

약한 밀도 층상류에서 발생하는 물체 후류의 잔류와 응집 와류의 형성

이승수^{1,†} · 김학선¹
충북대학교 토목공학부¹

Formation of Coherent Vortices in Late Wake Downstream of an Object in Weakly Stratified Fluid

Sungsu Lee^{1,†} · Hak-Sun Kim¹
School of Civil Engineering, Chungbuk National University¹

Abstract

Decades of studies of geophysical flow have unveiled that the flow downstream of obstacles in stratified flow consists of attached wake and strong gravity waves, or separated, fluctuating wake and persistent late wakes. Among unique and interesting characteristics of the stratified flow past obstacles is the generation of coherent vortex in the late wake far downstream of the object. Unlike in homogeneous fluid, the flow field downstream self-develops coherent vortex even after diminishing of the near wake, no matter how small the stratification is. This paper present a computational approach to simulate the generation of the coherent vortex structure in the late wake of a moving sphere submerged in weakly stratified fluid. The results are in consistent with several experimental observations and the vortex stretching mechanism is employed to explain the process of coherence.

Keywords : Late wake(잔류), Stratification(층상화), FEM(유한요소법), Vortex shedding(와하림)

1. 서론

해양이나 대기 유동장에 발생하는 중력파(gravity wave)는 주로 변온층(thermocline)이나 유체의 밀도가 층상화(stratification)되어 있는 구조에서 주로 발생하는 것으로 알려져 있다 (Yih, 1980). 또한 중력파의 원인이 유동 박리에 의한 경우 응집된 구조(coherent Structure)를 갖는 와류(vortex)가 형성되는데 이는 Fig. 1에 보는 바와 같이 잠수체의 후류에 발생하는 잔류(late wake)나 Fig. 2에 보는 바와 같이 산악 지형 주위에 발생하는 덩어리 형상의 구름, 섬 주위에서 발생하는 해류의 대와동(large-eddy)의 형태로 보고된 바 있다 (Hubert & Krueger, 1962; Pao & Kao, 1977; Voropayev & Fernando, 2010). 해양환경에서 이러한 문제는 하구나 하절기 극지의 해빙 지역에서 해수와 담수가 혼합되는 환경에서도 발생할 수 있다 (Kim & Koo, 2010). 이러한 현상은 유동장의 밀도가 균일한 경우에는 발생하지 않으며, 대기 경계층이나 해양과 같이 유체 밀도가 연직 방향으로 변화하는 층상류(stratified flow)의 경우에 물체의 후류에 발생하는 것으로 알려져 있다.

밀도 층상류 내의 산악 지형과 같은 지형학적 장애물 또는 이동 중인 잠수체의 후류는 그 특성에 따라 두 영역으로 나누어진다. 물체에 가까운 영역은 물체의 교란에 의해 난류의 혼합(mixing)이

발생하며, 물체에서 먼 영역은 직접적인 교란이 사라진 후에 남은 잔류 내부에 응집 구조의 와류가 발생하는 것이 관찰된 바 있다 (Pao & Kao 1977; Lin & Pao 1979; Smirnov, et al., 2006).



Fig. 1 2D Karman vortex in lee of towed obstacle in stably stratified fluid (Voropayev & Fernando, 1996)



Fig. 2 Cloud formation of Karman vortex in lee of Jeju island (기상청, 2010)

물체에 가까운 후류의 특성에 관하여는 지형학적 장애물이 나 구와 같은 3차원 물체와 밀도 변화의 연성에 대한 연구가 수행된 바 있다 (Long, 1953; Baines, 1977; Castro, et al., 1983; Lin, et al., 1992; Chomaz, et al., 1993; Lee & Yang, 2004). 물체에 근접한 후류에 대한 실험 결과로는 층상화가 진행될수록, 즉 밀도의 수직 방향 구배가 증가할수록 연직운동이 제한되어 평면화되고, 더 나아가 평면상에 2차원 구조의 와 흘림 (vortex shedding)으로 천이하는 것이 알려져 있다. 반면 층상화가 적은 경우 물체의 근접 후류는 균질 밀도 유동장에서 의 후류 특성과 큰 차이를 보이지 않는다.

이에 반해 물체로부터 멀리 떨어진 영역의 후류는 밀도의 층상화가 적은 경우에도 중력과 밀도 구배의 연성에 의해 시간이 진행할수록, 또는 물체로부터 거리가 멀어질수록 평면화된 응집 구조의 와류가 생성되고 진행되는 것으로 관찰된 바 있다 (Pao & Kao, 1977; Lin & Pao, 1979). 그러나 이 현상의 발생 과정이나 상세한 구조에 대한 연구는 아직 미진하며 분명히 설명되고 있지 않다.

밀도 층상화에 의한 중력과 및 잔류에 발생하는 응집 구조의 와류 형성에 관한 해석적 방법에 의한 연구로는 2차원 공간에 대한 계산을 수행한 Karniadakis and Triantafyllou (1989)와 3차원 해석을 수행한 Fung and Chang (1996)의 연구가 있다. 전자는 2차원 해석을 수행함으로써 밀도 층상류의 3차원적 구조를 명확히 설명하지 못하였고, 후자의 3차원 계산은 자유수면 까지 고려함으로써 연성효과와 3차원 구조를 전산 모사 하였으나, 수직방향으로 정압력만을 고려하였으며 정량적인 해석 결과는 보여주지 못하였다.

따라서 밀도 층상류에 의한 잔류 내부의 응집 와류 구조에 관한 전산 해석은 큰 의미를 갖는다고 할 수 있다. 본 논문에서는 선행 연구를 통해 개발된 균일 밀도류와 물체의 상호작용 전산 해석 기술 (Lee, 2000; Lee & Wilczak, 2000) 및 밀도 층상화에 대한 연구 (Lee & Yang, 2004)를 바탕으로 밀도 층상류의 영향을 해석함으로써 물체에서 멀리 떨어진 약한 층상화의 상태에서 잔류내의 응집 구조 와류의 생성을 전산 모사하였다. 이동하는 물체에 의한 잔류의 변화를 해석하기 위하여 전산 영역을 고정하였으며 이동 중인 물체는 Karniadakis and Triantafyllou(1989)가 도입한 용출 점을 이용하여 근접 교란을 모델링하여 물체가 전산 영역에서 사라진 이후의 유동장 변화를 해석하였다. 수치해법으로는 유한요소법을 이용하였으며, 수정된 외재적(explicit) 방법에 의해 시간적분을 수행하였다. Boussinesq 가정에 의한 밀도 변화는 운동방정식의 부력항에만 영향을 미치며, 이와 연계되어 추가된 밀도 전송방정식은 Crank-Nicolson 방법에 의해 수치해석을 수행하였다.

2. 문제의 정식화 및 수치 해법

2.1 지배방정식

비압축성의 점성유체가 연직 방향 (x_3)으로 밀도의 변화가 있는 경우, 무차원화된 지배 방정식은 Boussinesq 가정을 고려하여 다음과 같이 표현된다 (Gill, 1982).

$$u_{j,j} = 0 \tag{1}$$

$$u_{i,t} + u_j u_{i,j} = -p_{,i} - \delta_{i3} \rho / Fr^2 + \tau_{ij,j} \tag{2}$$

$$\rho_{,t} + u_j \rho_{,j} = u_3 \tag{3}$$

$$\tau_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / Re \tag{4}$$

이때 레이놀즈 수 와 내부 프루이드 수는 각각 다음과 같다.

$$Re = \frac{UD}{\nu}, Fr = \frac{U}{ND} \tag{5}$$

$$N^2 = -\frac{g}{D} \left(\frac{d\rho_b}{dx_3} \right)_{-\infty} \tag{6}$$

여기서 N, U 및 D 는 각각 부력 주파수, 구의 전진속도 및 직경을 나타낸다. 위 식의 아래 첨자 중 i 과 j 는 각각 시간과 방향에 대한 편미분을 나타낸다. 식 (3)의 밀도 전송 방정식에서 확산항은 무시하였다. 여기서 x_1, x_2, x_3 (혹은 x, y, z) 는 각각 주유동방향(streamwise), 횡방향(spanwise), 수직방향(normal)의 좌표축을 나타내고, u_1, u_2, u_3 (혹은 u, v, w) 는 각각 x_1, x_2, x_3 방향으로의 속도성분을 나타낸다. 또한 p 는 압력, u 는 동점성 계수, δ_{ij} 는 Kroenecker Delta 함수, g 는 $-x_3$ 방향의 중력 가속도를 나타낸다. 또한 ρ_b 와 ρ 는 각각 연직 방향으로 층상화 되어있는 배경 밀도와 교란에 의한 섭동 밀도를 나타내며, 유체의 평균 밀도에 의해 무차원화되었다.

2.2 이동 중인 물체의 모델링

본 연구에서는 Fig. 3과 같이 직교 좌표계를 이용한 3차원 격자계를 이용하였다. 물체의 크기를 D 고 할 때, 전산 영역은 $40D \times 20D \times 10D$ 의 크기를 갖도록 하였으며 총 격자의 수는 216,000개로 하였다. 이용된 전산 영역은 사전 계산을 통해 와류 형성이 충분히 구현되고 수치 해석이 수렴되는 적절한 크기로 설정되었다. 구로 대체된 물체는 전산영역의 중앙, 즉 $y=0, z=5D$ 의 위치에서 ($-x$) 축으로부터 출발하여 일정속도 U 로 ($+x$) 축을 향해 진행하도록 하였다. 계산 영역의 측면 및 입출구면에서는 traction-free 조건($\sigma_{ij} n_j = 0$)을 적용하였다. 이때 σ_{ij} 와 n_j 는 각각 응력 $-p \delta_{ij} + \tau_{ij}$ 와 경계의 수직방향 단위 벡터를 나타내며, 초기 조건으로 전산 영역내의 유속과 섭동 밀도는 0으로 가정하였다.

본 연구의 목적은 물체에 근접한 후류의 변화보다는 물체가 지나간 잔류의 변화이므로 물체는 Karniadakis and Triantafyllou (1989)가 도입한 물체의 근접 교란 모델을 다음과 같이 이용하였다. Fig. 4는 물체의 ($x-y$) 평면상의 단면을 나타낸다. U^* 와 V^* 는 각각 미리 설정된 속도로서 본 논문에서는 $U^*=U$ 와

$V^* = V/4$ 를 이용하였다. 이때 V^* 는 물체의 안으로 향하는 방향을 갖도록 함으로써 후류의 수렴하는 유동장을 재현하도록 하였다. 이와 같은 물체의 속도장은 각 시간 단계에서 설정된 속도 U 로 이동하는 물체의 내부에 해당되는 절점의 방정식에 용출점으로 추가되었다. 즉, 해당 절점의 운동량 방정식은 이를 고려하여 식 (2)로부터

$$u_{,t} + u_j u_{,j} = -p_{,1} + \tau_{1j,j} - \lambda(u - U^*) \quad (7)$$

$$v_{,t} + u_j v_{,j} = -p_{,2} + \tau_{2j,j} - \lambda(v - V^*) \quad (8)$$

로 대체되었다. 이때 λ 는 $1/\Delta t$ 가 이용되었으며 수직방향 유속 u_3 는 식 (1)의 연속 방정식에 의해 계산되어 물체 앞에서는 발산하고 물체 뒤에서는 수렴하는 유동장을 형성한다.

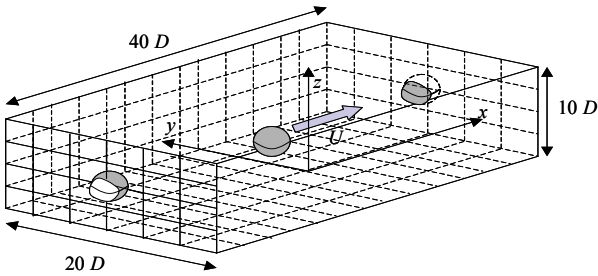


Fig. 3 Schematic diagram of computational domain and moving object

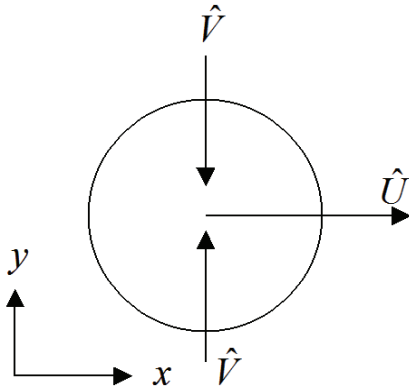


Fig. 4 Modeling of moving object

본 연구에 이용된 용출점에 의한 근접 교란 모델을 통해 물체 근방의 점성 유동장을 정확하게 모사하는 것은 적합하지 않다. 그러나 층상화가 매우 약한 유동장의 경우 근접 후류는 균일 밀도 유동장과 거의 차이가 없음을 저자의 이전 연구에서 확인한 바 있으며 (Lee & Yang, 2004), 약 40D 이상의 후류에서는 거의 교란 효과가 사라지는 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서 이용한 용출점 모델링이 근접 후류의 모사에는 적절하지 못하지만 체적 효과는 잔류의 응집 구조 와류 형성을 위한 발생 메커니즘의 초기 교란장을 제시하는데 충분하다고 판단된다.

2.3 유한요소법에 의한 이산화 및 시간 적분

임의의 유한 요소 Ω 에 대해 지배방정식에 유한요소법을 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} \psi u_{j,j} d\Omega = 0 \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} (\phi u_{i,t} + \phi u_j u_{i,j} + \phi_{,j} \tau_{ij,j} - \phi_{,i} p + \lambda \phi u_i) d\Omega$$

$$= -\frac{\delta_{i3}}{Fr^2} \int_{\Omega} \phi \rho d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \sigma_{ij} n_j d\Gamma$$

$$- \lambda \int_{\Omega} \phi U_{0,i} d\Omega$$

$$\int_{\Omega} (\phi \rho_{,i} + \phi u_j \rho_{,j}) d\Omega = \int_{\Omega} \phi u_3 d\Omega \quad (10)$$

이때 Γ 는 유한요소의 경계를 나타내며, ϕ 는 유속과 밀도 변수에 대한 가중함수(weight function)이며, ψ 는 압력에 대한 가중함수이다. 본 연구에서는 유속 및 밀도에 대하여는 선형 유한요소를 이용하였고, 압력은 각 유한요소 내에서 일정한 것으로 가정하였다. 운동량방정식은 수치해석의 안정성을 위하여 유선상류도식(streamline upwind method)을 이용한 Petrov-Galerkin 형식을 적용하였다 (Brooks & Hughes, 1982).

본 연구에서는 속도항 보정 방식 (Chan, et al., 1981)에 의해 시간 적분을 수행함으로써 식 (6)의 이산화된 지배방정식의 비정상해를 구하였는데, 그 과정은 다음과 같다. 각 시간 단계에서 Poisson 방정식에 의해 압력을 얻는다. 이때, 이전 단계에서 얻은 유속과 밀도를 이용한다. 유한요소법의 특징인 요소들의 비구조적 연계성(unstructured connectivity)에 의해 행렬은 매우 sparse하며, 이를 위해 본 연구에서는 행렬 해법으로 PCG (preconditioned conjugate gradient)를 이용하였다. 이때 압력을 위한 Poisson 방정식의 행렬은 Hermitian 이므로 행렬 요소의 연산은 계산의 초기에 한 번만이 요구된다. 압력이 계산되면, 밀도 방정식을 시간 적분하게 되는데 식 (6)은 확산항이 없는 순 대류방정식의 형태를 갖고 있어, 수치해석의 안정성을 위해 Crank-Nicolson 방법을 이용하였다. 이 방법은 구 주위의 균일 밀도류에 대한 전산 해석에 의해 유용성이 확인된 바 있다(Lee, 2000; Lee & Wilczak, 2000).

유속은 계산된 압력 및 밀도를 이용하여 운동량 방정식을 수정된 외재적 방법(modified explicit method)을 이용하여 시간 적분을 수행함으로써 얻을 수 있다. 주어진 시간 단계는 수치 해석의 안정성의 기준이 되는 CFL 수에 의해 결정되는 더 작은 준 시간단계들로 세분되고, 각 세분된 준 시간 단계에서 운동량 방정식을 외재적 방법에 의해 시간 적분하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 후류 유동장의 특성

본 연구에서는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 물체가 (-x) 축 으로부터 출발하여 계산 영역에 들어서는 순간부터 전산 모 사를 시작하여 U 로 (+x) 축을 향해 진행하도록 하였다. 또 한 (+x)축을 따라 계산영역을 빠져나간 순간을 t =0으로 정 하였다. 부력 주파수 N 은 0.01/sec로 약한 층상화를 가정하 였으며, 먼저 Re가 500인 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

Fig. 5는 Re가 500인 경우 직선 운동을 하던 물체가 계산 영역을 벗어난 이후의 영역내의 유동장 변화를 나타내는 것 으로, z=5D 에 해당하는 x-y 평면, 즉 수평면상에서의 유 속 벡터의 변화가 나타나고 있다. 또한 Fig. 5에는 그에 상응 하는 수직방향 와도 (vorticity)의 등가 표면을 보여주고 있는 데 잔류 내부의 응집 구조 생성과정이 나타나고 있다. 이때 와도의 수직방향 성분은 다음과 같이 정의되었다.

$$\zeta_z = \frac{1}{2}(u_{,y} - v_{,x}) \quad (11)$$

t =25D/U 에서 유동장은 물체의 진행 방향으로 진행하 는 유속을 나타내고 있으며 ξ_z 는 수직면인 y-z 평면을 중 심으로 대칭인 형상을 보여주었다. 이때 계산영역내의 최대 유속은 물체 진행속도의 30%정도로 타나났다. 시간이 진행 하여 t =150D/U 에 이르자, 유동장내에 수평방향으로 다소 간의 굴절 (undulation)이 발생하기 시작하였다. 와도의 등 가 표면 역시 응집 구조의 생성을 나타내기 시작하였다. t =300D/U 에 이르자, 유속 벡터는 뚜렷한 와류의 형성을 보여주었으며 이는 와도의 등가 표면에 의한 응집 구조로 잘 나타나고 있다. 특히 t =300D/U 에서 나타나는 와류의 형상은 잘 알려진 Karman의 와류와 매우 유사한 구조를 갖 고 있다.

시간이 더 진행됨에 따라 와류 구조는 뚜렷해지며 횡방향 으로의 확산이 나타나다가 t =600D/U 에 이르러서는 구조 의 소멸이 나타남을 알 수 있다. 한편 물체의 직접적인 교란 이 사라진 이후 유동장은 밀도에 의해 층상화가 이루어져 계산 영역 내에 유속의 수직 방향성분은 매우 작게 나타나 고 있다.

레이놀스수가 미치는 영향을 파악하기 위하여 위의 경우 이외에 Re=250인 경우에 대한 해석을 수행하였으며, Fig. 6 은 t =300D/U 에 이르렀을 때 z =5D 에 해당하는 수평면 에 나타나는 속도 벡터를 보여준다. Fig. 5에서 보인 Re= 500의 경우와 매우 유사하게 와류의 형성이 뚜렷하게 나타 남을 알 수 있어, 정성적으로 볼 때 이 범위의 레이놀스 수 는 잔류 내부의 응집와류 형성에 지배적인 인자가 아님을 알 수 있다.

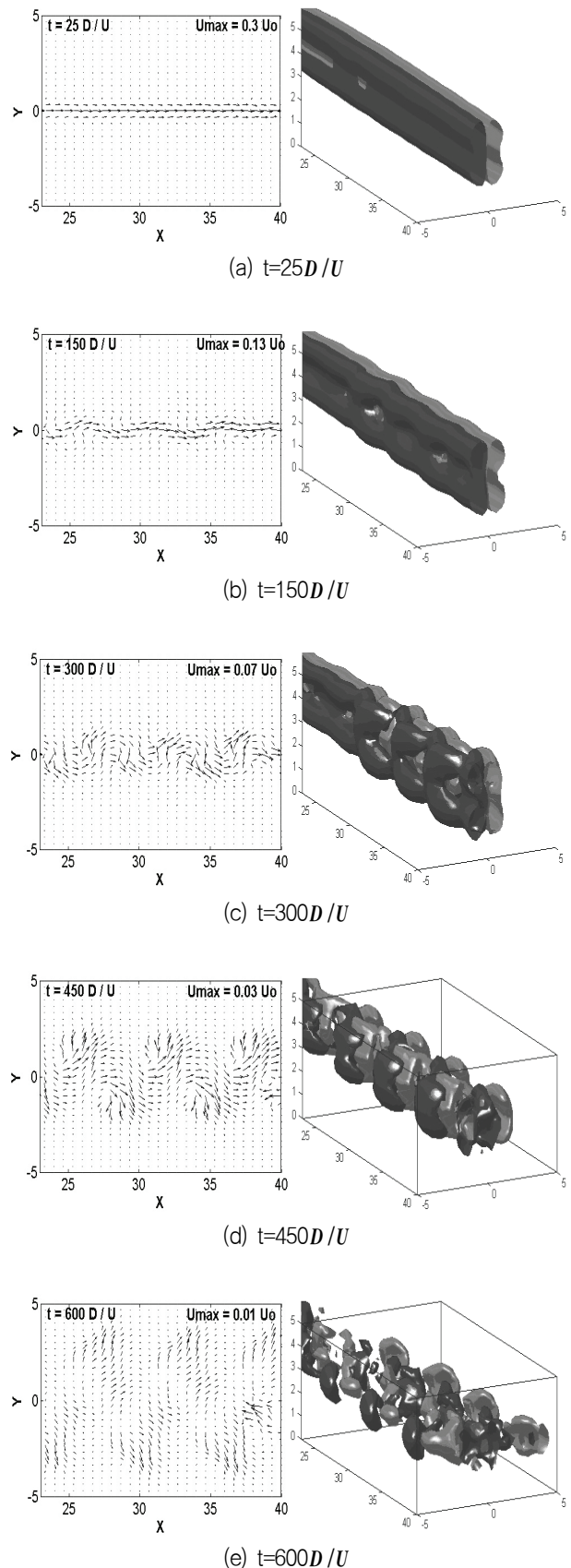


Fig. 5 Evolution of velocity fields on horizontal plane at z =5D and isosurface of vertical vorticity for Re=500

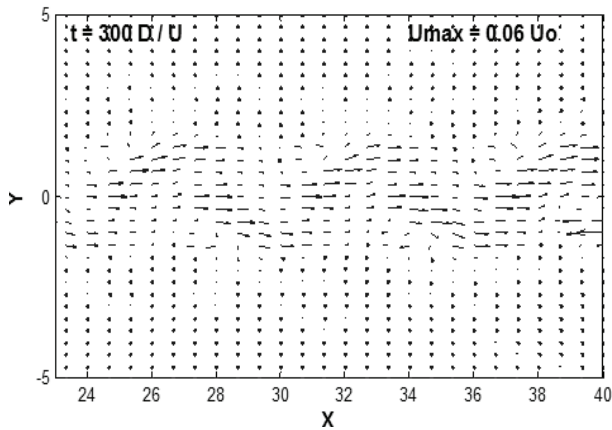


Fig. 6 Evolution of velocity fields on horizontal plane at $z=5D$ for $t=300D/U$ for $Re=250$

3.2 평균 유동장

Spedding, et al. (1996)은 층상류에서 구 후류에 발생하는 잔류와 응집 구조의 와류에 대한 실험을 통하여 후류의 흐름 방향 평균 유속은 가우시안 (Gaussian) 분포를 보이는 것을 보인 바 있다.

한편 Fig. 7에 설명한 것과 같이 후류 평균 유속의 최대값을 U_{max} 라고 하는 경우, U_{max} 의 20%에 이르는 영역의 폭을 B_w 로 정의하였고, 인접한 두 개의 와류 사이의 거리를 L_w 로 정의하였다.

Fig. 5에서 보는 바와 같이 본 해석의 경우 $t > 150D/U$ 에서 평균적으로 $L_w=5.6D$ 로 나타남을 알 수 있다. 이는 L_w/U 의 주기를 갖는 와류림 (vortex shedding)에 해당하며 주파수를 f 로 정의하는 경우, Strouhal 수, $fD/U=0.178$ 로 나타낼 수 있다. 이는 Chomaz, et al. (1993)의 $Re=5000$ 에 대한 실험에서 나타난 0.175, Spedding, et al. (1996)의 0.173과 크게 차이가 나지 않는 결과임을 알 수 있다.

Fig. 8은 $Re=250$ 과 500의 경우에 $t=300D/U$ 에 해당하는 유동장의 진행방향 평균 유속 분포를 나타낸다. 위에서 언급한 바와 같이 후류의 평균은 가우시안 분포를 나타내고 있음을 알 수 있다.

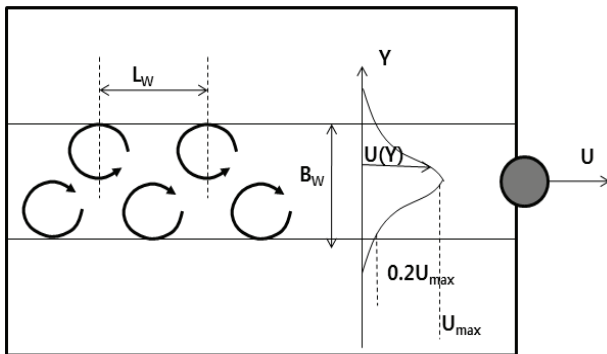


Fig. 7 Schematic description of streamwise-averaged velocity and wake width B_w

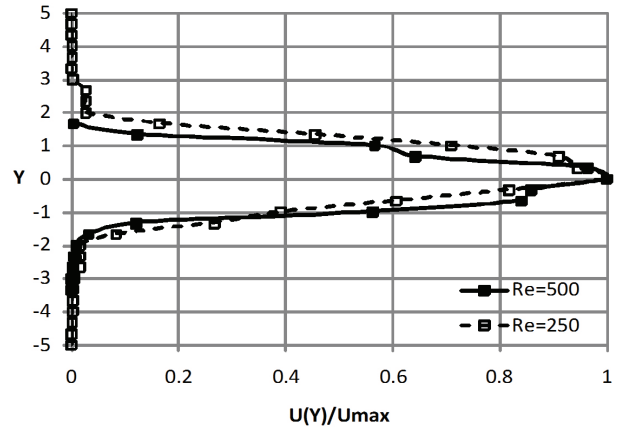


Fig. 8 Streamwise-averaged, mean velocity profiles, $U(Y)$ for $Re=250$ and 500 at $t=300D/U$

3.3 응집 와류의 형성

3.1절에서 보인 바 있는 잔류내의 와류의 형성은 와도 확장 현상 (vorticity stretching) (Schlichting, 1979)으로 설명할 수 있다. Boussinesq 가정과 $\xi_z \gg \xi_z, \xi_z$ 임을 고려한 ξ_z 의 보전 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{D\zeta_z}{Dt} = \zeta_z w_{,z} \quad (12)$$

따라서 ξ_z 가 양수이고 수직방향 유속의 수직방향 구배, $w_{,z}$ 가 양수인 구간과 ξ_z 가 음수이고 $w_{,z}$ 가 음수인 구간에서 ξ_z 가 증가함을 알 수 있다. 이를 보이기 위해 $t=25D/U$ 에서 $\xi_z, w_{,z}$ 및 와도 확장률인 $\xi_z w_{,z}$ 을 Fig. 9에 나타내었다.

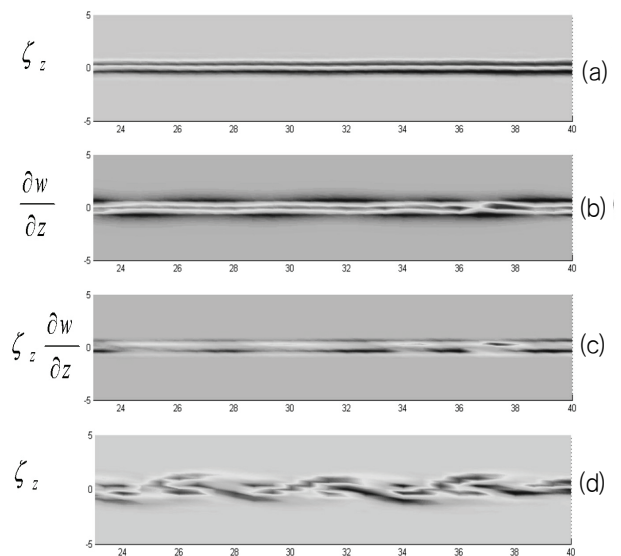


Fig. 9 Vertical vorticity (a), vertical gradient of vertical velocity (b), vertical vorticity stretching (c) at $t=25D/U$ and vertical vorticity (d) at $t=300D/U$ on Horizontal Plane

Fig. 9(a)에 보는 바와 같이 ξ_z 가 x 축을 기준으로 양수와 음수로 나뉘지며 대칭적인 형상을 보이거나 Fig. 9(c)에 나타난 $\xi_z w_z$ 는 부분적인 응집 구조를 나타내기 시작하였다. 이 같은 와도 확장은 시간이 감에 따라 더욱 진행되고 Fig. 9(d)에 보는 바와 같이 $t=300D/U$ 에서는 뚜렷이 구분되는 응집 구조의 와도가 나타나게 된다. 잔류내의 와도 응집 현상은 종력축, 즉 z 축에 평행한 와도의 성장으로 이어지며 이는 물체의 움직임으로부터 상하 방향으로 멀리 떨어진 지역의 유동장에도 영향을 미치게 된다.

이를 가시화하기 위하여 계산영역의 윗면, $z=10D$ 에 해당하는 면의 수직방향 유속 w 의 시간에 따른 변화를 Fig. 10에서 보여주고 있다. 이는 일정 높이에 위치한 평면의 수직운동에 직접적으로 기여하는 성분으로 자유수면 경계 조건이 적절히 고려될 경우, 물체 후류의 자유 수면에 발생하는 응집 구조의 파형으로 해석될 수도 있다. 계산 결과는 물체가 지나간 후 초기에는 x 축에 대칭인 분포를 보여주다가 시간이 진행함에 따라 하부에서 생성되는 응집 구조의 와도의 영향에 의해 번갈아 파정과 파곡이 나타나고 있다.

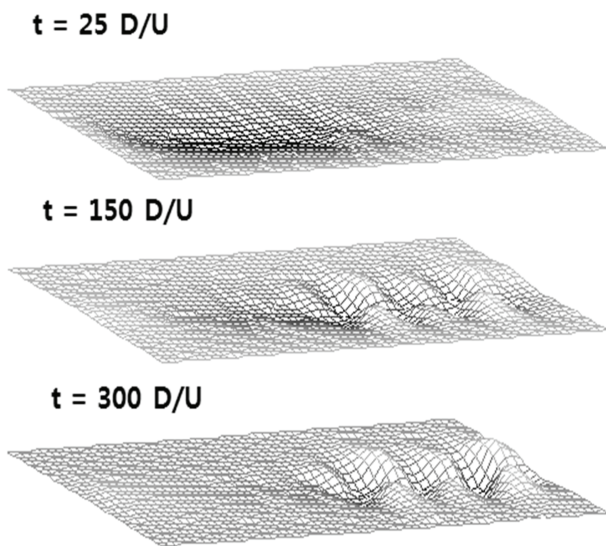


Fig. 10 Evolution of Vertical Velocity on Horizontal Plane at $z=10D$

4. 결론

본 연구에서는 약한 밀도 층상화가 있는 유동장에 일정속도로 직선 운동을 하는 물체가 지나간 후에 시간이 진행함에 따라 발생하는 잔류내의 응집된 와도의 형성에 대한 전산 모사를 수행하였다. Boussinesq 가정에 의해 밀도 변화가 부력항으로 고려된 운동량 방정식과 밀도의 전송 방정식은 유한 요소법과 수정된 외재법에 의한 시간 적분에 의해 수치 해를 구하였다. 이동 중인 물체는 근접 교란 모델링을 이용하여 나타내었으며, 수직 방향 와도의 변화를 관찰함으로써 와도의 생성과 응집과정을 나타내었다. 그 결과, 다음과 같은 특성을 확인하였다.

- (1) 물체 뒤의 근접 후류에 발생하는 물체의 직접적인 교란은 빠른 속도로 소멸되었다.
- (2) 잔류는 시간이 감에 따라 평면화가 진행되고, 수직방향 와도의 확장에 의해 와도의 응집도가 높아지게 되어, 평면상에 유동장의 굽이침과 와류가 생성된다.
- (3) 잔류에 발생하는 응집된 와류는 평면상에 2차원 와홀림과 유사하게 형성되며, 평균 유속의 횡방향 분포는 이전 실험 연구에서 나타난 바와 같이 가우시안 분포를 나타낸다.
- (4) 응집된 와류의 주기는 Strouhal 수 0.178에 해당되며 이는 이전 실험 연구의 결과와 잘 일치하고 있다.
- (5) 잔류 내부의 와도 응집화 현상은 와류 각운동량 보존과 전단 유동의 상호 작용인 와도 확장 현상으로 설명할 수 있다.
- (6) 물체면에서의 와도의 응집은 수직방향으로 확산되어 수직 방향의 유동장내에 유사 와류의 형성에 영향을 미친다.

후 기

본 논문은 수중운동체 특화 연구센터의 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

Baines, P.G., 1977. Upstream influence and Long's model in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 82, part 1, pp.147-159.

Brooks, A. & Hughes, J.R., 1982. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on incompressible Navier-Stokes equations. *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, 32, pp.199-259.

Castro, I.P. Snyder, W.H. & Marsh, G.L., 1983. Stratified flow over three-dimensional ridges. *Journal of Fluid Mechanics*, 135, pp.261-282.

Chan, S.T. Gresho, P.M. Lee, R.L. & Upson, C.D., 1981. Simulation of three dimensional, time-dependent, incompressible flows by a finite element method, *Lawrence Livermore Laboratory Report UCRL-85226*.

Chomaz, J.M. Bonneton, P. & Hopfinger, E.J., 1993. The structure of the near wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 254, pp.1-21.

Fung, Y.T. & Chang, S.W., 1996. Surface and integral signature of organized vortex motions in stratified fluids, *Physics of Fluids*, 8(11), pp.3023-3056.

Gill, A.E., 1982. *Atmosphere-ocean dynamics*, Academic Press, San Diego, CA, USA.

- Hubert, L.F. & Krueger, A.F., 1962. Satellite pictures of mesoscale eddies, *Monthly Weather Review*, 90, pp.457-463.
- Karniadakis, G.E. & Triantafyllou, G.S., 1989. Frequency selection and asymptotic states in laminar wakes, *Journal of Fluid Mechanics*, 199, pp.441.
- Kim, M. & Koo, W.-C., 2010. Numerical Analysis of Hydrodynamic Forces on a Floating Body in Two-layer Fluids, *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 47(3), pp.369-376.
- Lee, S., 2000. A numerical study of the unsteady wake behind a sphere in a uniform flow at moderate Reynolds numbers. *Computers & Fluids*, 29(6), pp.639-667.
- Lee, S. & Wiczak, J., 2000. The effects of shear flow on the unsteady wakes behind a sphere at moderate Reynolds numbers. *Fluid Dynamics Research*, 27(1), pp.1-22.
- Lee, S. & Yang, K.S., 2004. Flow past a Sphere in Density-Stratified Fluid, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 18, pp.265-276.
- Lin, J.T. & Pao, Y.H., 1979. Wakes in stratified fluids, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11, pp.317-338.
- Lin, Q. Lindberg, W.R. Boyer, D.L. & Fernando, H.J.S., 1992. Stratified flow past a sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 240, pp.315-354.
- Long, R.R., 1953. Some aspects of the flow of stratified fluids: I. a theoretical investigation, *Tellus*, 5, pp.42-58.
- Pao, H.K. & Kao, T.W., 1977. Vortex structure in the wake of a sphere, *Physics of Fluids*, 0, pp.187-191.
- Schlichting, H., 1979. *Boundary layer theory*, McGraw-Hill.
- Smirnov, S.A. Voropayev, S.I. Fernando, H.S. & Smith IV, D., 2006. Wake instability and dipole formation in stratified fluids, *4th International Symposium on Computational Wind Engineering*, Yokohama.
- Spedding, G.R. Browand, F.K. & Fincham, A.M., 1996. The long-time evolution of the initially turbulent wake of a sphere in a stable stratification, *Dynamics of Atmosphere and Oceans*, 23, pp.171-182.
- Voropayev, S.I. & Fernando, H.J.S., 2010. Wakes of Maneuvering Body in Stratified Fluids, *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2008, Mathematics in Industry*, 15(2), pp.261-266.
- Yih, C.-S., 1980. *Stratified flows*, Academic Press.

