

## 도형 개념에 대한 교사 지식에 관한 연구

박 덕 진 · 최 재 호\*

**ABSTRACT.** The study was planned to analyze the figure concepts teachers have according to the years of experiences based on the two aspects, the subject matter knowledge and the pedagogical content knowledge. Further, it aims to have the results utilized in teacher education and training, and ultimately to help elementary school students to establish the accurate figure concepts. We administered the test to the random sample of 77 elementary school teachers of the grade 3 to grade 6, from nine schools of the Daegu, Ulsan and Gyeongsangbuk-do districts, and we analyzed the results. Correlational analysis between the years of experience and the knowledge showed that the content understanding and knowledge decreases as the years of experience increases, while the experiential knowledge related to the understanding of the students and the pedagogical methods increases as the years of experience increases.

### I. 서론

초등학교 수학에서 수, 연산과 더불어 가장 기본적이며 필수적인 도형 영역은 자연, 예술, 건축, 그래픽, 공간 탐험, 지도 읽기 등 실생활 상황의 문제를 해결하는데 중요한 역할을 할 뿐만 아니라 도형 영역에서의 많은 아이디어는 수학의 다른 영역의 문제를 해결하는데 유용하다(NCTM, 2000). 게다가 추상화, 일반화, 특수화, 귀납적 추론, 연역적 추론, 공간 추론, 유비 추론 등 학생들이 수학적으로 사고하고 추측하며 정당화하는 추론능력을 발달시키는 데 도형영역은 필수적인 부분이라고 할 수 있을 것이다.

도형이란 물체에 있는 크기, 색, 딱딱함, 부드러움, 위치 등의 여러 가지 속성 중에서 모양, 위치, 크기만을 추상화한 것이다. 이런 추상적인 도형개념을 초등학교

---

2011년 1월 11일 투고, 2011년 2월 21일 게재승인.

2000 Mathematics Subject Classification: 97C70

Key Words: 도형 개념, 교사 지식, 교과 내용 지식, 교수학적 지식

\* 교신저자

교에서는 예를 이용하여 정의하고 있으며, 예와 예가 아닌 것을 구분하는 정도로 표현하고 있다. 그래서 학생들은 도형개념을 이해하는 데 있어 많은 어려움을 느끼게 되는 것이다(김수희, 2009).

‘학생들이 가지는 도형개념 이해의 어려움 또는 오개념은 그러한 학생들을 지도하는 교사들의 지식과 어떤 관련이 있을까?’라는 의문에서 이 연구는 시작되었다. 수학교육에서 교사의 질은 중추적 역할을 하며, 교사의 지식은 교육과정을 재해석하여 실제 수업에서 이를 실행하는데 영향을 미치는 주요 변인이다. 교사는 자신이 지닌 지식에 따라 교육과정과 교과서를 해석하고 재구성하여 전개하는데, 구체적인 수업상황에서 이러한 지식의 차이는 여실히 드러나게 된다. 따라서 본 연구는 초등학교 교사들이 도형 개념을 어떻게 이해하고 있는지 교사지식을 교과 내용 지식과 교수학적 지식으로 구분 지어 조사해 보고 그 결과를 교사 양성 및 교사연수에서 활용하고 초등학교 학생들에게 도형개념을 바르게 정립할 수 있도록 도움을 주고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 교사 지식

교수학적 지식의 관점에서 교사의 지식을 탐구하는 것은 교사가 교과에 대하여 알고 있는 것이 교육과정을 실행하는 교실이라는 상황에서 어떻게 전환되는가에 관한 것이다. 이 지식에 주목하기 시작한 것은 Shulman으로, 그의 교수학적 지식에 대한 설명은 새로운 방법으로 가르칠 필요가 있는 지식을 분석하는 기초가 되었다. 교사의 지식은 다면적이고 다양한 상호작용적 요소를 가지고 있다. 그러므로 이러한 교사지식을 측정하는 것은 매우 복잡하고 어려운 일로서 많은 학자들에 의하여 교사의 지식을 명확히 규명하고 세분화하기 위한 연구가 지속적으로 이루어져왔다.

Shulman(1986)은 교사의 교과 내용 지식을 특정 영역이 아닌 일반적인 영역에서 자세히 분석하였으며, 그의 연구는 교사의 전문 지식을 개념적으로 분석하는 연구의 기폭제가 되었다. 그는 지식이 일반 교육학자나 내용 전문가들과 다르다는 점을 지적하면서 일반적으로 교사에게 필요한 지식을 교과 내용 지식(subject matter knowledge, SMK), 교수학적 지식(PCK), 교육 과정적 지식(curricular knowledge)으로 구분하였다. Grossman(1995) 역시 Shulman의 교사 지식 분류를 토대로 교사의 지식을 내용 지식, 일반 교수법 지식, 자아에 대한 지식 등 세 범주로 구분하였으며(신현용 · 이종욱, 2004 재인용), Collison(1996)은 Shulman의 범주를 확장시켜서 모범적인 교사가 되기 위해서는 전문지식, 인간관계에 대한 지식, 내성적 지식 등 세 종류의 지식이 필요하다고 주장하였다(정해

남, 2005 재인용).

교사 지식에 관한 논의에서 교과 내용지식을 교수학적 지식과 구분지은 것이 기존의 교사 지식에 대한 연구에서 진행되던 교과 내용과 교수과정을 분리하려는 의도는 아니다. 가르치는 방법이나 전략은 가르치는 내용에 영향을 받고, 교수학적 지식의 향상을 위해서는 적절한 교과 내용 지식이 선수조건(van Driel, Verhoop & de Vos, 1998; 조성민 2006 재인용)임을 고려할 때 교사의 교과 내용 지식은 교수학적 지식과 밀접한 관계를 갖기 때문이다. 도형영역을 가르치는 데 있어 가장 좋은 방법이 수와 연산영역을 가르치는 데 있어서 최상의 방법일 수 없으며, 구체적 조작이 도형영역에서 중요하다고 해서 모든 단원 모든 내용에서 사용할 수 없는 것과 마찬가지로이다. 다만 가르치는 방법 혹은 전략과는 별개로 교과 내용에 관한 전문가 수준의 지식이 교사에게 요구된다는 점에서 본 연구에서는 교사의 지식을 교과 내용 지식과 교수학적 지식으로 구분하였다.

### 가. 교과 내용 지식(SMK)

수학에 관한 내용 지식이란 수학이란 교과가 본질적으로 가지고 있는 부분 즉, 수학에 대한 지식을 의미하는 것으로, 수학적 개념, 연결성, 표현에 대한 다양한 수준과 형태의 지식을 의미한다. 학교 교육과정에 대한 지식을 기반으로 개념에 대한 정의, 사례의 구분, 연결성 등을 포함하고 있으며 따라서 이를 교수학적 변환의 관점에서 본다면 학문으로 다루어지게 되는 수학이라는 지식이 가르칠 지식이라는 학교수학으로 전환된 것까지 의미하게 된다. 다시 말하면, 수학 내용 지식을 가진 교사는 수학이라는 교과에 내재하는 다양한 관점을 이해하고, 그에 따라 요소를 추출·분류할 수 있으며, 어떤 내용이 중요하고 어떤 내용이 부수적인지를 이해할 수 있다. 뿐만 아니라 내용의 타당성·정당화의 근거·지식에 대한 다양한 관점들을 이해함으로써 수학 내에서 일반적으로 받아들여지고 있는 진리가 무엇인지, 왜 그러한 주장이 옳은지, 왜 그것을 알아야 하는지, 교과 안팎에서 혹은 이론과 실제에서 다른 내용과 어떻게 연결되는지도 학생들에게 명확하게 설명할 수 있다. 수학 내용 지식이 부족한 경우, 교사는 수학적 개념을 분리된 사실과 절차의 모임으로 가르치게 됨으로써 학습자의 유의미한 이해를 방해하고 수학의 본질을 잘못 표현하게 된다. 교사가 학생들이 필요로 하는 내용을 그들이 가르치고자 하는 학생수준에 알맞게 변형하여 지도할 수 있으려면, 학생들에게 가르쳐야 될 수학적 지식보다는 더 높은 단계의 수학적 지식을 지녀야 한다. 따라서 제한적이고 잘 구조화되지 않은 지식을 가진 교사는 개념적 연결성과 유용한 표상 체계들을 충분히 제시하지 못하며, 아무리 쉬운 내용을 다루더라도 수학 교사는 심도 있는 교과 내용 지식이 요구되며, 이를 갖춘 경우라야 제대로 수학 지식을 전달할 수 있을 것이다. 그러므로 교사들에게 수학 내용 지식을

향상시킬 수 있는 기회의 제공은 수학 교사의 자질 향상을 바탕으로 수업의 질적 발전을 가져오며 이는 결국 학생들의 수업에 대한 이해를 높이는데 기여하게 될 것으로 보인다.

### 나. 교수학적 지식(PCK)<sup>1)</sup>

교사는 자신의 지식을 동원하여 교과 내용에 대한 이해를 학습자에게 적합한 내용의 형식으로 변환시킨다. 이 과정에서 학생들이 무엇을 알고 있으며 무엇을 학습할 필요가 있는지 이해해야 하고, 그들이 수학을 잘 배울 수 있도록 격려하고 지원하는 일은 교사의 몫으로 남겨진다(NCTM, 2000). 따라서 교사는 교과 내용 지식의 단순한 습득에서 한 발 더 나아가 학생들이 이해할 수 있도록 다양한 방법으로 교과 내용을 설명할 수 있는 지식을 갖추어야 할 것이다.

수학에 관한, 즉 수학과 PCK는 교사가 자신의 교과 지식과 교수 경험을 통하여 발전시켜 나가는 것으로, 특정한 수학 내용을 학생들이 이해할 수 있는 방식으로 가르치는 방법에 대한 지식이다. 다시 말하면, 좋은 수업을 하는 수학 교사는 수학과 교육과정과 함께 이를 구현할 수 있는 관련 자원과 기법까지도 파악하여 이를 활용하여 수업을 이끌어 가며, 수업에 활용할 수 있는 다양한 수업 자원을 학생들이 학습을 유의미하게 참여할 수 있도록 제공한다. 그러나 PCK는 주어진 교과영역의 모든 교사들이 공유하는 동일한 단 하나의 실체가 아니며, 가르치는 맥락, 내용 및 교사 경험의 영향을 받아서 달라지는 개인 교사별로 고유한 전문성이다(이화진 외, 2006). 이런 의미에서 볼 때 수학과 PCK는 내용 전문가인 수학자와 수학 교사를 차별화시키는 교사 전문성의 요체에 해당하는 것으로 사회의 일반 구성원들이 수학 교사가 반드시 가지고 있기를 기대하는 전문적 지식이기도 하다(최승현·황혜정, 2008).

교사의 수업 전문성의 핵심이라고 할 수 있는 수학과 PCK에 대한 연구는 교사들의 전문성 신장 측면에서 의미가 있는 활동이며, 특히 학생들이 어려워하는 주제, 학생들의 오개념이 많이 발견되는 부분에 대한 교사들의 PCK에 대한 연구 결과를 토대로 교사 양성 및 교사연수 프로그램에서의 활용이 가능할 것이다.

1) PCK는 국내에서 교육학적 내용지식, 교과교육학 지식, 교수 내용적 지식, 교수법적 내용지식, 교수내용 지식, 내용 교수 지식 등으로 번역되어 사용되고 있다. 조성민(2006)은 PCK를 '교수학적 지식'으로 부르면서 다른 연구자들이 '교수 내용 지식'(김만희, 2003; 민운, 2003), '교수학적 지식'(서관석·전경순, 2000), '교수적 내용 지식'(김용대, 2001; 박경민, 2001), '교수법적 내용 지식'(방정숙, 2002) 등으로 번역하지만,서관석과 전경순(2000)이 번역한 '교수학적 지식'에 동조하면서, 그 이유로 단순한 교수·학습 전략 혹은 방법이라는 의미를 넘어서 학생을 가르치는 학문이라는 의미의 '교육학'과 이에 관한 '지식'이라는 의미를 잘 혼합하여 나타내고 있기에 이를 사용한다고 서술한 바 있으며(조성민, 2006 재인용), 최승현·황혜정(2008)은 '내용 교수 지식'으로 번역하고 있다. 본 연구에서는 조성민의 의견에 따라 PCK를 교수학적 지식이라 명명하고자 한다.

## 2. 도형

### 가. 도형 개념의 형성

도형과 그의 성질을 연구하는 것은 초등학교 수학 교육과정의 필수적인 요소이다. 도형의 개념형성에 있어서는 구체물의 분류, 모델 만들기, 구성·작도 등과 같은 조작활동과 언어적·기호적 표현은 중요한 학습활동이고, 이러한 학습활동을 통해서 자유로이 심적 조작을 거쳐 심적 표상이 생기게 된다. 따라서 학생들의 도형개념 형성을 위하여 교사는 도형 개념이 갖고 있는 속성을 엄밀히 파악할 수 있도록 지도해야 하며, 글이나 말로 표현되는 정의보다는 도형개념이 갖는 표상을 만들어 보게 하는 것이 중요하다. 또한 도형 개념이 가리키는 대상 전체, 즉, 그 개념의 적용 범위를 명백히 인지할 수 있도록 지도해야 한다.

### 나. 도형 영역에서의 오개념

도형 영역의 교수·학습과정에서 일어날 수 있는 오개념은 [표 1]과 같이 크게 내적원인에 의한 오개념과 외적원인에 의한 오개념으로 나누어 볼 수 있다(김수희, 2009).

한편, 도형 오개념에 대한 선행연구들을 살펴보면, 방정숙(2009)은 오개념 탈출 프로젝트에서 초등학생들이 쉽게 빠지는 오개념들을 영역별로 제시하여 그러한 오개념을 해결하기 위한 방안들을 제시하고 있으며, 김중일(2004)과 노영아(2007)는 도형영역에서 나타나는 학생들의 오류 유형과 원인을 분석하여 도형영역 지도와 관련된 교수·학습 방법에 대한 시사점을 제공하였다. 또한, 김수희(2009)는 초등학교 6학년 학생들의 평면도형과 입체도형에 대한 오개념 및 원인분석에서 도형의 합동, 대칭, 직육면체, 각기둥, 각뿔에 대한 각각의 오개념 유형과 그 원인 및 지도대책을 상세하게 기술하고 있다. 이러한 오개념 유형과 원인분석에 대한 연구를 바탕으로 학생들에게서 나타나는 도형영역의 주요 개념별(도형과 각, 삼각형, 사각형, 합동, 대칭, 입체도형) 오개념 유형들을 살펴보면 [표 2]와 같다.

## III. 연구 방법

### 1. 연구 대상

본 연구에서는 도형에 관한 초등학교 교사들의 수학 내용 지식과 교수학적 지식은 어떠한지에 대해 알아보기 위해서 대구광역시, 울산광역시, 경상북도 지역 초등학교 3, 4, 5, 6학년 교사들을 단순무선 표집의 방법으로 표집대상을 선정하였으며, 총 9개 학교 교사 77명을 대상으로 분석하였다.

유 형		원인 분석	
내 적 원 인	지각적 특성에 의한 오개념	시각화 능력 부족	도형의 개념적 의미 중에서 용어적인 의미는 알고 있으나 이를 시각적으로 인식하여 파악하지 못하는 것
		수학적 개념을 언어적으로 지각	수학적 개념의 용어와 일상 언어를 혼동하거나 일상 언어로부터 수학적 의미를 받아들이는데 어려움을 가지는 것
	논리적 추론 특성에 의한 오개념	근접에 의한 연합적 사고	서로 무관한 개념을 시간적, 공간적으로 근접하게 학습을 하면 이를 관련시키려는 것
		개념의 일부에만 집중	개념의 일부에만 집중하고 다른 것에는 주목하지 않는 것
	유추적 사고	어떤 대상에 성립하는 성질을 유사한 대상의 성질에 적용하여 추측하는 것	
	단편적인 수학지식으로 인한 오개념	선행 수학 학습 내용에 대한 지식 부족으로 인해 생기는 오개념으로 단편적인 수학개념을 이용하여 비논리적인 사고를 하는 것	
외 적 원 인	교육과정 및 교과서에 의한 오개념	독립적인 내용 학습에 의한 지식의 구체화 현상	내용을 독립적으로 학습하여 지식을 연결하지 못하고 같은 내용임에도 불구하고 구체화하는 것
		교과서의 제한적인 내용 제시	교과서에 제시된 내용 또는 예가 다양하지 못하고 제한적인 것
	교사에 의한 오개념	교사의 오개념	교사가 가르칠 개념을 올바르게 이해하지 못하는 것
		부적절한 수학교수방법	어려운 지식을 쉽게 가르치기 위해 발견적 수단을 이용하거나, 개념적인 지식보다 형식적인 지식을 반복적으로 연습하도록 지도하는 것

[표 1] 도형영역에서 나타나는 오개념 및 원인분석

## 2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 도형에 관한 초등학교 교사들의 수학 내용 지식과 교수학적 지식은 어떠한지에 대해 알아보기 위해서 우선 선행연구를 중심으로 학생들의 도형에 관한 오개념을 분석하였으며, 이를 바탕으로 학생들의 오개념을 확인하기 위한 학생 대상 검사지를 작성하였다. 학생들의 도형에 관한 오개념 검사 결과를 바탕으로 교사의 지식을 수학 내용 지식과 교수학적 지식으로 분류한 다음 각 지식별 구성 요소를 추출하였다. 그리고 도형의 개념을 지도하는 수학교과서를 분석하여 교사의 지식 준거를 설정하고 검사 문항지를 작성하였다. 검사 도구의 타당도를 높이기 위해 검사지와 분석틀에 대해 전문가와 교사 3인의 검토를 받았으며, 예비검사를 실시하여 검사지 유의점과 문항의 난이도 및 오류의 여부를 조사하여 수정하며, 다각적이고 심도 있는 검토를 수행하여 보다 유의미한 평가의 틀을 마련하였다.

주요개념	오개념 유형
도형과 각	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 평면도형, 입체도형만을 도형이라고 인식함(단한 형태에 주목)</li> <li>- 직선과 곡선, 곡선과 곡선의 만남도 뾰족하기 때문에 모두 각이라고 인식함</li> <li>- 180° 평각도 각의 한 부분이나 뾰족하지 않기 때문에 각이 아니라고 인식함</li> <li>- 각도는 변의 길이에 상관없이 각의 벌어진 정도에 따라 달라지는데 ‘각의 변이 길면 각도도 크다’ 라고 인식함</li> <li>- 각과 각도를 혼돈하여 사용함</li> </ul>
삼각형	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 한 변의 길이는 다른 두변의 길이의 합보다 짧아야 삼각형이 만들어 질 수 있으나 ‘선분 3개만 있으면 삼각형을 만들 수 있다’라고 인식함</li> <li>- 둔각삼각형의 세 각은 모두 둔각이라고 인식함</li> </ul>
사각형	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 평행사변형은 사다리꼴이 아니라고 인식함</li> <li>- 정사각형은 직사각형이 아니라고 인식함</li> </ul>
합동	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 합동인 도형의 대응점을 찾지 못함</li> <li>- 뒤집기 한 것은 합동인 도형이 아니라고 인식함</li> <li>- 뒤집기 한 것만이 합동인 도형이라고 인식함</li> <li>- 둘레의 길이와 넓이가 같은 삼각형을 합동이라고 인식함</li> </ul>
대칭	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형을 혼돈함</li> <li>- 점대칭도형을 한 점을 기준으로 회전 시켰을 때 겹쳐지는 도형이라고 인식함</li> </ul>
입체도형	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 직육면체의 밑에 있는 면만을 밑면이라고 인식함</li> <li>- 직육면체의 전개도는 펼쳐지는 방식에 따라 다양하게 나올 수 있으나 하나뿐이라고 인식함</li> <li>- 모서리의 사전적인 의미와 수학용어의 차이를 인식하지 못함</li> </ul>

[표 2] 도형영역의 주요 개념별 오개념 유형

### 3. 검사 도구

본 검사지에서는 초등학교 교사들의 도형에 관한 교과 내용 지식과 교수학적 지식을 알아보기 위해 총 7개의 문항을 제시하였으며 추가문항으로 도형 전 영역에서 주로 나타나는 학생들의 오개념과 그에 대한 지도방안에 대해 기술하도록 제시하였다. 검사 문항의 평가 영역과 문항 선정 이유를 구체적으로 살펴보면 [표 3]과 같다.

### 4. 본 검사 실시 및 자료 분석

대구광역시, 울산광역시, 경상북도 소재 학교에 근무하는 초등학교 교사 77명을 대상으로 하였으며, 2010년 8월-10월에 걸쳐 실시하였다. 검사시간은 30분으로 하였다. 검사결과는 문항별로 교직경력별 정답률 또는 반응의 유형과의 상관관계를 살펴보고 오답의 경우 어떠한 오류 경향을 보이는지 살펴보았다. 교직경력에 따른 분류는 [표 4]와 같다.

문항 번호	평가영역		문항 선정의 이유
1	도형	교과 내용 지식 +교수학적 지식	도형의 개념을 정확하게 인식하고 있는지 알아보고 도형 개념에 대해 어떻게 지도하는지 알아보기 위한 문항
2	삼각형	교과 내용 지식 +교수학적 지식	세 선분으로 삼각형을 만들 수 있는 경우와 없는 경우를 구분하고 만들 수 없는 경우를 어떻게 지도하는지 알아보기 위한 문항
3	사각형	교수학적 지식	사각형의 분류, 포함관계를 어떻게 지도하는지 알아보기 위한 문항
4	합동 조건	교수학적 지식	삼각형의 합동조건과 넓이, 둘레의 길이와의 관계를 어떻게 지도하는지 알아보기 위한 문항
5	대칭	교과 내용 지식	선대칭과 점대칭의 개념을 정확하게 인식하고 있는지 알아보고, 선(점)대칭도형과 선(점)대칭의 위치에 있는 도형을 구분하여 설명할 수 있는지 알아보기 위한 문항
6	직육면체	교수학적 지식	직육면체의 전개도 그리기를 어떻게 지도하는지 알아보기 위한 문항
7	입체 도형	교과 내용 지식	각기둥과 각뿔의 일반적인 성질을 찾을 수 있는지 알아보기 위한 문항
추가 문항	도형 전영역	교과 내용 지식 +교수학적 지식	교사들이 생각하는 도형 전 영역에 걸쳐 학생들이 가장 많이 가지고 있는 오개념과 그러한 오개념의 지도 방안으로는 어떠한 것들이 있는지 알아보기 위한 문항

[표 3] 도형 개념에 관한 검사 문항

분류	저경력	중경력	고경력
경력	1년-5년	6년-10년	11년 이상

[표 4] 교직 경력별 분류

## IV. 결과 분석 및 논의

### 1. 결과 분석

#### 가. 교과 내용 지식에 대한 분석

초등학교 교사들의 도형에 관한 교과 내용 지식을 알아보기 위해 4문항을 통해 도형에 대한 교과 내용 지식을 분석하였다. 각 문항에 대해 응답유형 분석을 통해 응답유형의 범주를 설정한 다음 교직경력별 교사들의 응답유형은 어떤 경향을 보이는지 분석해 보았으며 응답자 전체에 대한 분석결과는 [표 5]와 같다.

삼각형 만들기 문항에서 정답률이 37.7%로 아주 낮게 나타났으나 이어지는 문항에서의 응답형태로 비추어 봤을 때 정답이라고 인정할 만한 응답유형들이 있었으며 그러한 응답까지 정답이라고 했을 경우 정답률이 68.8%로 나타나고 있다.



문항	1	2	5		7
	도형의 개념	삼각형 만들기 · 그리기	선대칭과 점대칭의 차이	대칭도형과 대칭의 위치에 있는 도형의 차이	입체도형의 성질
정답률(%)	51.9	37.7(68.8)	59.7	74.0	96.1

[표 5] 교과 내용 지식에 대한 정답률

도형의 개념을 묻는 질문과 선대칭도형과 점대칭도형의 개념을 묻는 질문에는 정답률이 낮게 나타났다. 이를 통해 추상적인 도형개념을 예와 예가 아닌 것을 찾는 활동 위주로 개념을 지도하고 있기 때문에 구체적인 도형의 개념에 대한 교사들의 이해가 부족함을 알 수 있었으며 선대칭 도형에 대한 개념은 확실하게 가지고 있으나 점대칭 도형에 대한 개념은 완벽하게 이해하지 못하고 있음을 알 수 있었다.

1) 도형의 개념

도형의 개념을 올바르게 인식하고 있는지 확인하기 위해 점, 선분, 직선, 각, 평면도형, 입체도형 등을 제시하고, 도형의 개념을 적고 도형인 것을 찾게 하였다. 도형의 개념을 적는 부분에 있어서는 대부분의 교사들이 ‘점, 선, 면으로 이루어진 형태’라고 기술하는 것으로 보아 도형의 일반적인 개념을 이해하고 있는 듯이 보였으나 도형인 것을 찾는 부분에 있어서 많은 오류를 나타내었으며 그에 대한 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 6]과 같다.

유형분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1(정답)	가,나,다,라,마,바	64%(16명)	46.9%(15명)	45%(9명)	51.9%(40명)
유형-2(오답)	가,나,다,마,바	0%(0명)	3.1%(1명)	5%(1명)	2.6%(2명)
유형-3(오답)	마,바	20%(5명)	28.1%(9명)	50%(10명)	31.2%(24명)
유형-4(오답)	가,나,라,마,바	8%(2명)	9.4%(3명)	0%(0명)	6.5%(5명)
유형-5(오답)	가,나,마,바	8%(2명)	12.5%(4명)	0%(0명)	7.8%(6명)

[표 6] 도형 개념에 관한 교직경력별 응답 유형 분석

전체적으로 정답률이 51.9%로 저조하게 나타나고 있는데 이는 도형의 개념은 명확하지는 않지만 어느 정도 말할 수 있으나, 도형인 것을 찾는 부분에서 명확하지 않은 개념 인식에 의해 문제가 발생한다는 것을 확인할 수 있었다. 일반적으로 평면도형, 입체도형을 정의할 때 도형이라는 단어를 사용하며, 그 결과 무의식중에 ‘도형은 닫혀 있는 형태이다’라는 오개념이 생기게 되며 이를 그대로 인식하고 있는 경우가 상당하다는 것을 파악할 수 있었다. 경력별로 살펴보면,

저경력 교사들에 비해 중경력 이상 교사들의 정답률이 상대적으로 낮게 나타났으며 특히 고경력 교사들의 50%는 평면도형과 입체도형만을 도형이라고 인지하고 있다는 것을 확인할 수 있었다. 고등교육을 받고 바로 발령을 받은 저경력 교사들은 도형의 일반적인 개념을 이론적으로 습득하고 기억하고 있는 반면, 고경력자로 갈수록 기억은 사라지고 학생들을 가르치는 데 있어 교육과정상에서 도형이라는 단어를 사용하는지, 하지 않는지의 여부로 도형인지 아닌지 판단하게 됨으로써 이런 오개념이 생기게 된 것으로 보인다.

교육과정을 살펴보면, 점, 선분, 직선이 도형인지 아닌지에 대한 언급은 없고 3학년 1학기 각과 평면도형 단원에서 각을 분명히 도형이라고 지도하고 있음에도 불구하고 교사가 각을 도형이라고 분명하게 인지하지 못하고 있다. 교사들의 오개념은 그대로 학생들에게 전달될 수 있으므로 이러한 오개념을 바로 잡기 위한 노력이 필요할 것으로 생각된다.

## 2) 삼각형의 개념

주어진 5개의 선분 길이를 가지고 삼각형을 만들 수 있는 경우를 모두 적어보게 하였으며 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 7]과 같다.

유형분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1	4가지 경우 모두 찾음	48%(12명)	34.4%(11명)	30%(6명)	37.7%(29명)
유형-2	3가지 경우만 찾음	16%(4명)	15.6%(5명)	20%(4명)	16.9%(13명)
유형-3	1-2가지 경우를 찾음	12%(3명)	15.6%(5명)	15%(3명)	14.3%(11명)
유형-4 (오답)	틀린 경우 포함 3가지 이상 찾음	12%(3명)	9.4%(3명)	5%(1명)	9.1%(7명)
유형-5 (오답)	틀린 경우를 찾음	8%(2명)	6.3%(2명)	10%(2명)	7.8%(6명)
유형-6	무응답	4%(1명)	18.8%(6명)	8%(4명)	14.3%(11명)

[표 7] 삼각형의 개념에 관한 교직경력별 응답 유형 분석

경력별로 살펴보면, 저경력 교사들의 신중한 답변 태도로 인해 4가지 모두를 찾은 경우 50% 가까이 정답률을 보였으며 중·고경력 교사들의 4가지 이상 찾은 비율은 35%내외를 보였다. 4가지 모두 기술하였을 경우로 정답을 한정하게 되면 전체 정답률이 37.7%에 불과하다. 그러나 주어진 선분을 가지고 삼각형을 만들 수 있는 경우를 모두 적지 않았다 하더라도 아래에 만들 수 없는 경우의 예와 지도법을 바르게 설명한 경우 원리를 이해하고 있다고 간주하고 정답으로 인정

할 경우 정답률은 68.8%로 나타난다. 또한 유형 4, 5에서 나타난 오답을 기술한 교사들의 경우에서도 그 아래 만들 수 없는 경우와 지도법의 기술에서는 한 번의 길이가 다른 두변의 길이의 합보다 길어야 한다는 것을 전체로 설명하고 있는 것으로 보아 ‘알고 있다, 모르고 있다’의 차원으로 이 분석결과를 판단해서는 되지 않을 것으로 보인다.

삼각형의 개념은 도형개념에서 가장 기본이 되며 그러한 문제유형을 많이 접해본 교사들이 손쉽게 해결할 수 있는 문제였다고 볼 수 있다. 다만 학생들의 실수들과 마찬가지로 차근차근 풀지 않고 문제를 대충 풀어내는 경향들이 있었는데 그런 실수를 하는 학생들을 지도하는 교사의 입장에서는 좀 더 신중하게 답하는 태도가 요구된다고 할 수 있겠다.

### 3) 대칭의 개념

#### ① 선대칭 도형과 점대칭 도형의 개념

선대칭 도형과 점대칭 도형의 개념을 설명해 보게 하였다. 선대칭 도형은 완벽하게 이해하고 설명하고 있으나, 점대칭 도형은 단순히 한 점을 기준으로 돌렸을 때 처음도형과 완전히 겹쳐지는 도형이라고 응답한 경우가 상당히 있었다. 단순히 ‘돌렸다’라는 설명으로는 점대칭도형을 완벽하게 이해했다고 볼 수 없어서 오답으로 간주하였으며 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 8]과 같다.

유형분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1 (정답)	바르게 기술함	52%(13명)	59.4%(19명)	70%(14명)	59.7%(46명)
유형-2 (오답)	점대칭 도형 (단순히 돌림)	48%(12명)	40.6%(13명)	20%(4명)	37.7%(29명)
유형-3	무응답	0%(0명)	0%(0명)	10%(2명)	2.6%(2명)

[표 8] 대칭 개념에 관한 교직경력별 응답 유형 분석-1

전체 정답률이 59.7%로 나타나고 있으며 선대칭 도형에 비해 점대칭 도형에 대한 정확한 이해가 부족한 것을 파악할 수 있었다. 경력별로 살펴보면, 고경력 교사들의 정답률이 저·중경력 교사들의 정답률에 비해 월등히 높게 나타났다. 이는 대칭의 개념에 대하여 5학년 때 교육이 실시되며 고경력 일수록 고학년 지도경력이 많은 것에 기인한 결과로 판단된다. 교사의 정확한 개념이해가 선행되어야 학생들에게 다양한 방법을 통한 바른 개념을 이해시켜줄 수 있으므로 이러한 부정확한 개념을 바로 잡기 위한 노력이 필요할 것으로 생각된다.

#### ② 선(점)대칭 도형과 선(점)대칭의 위치에 있는 도형의 개념

선대칭 도형과 선대칭의 위치에 있는 도형의 차이점, 점대칭 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 다양한 방법을 이용하여 설명하도록 하였다. 교직 경력별 응답유형 분석결과는 [표 9]와 같다.

유형 분류	응답 형태	저경력 (25명)	중경력 (32명)	고경력 (20명)	계(77명)
유형-1	말·그림 또는 다른 방법으로 바르게 설명	52%(13명)	31.3%(10명)	20%(4명)	35.1%(27명)
유형-2	선대칭 도형과 점대칭 도형의 차이	8%(2명)	31.3%(10명)	40%(8명)	26.0%(20명)
유형-3	선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이	24%(6명)	6.3%(2명)	10%(2명)	13.0%(10명)
유형-4	선대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형 (또는 그 반대의 경우)	8%(2명)	9.4%(3명)	0%(0명)	6.5%(5명)
유형-5	불성실 또는 오개념	8%(2명)	3.1%(1명)	5%(1명)	5.2%(4명)
유형-6	무응답	0%(0명)	18.8%(6명)	25%(5명)	14.3%(11명)

[표 9] 대칭 개념에 관한 교직경력별 응답 유형 분석-2

선(점)대칭 도형과 선(점)대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 이해하고 있는지 알아보기 위한 설문문항이었으나 실제 답변에서는 선대칭 도형과 점대칭 도형의 차이점, 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 설명한 응답자가 39%에 이른다. 이러한 응답을 한 교사들은 문제를 어떻게 이해하고 질문에 응답했는지 확인하기 위해 선대칭 도형과 점대칭 도형의 차이를 기술한 교사 중 1명을 무작위로 선정하여 면담을 실시하였다. 면담 내용을 살펴보면 다음과 같다.

<장면 1>

Q : 5번 문제를 어떻게 이해하시고 해결하셨습니까?

A : (설문지를 보며) 문제 그대로 이해했지요. 선대칭 도형과 점대칭 도형의 차이점을 설명하라는 것 아닌가요?

Q : 그러면 선대칭 도형과 선대칭의 위치에 있는 도형은 어떤 차이점이 있을까요?

A : 말로 설명하기 좀 그런데... (그림을 그려서) 선대칭 도형은 도형 하나에 대칭축이 있고, 선대칭의 위치에 있는 도형은 대칭축을 사이에 두고 마주보는 도형이 2개 인거지요.

모든 교사들에 대한 면담을 실시하지 못하였으므로 위의 면담내용으로 성급하게 일반화 내릴 수는 없다할지라도 면담결과를 통해 선대칭 도형과 점대칭 도형

의 차이점을 적은 교사들과 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 적은 교사들의 상당수가 문제를 깊게 생각하지 않고 단순 응답했음을 확인할 수 있었다. 문제를 바르게 이해하지 않고 응답하는 형태인 선대칭 도형과 점대칭도형, 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 설명하고 있는 비율이 중·고경력 교사들에게서 상당히 많이 나타나고 있으며 중·고경력 교사들의 무응답 비율도 상당히 높게 나타나고 있다.

그리고 선대칭 도형과 점대칭 도형의 차이점을 설명한 응답자가 20명, 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 설명한 응답자가 10명으로 2배의 차이가 나고 있다. 일반적으로 대칭의 개념을 이해할 때 선(점)대칭의 위치에 있는 도형보다는 선(점)대칭도형을 먼저 생각하는 차이점에 기인한 것으로 보이나, 선(점)대칭도형, 선(점)대칭의 위치에 있는 도형 두 가지를 구분해서 가르치고 있으며 이 두 개념에 대한 명확한 구분이 되지 않아서 학생들에게서 많은 오개념이 나타나므로 학생들에게 대칭의 개념을 설명함에 있어 교사의 세심한 관심이 필요할 것으로 보인다. 또한 대칭에 대한 개념을 바르게 기술하지 못한 오답의 경우가 11.7%에 이르고 있는데, 교사의 정확한 개념 이해가 선행되어야 학생들에게 다양한 방법을 통한 바른 개념을 이해시켜줄 수 있으므로 이러한 부정확한 개념을 바로 잡기 위한 노력이 필요할 것으로 생각된다.

#### 4) 입체도형의 개념

사각기둥과 사각뿔을 제시한 다음 각기둥과 각뿔의 성질을 가능한 한 많이 기술하도록 하였다. 교직경력별 응답 유형을 분석한 결과는 [표 10]과 같다.

유형분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1	예시된 자료에서 찾음	4%(1명)	6.3%(2명)	0%(0명)	3.9%(3명)
유형-2	구성요소간의 관계까지 확장됨	32%(8명)	40.6%(13명)	30%(6명)	35.1%(27명)
유형-3	눈에 보이는 모양에 주목	60%(15명)	50%(16명)	65%(13명)	57.1%(44명)
유형-4	무응답	4%(1명)	3.1%(1명)	5%(1명)	3.9%(3명)

[표 10] 입체도형의 개념에 관한 교직경력별 응답 유형 분석

경력별 응답유형과의 차이점은 발견할 수 없었으며 유형 1, 2, 3 모두 각기둥과 각뿔의 성질을 2가지 이상 찾고 있으므로 모두 정답으로 인정하였다. 눈으로 단순 확인이 가능한 모양·형태에 관한 성질을 찾는 것에서 더 나아가 입체도형의 구성요소간의 관계에 대한 성질을 찾을 수 있도록 하는 것이 교육과정에 제시되어 있으며 그렇게 교과서가 제시되어 있음에도 불구하고 다양한 관계에 주

목한 응답이 상대적으로 부족함을 알 수 있었다.

### 나. 교수학적 지식에 대한 분석

초등학교 교사들의 도형에 관한 교수학적 지식을 알아보기 위해 5문항을 통해 도형에 대한 교수학적 지식을 분석하였다. 각 문항에 대해 응답유형 분석을 통해 응답유형의 범주를 설정한 다음 교직경력별로 교사들의 응답유형은 어떤 경향을 보이는지 분석해 보았다. 도형개념을 지도하는데 있어서의 교사의 오개념을 제외하고는 각 교사들이 생각하는 지도법의 유형만이 있을 뿐이므로 교과 내용 지식을 묻는 문항과 같이 정답률은 의미가 없을 것이라고 판단되어 정답률을 산출하지는 않았다. 구체적인 도형의 개념에 대한 교사들의 이해의 부족으로 인해 학생들에게 부적절한 도형개념에 대한 지도가 이루어짐을 알 수 있었으며 이에 대한 대책마련이 필요하겠다. 또한 교사들이 교육과정에 따라 학생들을 가르치는 데 있어 단순한 설명이 아니라 교사의 깊은 이해를 바탕으로 좀 더 체계적이고 구체적인 지도가 이루어져야 함에도 불구하고 답을 찾기 위한 단순 설명 형태를 제시하고 있는 응답유형이 많이 나타나고 있다는 것을 확인할 수 있었다.

#### 1) 도형의 개념지도

도형의 개념을 어떻게 이해하고 지도하는지의 여부를 확인하기 위해 학생들에게 도형의 개념에 대해 지도하는지의 여부 및 특별히 지도한다면 어떻게 지도하는지 기술하도록 하였다. 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 11]과 같다.

유형 분류	응답 형태	저경력 (25명)	중경력 (32명)	고경력 (20명)	계(77명)
유형-1	무응답, 지도하지 않음	60%(15명)	46.9%(15명)	35%(7명)	48%(37명)
유형-2	도형의 개념에 초점을 맞춘 지도	20%(5명)	40.6%(13명)	35%(7명)	32.5%(25명)
유형-3	그림이나 구체적 조각으로 설명함	12%(3명)	12.5%(4명)	0%(0명)	9.1%(7명)
유형-4	단혀있는 형태 (오개념)	8%(2명)	0%(0명)	30%(6명)	10.4%(8명)

[표 11] 도형의 개념지도에 관한 교직경력별 응답 유형 분석

저경력 교사들의 ‘지도하지 않는다’는 응답이 중·고경력 교사들에 비해 상당히 높게 나타났으며, 고경력 교사들에게서 ‘단혀있는 형태’라는 오개념의 지도유형이 30%를 이루고 있다. 이는 도형의 개념을 묻는 질문에서의 분석결과와도 같

은 맥락에서 해석할 수 있는 부분일 것이다. 즉 고등교육을 받고 바로 발령을 받은 저경력 교사들은 도형의 일반적인 개념을 이론적으로 습득하고 기억하고 있지만 교육과정상에서 언급하고 있지 않기 때문에 특별히 지도하고 있지는 않는 반면, 고경력자로 갈수록 기억은 사라지고 학생들을 가르치는데 있어 교육과정상에서 도형이라는 단어를 사용하는지, 하지 않는지의 여부로 도형인지 아닌지 판단하게 됨으로써 도형이란 단혀 있는 형태라는 오개념을 가지게 되며 그러한 오개념을 지도하는 것으로 파악할 수 있다. 교사들의 오개념은 그대로 학생들에게 전달될 수 있으므로 이러한 오개념을 바로 잡기 위한 노력이 필요할 것으로 생각된다.

유형-2	<p>포함된 우리 눈에 보이는 모든 형태가 있는 것으로 정의 가장 기본으로 입을 지도. 정음 기호는 정음 연속적으로 모든 것이 정선이며 직선으로 연결하여 평면도형, 입체도형이 이루어진다.</p>
유형-3	<p>정.선.면 평면도형을 지도할 때 대다수 학생들이 평면도형이나 공간도형 중 입체도형을 단정히 구분할 수 없다. 거의 같은 정.선.면을 구체적 도형을 모양, 눈으로 체험해 보게 하며 정.선.면은 단정함을 강조한다. 각도 도형임을 지도</p>
유형-4	<p>다른 면 보다 <del>평면도형</del>의 평면은 모양으로 되어 있다는 점을 강조하고 평면 뿐만 아니라 입체도 된 것도 도형이라고 여러 예시를 통해 지도함</p>

그림 1. 도형의 개념지도에 대한 응답

### 2) 삼각형의 결정 조건지도

제시된 선분 5개로 삼각형을 만들 수 없는 경우의 예와 그 지도방법을 기술하도록 하였다. 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 12]와 같다.

유형분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1	단순 설명	20%(5명)	40.6%(13명)	30%(6명)	31.2%(24명)
유형-2	공식 풀이	8%(2명)	9.4%(3명)	0%(0명)	6.5%(5명)
유형-3	구체물을 이용	40%(10명)	25%(8명)	35%(7명)	32.4%(25명)
유형-4	그려보게 함(작도)	28%(7명)	12.5%(4명)	20%(4명)	19.5%(15명)
유형-5	무응답	4%(1명)	12.5%(4명)	15%(3명)	10.4%(8명)

[표 12] 삼각형의 결정조건 지도에 대한 응답 유형 분석

응답유형을 살펴보면 단순히 짧은 두변의 길이의 합이 다른 한 변의 길이보다 길어야 한다는 응답과, 중등 이상 수준의 증명방법을 사용한 경우, 구체물을 이용하여 실제로 삼각형을 만들어 보게 하는 경우, 그림을 그려서(작도) 가능한지의 여부를 확인하게 하는 경우로 유형을 구분해 볼 수 있었다. 경력별로 살펴보면,

중·고경력 교사들에게서 단순 설명이 높게 나타나고 있어 이에 대한 확인을 위해 단순 설명을 적은 교사 중 1명을 무작위로 선정하여 면담을 실시하였다. 면담 내용을 살펴보면 다음과 같다.

<장면 2>

Q : 삼각형을 만들 수 있는 경우를 어떻게 지도하십니까?

A : 짧은 두변의 길이의 합이 다른 긴 한 변의 길이보다 길어야 하지요.

Q : 학생들에게 방금 전 말씀하신대로 그렇게 지도하십니까?

A : 그거야, 그러보게 할 수도 있고, 구체물을 가져다가 실제로 삼각형을 만들어 보게 하면 바로 알 수 있지요.

단순 설명으로 기술한 모든 교사들에 대한 면담을 실시하지 못하였으므로 위의 면담내용으로 성급하게 일반화를 내릴 수는 없다 할지라도 면담결과를 통해 단순 설명을 적은 교사들의 상당수가 문제를 깊게 생각하지 않고 단순히 응답했음을 확인할 수 있었다. 그러나 교사들이 무심코 지나치는 부분 또는, 이 정도는 쉽게 알 수 있을 것이라는 생각에서의 단순 주입식 학습에서 학생들의 오개념이 자주 발생한다는 측면에서 보았을 때 이러한 결과는 시사점이 있을 것이다. 무응답자를 제외한 모든 교사들이 삼각형의 결정조건에 대해 알고 있음에도 불구하고 학생들은 이 부분에서 오개념을 가지고 있다. 그러므로 구체물을 이용하여 실제로 삼각형을 만들어 보는 활동 또는 그림을 그려보거나 컴퍼스를 이용하여 작도를 실제로 해 보게 하는 활동, 또는 컴퓨터 프로그램을 통한 삼각형 만들기 활동 등 더욱 구체적이고 체험적인 활동으로 그러한 오개념이 발생하지 않도록 수업에서의 노력이 필요할 것이다.

### 3) 사각형의 성질 지도

평행사변형과 사다리꼴의 특수한 형태를 제시한 다음 ‘평행사변형은 사다리꼴이 아니다’라는 오개념을 가지고 있는 학생들을 어떻게 지도하는지(지도할 것인지)를 물어보았다. 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 13]과 같다.

사각형의 개념에 포함관계 등을 이해하도록 하기 위해서는 수학적 다양성의 원리와 지각적 다양성의 원리를 적절히 이용해야 한다. 수학적 다양성의 원리에 따른다는 것은 수학적 개념을 제시할 때 개념에 위배되지 않는 변화시킬 수 있는 것은 가능한 한 변화시켜 다양하게 제시하는 것을 의미하며 평행사변형을 지도할 때 변의 길이, 각, 위치 등 변화시킬 수 있는 요소들을 여러 가지로 변화시킨 것을 보여주어야 한다는 것을 의미한다. 지각적 다양성의 원리에 따른다는 것은 동일한 개념적 주제에 대한 다양한 수단을 사용하여 가능한 한 많은 변화를 주는 것이 좋다는 것으로 평행사변형의 개념을 지도함에 있어 종이위에 그려



유형 분류	응답 형태	저경력 (25명)	중경력 (32명)	고경력 (20명)	계(77명)
유형-1	도형의 성질, 개념에 주목	60%(15명)	56.3%(18명)	50%(10명)	55.8%(43명)
유형-2	집합, 포함관계로 설명	32%(8명)	31.3%(10명)	21.9%(7명)	32.5%(25명)
유형-3	도형의 개념 재지도 후 여러 도형에서 찾기	8%(2명)	9.4%(3명)	10%(2명)	9.1%(7명)
유형-4	오개념	0%(0명)	3.1%(1명)	5%(1명)	2.6%(2명)

[표 13] 사각형의 개념 지도에 대한 응답 유형 분석

보게 할 수도 있고, 점관위에 만들어 보도록 할 수도 있으며, 이쑤시개나 성냥개비로 만들어 볼 수도 있다는 것을 의미한다. 이러한 활동들을 통해 학생들은 공통점을 발견해 보는 기회를 스스로 가질 때 사각형의 개념에서의 포함관계를 이해하게 될 것이다.

그러나 교사들의 응답유형에서는 그러한 다양성의 원리에 입각한 구체적이고 실질적인 지도내용 보다는 단순한 개념 재지도, 포함관계 지도 등이 응답의 대부분을 차지하고 있다. 그러므로 교사들의 사각형 개념 지도에 관한 교수법적인 연구 및 노력이 더욱 필요할 것으로 판단되며 더욱 구체적이고 체험적인 활동으로 그러한 오개념이 발생하지 않도록 수업에서의 노력이 필요할 것이다.

#### 4) 삼각형의 합동조건 지도

주어진 삼각형과 항상 합동인 삼각형을 찾는 질문에 학생들이 삼각형의 합동조건과 상관없는 둘레의 길이와 넓이가 같은 삼각형을 답이라고 하는 학생들을 어떻게 지도할 것인지 묻는 문항을 제시하였다. 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 14]와 같다.

유형 분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1	예를 들어 설명 (구체물, 그림등)	76%(19명)	59.4%(19명)	75%(15명)	68.8%(53명)
유형-2	합동조건을 설명	4%(1명)	12.5%(4명)	5%(1명)	7.8%(6명)
유형-3	합동조건+예	20%(5명)	18.8%(6명)	15%(3명)	18.2%(14명)
유형-4	무응답	0%(0명)	9.4%(3명)	5%(1명)	5.2%(4명)

[표 14] 삼각형의 합동조건 지도에 대한 응답 유형 분석

응답유형을 살펴보면, 구체물을 이용하기, 그림 등을 그려서 예를 들어 설명하기, 합동조건을 설명하기, 합동조건을 설명한 다음 예를 들어 설명하기 등의 유

형으로 나누어 볼 수 있었으며 경력별 응답유형의 차이점은 발견할 수 없었다. 삼각형의 합동조건에 대한 질문이므로 단순한 예의 제시만이 아니라 합동조건에 대한 이해가 선행된 다음 그런 예와 그렇지 않은 예를 제시하는 것이 올바른 절차일 것으로 보이나 그러한 응답자의 비율은 18.2%에 불과했다. 교사들이 교육과정에 따라 학생들을 가르치는 데 있어 단순한 설명이나 예의 제시가 아니라 교사의 가르치고자 하는 개념에 대한 깊은 이해를 바탕으로 좀 더 체계적이고 구체적인 지도가 이루어져야 함을 생각할 수 있는 부분이다.

5) 직육면체의 전개도 그리기 지도

직육면체 전개도 그리기에서 학생들이 주로 나타나는 다양한 오개념 유형을 제시하여 주고 그러한 오개념을 해결하기 위해 학생들을 어떻게 지도해야 하는지에 대해 물어 보았다. 교직경력별 응답유형 분석결과는 [표 15]와 같다.

유형 분류	응답 형태	저경력(25명)	중경력(32명)	고경력(20명)	계(77명)
유형-1	구체물을 제시, 관찰, 잘라보기	56%(14명)	43.8%(14명)	45%(9명)	48.1%(37명)
유형-2	전개도에 주목 (전개도의 예와 반례 제시)	20%(5명)	25%(8명)	25%(5명)	23.4%(18명)
유형-3	전개도 및 구체물	20%(5명)	12.5%(4명)	20%(4명)	16.9%(13명)
유형-4	컴퓨터 활용	0%(0명)	3.1%(1명)	5%(1명)	2.6%(2명)
유형-5	무응답	4%(1명)	15.6%(5명)	5%(1명)	9.1%(7명)

[표 15] 직육면체의 전개도 지도에 대한 응답 유형 분석

유형-1	구체적 장구의 도형에 학생들에게 구체적 장구는 비우고 오개념이 생겼다면 것은 다양한 사상이다. 저번 자차시미 여왕도를 제시한후 비로 리어르 직접 만들어 본다. 풍선으로이나 유유각 개리 등으로 직접 여해 해해 장구가 포함되나. 직접 쉬엄해보고 친해보는 이 문헌이면 비로 오개념이 적어질거야.
유형-2	○ 각각의 경우로 직접 전개도를 그려서 실제로 직육면체를 만들어 본다 → 만들어지지 않는 까닭을 알아내어 수정하며 다시 전개도를 그리고 직육면체를 만들어 본다. ○ 유형 2의 경우는 직육면체이므로. 면의 개수는 필수적으로 6면이어야 함을 강조한다.
유형-3	(2) 직육면체 상자는 각각 <sup>자신의</sup> 전개도와 비교해보도록 .. 따라서 자신이 그린 전개도로 직접 상자를 만들어보아 육면이 갖춰졌는지 체크하게 한다.
유형-4	구체적인 조작물과 전개도와 직육면체를 비교하여 볼며 화면을 통해 사상의 변화를 주며 회전시키는 등 시각으로 접하는 기회를 많이 제공한다.

그림 2. 직육면체의 전개도 지도에 대한 응답

응답유형을 살펴보면, 구체물을 가지고 관찰·분해의 과정으로 지도한다는 유

형과, 전개도에 초점을 맞추어 직육면체가 되는 경우와 되지 않는 경우의 다양한 전개도를 그리거나 제시하여 직접 직육면체를 만들어 보게 한다는 유형, 위의 두 가지 경우를 합한 유형, 컴퓨터 프로그램을 활용한다는 유형으로 나누어 볼 수 있었으며 경력별 차이점은 찾아볼 수 없었다(그림 2. 참고). 유형-1의 경우는 구체물에서 전개도로 학생들의 생각이 전이 되며, 유형-2의 경우는 전개도에서 직육면체로 생각이 전이되는 상황이다. 실제 지도에서는 두 가지를 적절히 섞어서 사용하는 유형-3의 경우가 유용할 것으로 판단되며 유형-1, 2 경우 중 어느 한 가지라도 소홀히 하게 된다면 학생들의 오개념이 나타날 수 있으므로 유형-3의 방법으로 학생들을 지도하여야 할 것으로 판단된다.

#### 다. 도형 오개념에 대한 교사들의 생각

교사들이 생각하는 도형 전 영역에 걸쳐 학생들이 가장 많이 가지고 있는 오개념과 그러한 오개념의 지도 방안으로는 어떠한 것들이 있는지 자유롭게 기술해 보도록 하였다. 자유롭게 기술하는 형태로 제시된 문항이다 보니 전체 응답률이 33.7%에 불과하였다. 그러므로 경력별 응답유형의 분석은 무의미하였으나 저·중경력 교사들의 25%만이 응답한 반면, 고경력 교사들은 65%나 응답을 하고 있다. 이 결과로 미루어 보아 학생들을 지도한 경험이 많은, 오래된 교사 일수록 학생 이해 및 지도방안에 대한 경험적인 지식들이 많다는 것을 확인할 수 있었다.

학생들의 오개념에 대해서는 응답자의 대부분이 연구자가 이론적 배경에서 밝혀 두었던 항목들에 대해 기술하고 있었으나 ‘선분-변-모서리에 대한 개념 이해 부분’, ‘평면상에 그림으로 그려져 있을 때의 평면도형과 입체도형의 구별’, ‘사각형을 보고 구별은 할 수 있으나 사각형이 무엇인지 개념적으로 설명하는 것은 어려워 함’ 등의 부분도 확인할 수 있었다. 그리고 오개념에 대한 지도방안에 대해서는 구체물을 활용하거나 그림을 그려보는 등의 구체적 조작활동을 통해 지도한다는 응답과 반복·재지도 한다는 응답이 주를 이루었다(그림 3. 참고). 이러한 응답 결과의 분석을 통하여 학생들의 오개념을 확인하고 지도하는 방법에 대한 고민은 있으나 이를 체계적으로 학생들을 이해시키는 방법에 대한 즉, 이론적 뒷받침이 되는 교수법에 대한 교사들의 아쉬움을 확인할 수 있었다.

## V. 결론 및 제언

수학교육에서 교사의 질은 중추적 역할을 한다. 교사는 자신이 지닌 지식에 따라 교육과정과 교과서를 해석하고 재구성하여 지도하는데, 구체적인 수업상황에

<p>유형-1</p>	<p>입체도형을 펼쳐서 전개도를 그리거나 복피를 구하는 활동은 어려워 하는 것 같다. 입체 도형은 책에 그림이 없으면 판본으로 복수 밖에 없기 때문. 입체 도형을 실제로 만들어 보고 펼쳐 보는 활동은 많이 해보게 하고, 도형을 잘라보거나 화선지는 활동을 직접 해보게 하는 활동이 많이면 좋을 것 같다. 창흙이나 지렁이로 도형을 만들어 단면을 잘라보기도 하고 원을 실선한 여러개 붙여 원이동이 되게 하는 등의 조작활동은 많이 할 수 있게 한다.</p>
<p>유형-2</p>	<p>다시 물어지지 않지만 <b>각</b>이라는 개념 단어가 없다. 같은 단위 영속하다. 각의 변이 있으면 같은가? 다 능의 단면이 있고, 삼각형 사각형에는 단면이 없기 때문 타원형도 원이라는 단면. 학생들 소스인 개념 인식이 제대로 되지 않겠다는 것이 여실히 드러나는 경우가 많은만큼 신중히 생각할 필요가 있다. 소스인 개념은 6학년 있는 활동을 고민하며 수업한다. 이때 부권이나 기하학용도류가 부족한 친구들 다양한 실재물이나 도구를 사용하여 (구멍이 막힌, 수직대, 단면 도구 등) 교사의 질문에 힘을 쓸 수 있게 한다. - 3 -</p>
<p>유형-3</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 선 VS 변 VS 모서리에 대한 개념 (정사각형, 두 정육면체, 두 정사각형, 다각형에 한 변 - 변, 안테나를 이용해 한 변 - 변) 하는 것을 표현해 '안'.</li> <li>• 점의 VS 선점에 대한 개념 (각각의 예를 들어 설명. 삼각형, 사각형, 원, 직선, 곡선, 점, 선, 면, 입체 등)</li> </ul> <p>(예) 삼각형의 점의 '세' 변으로 둘러싸인 도형을 '삼각형'으로 생각하면, 정사각형 '세' 내각의 합이 180도라는 것이 도출되는데 이 경우 관계는 없을 것. '세' 내각의 합이 360도를 삼각형의 경우 해설하면, 학생들의 애틀 → 개념형성을 정확히 하도록 지도.</p>
<p>유형-4</p>	<p>4학년의 경우, 1학년 여각과 둔각지를 할 때 여각/둔각과 여각삼각형/둔각삼각형의 구분은 어려웠다. 원, 삼각형, 사각형 등 일정한 넓이, 공간이 있는 도형은 모양이 다양하고 어려서부터 많이 접해 볼 도형이라 잘 알지만 '각'에 대한 이해는 쉽지 해서 '여각'을 '그러'와 '여각삼각형'을 '그러'를 혼동하는 경우가 많았으며, 여러 도형들의 공통점에서 개념을 형성하였다면 그 개념에 대한 확실한 이해가 필요한 것 같다. 특히 같은 경우에는 각과 삼각형의 개념이 이해부터 이루어질 수 있도록 하였다. - 3 -</p>

그림 3. 도형 오개념에 대한 교사들의 생각

서 이러한 지식의 차이는 여실히 드러나게 된다. 그러므로 본 연구는 초등학교 교사들이 교직경력별로 도형 개념을 어떻게 이해하고 있는지 교과 내용 지식과 교수학적 지식으로 구분지어 조사해 보고, 그 결과를 교사 양성 및 교사 연수에서 활용하며 궁극적으로 초등학교 학생들에게 도형개념을 바르게 정립할 수 있도록 도움을 주는 것을 목적으로 계획하였다.

본 연구를 통하여 얻어진 결과는 다음과 같다.

첫째, 교과 내용 지식을 묻는 문제에 대부분 높은 정답률을 보였으나, 도형의 정의를 묻는 문제, 선대칭과 점대칭의 차이를 묻는 문제에는 정답률이 낮게 나왔다. 도형영역에서 사용하는 여러 용어, 기본적인 개념에 대해 교사가 완벽하게 이해하고 있지 못하면 그러한 생각들이 그대로 학생들에게 전달될 수 있다. 그러

므로 교사들은 교육과정에서 제시되고 있는 도형영역의 여러 용어 및 개념에 대해 완벽하게 이해하려는 노력이 선행되어야 한다.

둘째, 학생들의 도형영역에 대한 오개념이 생기는 원인을 여러 가지로 볼 수 있겠으나 본 연구주제와 연결 지어 생각해 본다면 교사들의 도형의 여러 개념 및 용어에 대한 완전하지 않은 이해를 토대로 한 설명, 답을 찾기 위한 단순 설명, 교육과정에 대한 깊은 이해가 결여된 단순 설명으로 인한 요인도 있는 것으로 나타났다. 그러므로 효과적인 도형영역의 수업 전개를 위해서 무엇보다 교사의 교과 내용 지식과 교수학적 지식을 풍부하게 하는 노력이 필요하다. 교사 스스로의 전문성 신장을 위한 노력 즉, 부단한 자기연수, 각종 학회 참가, 연구회 활동 참여 등이 필요하며, 교사의 재교육을 담당하는 기관에서는 교사로서의 전문성을 확보하고 신장시킬 수 있는 연수 프로그램의 개발 및 보급이 필요하다.

셋째, 도형영역에서 교사들의 경력과 지식과의 상관관계를 분석해 보았을 때, 내용학적 지식측면에서의 이해도는 고경력자로 갈수록 낮아지고 그에 반해 학생 이해 및 지도방안에 대한 경험적 지식은 고경력자로 갈수록 높아지는 것을 확인할 수 있었다. 이는 교사의 경력 단계에 따라 필요로 하는 연수 프로그램의 분야가 다름을 의미한다고 볼 수 있으므로 각 경력 단계에 적합한 전문성을 신장시킬 수 있는 연수 프로그램이 마련되어야 한다.

넷째, 도형영역에서 교사들의 교수학적 지식을 살펴보면, 경력과 무관하게 답을 찾기 위한 단순 설명 형태를 제시하고 있는 응답유형이나 학생들의 오개념을 해결하기 위한 탁월한 지도법에 대한 내용이 부족하였다. 교사가 교육과정에 따라 학생들을 가르치는 데 있어 단순한 설명이 아니라 가르치는 개념에 대한 깊은 이해를 바탕으로 더욱 더 체계적이고 구체적이며 전문가적인 지도가 이루어져야 함에도 불구하고 이러한 부분의 아쉬움을 확인할 수 있었다.

이상의 연구결과를 토대로 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 다양한 교사들의 지식정도를 확인하기 위해 설문조사의 방식을 취했으나 이는 교실에서 실제 도형에 관한 수업이 어떻게 진행되는지에 대한 부분은 부족하였다. 그러므로 도형에 관한 교사의 지식이 수업에 어떻게 반영되고 있는지를 조사해 볼 필요가 있다.

둘째, 현직교사들의 수학의 각 영역에 대한 교사 지식에 관한 연구는 예비교사들의 연구에 비해 많이 부족한 실정이다. 그러므로 수학의 각 영역에 대한 교사들의 지식에 관한 연구를 실시하여 각 영역에 대한 교사들의 실태를 파악하여 이를 교원 연수 프로그램의 개발 및 보급에 반영할 필요가 있을 것이다. 또한, 교육과정을 비롯한 도형 지도 전반의 개선에 보다 실질적인 기여를 하기 위해서

는 현실적이고 구체적이며 전문가적인 지도방안에 관한 보다 구체적인 연구와 이들을 실천적으로 보완하는 연구가 후속 연구로 뒤따라야 할 것이다.

## 참고문헌

- [1] 김수희(2009). 초등학교 6학년 학생들의 평면도형과 입체도형에 대한 오개념 및 원인 분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [2] 김중일(2004). 도형영역의 오류 분석에 관한 연구(초등학교 3학년을 중심으로). 춘천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [3] 노영아(2007). 도형영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구(초등학교 4학년을 중심으로). 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [4] 방정숙(2009). 오개념 탈출 프로젝트. (주)북이십일 아울북.
- [5] 신현용 · 이종욱(2004). 수학교사의 지식에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E, 18(1). 297-308.
- [6] 이화진 외(2006). 수업컨설팅 지원 프로그램 및 교과별 내용 교수법(PCK) 개발 연구. 한국교육과정 평가원 연구보고 RRI 2006-1.
- [7] 정해남(2005). 교수 능력의 수행정도 및 중요도에 대한 중등 수학 교사의 인식. 한국교원대학교 박사학위논문.
- [8] 조성민(2006), 교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구: 고등학교 함수내용을 중심으로, 이화여자대학교 대학원 박사학위 논문.
- [9] 최승현 · 황해정(2008). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. 한국학교수학회논문집 11(4). 569-593.
- [10] National council of Teachers Mathematics(2000). *Principles and standards for school mathematics*. 류희찬 외 5인 공역(2007). 학교 수학을 위한 원리와 기준. 서울: 경문사.
- [11] Shulman, L.S. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, 15(2), 4-14.

Park, Deok Jin and Choi, Jae Ho  
 Department of Mathematics Education  
 Daegu National University of Education  
 1797-6 Daemyong 2 dong, Namgu, Daegu 705-715, Korea  
 E-mail address: dukjjini@hanmail.net, choijh@dnue.ac.kr