

# 섬유주의 이방성에 따른 초음파의 파형 변화

윤 원 석\*, 윤 영 준\*\*

## Is ultrasound wave affected by anisotropy of trabeculae

Won-Sok Yoon\*, Young-June Yoon\*\*

### 요 약

높은 기공성을 갖춘 망상골과 고체의 비율이 높은 피질골의 기계적 성질은 초음파 파동 전파 측정법으로 알 수 있다. 초음파의 속도(SOS)는 bulk wave 방정식과 bar wave 방정식을 통해 산출할 수 있다. Bulk wave는 Biot의 이론에서 빠른 파동과 매우 유사함을 이용해, 본 연구에서 뼈의 이방성을 담은 행렬에 의해 bulk wave 속도가 변하는 여부를 측정하였다. 음파의 속도는 뼈가 횡방적인(transversely isotropy) 특성을 갖을 때보다 등방적인 특성을 갖을 때 0.69% 빠르다. 또한 bar wave 방정식을 사용하여 피질골에 대한 속도를 측정하였다. 전의 논문에 의하면 bar wave 속도는 탄성 계수 텐서 혹은 영의 계수의 함수이고 이와 같은 방법으로 bar wave 속도에 의해 등방성과 이방성을 측정하였다.

### ABSTRACT

Mechanical properties of cancellous bone with a high porosity and cortical bone with a high fraction of solid are estimated by the measurement of ultrasonic wave propagation. The speed of sound (SOS) in ultrasonic waves is usually measured by two equations, bulk wave equation and bar wave equation. Bulk wave speed has almost same as the fast wave of Biot's theory. In this study, we examine whether the bulk wave speed is influenced by the anisotropy of bone matrix. The SOS when the bone matrix is isotropy is 0.69% faster than that when the bone matrix is transversely isotropy. We also examine if the use of bar equation is adequate for a cortical bone. In the previous paper, the bar wave speed is a function of Young's modulus or elastic coefficient tensor. In the same manner, the effect of bar wave speed to isotropic and anisotropic bone is estimated.

**Keywords :** Ultrasound, Wave propagation, Cancellous bone, Porosity, Anisotropy

### 1. 서론

뼈는 일반적으로 이방적이며 비균질하여 재료 특성을 인장력 실험만으로 값을 구하기는 어렵다.

인장시험에 의한 물성치의 측정은 한 번에 한 개의 시편을 사용할 수 밖에 없는 반면, 초음파 측정법에 의하면 한 개의 시편을 가지고 여러 번에 걸친 측정이 가능하다. 또한 한 시편에 대한 여러 개

\* 한양대학교 기계공학부 학사과정

\*\* 교신저자 : 한양대학교 기계공학부 교수 (Yoon.youngjune@gmail.com)

접수일자 : 2011년 10월 10일, 수정일자 : 2011년 11월 28일, 심사완료일자 : 2011년 12 월 10일

의 이방성 물성치를 측정할 수 있는 장점이 있다. 이렇듯 초음파 측정법은 물성치를 구하기 어려운 재료의 재료 상수를 구하는 비파괴 검사법으로 매우 유용하고 많은 실험을 통해 그 효용성이 입증되었다. [1]

초음파 측정법은 뼈의 표본 한쪽 편에서 여진된 초음파를 보내 표본의 반대편에 도달시킨 후 도달한 초음파와 처음 초음파의 시간차이와 표본의 두께를 통해서 초음파 전파의 속도를 구하고 뼈의 표본의 각 방향에서 측정된 초음파 속도를 뼈의 탄성 물성치와 연관시키는 방법이다. 초음파 속도는 초음파의 파형의 길이(wave length)와 진행 방향의 수직한 표본의 단면의 길이와의 관계에 따라 두 가지 속도로 나뉜다. 파형의 길이가 표본의 단면 길이보다 짧다면 체적 파형 속도(bulk wave speed), 길다면 bar wave speed로 분류되며 각각이 서로 다른 뼈의 물성치와 관련된다 [1], [2]. 많은 기공을 내포하는 다공성 재료인 망상골(cancellous bone)과 그에 비해 적은 기공을 갖는 피질골(cortical bone)은 Ashman et al[1], J. L. Williams[3], J.-Y. Rho[4], Hosakawa et al[5], [6]에 의해 두 가지 종류의 속도로 측정되었다. 치밀골의 경우에는 상대적으로 다공성이 적기 때문에 단 한 개의 속도가 측정되는 반면, 망상골은 다공성이 높기 때문에 두 개의 파형으로 측정된다. 망상골의 경우, 두 개의 파형, 즉 빠른 파형은 골조직을 통해서 전파하고 후자는 골조직과 간질액의 상호작용에 의해서 전파된다. 이 논문에서는 전자의 경우만 염두에 두고 서술하려고 하고, 후자의 경우는 이후에 출판되는 논문을 통해서 설명하고자 한다. 특히 망상골의 경우 빠른 파형은 체적 파형 속도 (bulk wave speed)에 거의 같은 속도로 전파된다. 체적 파형 속도는 초음파가 표본의 경계에 크게 영향을 받지 않으면서 전파된다. 또 다르게 흔히 사용되는 공식이 bar wave 공식인데, 이는 상대적으로 막대와 같이 얇고 긴 형태를 가진 구조에 사용된다. 우리의 공급증은 기존에 사용된 시편들이 막대 모양이 아닐 경우 bar wave 공식을 사용할 경우 그렇지 않은 경우에 비해서 얼마만큼의 영향을 받는지 알아보고 싶어하기 때문이다. 또한 Bar wave speed는 초음파가 표본의 단면 내부를 여진하면서 통과하며 단면의 물성치에 영향

을 받는다.

앞에서 언급했듯이 J. L. Williams[3]에 의하면 체적 파형 속도는 다공성 재료의 물성치에 대한 Biot의 이론에서 언급한 빠른 파형(fast wave)와 동일하다고 하였고 Hosakawa et al[5], [6]는 망상골의 실험을 통해 섬유주(trabecular)가 놓인 방향에 따라 망상골 내의 빠른 파형의 전파 속도가 다름을 입증했다. 이는 섬유주의 방향에 따라서 빠른 파형의 속도가 변화함을 알 수 있고, 또한 빠른 파형이 골조직을 타고 전파함을 의미한다. 그에 따라 체적 파형 속도는 뼈의 구조와 관한 체적 탄성 계수(bulk modulus)로 표현할 수 있고 Biot 이론의 빠른 파형으로 다룰 수 있다.

체적 파형 속도 이외에 사용되는 공식은 bar wave 공식인데, 이는 체적 파형 속도와는 달리 영의 계수를 사용하여 나타낸다. Ashman et al(1988)에 의해 보듯이 bar wave 속도는 밀도와 영의 계수(Young's modulus)로 표현된다. 하지만 사실상 속도는 정확히 표현하고자 할 때 bar wave speed와 유사하게 ] W. C. Van Buskirk et al[2]와 Ashman et al[1]에서 표기했듯이 재료의 탄성 계수 텐서(elastic coefficient tensor)로 표현하여서 나타낸다.

우리는 이 연구에서 횡방성(transversely isotropic)을 지닌 뼈와 등방성을 지닌 뼈의 물성치를 바탕으로 초음파 측정의 방법을 역으로 사용하여 각각의 초음파 속도를 추정된 후 각각의 속도를 비교한다면 체적 파형 속도와 bar wave speed가 뼈의 물성치에 어떤 영향을 받는지 살펴보고자 한다. 또한 기존의 다른 공식 (탄성 계수 텐서와의 관계식)과 비교했을 때 얼마만큼의 영향을 받는지 살펴보고자 한다.

## II. 본 론

### 1. Bar wave speed

Ashman et al[7]은 망상골의 물성치를 측정하기 위해 초음파 측정법 중 bar wave를 사용했다. 5mm의 단면 길이의 봉(rod)모양으로 표본을 제작한 후 파형의 길이가 1mm인 초음파를 여진해서 실험을 시행하였다. 그 결과 음파의 속도는 초음파

의 진행 방향에 수직한 단면의 물성치에 큰 영향을 받는다는 사실을 확인하고, 망상골의 물성치인 영의 계수, 밀도를 이용해 속도를 다음 수식으로 표현할 수 있다.

$$v_{bar} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

위 수식을 이용하여 횡방적인 뼈와 등방적인 뼈를 방향에 따라서 속도를 얻기 위해 표 1과 표 2의 값을 뼈의 표준 밀도인  $\rho$ 를 사용해 속도를 구하면 아래의 속도를 산출할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{ti,1} &= 2543.5 m/s \\ v_{ti,2} &= 3194.46 m/s \\ v_i &= 2707.51 m/s \end{aligned} \quad (2)$$

위의 속도에서  $t_i$ 는 횡방성을,  $i$ 는 등방성을 나타낸다. 1과 2는 영의 계수 방향을 의미한다. 여기서 우리는 골조직이 등방성을 이룰 때의 속도가 횡방성을 갖는 골조직의 속도들의 사이에 존재함을 알 수 있다. 횡방성의 속도가 상대적으로 다른 것은 섬유주의 방향이 1의 방향보다는 2의 방향에 가깝게 정렬되어 있기 때문이다.

일반적으로 사용되는 bar wave 공식의 정확성을 알기 위해서 탄성계수텐서를 이용하는 방법과 영의 계수를 이용하는 방법을 비교하였다. Ashman et al[7]은 단면의 영의 계수가 초음파의 속도에 영향을 미친다는 것과 다르게 초음파의 속도를 탄성 계수를 통해 표 3으로 나타냈다. 각 속도의 방향는 표4와 같다. 영의 계수를 이용해 구한 속도와 탄성 계수를 이용해 구한 초음파 속도값을 비교하면 bar wave의 속도의 정확성을 알 수 있다.

표 1. 유효 횡방적 탄성 계수.  
Table 1. The effective transversely isotropic elastic constants of Ashman et al.(1984)

Properties	Mean
$E_1 = E_2$ (GPa)	12.68
$E_3$ (GPa)	20.001
$G_{12}$ (GPa)	4.535
$G_{23} = G_{13}$ (GPa)	5.912
$\nu_{12} = \nu_{21}$	0.398
$\nu_{13} = \nu_{23}$	0.229
$\nu_{31} = \nu_{32}$	0.36

표 2. 유효 등방적 탄성 계수.  
Table 2. The effective isotropic elastic constants of Ashman et al.(1984)

Properties	Mean
$E$ (GPa)	14.368
$G$ (GPa)	5.41
$\nu$	0.328

표 3. 탄성 계수와 측정된 속도와의 관계  
Table 3. Relationships between the measured velocities and the elastic coefficients, Van Buskirk et al (1981)

$c_{11} = \rho v_{1/1}^2$
$c_{22} = \rho v_{2/2}^2$
$c_{33} = \rho v_{3/3}^2$
$c_{44} = \rho v_{2/3}^2 - \rho v_{3/2}^2$
$c_{55} = \rho v_{1/3}^2 - \rho v_{3/1}^2$
$c_{66} = \rho v_{1/2}^2 - \rho v_{2/1}^2$
$c_{12} = (c_{11} + c_{66} \pm 2\rho v_{12/12}^2)(c_{22} + c_{66} - 2\rho v_{12/12}^2) - c_{66}$
$c_{13} = (c_{11} + c_{55} \pm 2\rho v_{13/13}^2)(c_{33} + c_{55} - 2\rho v_{13/13}^2) - c_{55}$
$c_{23} = (c_{22} + c_{44} \pm 2\rho v_{23/23}^2)(c_{33} + c_{44} - 2\rho v_{23/23}^2) - c_{44}$

표 4. 파동 속도의 방향 지표  
Table 4. Notation of the direction of the wave velocities, Van Buskirk et al (1981)

$v_{i/i}$	$x_i$ 방향으로 나아가는 세로 파형의 속도
$v_{ij/k}$	$(x_i + x_j)/\sqrt{2}$ 방향으로 진행하며 $x_k$ 방향으로 입자 운동을 하는 파형의 속도
$v_{ij/ij}$	$(x_i + x_j)/\sqrt{2}$ 방향으로 진행하며 $i-j$ 평면에서 입자 운동을 하는 파형의 속도

탄성계수텐서는 우리가 알고 있는 후크의 법칙을 통해서 알 수 있다. 선형 탄성적이며 비등방적인 성질을 갖는 뼈는 선형 탄성 재료의 대표적인 구성 방정식(constitutive equation)인 후크의 법칙(Hooke's law)을 사용해 탄성 계수 텐서를 표현할 수 있다. [4]

$$\sigma_i = c_{ij}\epsilon_j \quad (3)$$

$\sigma_i$  와  $\epsilon_j$  는 응력, 변형률 텐서이고  $c_{ij}$  는 탄성 계수 텐서이다. 탄성 계수 텐서는 compliance tensor인  $s_{ij}$ 의 역행렬이다. 이때 compliance tensor는 직교 이방적인 물성치로 아래의 식(4)로 나타낼 수 있다.

$$c_{ij}^{-1} = s_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

위의 관계식을 횡방성이 갖는 성질인  $E_1 = E_2$ ,  $G_{23} = G_{13}$  과 등방성이 갖는 성질인  $E_1 = E_2 = E_3$ ,  $G_{12} = G_{23} = G_{13}$  을 이용하여 탄성 계수 텐서의 각 요소의 값을 구할 수 있다. 표 1과 표 2를 이용

해  $c_{11}$  과  $c_{33}$  값을 각각 산출하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} c_{11,ti} &= 1.90381 \times 10^{10} & (5) \\ c_{33,ti} &= 2.75453 \times 10^{10} \\ c_{11,ti} &= c_{33,ti} = 2.11353 \times 10^{10} \end{aligned}$$

위의 텐성 계수 값과 표 3의 속도, 밀도와 탄성 계수 관계를 이용해 각각의 속도를 구하면 식(6)의 값을 갖는다.

$$\begin{aligned} v_{ti,1} &= 3116.19 \text{ m/s} & (6) \\ v_{ti,3} &= 3748.83 \text{ m/s} \\ v_i &= 3283.79 \text{ m/s} \end{aligned}$$

식(2)에서 계산된 속도들은 망상골의 속도를 나타낸 반면, 식(6)의 속도들은 치밀골의 경우를 나타낸다.

## 2. Bulk wave speed

체적 파형 속도는 다공탄성이론 (Biot 이론)의 빠른 파형과 일치한다. Biot 이론은 유체로 포화된 다공성 물질에서 초음파 전파에 관한 내용으로 밀도, 체적 탄성 계수와 초음파 속도의 관계를 나타낸다. 다시 말하자면 골조직을 따라서 발생하는 빠른 파형과 골조직과 간질액의 상호작용에 의해서 발생하는 느린 파형으로 나눌 수 있다. Biot 이론에서 초음파는 두 개의 압축성 파형(compressional wave)과 하나의 전단 파형(shear wave)으로 나뉜다. 체적 파형(bulk wave)는 두 개의 압축성 파형 중 빠른 압축성 파형(fast compressional wave)와 같은 초음파이며 식(7)과 같이 파형의 속도를 표현할 수 있다.[3]

$$v_{bulk} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (7)$$

$v_{bulk}$  는 체적 파형 속도이면서 빠른 압축성 파형의 속도이고,  $K$  는 체적 탄성 계수 그리고  $\rho$  는 밀도이다. 등방적인 뼈와 횡방적인 뼈의 초음파 속도를 비교하기 위해서 밀도를  $1960 \text{ kg/m}^3$ 으로, 각각의 체적 탄성 계수를 식(8)을 사용하여 계산한다. 이 때 물성치는 표 1, 표 2의 값을 사용하였다.

이 때 횡방성과 등방성 체적 탄성 계수는 식(9)의 값으로 구할 수 있다.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3} - \frac{2\nu_{23}}{E_2} - \frac{2\nu_{31}}{E_3} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \quad (8)$$

$$K_{ii} = 1.37302 \times 10^{10} K_i = 1.39225 \times 10^{10} \quad (9)$$

위의 값을 통해 횡방성과 등방성을 지닌 뼈를 통과하는 초음파의 속도를 예측하면 식(10)의 속도를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{ii} &= 2646.7 \text{ m/s} \\ v_i &= 2665.2 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (10)$$

이 결과를 살펴보면 골조직이 횡방성 물성치를 지닐 때와 등방성 물성치를 지닐 때 각각 속도의 속도차이는 약 18.5m/s이며 그 차이는 0.69%이다.

### III. 결론

Bar wave 초음파 측정을 바탕으로 등방적인 뼈와 횡방적인 뼈의 영의 계수를 이용해서 초음파 속도를 추정했다. 그 결과는 식(2)이며 속도는 164 m/s, 487 m/s 정도의 차이를 보며, 한 개의 속도는 등방적인 뼈로 가정했을 경우보다 약 6% 정도 낮고 다른 경우는 17.98% 높다. 이는 등방적 뼈의 물성치가 탄성이론의 평균치를 구했기 때문에 두 속도의 중간 위치에 존재하게 된다. 한 가지 우리가 알 수 있는 것은 체적 파형 속도와는 달리 bar wave를 사용하게 되면 뼈의 구조가 이방성인지 아닌지를 알아낼 수 있다.

Bar wave 공식의 경우와는 달리 탄성 계수를 이용해 구한 초음파 속도는 식(6)의 값을 나타내며 횡방성을 지닌 뼈와 등방성을 지닌 뼈와는 속도차는 167.6 m/s, 465.04 m/s이며 등방적인 뼈를 기준으로 5.1%, 14.16%의 구분적인 차이를 갖는다. 하지만 탄성 계수를 통해 구한 속도와 영의 계수를 통해 구한 속도는 554.37 m/s에서 576.28 m/s의 속도 차를 보여주므로 정확도면에서는 큰 편차를 보인다.

마지막으로 Bulk wave 측정 방법을 바탕으로

등방성을 지닌 뼈와 횡방성을 지닌 뼈의 초음파 속도를 추정한 결과, 식(10)을 속도를 얻을 수 있다. 두 개의 뼈는 18.5m/s의 속도차이를 보였고, 등방적인 뼈를 기준으로 0.69% 정도의 속도가 차이가 난다. Bulk wave 측정법은 bar wave와는 달리 매우 적은 속도의 차를 보이며 등방성과 횡방성을 지닌 뼈를 구분하는 적절한 측정법이 아니라는 사실을 알 수 있다. 그러나 Biot 이론을 생각해 보면 빠른 파형은 뼈의 이방성에 상관없이 일정한 속도로 전파됨을 알 수 있다. 이는 빠른 파형의 골조직의 이방성에 의해서 큰 영향을 받지 않음을 의미한다.

이 연구에서 세 가지 관점을 살펴보았다. 첫째로 기존의 bar wave 공식이 탄성계수텐서를 사용하였을 경우에 비하여 최대 14.16%의 차이를 보이고 있음을 보였고, 이는 bar wave 공식을 사용하기에는 적합하지 않음을 보이고 있다. 둘째로 체적 파형 속도는 골조직의 물성치가 이방성을 띠는지 등방성을 띠는지에 상관없이 거의 일정함을 보임을 나타내었으며, 마지막으로 등방성 물성치를 가진 파형의 속도는 횡방성 물성치를 가진 파형의 두 개의 속도들의 사이에 존재함을 알 수 있다.

### 후 기

본 연구는 한국연구재단 연구비 (2010-0023070)의 지원에 의해서 이루어졌습니다.

### 참 고 문 헌

- [1] R. B. Ashman, S. C. Cowin, W. C. Van Buskirk and J. C. Rice, "A continuous wave technique for the measurement of the elastic properties of cortical bone," *Journal of Biomechanics*, vol 17, no. 5, pp.349-361, 1984.
- [2] W. C. Van Buskirk, S. C. Cowin and R. N. Ward, "Ultrasonic measurement of orthotropic elastic constants of bovine femoral bone," *Journal of Biomechanical Engineering*, vol 103, no. 2, pp. 67-72,

1981.

[3] J. L. Williams, "Ultrasonic wave propagation in cancellous and cortical bone: Prediction of some experimental results by Biot's theory," Acoustic Society America, vol 91, pp. 1106-1112, 1992

[4] J.-Y. Rho, "An ultrasonic method for measuring the elastic properties of human tibial cortical and cancellous bone," Ultrasonics, vol 34, no. 13, pp.777-783, 1996.

[5] A. Hosokawa and T. Otani, "Ultrasonic wave propagation in bovine cancellous bone," Acoustic Society America, vol 101, pp. 558-562, 1997.

[6] A. Hosokawa and T. Otani, "Acoustic anisotropy in bovine cancellous bone," Acoustic Society America, vol 103, pp. 2718-2722, 1998.

[7] R. B. Ashman and R. Jae Young, "Elastic modulus of trabecular bone material," Journal of Biomechanics, vol 21, no. 3, pp. 177-181, 1988.

---

저자약력

---

**윤 원 석 (Won-Sok Yoon)**



2006년-현재 한양대학교  
기계공학부 학사 과정

<관심분야> 재료역학, 생체역학

**윤 영 준 (Young-June Yoon)**

**정회원**



1996년 명지대학교 기계공학  
과 공학사  
2001년 뉴욕시립대학교 기계  
공학과 공학석사  
2005년 뉴욕시립대학교 기계  
공학과 공학박사  
2005년 뉴욕시립대학교 강사  
2006년 텍사스 주립대학교 박  
사후 연구원  
2008년 위싱턴대학교 박사후  
연구원  
2009년 명지대학교 산업대학  
원 객원조교수  
현재 한양대학교 기계공학부  
조교수

<관심분야> 생체역학, 의공학