

論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2011.39.9.816>

나선와류를 이용한 프로펠러 추력계산과 풍동 시험 연구

박영민*, 김범수**

The Calculation of Propeller Thrust using Semi-infinite Helical Vortices and a Wind tunnel Test

Young-Min Park* and Beom-Soo Kim**

ABSTRACT

In this study, a program has been coded to evaluate propeller thrust rapidly following the effects of propeller shapes and the environmental facts. At this time, Semi-infinite Helical Vortices model is used to predict the induction factor which is introduced by Kawada. This program is based on Wrench's Propeller lifting line theory, and it can predict aerodynamic coefficients such as thrust, power, and efficiency. First of all, this program is compared with test results of NACA reports to verify of the reliability. Secondly, subsonic wind tunnel test has been performed following variations of propeller's rpm and inflow velocities.

초 록

본 연구에서는 프로펠러의 형상 및 환경 요소의 영향에 따른 추력값을 빠르게 계산할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 여기서 유도 요소를 계산하기 위해서, 카와다에 의해 소개된 준-무한 나선와류 모델을 이용하였다. 본 code의 구조는 Wrench의 프로펠러 양력선 이론에 기초하여 제작되었으며, 프로펠러의 추력, 파워 및 효율 등의 공력값을 계산할 수 있다. 1차적인 프로그램의 신뢰성 있는 검증을 위해 NACA 보고서의 시험 결과와 비교 및 검증을 시행하였다. 2차적인 프로그램의 검증을 위해서는, 프로펠러 회전속도와 전진 속도에 변화를 주면서 아음속 풍동 시험을 수행하였다.

Key Words : Propeller thrust(프로펠러 추력), Semi-infinite Helical Vortices(나선 와류), Propeller Vortex Lattice lifting line theory(프로펠러 양력선 이론), Subsonic Wind Tunnel Testing(아음속 풍동 시험), Induced velocity(유도 속도)

1. 서 론

현대의 항공기 개발은 군사 및 대형 운송의 목적 이외에도 소형화 및 개인용도로 개발의 관심이 일어나고 있다.

† 2010년 12월 16일 접수 ~ 2011년 8월 26일 심사완료

* 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

교신저자, E-mail : spacepassion@gmail.com

인천광역시 남구 용현동 253

** 종신회원, 인하대학교 항공우주공학과

즉, 짧은 기간 안에 저렴한 비용으로 해석이 가능한 프로펠러의 성능 해석 프로그램이 필요하다. 또한 국내에 이러한 프로그램은 부족한 실정이다. 또한 기존 해석 프로그램은 결과의 신뢰성은 다소 떨어짐을 확인하였다. 이번 연구에서는 결과의 신뢰성 향상에 초점을 두게 되었다.

참고문헌 1)에서는 후류 계산법으로 모멘텀 이론을 적용한 경우가 있다. 이 이론에 따르면 프로펠러를 하나의 원판, Propeller disk로 간주하는데, 이 원판의 전면과 후면의 압력 차로 인해

균일한 분포의 추력이 발생한다고 가정한다. 이때 발생하는 유관내의 유선은 원판을 통과할 때 연속성을 가진다고 가정한다. 하지만 완전기체가 가정으로 인해 해의 정확도는 신뢰성이 낮다.

또한 Simple Blade Element Theory를 적용한 예가 있는데, 여기서는 프로펠러가 원판이 아닌 회전 익형, Rotating airfoil로 가정을 한다. 이때 발생하는 기류는 2차원이며, 날개간의 상호 간섭과 후류 압축에 의한 반경류가 없다고 가정한다.

하지만, 이 경우 후류의 영향이 고려되지 않아서 정확도가 떨어지는 경향이 있다. 본 논문에서는 이를 보완하기 위해 Semi- Infinite Helical Vortices 후류모델로 연구를 진행하였다.

이 모델은 Kawada에 의해 처음으로 소개되었으며²⁾, 그 후 Wrench에 의해 근사형태로 식이 유도되었다.³⁾ 또한 이후로 Kerwin에 의해 선박 스크류의 형상 설계에 사용되었다.⁴⁾

II. 유도속도 계산 프로그램 설계

2.1 프로펠러 단면의 공력 성분

본 유도속도, u^* 는 프로펠러의 익형과 유입 속도, V_p , 날개짓의 회전 속도, $2\pi m$ 과 날개짓각, ϕ 에 의해 결정되어진다.

새로운 유입속도인 V_n 는 기존 유입속도의 축 방향 속도와 축 방향 속도에 유도속도를 추가하여 결정을 하게 된다. 그러면, 이 값을 이용하여 새로운 날개짓각을 구하고, 새로 구한 받음각을 통해서 주어진 익형의 이차원 무한 날개폭의 양력과 항력 계수를 찾아서 γ 를 구하고, 추력을 산출할 수 있게 된다.

가장 중요한 유도속도를 계산하기 위해서 이전부터 모멘텀 이론⁵⁾이나, 와류를 직선 성분으로 분할해서 계산⁶⁾하는 등의 연구가 이루어져 왔다.

하지만 낮은 전진비에서의 공력계수 예측이나, 극한값의 예측에서 아직 미흡한 부분이 있다. 그런 이유로 이번 연구에서는 전체적인 경향성은 물론 낮은 전진비에서의 정확도 높은 예측 및 극한값의 예측에도 관심을 두었다.

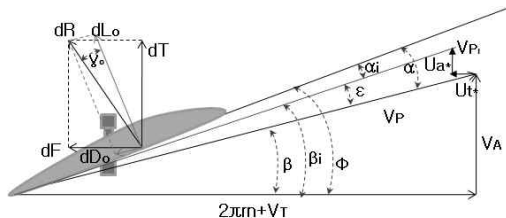


Fig. 1. Aerodynamics schematic of propeller blade section

2.2 나선와류 후류 모델

우선 Fig. 2와 같이 와류점, r_v 와 조절점, r_c 를 날개짓상에 등 간격으로 배치를 한다. 이때, 와류점에서 발생하는 나선와류는 각각 β_w 라는 일정한 나선 형태의 피치각을 가지게 된다.

조절점은 와류점에서 출발하는 나선 와류의 영향을 받게 되는데, 와류점에 가까운 조절점일수록 더 큰 영향을 받게 된다.

나선와류에 의한 유도속도는 날개짓 수, Z 만큼의 강도를 가지는데, 이에 의해 양력선 상에 있는 조절점에 유도되는 속도는 식(1)과 같다.⁴⁾

$$\begin{aligned} \bar{u}_a(r_c, r_c) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{2\pi} \frac{r_c [r_c - r_c \cos(\phi + \delta_k)]}{[(r_c \phi \tan \beta_w)^2 + r_c^2 + r_c^2 - 2r_c r_c \cos(\phi + \delta_k)]^{3/2}} d\phi \\ \bar{u}_i(r_c, r_c) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_0^{2\pi} \frac{r_c \tan \beta_w [(r_c - r_c \cos(\phi + \delta_k)) - r_c \phi \sin(\phi + \delta_k)]}{[(r_c \phi \tan \beta_w)^2 + r_c^2 + r_c^2 - 2r_c r_c \cos(\phi + \delta_k)]^{3/2}} d\phi \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)에서 적분변수 ϕ 는 나선와류 상에 있는 일반점의 각좌표다. 여기서 k번째 날개짓에 있는 한 점의 각좌표에 해당하는 값을 구하기 위해 적분변수에 식(2)의 날개짓 색인각, δ_k 를 더해준다.

$$\delta_k = 2\pi \frac{k-1}{Z} \quad (k=1, \dots, Z) \quad (2)$$

마지막으로 식(1)과 순환, Γ 를 이용하면 식(3)과 같은 프로펠러 전체에서의 유도속도 식을 얻는다.⁴⁾

$$u_{a,t}^*(r_c(n)) = \sum_{m=1}^M \Gamma_m \bar{u}_{a,t}(n, m) \quad (3)$$

하지만 식(1)의 적분이 쉽지 않아서 수치적인 형태의 재분류 시켜줘야 한다. 이때, 두 가지의 가정을 사용하며, 이러한 형태의 유동은 Lerbs에 의해 해결되었다.⁶⁾ 그리고 최종적으로 Wrench에 의해서 근사식의 형태를 취하게 된다.⁴⁾

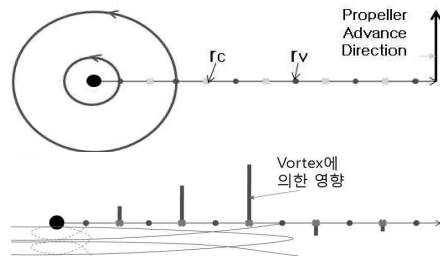


Fig. 2. Illustration of the concept of a lifting-line propeller as a limit of vanishing chord length

2.3 유도속도 근사식

나선와류가 조절점에 미치는 영향은 식(4)와 같다.⁴⁾

For $r_c < r_v$,

$$\bar{u}_a(r_c) = \frac{Z}{4\pi r_c} (y - 2Zy_o F_1)$$

$$\bar{u}_t(r_c) = \frac{Z^2}{2\pi r_c} y_o F_1$$

For $r_c > r_v$,

$$\bar{u}_a(r_c) = -\frac{Z^2}{2\pi r_c} y_o F_2$$

$$\bar{u}_t(r_c) = \frac{Z}{4\pi r_c} (1 + 2Zy_o F_2) \quad (4)$$

식(4)에 y_o 는 r_c 와 r_v 가 동일한 위치에 있을 경우의 y 를 나타낸다.

$$y = \frac{r_c}{r_v \tan \beta_w} \quad (5)$$

Fig. 3은 5개의 날개짓 수를 가지는 프로펠러에서, 와류점이 1.0에 존재할 때, 조절점을 0.5에서 1.5까지 동일한 간격으로 변화시키고, 나선와류의 피치각을 20°에서 60°까지 10°씩 변화시켜가며 계산한 축방향 및 축방향 유도속도의 결과 그래프이다.⁴⁾

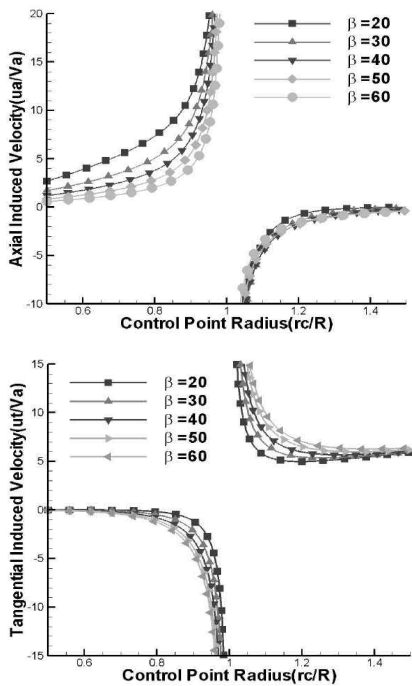


Fig. 3. Induced velocities on a lifting-line

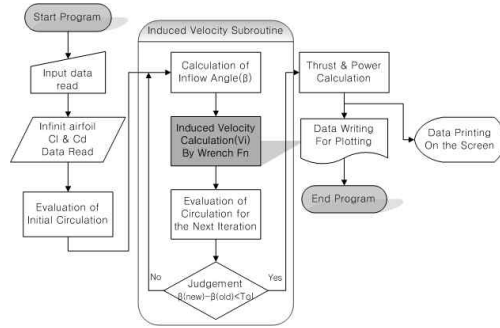


Fig. 4. Flow chart of thrust calculation

조절점이 와류점보다 작을 경우, 피치각이 증가함에 따라서 축 방향 유도속도가 더 빨리 일정한 값으로 수렴함을 Fig. 3의 위쪽 그림을 통해서 알 수 있다. 반면에, 조절점이 와류점보다 클 경우, 피치각에 상관없이 빠르게 0으로 수렴함을 볼 수 있다.

Fig. 3의 아래 그래프를 보면 그래프의 변화가 피치각에 둔감하게 반응한다는 것을 볼 수 있다. 반면에 프로펠러의 반지름의 증가와 감소에 의한 영향을 지배적으로 받는다.

2.4 유도속도 계산 흐름도

날개짓 각, 분당회전수, 조절점 및 와류점의 위치, 프로펠러의 직경, 날개짓 수, 각 조절점의 시위길이, 그리고 받음각 및 두께비에 따른 이차원 익형의 양력 및 항력값이 초기 입력값으로 주어지면, 이들을 통해 구한 순환과 피치각을 통해서 유도속도를 구할 수 있다.

이 후, 유도속도가 추가된 속도를 이용해서 최종적인 추력을 계산해 낼 수 있으며, 계산값이 오차범위에 들어오면 프로그램을 종료하게 된다.

2.5 프로그램 검증

계산 결과는 NACA Report 642⁹⁾와 650¹⁰⁾을 참고하여, 각 프로펠러의 익형은 RAF6이며, 이 풍동 시험치와 비교 및 검증을 수행하였다.

직경은 동일하게 10ft이며, r_c 는 조절점의 위치, XC 는 시위길이, ϕ 는 날개짓각, h_U 는 시위길이에 대한 윗 캠버(Camber)의 비를 나타내며, h_L 은 이와 반대로 시위길이에 대한 아래 캠버의 비를 나타낸다.

2.5.1 Hamilton Standard 6129

위 Table 1에서 보면, 1000rpm에서는 조절점의 위치가 날개의 75%에 위치했을 경우의 날개짓각이 15.01°인 한 개의 경우에서 계산하였으며,

Table 1. Hamilton Standard 6129 propeller

r_c	XC	rpm			h_U	h_L
		1000	800			
		Blade angle(ϕ)				
0.375	0.618	25.66	35.39	45.43	0.175	0.0
0.500	0.699	20.91	30.72	40.78	0.101	0.0
0.625	0.669	17.51	27.51	37.56	0.081	0.0
0.750	0.585	15.01	24.89	35.01	0.07	0.0
0.875	0.463	13.11	23.02	33.08	0.061	0.0

800rpm으로 회전시에는 75% 위치에서 각각 24.89°와 35.01°을 가지는 두 개의 경우에서 계산을 수행하였다.

또한, 날개깃의 개수는 3개이며 아래 캠버가 없는 형태의 익형이므로, h_L 의 값은 모두 0을 주었다.

그래프의 x축에는 프로펠러의 전진비를 표시하였으며, 각각의 그래프에서는 추력계수, 파워계수, 그리고 효율에 대하여 나타내었다.

Fig. 5, 6, 7을 보면, 낮은 전진비에서의 정확도가 높은 전진비에 비해 다소 떨어짐을 확인할 수 있다. 또한, 날개깃 각이 높을수록 정확도가 조금씩 떨어지는 것을 볼 수 있다.⁹⁾

하지만, 전체적인 경향성을 봤을 때, 전반적으로 실험치의 정보를 잘 모사하고 있음을 알 수 있으며, 특히 추력과 파워의 비로 나타낼 수 있는 효율 면에서는 높은 정확도를 가지는 것을 확인하였다.

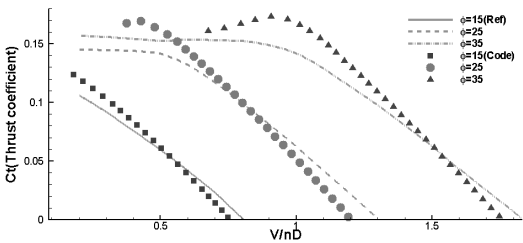


Fig. 5. Thrust coefficient curve following variation of advance ratio

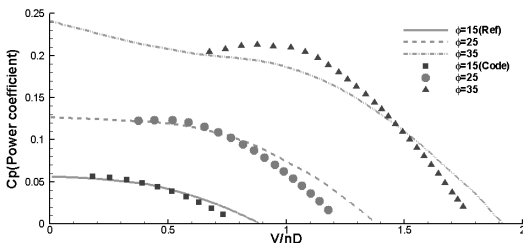


Fig. 6. Power coefficient curve following variation of advance ratio

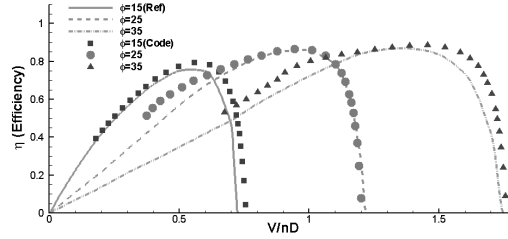


Fig. 7. Efficiency curve following variation of advance ratio

Fig. 5와 Fig. 6을 보면 실험치의 경우에는 낮은 비율의 극한치를 보이고 있는 반면, 계산치에서는 이보다 높은 비율의 극한에서의 계산치를 보이고 있다.

이 실험치와 계산치의 오차는 날개깃각이 높을수록 그 양이 증가함을 볼 수 있는데, 이러한 형태는 다음 Table 2의 경우에서도 동일하게 발생하고 있다.

그 이유로는, 본 프로그램은 2차원 날개의 공력 데이터를 이용하여 보간법을 사용하고 있는데, 이로 인한 2차원과 정보와 3차원 정보 사이의 오차와, 날개깃각이 높을수록 난류의 영향이 커지게 되어 데이터 예측의 한계점이 빨라지는데 이유를 들 수 있다.

2.5.2 Navy Department drawing No. 5868-R6

위 Table 2에서 보면, 1000rpm에서 조절점의 위치가 75%에 위치했을 경우, 날개깃각이 15.05°인 한 개의 경우에서 계산하였으며, 800rpm으로 회전시에는 75% 위치에서 각각 25.01°와 35.13°을 가지는 두 개의 경우에서 계산을 수행하였다.

날개의 개수는 동일하게 3개이며, 이 또한 아래캠버가 없는 익형이기 때문에, h_L 의 값은 0을 주었다.

Table 2. Navy Department drawing No. 5868-R6 propeller

r_c	XC	rpm			h_U	h_L
		1000	800			
		Blade angle(ϕ)				
0.375	0.653	28.46	38.24	48.15	0.205	0.0
0.500	0.761	21.94	31.81	41.62	0.119	0.0
0.625	0.717	17.79	27.46	37.78	0.099	0.0
0.750	0.614	15.05	25.01	35.13	0.089	0.0
0.875	0.476	13.06	22.96	33.03	0.083	0.0

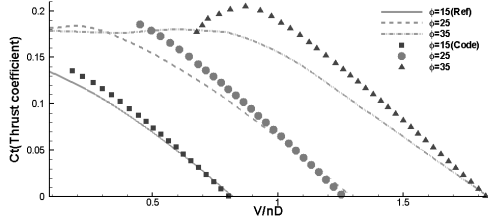


Fig. 8. Thrust coefficient curve following variation of advance ratio

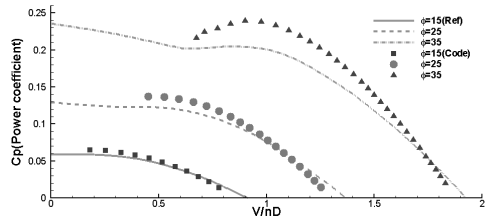


Fig. 9. Power coefficient curve following variation of advance ratio

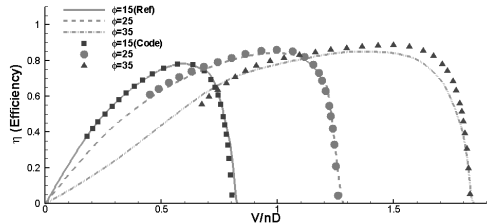


Fig. 10. Efficiency curve following variation of advance ratio

Fig. 8, 9, 10 또한 실험치의 정보의 경향성을 잘 묘사하고 있으며, 효율면에서는 앞선 경우와 동일하게 정확도가 높게 나타남을 확인 할 수 있다.¹⁰⁾

하지만 2.5.1의 Table 1의 결과와 마찬가지로, 날개길각이 커질수록 극한에서의 예측도가 떨어짐을 볼 수 있으며, 낮은 전진비에서의 공력계수 예측 또한 정확도가 미흡함을 알 수 있다.

이는 패널법에서 낮은 레이놀즈수에서의 정확도 높은 공력 예측이 쉽지 않으며, 이로 인한 구조적인 한계가 발생한다고 예측하였다.

또한, 앞서 이야기 한 2차원 날개의 공력 참조 자료의 부정확도 및 보간법에서의 오차 발생 또한 이러한 정확도에 영향을 주고 있다.

III. 풍동 시험을 통한 검증

3.1 시험장치 및 설계

본 논문의 실험은 인하대학교 공기역학실험실

Table 3. Specification of a APC propeller

Propeller Model				
APC 13×10 Model Propeller				
Wind tunnel Velocity				
0m/s ~ 12m/s				
Diameter	rpm	Z	Airfoil	
13 inches	2000, 3000	2	Clark-Y	
r_c	b	ϕ	h_L	h_U
0.375	0.093644	33.5809	0.09263	0.02434
0.5	0.091132	26.6721	0.09263	0.02434
0.625	0.079810	20.7139	0.09263	0.02434
0.75	0.061789	16.6172	0.09263	0.02434
0.875	0.044029	15.0040	0.09263	0.02434

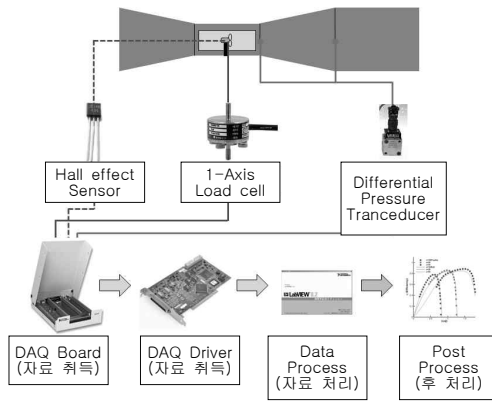


Fig. 11. Data acquisition flow chart

내의 일정 시험부 크기(1m×1m×2m)를 가지는 폐회로 아음속풍동을 사용하였다.

로드셀의 측정범위는 0.1~5.0kg이며, 비선형성 및 이력현상은 각각 0.1% 이내의 오차를 보인다.

시험에 사용한 프로펠러는 APC사의 모형 프로펠러며, Table 3과 같은 형상 정보를 가진다.

b는 각 조절점에서의 코드 길이이며, 익형은 Clark-Y 형태다. 풍동에서의 시험 속도는 0m/s ~ 12m/s 범위에서 1m/s 간격으로 수행하였다.

Fig. 11은 풍동 시험의 자료 측정장치와 획득된 자료의 처리 과정을 그림으로 나타내었다.

우선 풍동에서 일정 Table 3과 같은 조건으로 프로펠러 및 유속을 주게되면, Hall sensor를 이용해서 프로펠러의 rpm을 측정하게 되고, 추력의 경우는 Load cell을 이용하여 측정한다. 여기서 유속의 조절은 차압센서를 통한 풍동의 수축 및 확산부의 압력차를 이용하여 수행하게 된다.

측정된 자료는 DAQ board를 이용하여 취득하게 되며, 이 자료는 DAQ driver를 통해 컴퓨터로 전송되게 된다. 전송된 데이터는 Labview

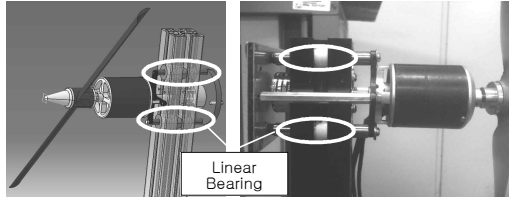


Fig. 12. Model design of an experimental test

8.2를 통해 가시화되어지며, 자료 처리는 후처리 프로그램을 이용하여 그래프로 나타내었다.

시험체의 설계는 Fig. 12와 같이 설계했으며, 이는 지지대의 항력 측정 후 제거 단계에서의 측정 오차를 최소한으로 줄이기 위해, 지지대의 공력을 따로 계산하지 않도록 설계하였다.

이를 통해, 프로펠러 본체의 항력만을 측정 추력에서 따로 계산해 줌으로서, 시험 측정에서 발생할 수 있는 오차를 최소화 하였다.

3.2 프로그램 비교 검증

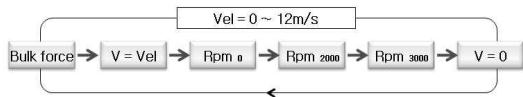


Fig. 13. Procedure of an experimental test

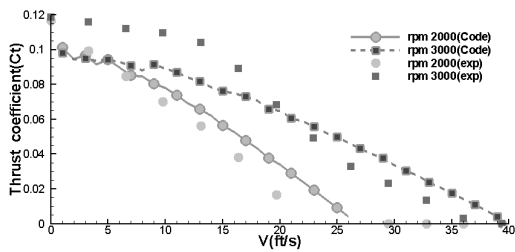


Fig. 14. Thrust coefficient curve following variation of inflow velocities

위 Fig. 13의 순서로 풍동 시험을 진행하였다.

Fig 14, 15에서의 데이터를 보면 NACA Report와의 비교와 마찬가지로 높은 전진비에서의 정확도는 높은 반면, 낮은 영역에서는 만족할 만한 결과를 도출하지 못하고 있다.

Fig 15를 보면 전진비가 약 0.35 전후로 해서 과대 및 과소 추정값이 발생하였는데, 우선적으로 전진비가 높은 경우 발생하는 과대 추정값은 2.5.1과 2.5.2절의 결과와 동일함을 볼 수 있다. 이는 계산 코드와 실제 실험간의 관계성이 입증됨을 나타내고 있다.

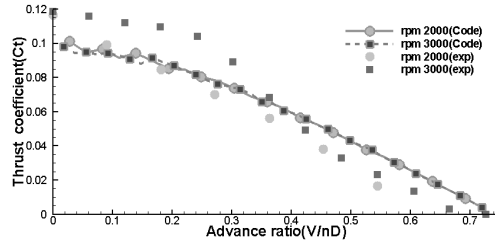


Fig. 15. Thrust coefficient curve following variation of advance ratio

하지만 낮은 전진비에서, 특히 3000rpm의 경우는 비정상적으로 실험값이 높게 나타나고 있는데, 이 부분의 발생 원인은 실험기구 조작 과정의 오차로 확인되었으며, 추후 연구를 위한 설계에서는 이 부분에 대하여 수정 및 확인 작업을 수행하고 있다.

현재는 상관인자를 추가하고, 낮은 전진비에서의 정확도를 높이기 위한 추가적인 연구를 진행하고 있다.

3.3 프로그램 계산 환경

패널법의 특성상 높은 사양의 컴퓨터를 필요로 하지 않으며, 계산 시간 또한 20 ~ 30s사이의 짧은 시간을 소요하였다.

즉, 컴퓨터의 사양과 상관없이 계산 속도는 충분히 빠르게 도출됨을 확인하였으며, 데이터의 정확도 또한 초기 설계 참고 자료로 충분히 사용할 수 있는 계산량을 도출한다는 결론을 내릴 수 있다.

Table 4. Computer environments

Type	Specification	Q.T
CPU	Intel Pentium Dual Core E6500	1
RAM	Samsung DDR2 1GB PC2-6400U	2
HDD	Seagate Barracude 7200.10	1

Table 5. Calculation time

Type	ϕ at 75%	Time(s)
Navy Department drawing No. 5868-R6	15.05	23
	25.01	25
	35.13	29
Hamilton Standard 6129 propeller	15.01	21
	24.89	25
	35.01	27
APC 13×10 Model Propeller	16.6172	22

Table 5는 프로그램 검증 경우 및 실험과의 비교 검증 수행 시 해석에 소요된 시간이다.

IV. 결 론

짧은 시간에 저 비용으로 초기 설계가 가능한 프로그램의 개발을 목적으로 이번 연구가 진행되었으며 실제로 한 번의 계산을 수행하는데 대략 20~30초 정도의 시간이 걸렸다. 또한, 정확한 형상 정보를 넣어주게 된다면, 그 정확성 또한 신뢰할 수준이라는 것을 확인할 수 있었다.

하지만, 저속 영역에서의 프로펠러 공력은 선형성을 가지고 있지 않기 때문에 프로그램을 통한 예측이 어려웠으며, 이와 같은 패널법으로는 그 공력을 예측하기 어려웠다.

처음 연구·설계 당시에는 경향성의 정확도를 높이는데 초점을 두고 연구를 진행하였다. 하지만 연구를 진행하면서 대부분의 논문에서 낮은 전진비에서의 예측 및 극한치의 예측이 거의 나타나지 않았음을 확인하고, 이를 효과적으로 예측하는데 사용할 수 있는 모델로 나선와류를 선택하였다.

그 결과 극한치를 나타내기는 하지만 그 결과의 차이가 신뢰할 수준에 들어오지 못함을 확인하였고, 낮은 전진비 또한 앞서 서술한 비선형성의 이유로 인하여 모사를 하지 못함을 확인 하였다.

이 프로펠러 공력해석 프로그램은 이전까지의 연구에서 미흡했던 낮은 전진비에서의 공력예측 및 극한치의 예측을 고려하였지만, 모든 유입 속도에서의 높은 추력 및 공력의 정확도 계산보다는, 프로펠러의 가용 유입 속도 영역의 설정 및 요구 추력에 적합한 초기 프로펠러 선택 과정에서 사용하기에 적합하다는 판단을 내렸다.

선박의 팬 등에 적용이 가능한지는 아직 미지수이지만, 크기가 작은 모델 프로펠러에서부터 지름이 10ft 이상인 대형 프로펠러의 해석이 모두 가능함을 확인하였으며, 3차원 효과가 큰 프로펠러에서도 익형의 공력자료 및 형상 자료 등의 입력자료가 정확하다면 해석이 가능한 구조를 가지고 있음을 확인하였다.

하지만 이번 연구를 통해 낮은 전진비에서의 공력예측 및 극한치의 예측에서 미흡한 부분이 발견되었으며, 상관인자를 고려한 해석 및 비교 연구가 추가적으로 진행 되어야 함을 알았다.

1. 서로 다른 rpm에서의 추력을 계산하였으며, 이때 rpm과는 관계없이 전진비에 따라서 동일한

추력 곡선을 나타냄을 확인하였다.

2. 유입 속도의 변화에 따른 추력의 변화를 계산하였으며, code가 공력을 모사할 수 있는 속도에서 선형성을 보이며 감소 및 증가함을 확인하였다. 또한, 기존 시험치 및 풍동 시험과의 비교를 통해 그 정확성을 검증하였다.

후 기

본 연구는 인하대학교 교내 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- 1) 백운율, "프로펠러 성능해석 툴 개발과 최적프로펠러 설계", 석사학위논문, 인하대학교, 2008.
- 2) S, Kawada, "On the induced Velocity and Characteristics of a Propeller", Journal of the Faculty of Engineering, Vol. 20, 1933.
- 3) Wrench, J, W,, "The Calculation of Propeller Induction Factors", DTMB Report 1116, Feb. 1957.
- 4) Justin E, Kerwin, "13.04 Lecture Notes Hydrofoils and Propellers", Jan. 2001
- 5) Fred Ernest Weick, "Aircraft Propeller Design", McGraw-Hill, 1930.
- 6) D, H, Wood and D, Li, "How Accurately is a Helical Vortex Represented by Straight Segments?", Australasian Fluid Mechanics Conference, Dec. 2001.
- 7) Lerbs, H, W., "Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation", Trans. SNAME, Vol. 60, 1952.
- 8) Wilbur C, Nelson, "Airplane Propeller Principles", John Wiley & Sons, 1944.
- 9) David Biermann and Edwin P. Hartman, "Tests of Five Full-scale Propellers in the Presence of a Radial and a Liquid-cooled Engine Nacelle, Including Tests of Two Spinners", NACA Report 642, Nov, 1937.
- 10) David Biermann and Edwin P. Hartman, "The Aerodynamic Characteristics of Six Full-Scale Propellers Having Different Airfoil Sections", NACA Report 650, Mar, 1939.