

Filtered Velocity Feedback 제어를 이용한 평판 능동진동제어 Active Vibration Control of Plates Using Filtered Velocity Feedback Controllers

신 창 주* · 홍 진 숙† · 정 의 봉**

Changjoo Shin, Chinsuk Hong and Weuibong Jeong

(2011년 7월 11일 접수 ; 2011년 8월 30일 심사완료)

Key Words : Active Vibration Control(능동진동제어), FVF(filtered velocity feedback), Open Loop Transfer Function(개루프 전달함수)

ABSTRACT

This paper reports a filtered velocity feedback(FVF) controller, which is an alternative to direct velocity feedback(DVFB) controller. The instability problems at high frequencies due to non-collocated sensor/actuator configuration with the DVFB can be alleviated by the proposed FVF controller. The FVF controller is designed to filter out the unstable high frequency response. The dynamics of a clamped plate under forces and moments and the FVF controllers are formulated. The stability of the control system and performance are investigated with the open loop transfer function(OLTF). It is found that the FVF controller has a higher gain margin than the corresponding DVFB controller owing to the rapid roll-off behavior at high frequencies. Although the gain margin cannot be fully utilized because of the enhancement at the high frequencies, the vibration at the modes lower than the tuning frequency is well controlled. This performance of the FVF controller is shown to be improved from that of the DVFB controller. It is, however, noted that the stability around the tuning frequency is very sensitive so that the enhancement in vibration level should be followed. The reduction performance at low frequencies using the FVF controller should be compromised with the enhancement in the vibration at high frequencies while designing the controller.

1. 서 론

자동차, 비행기 및 선박 등의 수송기계들은 승객들이 머무는 객실을 보유하고 있다. 수많은 기계들의 조합으로 이루어진 수송기계들은 목적지까지 오

가기 위하여 복잡한 기계들이 유기적으로 복합되어 작동한다. 이때 필연적으로 진동과 소음이 발생하게 되며, 이것들은 승객들이 불편을 호소할 수 있는 매우 큰 요인 중의 하나이다⁽¹⁾. 따라서 고부가가치의 서비스를 제공하는 수송기계들을 개발하기 위해서는 진동과 소음을 저감해야만 한다.

진동과 소음의 전달 경로는 크게 구조적인 경로 및 공기를 통한 경로로 나눌 수 있다. 그러나 인체에 불편함을 느끼게 하는 진동과 소음은 주로 구조적인 경로를 통해 전달된다⁽²⁾. 따라서 인체에 불편함을 야기하는 진동과 소음을 저감하기 위해서는 구조물의 진동 크기를 줄이는 것이 효과적이다. 구조물의 진동

† 교신저자; 정희원, 울산과학기술대학교 기계공학부
E-mail : cshong@uc.ac.kr

Tel : (052)279-3134, Fax : (052)279-3137

* 정희원, 부산대학교 대학원 기계공학부

** 정희원, 부산대학교 기계공학부

이 논문의 일부는 2011년도 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

저감을 위해 사용하는 전통적인 방법은 구조물 재설계 또는 수동적인 감쇠를 주는 것이다⁽³⁾. 구조물 재설계는 많은 비용이 수반되고, 수동적으로 감쇠를 주는 것은 고주파 진동에 대해서 효과적이지만 저주파 대역의 진동 저감에는 효율성이 현저하게 떨어진다. 이것에 대한 대안으로써 능동진동제어(active vibration control : AVC)가 있다. AVC는 저주파 대역에서 높은 성능의 진동 저감을 수행할 수 있다⁽⁴⁾.

AVC를 위해 사용되는 대표적인 제어기법은 직접 속도 되먹임 제어(direct velocity feedback : DVFB), 양변위 되먹임 제어(positive position feedback : PPF) 및 가속도 되먹임 제어(acceleration feedback : AF) 등이 있다⁽⁵⁾. DVFB는 스카이훅(skyhook) 감쇠를 이용하여 넓은 주파수 대역에서 구조물의 진동을 저감시킨다. 이것은 단순한 비례제어기를 사용하기 때문에 제작비용이 매우 낮다. 하지만 PZT를 이용하는 DVFB의 경우 제어기의 성능을 항상 보장할 수는 없다. 그 이유는 모멘트 쌍을 이용하는 PZT의 제어력의 인가 위치와 센서의 위치가 일치하지 않기 때문이다. Cannon⁽⁶⁾과 Zhang⁽⁷⁾은 센서와 액추에이터가 동일한 위치에 있지 않을 경우 시스템은 물리적으로 한계를 가지게 되며 이것이 제어시스템의 안정성에 영향을 끼친다고 하였다. Getti⁽⁸⁾는 PZT 액추에이터를 사용하여 단순 지지보를 능동제어할 경우 발생하는 DVFB의 한계에 대하여 연구하였다. 그는 센서의 위치와 액추에이터가 생성하는 제어력의 위치가 서로 다르기 때문에 제어시스템은 조건적인 안정성을 가지게 된다고 주장하였다. DVFB 제어기의 설계변수는 제어계인 하나뿐이기 때문에 수학적으로 모델링하기 힘든 복잡한 구조물의 안정성을 확보하며 제어하는 것이 매우 어렵다.

또 다른 능동제어기법으로 PPF가 있다. PPF는 Fanson과 Caughy⁽⁹⁾가 제안하였으며 2차 필터 특성을 지닌 제어기이다. PPF는 모달변위를 기반으로 제어기로서 특정 모드로 진동하는 구조물을 효과적으로 제어할 수 있다. Kwak⁽¹⁰⁾은 PPF 제어기의 안정성과 성능 및 설계법에 대하여 고찰하였다. 그리고 거대 격자 구조물에 MIMO PPF 제어기를 적용하여 이론 및 실험적으로 구조물의 진동을 저감하였다⁽¹¹⁾. PPF는 하나의 특정모드를 목표로 하여 진동저감을 수행하는 제어기이기 때문에 다중모드 제어 시 여러 개의 제어기가 필요하다.

또한, PPF와 유사한 가속도 되먹임 제어(acceleration feedback : AF)가 있다. Juang⁽¹²⁾은 AF를 이용한 2차 필터를 제안하였다. Kotnic⁽¹³⁾은 AF를 사용하여 외팔보와 비슷한 특성을 지니는 유연한 로봇 팔의 끝단을 제어하였다. Preumont⁽¹⁴⁾는 보 구조물에 collocated된 센서와 모멘트 쌍에 AF를 적용하여 AF의 특성을 알아보고 단일 주파수에 대한 이론과 실험으로써 진동을 저감하였다. Shin⁽¹⁵⁾은 AF등과 같은 2차 필터의 설계 변수가 제어시스템이 미치는 영향을 조사하였다. 제어기에 적용되는 계인 및 감쇠비가 제어시스템에 미치는 영향과 2차 필터가 가지는 저역통과 필터의 특성과 유사한 특성을 확인하였다. 하지만 AF 역시 PPF와 마찬가지로 하나의 특정모드를 목표로 제어기를 설계하기 때문에 다중모드 제어 시 여러 개의 제어기가 필요하다.

최근 Shin⁽¹⁶⁾은 모달제어에 기반한 filtered velocity feedback(FVF) 제어기법을 제시하였다. FVF 제어기의 입력신호로 사용되는 모달속도를 획득하기 위하여 센서로부터 측정된 신호에 pseudo inverse를 적용하였다. 그는 FVF를 고차모드에 튜닝하면 DVFB의 특징인 스카이훅 감쇠 효과를 가져와 다중모드를 제어할 수 있으며 그와 동시에 2차 필터의 특징인 roll-off 특성이 나타나 고주파 모드에서 발생할 수 있는 제어시스템의 불안정성을 극복할 수 있다고 하였다. 그는 양단지지보에 FVF 기법을 적용하여 단일 제어기로 다중모드 제어를 성공적으로 수행하였다.

이 논문은 4면이 고정된 평판에 FVF 기법을 이용하여 single-input single-output(SISO)로써 다중모드 제어에 관하여 연구한다. 2절에서는 하중 및 PZT 액추에이터가 제공하는 모멘트가 발생시 4면이 고정된 균일 평판의 거동을 수학적 모델을 통하여 설명하였다. 3절에서는 FVF 제어기를 수학적으로 표현하였으며, 4절에서는 평판에 FVF 제어기를 적용하여 제어시스템의 안정성 및 성능 평가를 수행하였다. 그리고 5절에서 결론을 정리하였다.

2. 평판의 운동지배방정식

집중하중과 모멘트쌍이 동시에 입력되는 4면이 고정된 균일 평판은 Fig. 1과 같이 표현할 수 있다.

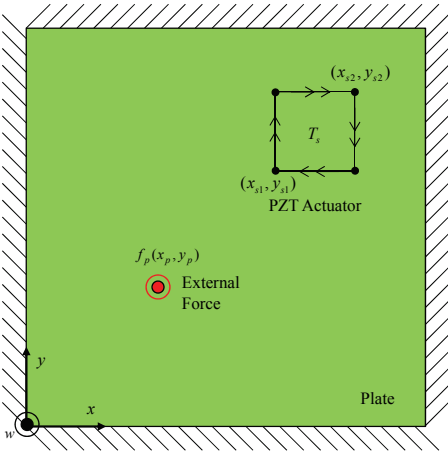


Fig. 1 A clamped plate subjected to a external force and a moment pair

\$f_p\$는 외력, 그리고 \$T_s\$는 PZT 액추에이터에 의해 발생하는 제어 모멘트 크기이다. 얇은 평판의 운동 방정식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁷⁾.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f_p(x, y, t) + \left(-\frac{\partial T_x}{\partial x} - \frac{\partial T_y}{\partial y} \right), \quad (1)$$

여기서 \$D\$는 평판의 굽힘강성이며 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (2)$$

여기서 \$E\$는 Young률, \$h\$는 평판의 두께, 그리고 \$\nu\$는 푸아송비이다. 그리고 \$\rho\$는 밀도, \$f_p(x, y, t)\$는 외력, \$T_x\$는 PZT 액추에이터에서 \$x\$축을 따라 발생하는 모멘트 크기이며, \$T_y\$는 PZT 액추에이터에서 \$y\$축을 따라 발생하는 모멘트 크기이다. 평판의 변위 응답을 조화운동으로 가정하면 식 (3)과 같다.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn}(\omega) \Theta_{mn}(x, y) e^{j\omega t}, \quad (3)$$

여기서 \$m\$은 \$x\$축 방향에 대한 모드첨자, \$n\$은 \$y\$축 방향에 대한 모드첨자, \$p_{mn}\$은 모달변위, 그리고 \$\Theta_{mn}\$은 모드형상이다. 평판의 거동을 자유진동으로 가정하고 (\$f_p = T_x = T_y = 0\$) 식 (3)을 식 (1)에 대입

후, 모드형상 \$\Theta_{uv}\$를 양변에 곱하고 평판 전체 면적에 대하여 적분하면 식 (4)와 같다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{m=1n=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \Theta_{uv} dx dy = \rho h \omega_{mn}^2 \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{m=1n=1}^{\infty} p_{mn} \Theta_{mn} \Theta_{uv} dx dy \quad (4)$$

여기서 \$L_x\$, \$L_y\$는 평판의 \$x\$축과 \$y\$축 방향의 길이이며 \$\omega_{mn}\$은 \$\Theta_{mn}\$에 각기 해당하는 구조물의 고유진동수이다. 모드직교성에 이용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{m=1n=1}^{\infty} p_{mn} \Theta_{mn} \Theta_{uv} dx dy = \begin{cases} p_{mn} L_x L_y & \text{for } m, n = u, v \\ 0 & \text{for } m, n \neq u, v \end{cases} \quad (5)$$

따라서 식 (4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{m=1n=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \Theta_{uv} dx dy = \begin{cases} \rho h L_x L_y \omega_{mn}^2 p_{mn} & \text{for } m, n = u, v \\ 0 & \text{for } m, n \neq u, v \end{cases} \quad (6)$$

식 (6)을 이용하여 고유치 문제를 행렬형식으로 표현하면

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{p} = \mathbf{0}, \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{K} = \rho h L_x L_y \text{diag}(\omega_{mn}^2), \quad (8)$$

$$\mathbf{M} = \rho h L_x L_y \mathbf{I}, \quad (9)$$

그리고 모달변위 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{p} = [p_{11} \ p_{21} \ p_{31} \ \cdots \ p_{12} \ p_{22} \ p_{32} \ \cdots \ p_{1k} \ p_{2k} \ p_{3k} \ \cdots \ p_{mn}]^T \quad (10)$$

구조물의 고유진동수를 대각행렬로 나타내면 식 (11)과 같다.

$$\text{diag}(\omega_{mn}^2) = \begin{bmatrix} \omega_{11}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{21}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{31}^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_{1k}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \omega_{2k}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \omega_{3k}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_{nm}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Warburton⁽¹⁸⁾은 보 함수의 특성을 이용하여 평판의 모드형상과 고유진동수를 제시하였다. 그가 제시한 평판의 모드형상 θ_{mn} 은 다음과 같다.

$$\theta_{mn}(x,y) = \phi_m(x)\psi_n(y) \quad (12)$$

여기서 $\phi_m(x)$ 와 $\psi_n(y)$ 는 평판의 각 x 축과 y 축을 따라 나타나는 양단이 고정된 보의 m 차 및 n 차 모드 형상이며 식(13)을 이용하여 양단지지 보의 모드 형상을 구할 수 있다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(x) = \cos\gamma\left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2}\right) \\ \quad + k \cosh\gamma\left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2}\right) \text{ for } m = 2, 4, 6, \dots \\ \quad \text{where } k = \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sinh \frac{\gamma}{2}}, \\ \quad \text{and } \tan \frac{\gamma}{2} + \tanh \frac{\gamma}{2} = 0, \\ \phi(x) = \sin\gamma\left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2}\right) \\ \quad + k' \sinh\gamma\left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2}\right) \text{ for } m = 3, 5, 7, \dots \\ \quad \text{where } k' = -\frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sinh \frac{\gamma}{2}}, \\ \quad \text{and } \tan \frac{\gamma}{2} - \tanh \frac{\gamma}{2} = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

그리고 고유진동수는 식(14)와 같다.

$$f_{mn} = \frac{\lambda_{mn} h \pi}{L_x} \sqrt{\frac{E}{48\rho(1-\nu^2)}}, \quad (14)$$

Table 1 Coefficients for λ_{mn}

m, n	2	3,4,5,...
G_x, G_y	1.506	$m - \frac{1}{2}$
H_x, H_y	1.248	$\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(m - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$
J_x, J_y	1.248	$\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(m - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$

여기서 λ_{mn} 은 식(15)와 같다.

$$\lambda_{mn}^2 = G_x^4 + G_y^4 \left(\frac{L_y}{L_x}\right)^4 + 2\left(\frac{L_y}{L_x}\right)^2 [\nu H_x H_y + (1-\nu)J_x J_y], \quad (15)$$

식(15)에서 4면이 고정된 평판에 적용된 G_x, G_y, H_x, H_y, J_x 및 J_y 는 Table 1과 같다. 강제진동 응답을 계산하기 위하여 외력이 한 점 (x_p, y_p) 에 작용한다면 식(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_p(x,y,t) = F_p(\omega)\delta(x-x_p, y-y_p)e^{j\omega t}, \quad (16)$$

여기서 F_p 는 외력의 크기이고 δ 는 Dirac delta 함수이다. 그리고 Fig. 1에서 보인 PZT 액추에이터가 모멘트 크기 T_s 로 작용한다면 PZT 액추에이터에 의한 가진력은 식(17), 그리고 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T_x(x,y,t) &= \left[\begin{array}{l} T_s \delta(x-x_{s2}) \{U(y-y_{s1}) - U(y-y_{s2})\} \\ - T_s \delta(x-x_{s1}) \{U(y-y_{s1}) - U(y-y_{s2})\} \end{array} \right] e^{j\omega t}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} T_y(x,y,t) &= \left[\begin{array}{l} T_s \delta(y-y_{s1}) \{U(x-x_{s1}) - U(x-x_{s2})\} \\ - T_s \delta(y-y_{s2}) \{U(x-x_{s1}) - U(x-x_{s2})\} \end{array} \right] e^{j\omega t}, \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 U 는 step 함수이고, x_{s1}, x_{s2}, y_{s1} 및 y_{s2} 는 PZT 액추에이터의 가장자리를 나타내는 좌표이다. 식(3)을 식(1)에 대입 후 모드형상 θ_{uv} 를 양변에 곱한다. 그리고 평판 전체 면적에 대하여 적분하면 식(19)와 같다. 그리고 식(19)의 우변에 존재하는 외력항과 모멘트항은 이중적분을 통해 식(20) 그리고 식(21)과 같이 각각 표현할 수 있다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \Theta_{uv} dx dy - \rho h \omega_{mn}^2 \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} p_{mn} \Theta_{mn} \Theta_{uv} dx dy$$

$$= \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} F_p \delta(x-x_p, y-y_p) \Theta_{uv} dx dy + \left(- \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \frac{\partial T_x}{\partial x} \Theta_{uv} dx dy - \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \frac{\partial T_y}{\partial y} \Theta_{uv} dx dy \right) \quad (19)$$

$u, v = 1, 2, 3, \dots$

$$F_{uv} = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} F_p(x, y) \Theta_{uv}(x, y) dx dy, \quad (20)$$

$$T_{uv} = T_s \left\{ \frac{\partial \psi_v(y_{s1})}{\partial y} - \frac{\partial \psi_v(y_{s2})}{\partial y} \right\} \int_{x_{s1}}^{x_{s2}} \phi_u(x) dx$$

$$+ T_s \left\{ \frac{\partial \phi_u(x_{s1})}{\partial x} - \frac{\partial \phi_u(x_{s2})}{\partial x} \right\} \int_{y_{s1}}^{y_{s2}} \psi_v(y) dy \quad (21)$$

$$\equiv T_s \tilde{\Theta}(x_s, y_s)$$

식(19)를 x 축 방향에 대하여 M 개, y 축 방향에 대하여 N 개의 유한모드중첩을 통해 행렬식으로 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}] \mathbf{p} = \mathbf{F}, \quad (22)$$

여기서 평판의 감쇠를 점성감쇠로 가정하면

$$\mathbf{D} = \rho h L_x L_y \text{diag}(2\zeta_{mn} \omega_{mn}), \quad (23)$$

여기서 ζ_{mn} 은 감쇠비이며, $\mathbf{F} = F_{uv} + T_{uv}$ 이다. 따라서 (x_s, y_s) 위치에서의 평판의 변위거동은 식(24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$W(x_s, y_s) = \Theta(x_s, y_s) [-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{F}, \quad (24)$$

여기서 $\Theta(x_s, y_s)$ 는 다음과 같이 정의한 모달벡터에 의해 구할 수 있다.

$$\Theta(x, y) = \begin{Bmatrix} \Theta_{11}(x, y) \\ \Theta_{21}(x, y) \\ \Theta_{31}(x, y) \\ \vdots \\ \Theta_{12}(x, y) \\ \Theta_{22}(x, y) \\ \Theta_{32}(x, y) \\ \vdots \\ \Theta_{1k}(x, y) \\ \Theta_{2k}(x, y) \\ \Theta_{3k}(x, y) \\ \vdots \\ \Theta_{MN}(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1(x) \psi_1(y) \\ \phi_2(x) \psi_1(y) \\ \phi_3(x) \psi_1(y) \\ \vdots \\ \phi_1(x) \psi_2(y) \\ \phi_2(x) \psi_2(y) \\ \phi_3(x) \psi_2(y) \\ \vdots \\ \phi_1(x) \psi_k(y) \\ \phi_2(x) \psi_k(y) \\ \phi_3(x) \psi_k(y) \\ \vdots \\ \phi_M(x) \psi_N(y) \end{Bmatrix}, \quad (25)$$

그리고 평판의 속도거동은 식(26)과 같다.

$$V(x_s, y_s) = j\omega W(x_s, y_s) \quad (26)$$

구조물의 총운동에너지(total kinetic energy; TKE)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$TKE(\omega) = \frac{\rho h}{2} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} |V(x, y, \omega)|^2 dx dy \quad (27)$$

모드직교성 원리를 이용하면 식(27)은 다음과 같이 행렬식으로 표현된다.

$$TKE(\omega) = \frac{\rho h L_x L_y}{4} \mathbf{p}^H \mathbf{p} \quad (28)$$

3. Filtered Velocity Feedback Control

Shin⁽¹⁶⁾은 모달 제어를 기반한 filtered velocity feedback(FVF) 기법을 제안하여 단일 제어기로 양단지지보의 다중모드 진동을 제어하였다. 하지만 2차 필터인 FVF 제어기가 구조물의 하나의 특정 고유진동수에 튜닝되어 있다면 모달제어와 유사한 특성을 나타낼 수 있다. 센서에서 측정되는 신호는 수학적으로 모달속도와 모드형상함수가 곱의 중첩으로써 표현된다. 여기서 구조물 위에 센서가 놓여있는 위치와 제어하려는 모드가 결정되면 모드형상 함수는 하나의 실수로 표현된다. 따라서 구조물의 응답을 계산할 때 적용되는 모드형상함수는 제어기 응답 특성에서 그 크기에는 영향을 주지만 위상과는 무관하다. 또한 이것은 실수로 표현되는 상수이기 때문에 제어기의 계인에 포함시킬 수 있다. 따라서 물리좌표계에 상에 놓여있는 센서에서 측정된 신호를 구조물의 특정 고유진동수에 튜닝된 제어기에 직접 입력시키더라도 모달 제어를 기반으로 하는 FVF 제어기와 같은 효과를 나타낼 수 있게 된다. 따라서

Shin이 제안한 FVF 제어를 식 (29)와 같이 다시 표현할 수 있다.

$$\ddot{q} + 2\zeta_c \omega_c \dot{q} + \omega_c^2 q = -g \omega_c^2 V, \quad (29)$$

여기서 q 는 제어기의 변위, ζ_c 는 제어기의 감쇠비, ω_c 는 제어기의 튜닝주파수, g 는 제어게인, 그리고 V 는 구조물에 부착된 속도센서 신호이다. FVF 제어가 적용된 시스템의 블록다이어그램은 Fig. 2와 같다. p_p 는 외란에 의해 구조물에서 발생한 모달변위이다. G 는 플랜트이며 구조물에 부착된 PZT actuator에 단위 전압이 인가될 때 센서에서 측정된 구조물의 속도응답을 의미한다.

$$G(\omega) = j\omega \Theta(x_s, y_s) [-\omega^2 M + j\omega D + K]^{-1} \check{\Theta}(x_s, y_s) \quad (30)$$

외란에 의해 구조물의 거동은 (x_s, y_s) 에 놓여있는 속도센서로부터 V_p 신호가 획득되며 H_{FVF} 로 입력된다. FVF 제어기는 제어기의 전달함수 $H(\omega)$ 와 g 에 의해 제어신호 T_s 를 생성한다. 여기서 $H(\omega)$ 와 H_{FVF} 는 다음과 같다.

$$H(\omega) = \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + j2\zeta_c \omega_c \omega} \quad (31)$$

$$H_{FVF}(\omega) = -gH(\omega) \quad (32)$$

T_s 에 의해 구조물에 부착된 PZT 액추에이터가 작동하며, 그로인해 속도센서로부터 V_s 를 획득하게 된다. 최종적으로 속도센서로부터 획득되는 제어된 구조물의 거동은 V_r 이 된다. 따라서 V_r 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} V_r(\omega) &= V_p(\omega) + V_s(\omega) \\ &= V_p(\omega) + G(\omega) T_s(\omega) \end{aligned} \quad (33)$$

$T_s(\omega)$ 는 H_{FVF} 와 V_r 에 의해 생성되므로

$$T_s = H_{FVF} V_r. \quad (34)$$

따라서 센서 위치에서 관찰되는 제어된 구조물의 최종 전압 인 V_r 및 제어 신호인 T_s 는 다음과 같다.

$$V_r = [I - GH_{FVF}]^{-1} V_p \quad (35)$$

$$T_s = H_{FVF} [I - GH_{FVF}]^{-1} V_p \quad (36)$$

그리고 제어기의 특성변화를 관찰할 수 있는 개루프 전달함수(open loop transfer function; OLTf)는 식 (37)과 같다.

$$OLTf(\omega) = -GH_{FVF} \quad (37)$$

식 (37)은 Nyquist 안정성 판별법을 적용하기 위하여 음수 되먹임 제어(negative feedback control)의 표준 관계식과 비교하여 표현한 것이다.

4. FVF 제어기 설계 및 성능 평가

Shin⁽¹⁶⁾은 제어시스템의 안정성 개선을 위하여 FVF를 제안하였으며 보 구조물에 대하여 적용하여 원리, 설계방법 그리고 유용성을 설명하였다. FVF 제어기의 설계변수는 식 (29)에서 보인 바와 같이 제어기의 튜닝주파수, 감쇠비 및 게인이다. 제어기의 튜닝주파수는 FVF 제어기의 차단주파수를 결정한다. FVF 제어기는 튜닝주파수를 중심으로 저주파

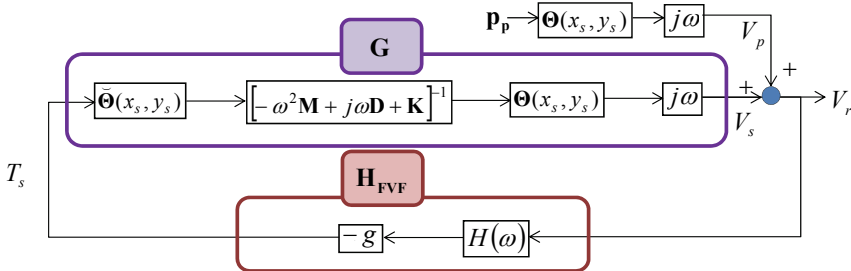


Fig. 2 Block diagram for active feedback control using FVF controller

대역에는 능동감쇠력을 발생시키는 신호를 통과시키고, 고주파 대역에는 시스템의 불안정하게 하는 성분을 차단한다. 따라서 FVF 제어기의 튜닝주파수를 관심주파수 대역 내의 고차모드에 튜닝하면 그 이하에 존재하는 구조물의 응답을 제어할 수 있게 된다. 이 연구에서는 FVF 제어기의 튜닝주파수를 선정하기 위하여 2 kHz를 기준으로 인근의 최저 피크 레벨을 같은 구조물의 고유진동수(2150 Hz)로 선정하였다. 이것은 튜닝주파수 근처의 응답들이 일으키는 불안정성을 최소화시키기 위한 것이다⁽¹⁶⁾.

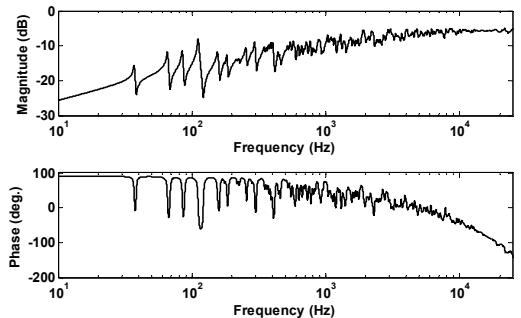
두 번째 제어기 설계변수인 제어기의 감쇠비는 제어기의 공진에서 갖는 피크레벨을 약화시키기에 충분한 감쇠비를 선정하였다. 감쇠비가 증가하면 공진주파수를 중심으로 주위의 위상 특성을 변화시키므로 위상변화의 허용범위를 고려하여 정해야 한다. 이 연구에서는 제어기의 감쇠비를 0.8로 정하였다.

세 번째 제어기의 설계변수인 제어계인은 계인마진을 파악하여 최대계인을 정하게 된다. 제어기의 튜닝주파수를 결정 후 앞서 정한 감쇠비를 적용하여 OLTF를 계산하여 계인마진을 결정한다. 먼저 FVF 제어기의 튜닝주파수를 결정하기 위하여 플랜트 응답을 통하여 PZT 액추에이터가 구조물이 미치는 영향을 먼저 파악해야 한다.

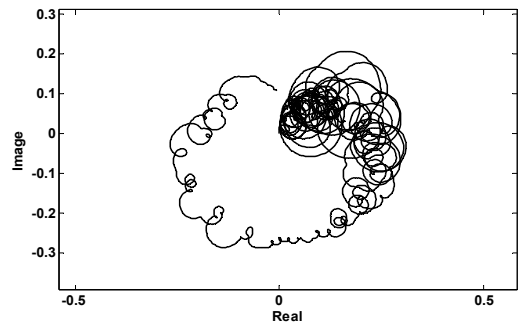
Fig. 3은 한번의 길이가 24 mm인 정사각형 형태의 PZT 액추에이터 중심을 $(0.3L_x, 0.7L_y)$ 에 설치하였을 때 플랜트 응답이다. 이 플랜트 응답은 DVFB 제어기를 적용한 경우의 개루프 전달함수로 취급하여 DVFB 제어의 안정성을 판단할 수 있다. 이 계산에 적용된 물성치는 Table 2와 같다. Fig. 3(a)에 의하면 플랜트 응답은 주파수가 증가할수록 그 크기가 커지고 있다. 대부분의 위상은 $\pm 90^\circ$ 안에 존재하고 있으나 17.3 kHz 이상 주파수 대역에 존재하는 플랜트 응답은 -90° 를 벗어났다. 이것은 non-collocation 시스템의 고주파대역에서 발생하는 일반적인 현상으로 해당 모드의 파장이 s 보다 짧을 때 발생한다. 그리고 이 위상변화 때문에 제어시스템은 불안정성을 내포하게 된다. Fig. 3(b)의 Nyquist diagram에 의하면 17.3 kHz 이하에 존재하는 플랜트 응답은 모두 양의 실수부 존재하기 때문에 안정한 것으로 판단된다. 17.3 kHz 이상의 주파수 대역에 존재하는 응답들은 음의 실수부에 나타났다. 음의 실수부에 표현된 응답들은 계인이 증가함에 따라 제어시스템을

Table 2 Mechanical properties

Parameters	Symbol	Unit	Values
Width of the panel	L_x	m	0.52
Length of the panel	L_y	m	0.42
Thickness of panel	h	m	0.001
Density	ρ	kg/m ³	2950
Length of the PZT patch	s	m	0.024
Young's modulus	E	GPa	60
Poisson's ratio	ν		0.3
Damping ratio	ζ		0.012



(a) Bode diagram



(b) Nyquist diagram

Fig. 3 Calculated plant response up to 27 kHz when the PZT actuator is placed at $(0.3L_x, 0.7L_y)$

불안정하게 만들 수 있다. 이 고주파 대역 성분으로 인하여 DVFB 제어기의 계인마진이 약 4정도로 제한됨을 알 수 있다. 이 연구에서 제시하는 FVF 제어기는 17.3 kHz 이상의 고주파 대역에서 보이는 불안정성의 영향을 감소시키는 역할을 하게 된다.

Fig. 4는 제어계인 1, 감쇠비 0.8, 그리고 튜닝주파수가 2150 Hz로 튜닝된 FVF 제어기의 전달함수이다.

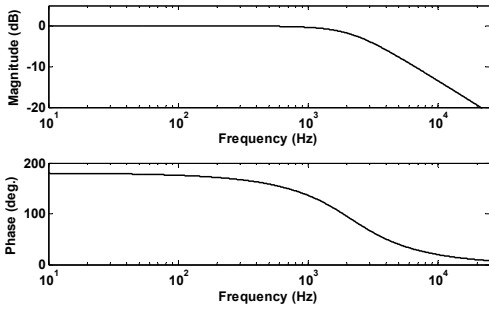
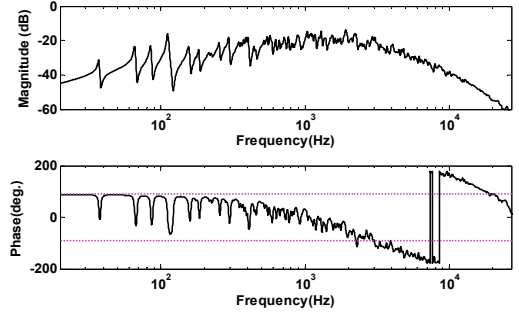


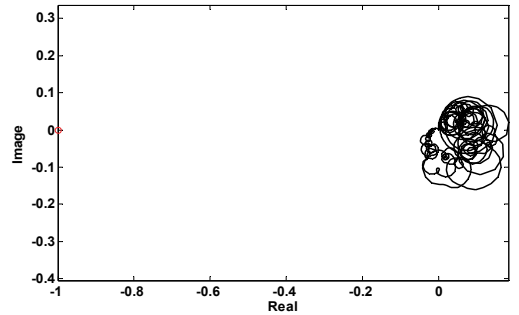
Fig. 4 Transfer function of FVF controller with tuning frequency of 2150 Hz, gain of 1, and damping ratio of 0.8 up to 27 kHz

FVF 제어기는 저역통과필터와 유사하게 튜닝주파수인 2150 Hz이상의 고주파 대역에서는 roll-off 특성을 보였다. Roll-off 특성에 의해 Fig. 3에서 보인 고주파 대역의 불안정한 플랜트 응답의 크기를 줄일 수 있다. 또한 모델링되지 않은 고주파 대역의 응답 크기를 줄임으로써 제어시스템의 안정성을 확보할 수 있게 된다. 그러나 제어가 설계된 주파수에 인접하는 고차 모드일 경우, 상대적으로 약하게 나타나는 roll-off 특성으로 인해 구조물의 응답이 제어 전 대비 다소 증가할 수 있을 것으로 판단된다.

Fig. 5는 FVF 제어기의 튜닝주파수를 2150 Hz, 감쇠비를 0.8, 그리고 제어게인을 1로 설계하였을 때 획득한 OLTF이다. Fig. 5(a)에 의하면 1차 모드 (37 Hz)의 응답이 가장 낮게 나타났다. 따라서 페루프제어 시 제어 효과가 가장 약하게 나타날 것으로 판단된다. 반면 4차 모드 (112 Hz)의 경우 그 응답의 크기가 가장 크게 나타났기 때문에 페루프제어 시 제어 효과가 두드러지게 나타날 것으로 예측할 수 있다. 또한 FVF 제어기의 roll-off 특성에 의하여 OLTF의 크기가 줄어들고 있는 것을 확인할 수 있다. 따라서 플랜트 응답을 통해 확인한 고주파 대역에서 발생할 수 있는 제어시스템의 불안정성을 최소화 시킬 수 있을 것으로 판단된다. OLTF의 위상은 튜닝주파수 이후로는 -90° 를 지나버렸다. 따라서 FVF 제어시스템이 불안정성을 일부 내포하게 되었다. Fig. 5(b)의 Nyquist 선도에 의하면 감쇠비에 의해 튜닝주파수보다 높은 인근 모드의 응답들은 시계방향으로 회전하고 있다. 고차모드의 일부는 Nyquist 선도의 좌반면에 존재하고 있으므로 게인 1이 적용된 FVF 제어시스템은 조건부 안정성을



(a) Bode diagram

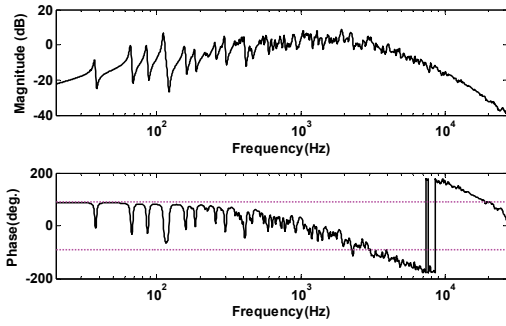


(b) Nyquist diagram

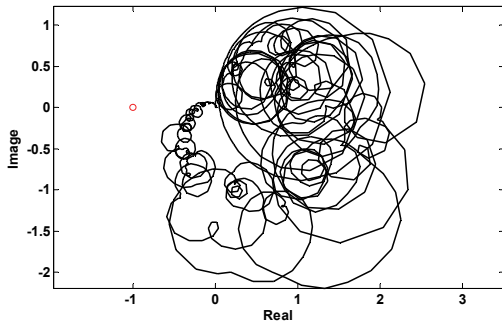
Fig. 5 Calculated open loop transfer function of FVF controller with tuning frequency of 2150 Hz, gain of 1, and damping ratio of 0.8 up to 27 kHz when the PZT actuator is placed at $(0.3L_x, 0.7L_y)$

가지는 것으로 판단할 수 있다. 그리고 Fig. 5(b)에 의하면 게인 마진은 31.64를 확보할 수 있다. 하지만 최대 게인 마진에 가깝게 게인의 크기를 증가시킬수록 Nyquist 선도 좌반면에 존재하는 불안정한 모드의 응답이 $(-1, j0)$ 에 가까이 다가간다. 그러면 페루프제어 시 그에 해당하는 구조물의 주파수 응답이 급격하게 증가하게 된다.

Fig. 6은 FVF 제어기의 튜닝주파수를 2150 Hz, 감쇠비를 0.8, 그리고 제어게인을 13.68로 설계하였을 때 획득한 OLTF이다. Fig. 6(a)에 의해 게인이 증가함에 따라 OLTF의 크기를 증가시키는 반면 위상에는 영향을 주지 않는 것을 확인할 수 있다. Fig. 6(b)는 OLTF를 Nyquist 선도로 나타낸 것이다. 고차모드의 일부는 $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위 원 내부에 존재하고 있다. 특히 단위원 내부에 있는 응답일지라도 고주파대역의 응답일수록 제어기의 roll-off 특성으로 인해 그 크기가 급격하게 작아지는



(a) Bode diagram



(b) Nyquist diagram

Fig. 6 Calculated open loop transfer function of FVF controller with tuning frequency of 2150 Hz, gain of 13.68, and damping ratio of 0.8 up to 27 kHz when the PZT actuator is placed at $(0.3L_x, 0.7L_y)$

경향을 보여주고 있다. 따라서 해당 FVF 제어시스템은 $(-1, j0)$ 점을 내포하는 OLTF가 존재하지 않으며 제어시스템은 안정하다고 판정할 수 있다. 그리고 $(-1, j0)$ 점을 내포하는 OLTF에 해당되는 주파수 응답들은 페루프제어 시 제어 전 대비 제어 후 구조물의 응답이 증가할 것이다. 하지만 OLTF 응답의 대부분은 $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 외부에 존재하기 때문에 페루프 제어 시 구조물의 응답이 줄어들 것이다.

Fig. 7은 평판에 FVF 페루프 제어시스템을 구성 후 $(0.4L_x, 0.5L_y)$ 위치에서 단위힘이 입력될 때 $(0.3L_x, 0.7L_y)$ 위치에서의 속도 응답이다. FVF 제어기는 2150 Hz에 튜닝되었으며 제어 계인은 13.68, 그리고 감쇠비는 0.8이 적용되었다. Fig. 6에서 예측한 바와 같이 튜닝모드 이하에 존재하는 다중모드의 제어가 가능하였다. 평판의 진동은 1차 모드 응답이

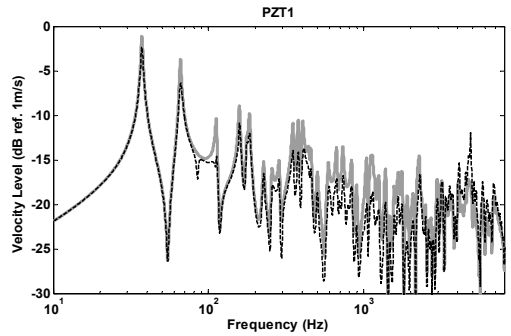


Fig. 7 The closed loop velocity level of the plate at $(0.3L_x, 0.7L_y)$ with the FVF controller tuned to 2150 Hz with the gain of 13.68, and damping ratio of 0.8, excited by the concentrated unit force at $(0.4L_x, 0.5L_y)$ - without control (solid line) and with control (dashed line)

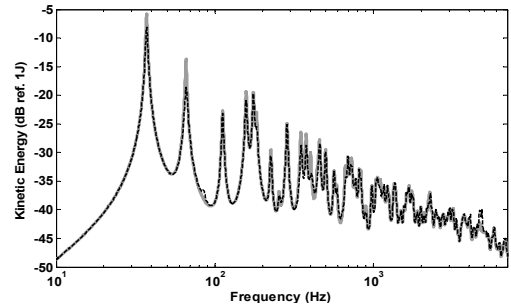


Fig. 8 The total kinetic energy of the plate with the FVF controller tuned to 2150 Hz with the gain of 13.68, and damping ratio of 0.8, excited by the concentrated unit force at $(0.4L_x, 0.5L_y)$ - without control (solid line) and with control (dashed line)

가장 지배적인 나타났지만, 1차 모드의 플랜트의 성능이 약하게 나타났기 때문에 제어 전 응답(-1.14 dB) 대비 제어 후 응답(-2.38 dB)이 크게 줄어들지 못하였다. 반면 4차 모드의 경우 제어 전 응답(-10.36 dB) 대비 제어 후 응답(-14.82 dB)을 보였으며 4.46 dB의 진동레벨을 저감할 수 있었다. 반면 4851 Hz에서는 제어 전 응답(-17.78 dB) 대비 제어 후 응답(-11.92 dB)을 보였으며 진동레벨이 5.86 dB 증가하는 것을 보여주었다. 이것은 Fig. 6에 언급한 Nyquist 선도에서 $(-1, j0)$ 을 중심으로 하는 단위원 내부에 존재하는 응답 때문에 나타나는 현상이다.

하지만 제어 후 지배적인 진동응답레벨을 나타내는 1, 2차 모드에 비교하여 4851 Hz의 응답이 6 dB 이상 작게 나타났다.

Fig. 8은 제어 전 대비 제어 후의 평판의 총운동 에너지를 나타낸 것이다. 센서가 설치된 위치의 응답만으로는 평판 전체의 진동레벨의 변화를 평가하기 힘들다. 따라서 한 개의 FVF 제어기를 통해 작동되는 단일 PZT 액추에이터의 제어력이 평판 전체의 미치는 영향을 TKE로 평가한다. Fig. 7과 유사하게 1, 2차 모드를 포함한 저차 모드의 TKE가 크게 평가되었다. 1차 모드의 경우 제어 전(-5.79 dB) 대비 제어 후(-8.16 dB)를 보였으며 2.37 dB의 TKE를 저감시켰다. 또한 2차 모드의 경우 제어 전(-13.72 dB) 대비 제어 후(-18.66 dB)를 보였으며 4.94 dB의 진동레벨을 저감시켰다.

그리고 제어 후 4851 Hz에서 나타난 센서위치에서의 진동레벨 증가는 TKE에서 -39.91 dB를 나타냈으며 1, 2차 모드에 비하여 25 dB 이상 차이 나므로 해당 주파수의 응답 증가는 허용 가능하다.

5. 결 론

이 연구에서는 FVF(filtered velocity feedback) 제어기법을 적용하여 사면이 고정된 평판의 능동진동제어를 연구하였다. 제어액추에이터는 사각형 PZT를 이용하였고 센서는 액추에이터 중앙점 위치에서 평판의 속도를 측정하였다. DVFB(direct velocity feedback) 제어기의 안정성 및 성능 대비 개선을 목적으로 FVF 제어기의 안정성 및 성능을 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) FVF 제어기는 불안정성을 내포하고 있는 고주파 대역의 응답을 줄여 안정성 향상에 효과를 보였다. 동일한 평판 구조물에 대한 DVFB 제어기를 적용한 경우 계인 마진이 4정도로 낮았으나 FVF 제어기를 적용한 경우 계인마진은 약 32정도로 8배 향상되었다.

(2) FVF 제어기는 튜닝주파수에서 차단효과가 시작되는 저역통과필터 역할을 한다. 그러나 튜닝주파수에서 제어기의 공진특성을 보이므로 이를 완화하는 방법으로 제어기의 감쇠비를 조절하였다. 감쇠비는 공진효과가 거의 사라지는 임계감쇠에 도달하도록 설계하는 것이 필요한 것으로 판단된다. 그러

나 감쇠비를 증가함에 따라 더 넓은 주파수에서 제어기의 위상특성이 왜곡되는 것을 보였으므로 설계시 수용 가능한 범위에서 감쇠비를 정해야 함을 알 수 있었다.

(3) 제어성능을 예측하기 위해 계인마진 범위에 있는 한 계인 값에 대하여 성능해석을 수행하였다. 최대 계인 마진의 범위에서 증가시키면 안정한 주파수 대역에서는 그 성능이 증가하나 불안정한 주파수 영역의 응답은 증가하게 된다. 이를 감안하여 되먹임 속도 센서의 응답 기준으로 저주파대역 최대 응답보다 10 dB 이상 차이를 보이는 계인 값을 선택하였다. 이때 튜닝주파수 이하에선 전체 모드가 감소하는 특성을 보였고 값의 범위는 2~5 dB였다. 고주파 대역에서는 최대 5 dB 이상 증가하는 특성을 보였다.

참 고 문 헌

- (1) Mixson, J. S. and Powell, C. A., 1984, Review of Recent Research on Interior Noise of Propeller Aircraft, AIAA/NASA 9th Aeroacoustics Conference.
- (2) Griffin, M. J., 1990, Handbook of Human Vibration, Elsevier Academic Press, London.
- (3) Shin, C. J., Hong, C. S. and Jeong, W. B., 2008, Active Vibration Control of Cantilever Beams Using PZT Actuators, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 12, pp. 1293~1300.
- (4) Reza Moheimani, S. O., Halim, D. and Fleming, A. J., 2003, Spatial Control of Vibration Theory and Experiments, World Scientific.
- (5) Preumont, A., 1997, Vibration Control of Active Structures, Kluwer Academic Publishers.
- (6) Cannon Jr., R. H. and Rosenthal, D. E., 1984, Experiments on Control of Flexible Structure with Noncolocated Sensors and Actuators, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 7, pp. 546~553.
- (7) Zhang, Q., Shelley, S. and Allemang, R. J., 1991, Active Damping Design of Flexible Structures Based on SISO and SIMO Noncolocated

- Sensor/Actuator Velocity Feedback, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control - Transactions of the ASME, Vol. 113, Issue 2, pp. 259~266.
- (8) Gatti, G., Brennan, M. J. and Gardonio, P., 2007, Active Damping of a Beam Using a Physically Collocated Accelerometer and Piezo Electric Patch Actuator, Journal of Sound and Vibration, Vol 303, Issues 3~5, pp. 798~813.
- (9) Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1987, Positive Position Feedback Control for Large Space Structures, Proceedings of the 28th Structural Dynamics Conference, Monterey, CA, pp. 588~598.
- (10) Kwak, M. K., Han, S. B. and Heo, S., 2004, The Stability Conditions, Performance and Design Methodology for the Positive Position Feedback Controller, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 208~213.
- (11) Kwak, M. K. and Heo, S., 2007, Active Vibration Control of Smart Grid Structure by Multiinput and Multioutput Positive Position Feedback Controller, Journal of Sound and Vibration, Vol. 304, Issue 1~2, pp. 230~245.
- (12) Juang, J. N and Phan, M., 1992, Robust Controller Design for Second-order Dynamic Systems : A Virtual Passive Approach, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 15, No. 5, pp. 1192~1198.
- (13) Kotnic, P. T., Yurkovich, S., et al., 1988, Acceleration Feedback for Control of a Flexible Manipulator Arm, Journal of Robotic Systems, Vol. 3, pp. 181~195.
- (14) Preumont, A. and Loix, N., 1994, Active Damping of a Stiff Beam-like Structure with Acceleration Feedback, Experimental Mechanics, Vol. 34, No. 1, pp. 23~26.
- (15) Shin, C. J., Hong, C. S. and Jeong, W. B., 2010, Active Control of Clamped Beams using Acceleration Feedback Controllers, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 12, pp. 1190~1199.
- (16) Shin, C. J., Hong, C. S. and Jeong, W. B., 2011, Active Control of Clamped Beams using Filtered Velocity Feedback Controllers, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 5, pp. 447~454.
- (17) Meirovitch, L., 1967, Analysis Methods in Vibration, The Macmillan Company.
- (18) Warburton, G. B., 1951, The Vibration of Rectangular Plates, Proceeding of Institute of Mechanical Engineering, Vol. 168, pp. 371~384.