경계에는 스펀지 흡수 경계 조건을 적용시켰다. 또한 역시간 구조보정 후에는 추가적으로 라플라시안 필터를 적용시켜 저주파수의 잡음을 감쇠시키고 필요에 따라 이득(gain) 과정을 거쳤다. Fig. 6은 상호상관 영상화 조

건을 이용한 결과단면으로, 기존의 등방성 역시간 구조보정 결과에 비해 VTI 역시간 구조보정을 실시하였을 때 정확성이 크게 향상된 것을 확인할 수 있었다. 구체적으로 살펴보면, VTI를 고려한 경우에 암염의 오른쪽 경계면 및 가파른 단층면과 같은 급경사 구조가 잘 영상화된 것을 볼 수 있었다. 또한 주변의 지층과 비교하여 속도의 변화는 없으나 이방성 성질이 달라지는 가로 10 ~ 15 km, 깊이 3 ~ 4 km에 위치하는 지층은 VTI 구조보정을 실시했을 때에만 뚜렷하게 영상화되는 것으로 나타났다. Fig. 7은 가상 송신원을 이용하여 역시간 구조보정을 실시한 결과로, Fig. 6와 비교하였을 때 진폭 등의 차이는 있으나 지하 경계면을 동일하게 찾아냄을 알 수 있었다.

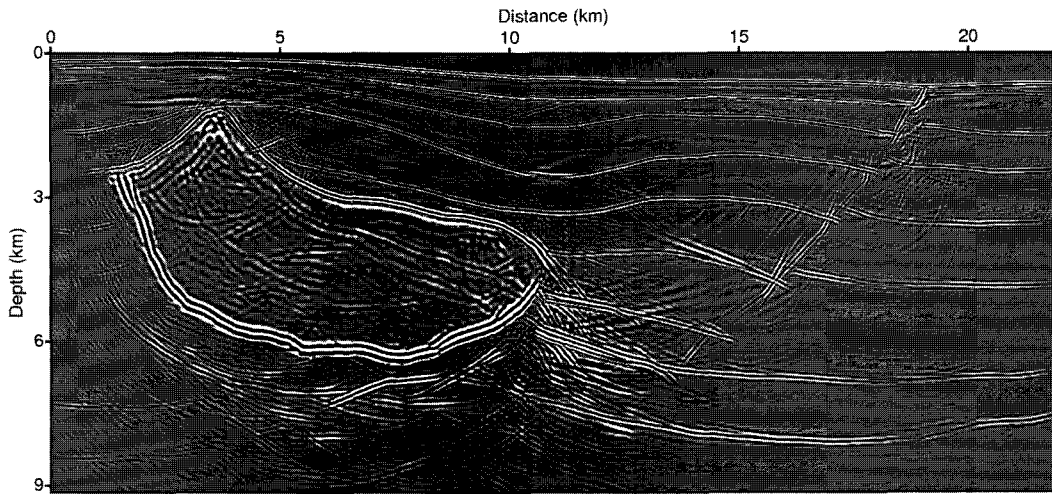
### BP TTI 모델에 대한 TTI 역시간 구조보정

BP TTI 모델은 BP Exploration Operation Company Limited

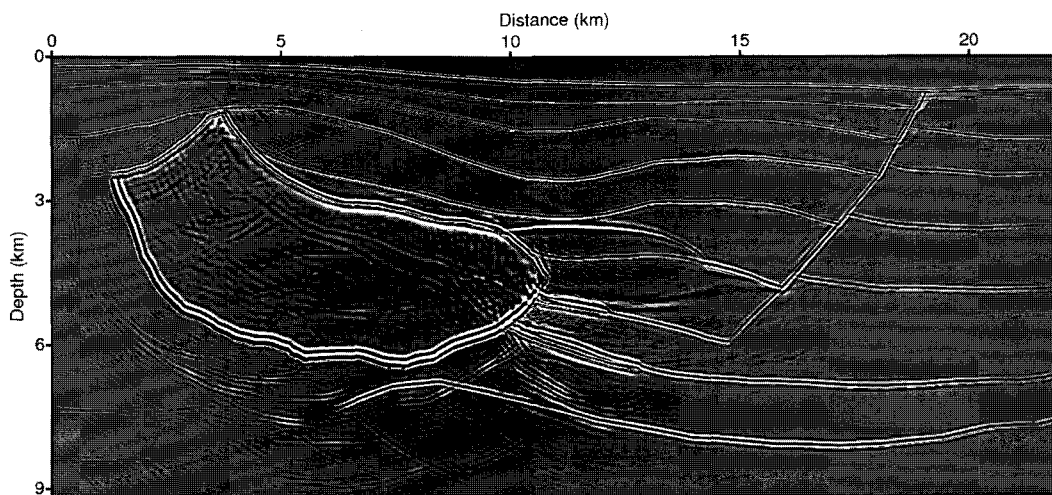


**Fig. 6.** RTM results for the Hess VTI model obtained by using the algorithm which propagates the source wavefield forward and the field data backward in time. The Laplacian filter and time-variant filter are applied to the migrated images: (a) Isotropic RTM image and (b) VTI RTM image.





(a)



(b)

Fig. 7. RTM results for the Hess VTI model obtained by computing virtual sources instead of forward modeling. The Laplacian filter is applied to the migrated images: (a) Isotropic RTM image and (b) VTI RTM image.

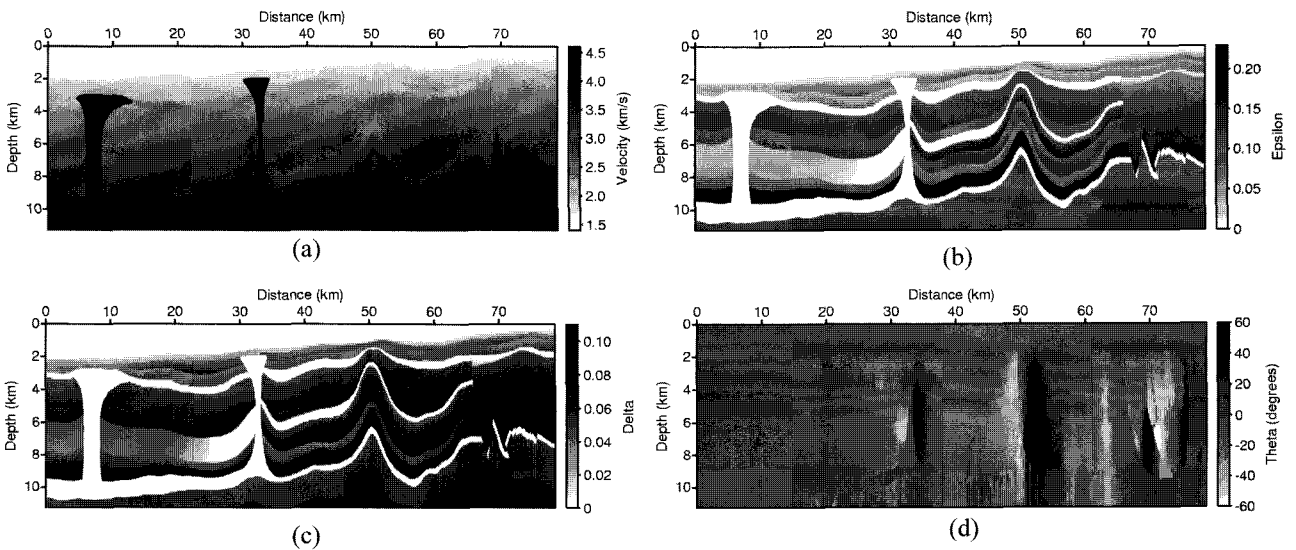


Fig. 8. BP TTI model: (a) Vertical P-wave velocity model, (b) Thomsen's  $\epsilon$  and (c)  $\delta$  model, and (d) tilted dip angle model,  $\theta$ .



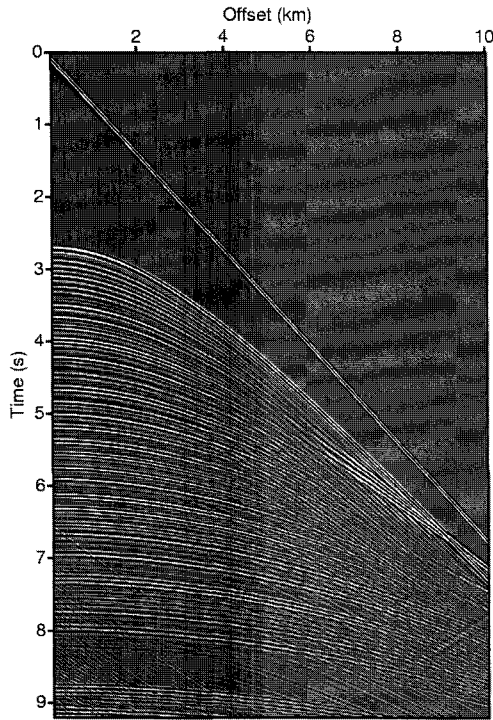


Fig. 9. The first common-shot gather of the BP TTI dataset.

가 제작한 TTI 매질의 모델로, Fig. 8과 같이 수직 P파 속도와 Thomsen의 이방성 매개변수인  $\epsilon$ ,  $\delta$  및 경사각 단면으로 구성된다. 지질학적으로는 2개의 암염 구조와 배사구조 및 가파른 경사의 단층 구조를 포함하고 있으며 모델의 크기는 가로 방향으로 78.725 km, 깊이 방향으로 11.256 km이다. 이 모델에 대한 인공 탐사자료로는 BP에서 만든 유한차분 모델링 자료를 사용하였다. 사용된 총 송신원 수는 1641개, 송신원 간격은 0.05 km, 송신원 깊이는 0.006 km이며, 채널 간격은 0.0125 km, 수신기 깊이는 0.008 km이다. 최소 벌림은 0.0375 km, 최대 벌림은 10.025 km이며 0.008초 간격으로 총 9.2초 동안 기록되었다. Fig. 9에 첫 번째 송신원에 대한 공통송신원 모음도를 도시하였다.

BP TTI 모델에 대한 등방성 및 TTI 역시간 구조보정을 위하여 20 Hz를 최대 주파수로 갖는 리커 함수가 송신파형으로 사용되었으며, 모델의 경계에는 스폰지 흡수 경계 조건을 적용시켰다. 역시간 구조보정 후에는 라플라시안 필터를 적용시켜 저주파수의 인위적인 잡음을 감쇠시켰다. Fig. 10은 상호상관 영상화 조건을 이용하여 얻은 구조보정 단면으로, TTI를 고려한 경우에 암염의 측면, 배사구조 및 단층면 등 전체적으로 지

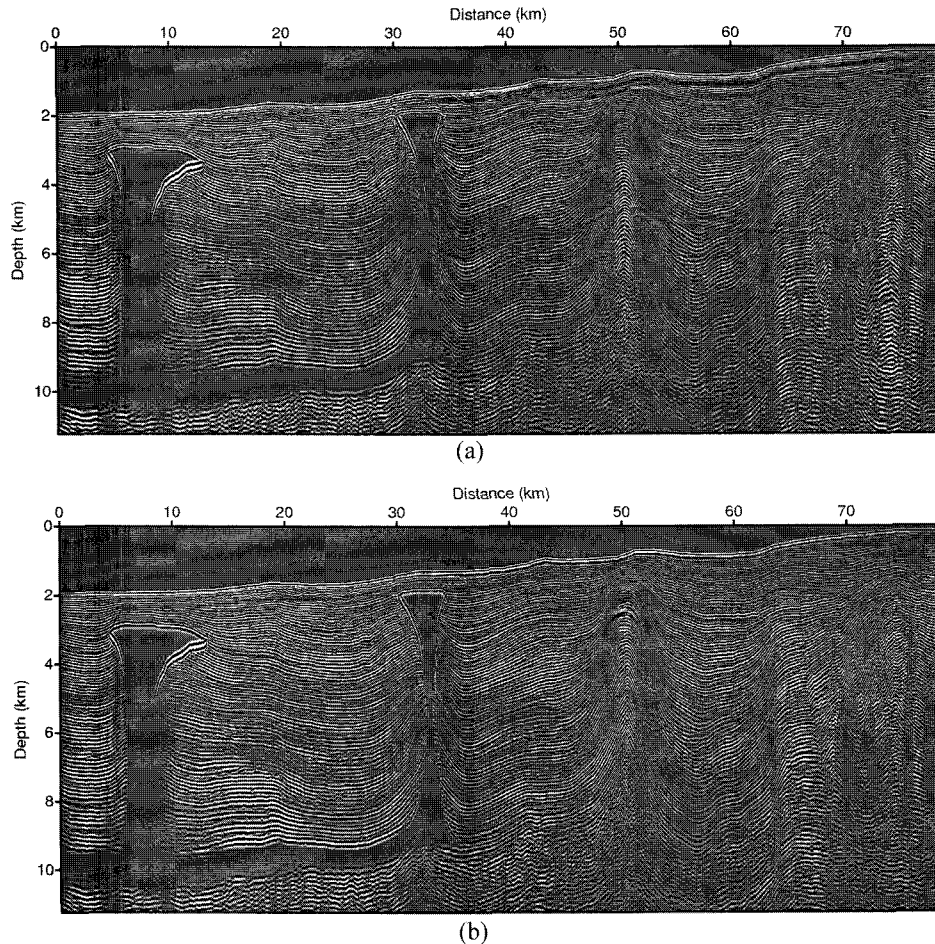
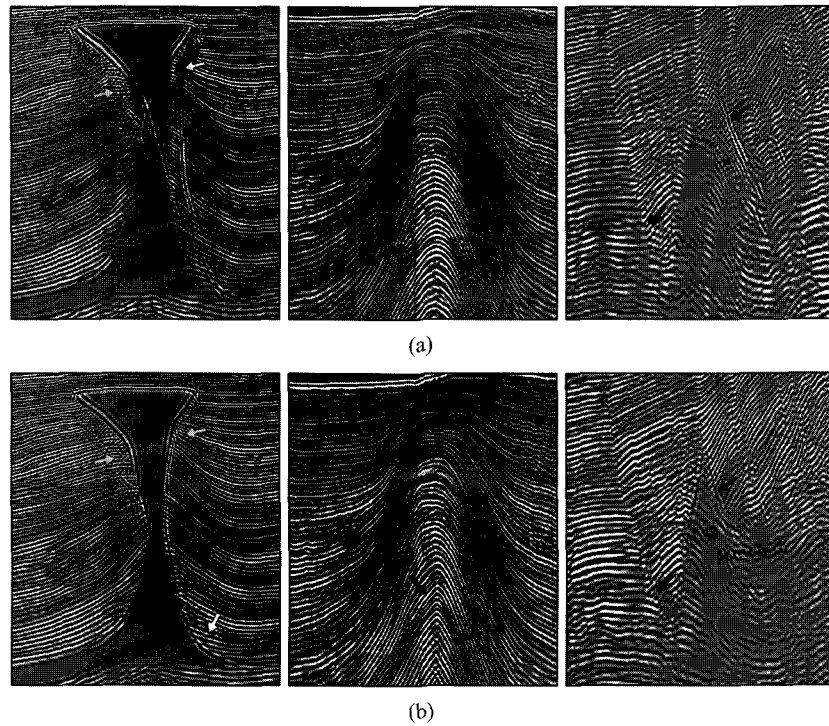
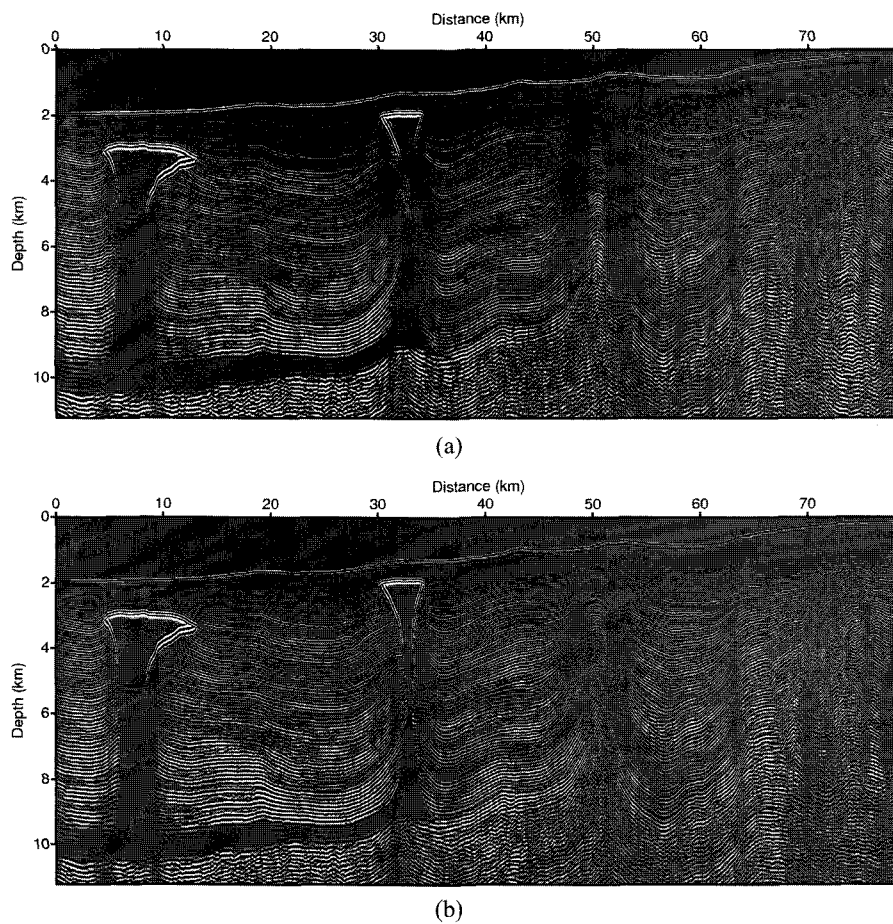


Fig. 10. RTM results for the BP TTI model obtained by using the algorithm which propagates the source wavefield forward and the field data backward in time. The Laplacian filter and time-variant filter are applied to the migrated images: (a) Isotropic RTM image and (b) TTI RTM image.



**Fig. 11.** Enlarged RTM images of Fig. 10 for the area with narrow salt body (left), the area with the anticline structure (middle), and the area with steeply dipping faults (right): (a) Isotropic RTM images and (b) TTI RTM images.



**Fig. 12.** RTM results for the BP TTI model obtained by computing virtual sources instead of forward modeling. The Laplacian filter is applied to the migrated images: (a) Isotropic RTM image and (b) TTI RTM image.

층의 경계면이 뚜렷해지고 정확도가 높아진 것을 볼 수 있었다. 모델의 크기가 큰 관계로 경사각의 변화가 있는 주요 지질 구조를 확대하여 Fig. 11에 도시하였다. 또한 가상 송신원을 이용한 결과인 Fig. 12도 Fig. 10와 거의 동일하게 지하 경계면을 영상화한 것으로 나타났다.

## 결 론

본 연구에서는 VTI 및 TTI 매질에서의 역시간 구조보정 알고리즘을 개발하고 이를 수치예제에 적용해 보았다. 이를 위하여 탄성 파동방정식을 음향 파동방정식으로 근사시킨 유사음향 파동방정식을 이용함으로써 VTI와 TTI 매질에서의 P파 거동을 묘사하는 동시에 계산의 효율성을 높이고자 하였다. 다만 유사음향 파동방정식은 P파 외에 변형된 SV파 성분인 인공잡음도 함께 전파시키므로, 본 연구에서는 송신원을 타원 이방성 매질에 위치시키고 인공잡음의 전파 형태를 변형시킴으로써 이를 감쇠시켰다. 역시간 구조보정 알고리즘으로는 상호상관 영상화 조건 및 가상 송신원을 이용하는 두 가지 알고리즘을 각각 사용하고 이를 비교해 보았다.

개발한 역시간 구조보정 알고리즘을 VTI 및 TTI 매질을 대표하는 벤치마크 모델에 적용시켜본 결과, 매질의 횡등방성을 적절히 고려하였을 때 구조보정된 영상의 정확성이 크게 향상되는 것을 확인할 수 있었다. 또한 상호상관 영상화 조건을 이용한 알고리즘과 가상 송신원을 이용한 알고리즘은 지하 경계면을 동일하게 영상화하는 것으로 나타났다.

본 연구를 통하여 개발된 기술은 향후 실제 탐사 시 보다 정밀한 결과를 제시함으로써 결과해석의 신뢰도를 향상시킬 것이다. 특히 석유·가스 저류층 상부의 덮개암(cap rock)은 세일로 이루어진 경우가 많으므로 이 기술을 적용함으로써 석유·가스의 시추 및 개발 성공률 또한 향상될 것으로 기대된다.

## 사 사

연구에 사용된 Hess VTI 자료모음을 제공한 Hess Corporation과 BP TTI 자료모음을 제공한 BP Exploration Operation Company Limited에 감사드립니다. 본 연구는 국토해양부의 재원으로 한국해양연구원의 “CO<sub>2</sub> 해양지중저장기술개발사업” 및 “EEZ 해양광물자원조사 사업”과 지식경제부 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원(No. 2010T100200133)을 받아 수행된 연구이며, 관계 기관에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 변중무, 2008, 극이방성 매질의 이방성 특성이 전파형음파검층에 미치는 영향, 한국지구시스템공학회지, **45**, 635-648.
- 이호용, 민동주, 권병두, 유해수, 2008a, 셀 기반 유한차분법을 이용한 이방성 매질에서의 시간영역 탄성과 모델링, 한국지구시스템공학회지, **45**, 536-545.
- 이호용, 민동주, 권병두, 임승철, 유해수, 2008b, 이방성을 고려한 시간영역 유한차분법 탄성과 모델링에서의 경계조건, 지구물리와물리탐사, **11**, 153-160.
- 장성형, 양승진, 황세호, 김중열, 1993, 횡적등방성 지층의 시추공 간 탄성과 주시자료의 토모그래피 역산 연구, 지질공학, **3**, 231-239.
- 정창호, 서정희, 2007, 불균질 횡등방성 매질에서의 탄성과 주시 토모그래피, 지구물리와물리탐사, **10**, 229-240.
- 하영수, 신성렬, 2010, VTI 매질의 탄성과 이방성 축소모형실험, 지구물리와물리탐사, **13**, 307-314.
- 하영수, 신성렬, 2011, 축소모형 실험을 이용한 횡적등방성 매질에서의 탄성과 이방성 특성, 한국지구시스템공학회지, **48**, 115-126.
- 한병호, 설순지, 변중무, 2010, CPML 경계조건을 적용한 Tilted Transversely Isotropic (TTI) 매질에서의 탄성과 모델링, 2010 한국지구물리·물리탐사학회 학술대회 초록집, 한국지구물리·물리탐사학회, 강원대학교, 춘천, 10월 7-8일, 79-82.
- Alkhalifah, T., 2000, An acoustic wave equation for anisotropic media, *Geophysics*, **65**, 1239-1250.
- Baysal, E., Kosloff, D. D., and Sherwood, J. W. C., 1983, Reverse time migration, *Geophysics*, **48**, 1514-1524.
- Chu, C., Macy, B. K., and Anno P. D., 2011, Accurate and Efficient Pure Acoustic Wave Propagation in VTI Media, 73rd Conference and Exhibition, EAGE, Vienna, Austria, May 23-26, C021.
- Claerbout, J., 1985, Imaging the earth's interior, Blackwell Scientific Publishers, Cambridge, Massachusetts, USA.
- Claerbout, J. F., 1971, Toward a unified theory of reflector mapping, *Geophysics*, **36**, 467-481.
- Daley, P. F., and Hron, F., 1977, Reflection and transmission coefficients for transversely isotropic media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **67**, 661-675.
- Du, X., Fletcher, R., and Fowler, P. J., 2008, A new pseudo-acoustic wave equation for VTI media, 70th Conference and Exhibition, EAGE, Rome, Italy, June 9-12, H033.
- Du, X., Fletcher, R., and Fowler, P. J., 2010, Pure P-wave Propagators Versus Pseudo-acoustic Propagators for RTM in VTI Media, 72nd EAGE Conference and Exhibition, EAGE, Barcelona, Spain, June 14-17, C013.
- Duveneck, E., Milcik, P., Bakker, P. M., and Perkins, C., 2008, Acoustic VTI wave equations and their application for anisotropic reverse-time migration, 78th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Las Vegas, Nevada, USA, November 9-14, 2186-2190.
- Fletcher, R., Du, X., and Fowler, P. J., 2008, A new pseudo-acoustic wave equation for TI media, 78th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Las Vegas, Nevada, USA, November 9-14, 2082-2086.
- Fletcher, R., Du, X., and Fowler, P. J., 2009, Reverse time migration in TTI media, *Geophysics*, **74**, WCA179-WCA187.
- Grechka, V., Zhang, L., and Rector, J. W., 2004, Shear waves in acoustic anisotropic media, *Geophysics*, **69**, 576-582.
- Hestholm, S., 2007, Acoustic VTI modeling using high-order

- finite-differences, 77th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, San Antonio, Texas, USA, September 23-28, 139-143.
- Ikelle, L. T., and Amundsen, L., 2005, Introduction to petroleum seismology, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma.
- Klie, H., and Toro, W., 2001, A new acoustic wave equation for modeling in anisotropic media, 71st Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, San Antonio, Texas, USA, September 9-14, 1171-1174.
- Liner, C. L., 1999, On the history and culture of geophysics and science in general, *The Leading Edge*, **18**, 568-569.
- Liu, F., Morton, S. A., Jiang, S., Ni, L., and Leveille, J. P., 2009, Decoupled wave equations for P and SV waves in an acoustic VTI media, 79th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Huston, Texas, USA, October 25-30, 2844-2848.
- Shin, C., Min, D.-J., Yang, D., and Lee, S.-K., 2003, Evaluation of poststack migration in terms of virtual source and partial derivative wavefields, *Journal of Seismic Exploration*, **12**, 17-37.
- Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**, 1954-1996.
- Tsvankin, I., 2001, Seismic signatures and analysis of reflection data in anisotropic media, Permagon Press.
- Whitmore, N. D., 1983, Iterative depth migration by backward time propagation, 53rd Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Las Vegas, Nevada, USA, September 11-15, 382-385.
- Yan, J., and Sava, P., 2008, Isotropic angle-domain elastic reverse-time migration, *Geophysics*, **73**, S229-S239.
- Yilmaz, Ö., 2001, Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data, 2nd edition, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma, USA.
- Zhang, H., and Zhang, Y., 2008, Reverse time migration in 3D heterogeneous TTI media, 78th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, Las Vegas, Nevada, USA, November 9-14, 2196-2200.
- Zhang, Y., and Sun J., 2009, Practical issues in reverse time migration: true amplitude gathers, noise removal and harmonic source encoding, *First break*, **27**, 53-59.
- Zhou, H., Zhang, G., and Bloor, R., 2006a, An anisotropic acoustic wave equation for VTI media, 68th EAGE Conference and Exhibition, EAGE, Vienna, Austria, June 12-15, H033.
- Zhou, H., Zhang, G., and Bloor, R., 2006b, An anisotropic acoustic wave equation for modeling and migration in 2D TTI media, 76th Annual International Meeting, Society of Exploration Geophysicists, New Orleans, Louisiana, USA, October 1-6, 194-198.