

비선형 3 User Tomlinson-Harashima 전처리 코딩

3 User Non-Linear Tomlinson-Harashima Precoding

모하마드 아부 하니프 · 조계문 · 이문호 · 신태철

Mohammad Abu Hanif · Kye Mun Cho · Moon Ho Lee · Taechol Shin

요 약

본 논문에서는 세 명의 사용자가 존재하는 채널 환경에서 다중 송수신 안테나 시스템의 송신단에서 모든 사용자, 채널에 대한 정보를 완벽하게 알고 있다는 전제하에 목적지 이외의 인접한 채널이나 사용자로부터의 간섭을 먼저 제거하여 목적지로 정보를 송신하여 각 사용자들은 간섭의 영향을 받지 않도록 하는 비선형 전처리 부호화 기법을 소개하고, 이 중 가장 연구가 활발히 진행되고 있는 Tomlinson-Harashima 코딩에 기반하여 전처리 부호화기를 설계하고, 이의 성능을 더티 페이퍼 코딩 기반의 전처리 부호화기의 성능과 비교 분석하였다.

Abstract

In this letter, in order to reduce the inter-channel interference at the transmitted side, we design the precoder based on Tomlinson-Harashima coding, which is well know for one kind of non-linear precoding schemes, for 3-user MIMO wireless systems. And its performance is also analyzed in comparison with that of the Dirty Paper Coding based precoder.

Key words : Dirty Paper Coding, Tomlinson-Harashima Coding, 3 User MIMO, Inter-Channel Interference

I. 서 론

다중 송수신 안테나 시스템의 송신단에서 채널 정보를 활용한 간섭 제거 기술인 이산 푸리에 변환(Discrete Fourier Transform: DFT)과 회전 유니터리(rotated unitary) 행렬을 곱한 형태의 선형 전처리 코딩과 더티 페이퍼 코딩^[1](Dirty Paper Coding: DPC), Tomlinson-Harashima 코딩^[2](TH Coding) 등과 같은 비선형 전처리 코딩이 3GPP LTE Release 10에서 다루어지고 있다. M. Tomlinson이 Electronics Letters 논문에서 제안한 기법(1971)과 H. Harashima가 IEEE Transactions on Communication 논문에서 제안한 간섭 제거 기법(1972)을 결합한 Tomlinson-Harashima 코

딩은 더티 페이퍼 코딩 기법^[1]에 단순하게 모듈러를 취한 것이다. 2장에서 Tomlinson-Harashima 전처리 코딩(TH Precoding: THP)을 소개하였고, 3장에서는 세 명의 다중 사용자가 존재하는 채널 환경에서의 다중 송수신 시스템을 위한 Tomlinson Harashima 전처리 코딩을 해석하였고, 4장에서 컴퓨터 모의 실험을 통한 이에 대한 결론을 도출하였다.

II. 송신단에서만 채널 정보를 알 경우의 THP

간섭 신호를 송신단에서만 알 경우를 Tomlinson Harashima 전처리 코딩은 그림 1과 같다.

그림 1에서, 송신단 신호가 $x \in \{-1, +1\}$ 일 때 $d_{\max} = 1.5$, 추정 신호 \tilde{x} 가 1임을 보이면,

「이 연구는 한국연구재단의 세계 수준의 연구 중심 대학(WCU R32-2009-000-20014-0)와 기초 연구(FR 2010-0020942)의 지원으로 연구되었음.」

전북대학교 전자정보공학부(Division of Electronics and Information Engineering, Chonbuk National University)

· 논문 번호 : 20110705-065

· 교신저자 : 이문호(e-mail : moonho@jbnu.ac.kr)

· 수정완료일자 : 2011년 7월 28일

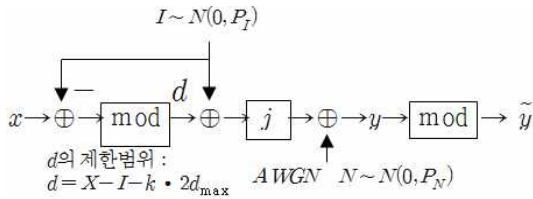


그림 1. TH 전처리 부호화기에서의 나머지 연산
Fig. 1. Modulo operation in TH precoder.

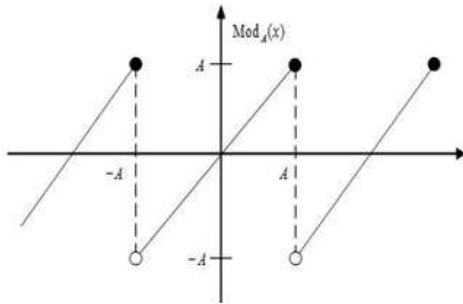


그림 2. x의 실수축에 대해 대칭인 나머지 연산
Fig. 2. Symmetrical modulo operation with respect to x axis.

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= (y + d_{\max}) \bmod(2d_{\max}) - d_{\max} \\ \tilde{x} &= (x - k2d_{\max} + d_{\max}) \bmod(2d_{\max}) - d_{\max} \\ &= [x + (1 - 2k)d_{\max}] \bmod(2d_{\max}) - d_{\max} \\ &= [1 + 1.5] \bmod 3 - 1.5 = 2.5 - 1.5 = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$x=1$ 인 경우, 간섭이 제거되어 추정된 송신 신호 $\tilde{x}=1$ 을 얻는다.

III. 세 명의 다중 사용자 채널에서의 Tomlinson-Harashima 전처리 코딩

기존의 방법은 수신단에서 채널 행렬 h 를 직교 하삼각행렬(LQ) 분해로 다음과 같이 나타낼 수 있고, 채널 $h=Lq$ 라 하면, 수신 신호 y 는

$$\begin{aligned} y &= hq^H x + n = Lqq^H x + n \\ &= Lx + n \quad (\because qq^H = I_{n_r}) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$ 라면, 수신 신호 y 는

$$y = hvx + n = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \\ \vdots \\ h_k^T \end{bmatrix} [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_k] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} + n$$

$$= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{k1} & l_{k2} & \dots & \dots & l_{kk} \end{bmatrix} x + n = Lx + n \quad (3)$$

여기서, $v_i = \frac{h_i^*}{|h_i^*|}$ 이다.

이와 같은 기존의 방법에 비직교 행렬인 Jacket 행렬을 적용하여 확대할 수 있는 직교 하삼각행렬 대각(Diagonalized LQ: DLQ) 분해를 제안, 이를 이용한 Jacket Tomlinson Harashima 전처리 과정은 다음과 같다. 수신단에서, 수신 신호가 $y=q^H h x + z$ 일 때, 직교 하삼각행렬 대각(Diagonalized LQ: DLQ) 분해할 때, 크기가 4×4인 Jacket 행렬(*부록)에서의 대각 원소{1, -2, -2}을 취하면

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_1^{JL} \\ h_2^{JL} \\ h_3^{JL} \end{bmatrix} q^H x + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ -2l_{21} & -2l_{22} & 0 \\ -2l_{31} & -2l_{32} & -2l_{33} \end{bmatrix} qq^H \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

첫 번째 사용자가 수신하는 신호는 식 (4)로부터 $y_1 = l_{11}x_1 + z_1$ 이고, $x_1 = \tilde{x}_1$ 일 때 송신단에서의 간섭이 없다. 마찬가지로, 두 번째 사용자가 수신하는 신호를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$y_2 = -2l_{21}x_1 - 2l_{22}x_2 + z_2 = -2l_{21}\tilde{x}_1 - 2l_{22}x_2 + z_2 \quad (5)$$

식 (3)과 같은 두 번째 사용자 수신 신호에 전처리 부호화를 하게 되면, 송신단의 간섭 성분인 $l_{21}x_1$ 과 $l_{21}\tilde{x}_1$ 를 다음과 같이 제거할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} y_2 &= -2l_{22}\tilde{x}_2, \quad -2l_{22}\tilde{x}_2 = -2l_{21}\tilde{x}_1 - 2l_{22}x_2, \\ x_2 &= \tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}\tilde{x}_1 \end{aligned} \quad (6)$$

세 번째 사용자가 수신하는 신호에도 마찬가지로 적용하면,

$$y_3 = -2l_{31}x_1 - 2l_{32}x_2 - 2l_{33}x_3 + z_3 \quad (7)$$

여기서 전처리 부호화된 신호 x_1 과 x_2 는 전송단에서 다음과 같은 전처리 부호화 과정을 통해 제거될 수 있는 간섭 성분이다. 즉,

$$\begin{aligned}
 -2l_{33}\tilde{x}_3 &= -2l_{31}x_1 - 2l_{32}x_2 - 2l_{33}x_3 \\
 \Rightarrow x_3 &= \tilde{x}_3 - \frac{2l_{31}}{2l_{33}}x_1 - \frac{2l_{32}}{2l_{33}}x_2.
 \end{aligned} \quad (8)$$

모듈러를 취하면 식 (6), (8)으로부터 다른 사용자로부터의 간섭이 없이 신호를 보낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_1^{JTH} &= \text{mod}(x_1) = \tilde{x}_1, \\
 \tilde{x}_1 &= \text{mod}(y_1), \\
 x_2^{JTH} &= \text{mod}(x_2) = \text{mod}_A\left(\tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}x_1\right), \\
 \tilde{x}_2 &= \text{mod}(y_2), \\
 x_3^{JTH} &= \text{mod}(x_3) = \text{mod}_A\left(\tilde{x}_3 - \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1 - \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2\right), \\
 \tilde{x}_3 &= \text{mod}(y_3).
 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (7)을 정리하면

$$\begin{aligned}
 x_1^{JTH} &= \text{mod}_A(x_1) = \tilde{x}_1, \\
 x_2^{JTH} &= \text{mod}_A\left(\tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}x_1^{JTH}\right) \\
 &= \tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}\tilde{x}_1 + 2A \cdot m_2 + j2A \cdot n_2.
 \end{aligned} \quad (10)$$

(여기서 $\text{mod}_A(x) = x + 2A \cdot m + j2A \cdot n$)
마찬가지로,

$$\begin{aligned}
 x_3^{JTH} &= \text{mod}_A\left(\tilde{x}_3 - \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1^{JTH} - \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2^{JTH}\right) \\
 &= \tilde{x}_3 - \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1^{JTH} - \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2^{JTH} \\
 &\quad + 2A \cdot m_3 + j2A \cdot n_3.
 \end{aligned} \quad (11)$$

따라서, 시스템에서 보낸 신호는

$$q^H x^{JTH} = q^H [x_1^{JTH} \ x_2^{JTH} \ x_3^{JTH}]^T,$$

첫 번째 사용자가 받은 신호는 $x_1^{JTH} = \tilde{x}_1$ 이다.

이를 두 번째 사용자에 대해서 적용하면,

$$\begin{aligned}
 y_2 &= l_{21}x_1^{JTH} + l_{22}x_2^{JTH} + z_1 \\
 &= l_{21}\tilde{x}_1 + l_{22}x_2^{JTH} + z_1 \\
 &= l_{21}\tilde{x}_1 + l_{22}\left(\tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}}\tilde{x}_1 + 2Am_2 + j2An_2\right) + z_1 \\
 &= l_{21}\tilde{x}_1 + l_{22}\tilde{x}_2 - l_{21}\tilde{x}_1 + l_{22}(2Am_2 + j2An_2) + z_1 \\
 &= l_{22}(\tilde{x}_2 + 2Am_2 + j2An_2) + z_1.
 \end{aligned}$$

여기서, $\tilde{y}_2 = \frac{y_2}{l_{22}}$ 으로 치환하면,

$$\tilde{y}_2 = \frac{y_2}{l_{22}} = \tilde{x}_2 + 2A \cdot m_2 + j2A \cdot n_2 + \frac{z_2}{l_{22}}. \quad (12)$$

복호기의 모듈러가 $-A \leq \tilde{x}_2 + \frac{z_2}{l_{22}} < A$ 를 만족한다고 한다면,

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_2 &= \text{mod}_A(\tilde{y}_2) \\
 &= \tilde{y}_2 - 2A \left\lfloor \frac{(\tilde{y}_2 + A + jA)}{2A} \right\rfloor \\
 &= \tilde{y}_2 - 2A(m_2 + jn_2) \\
 &= \tilde{x}_2 + 2Am_2 + j2An_2 + \frac{z_2}{l_{22}} - 2Am_2 - j2An_2 \\
 &= \tilde{x}_2 + \frac{z_2}{l_{22}}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

이를 다시 세 번째 사용자에 대해서 적용하면,

$$\begin{aligned}
 y_3 &= l_{31}x_1^{JTH} + l_{32}x_2^{JTH} + l_{33}x_3^{JTH} + z_3 \\
 &= l_{33}\left(\tilde{x}_3 - \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1^{JTH} - \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2^{JTH} + 2Am_3 + j2An_3\right) \\
 &\quad + l_{31}x_1^{JTH} + l_{32}x_2^{JTH} + z_3 \\
 &= l_{31}x_1^{JTH} + l_{32}x_2^{JTH} + l_{33}(\tilde{x}_3 + 2Am_3 + j2An_3) \\
 &\quad - l_{33} \times \frac{l_{31}}{l_{33}}x_1^{JTH} - l_{33} \times \frac{l_{32}}{l_{33}}x_2^{JTH} + z_3 \\
 &= l_{33}(\tilde{x}_3 + 2Am_3 + j2An_3) + z_3.
 \end{aligned} \quad (14)$$

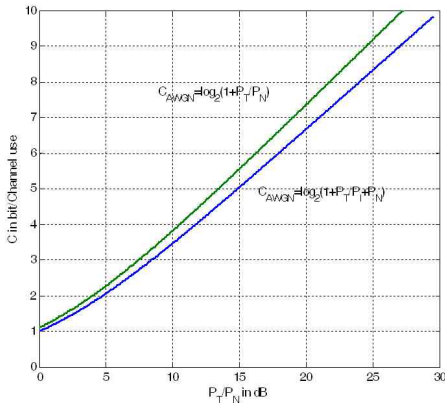
따라서, 최종적으로 수신된 신호는

$$\tilde{y}_3 = \frac{y_3}{l_{33}} = \tilde{x}_3 + 2Am_3 + j2An_3 + \frac{z_3}{l_{33}}. \quad (15)$$

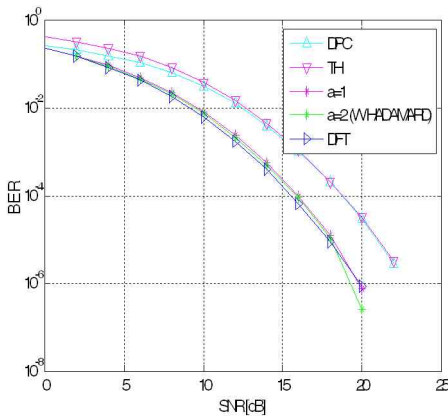
$$\begin{aligned}
 \hat{x}_3 &= \text{mod}_A(\tilde{y}_3) \\
 &= \tilde{y}_3 - 2A \left\lfloor \frac{(\tilde{y}_3 + A + jA)}{2A} \right\rfloor \\
 &= \tilde{y}_3 - 2A(m_3 + jn_3) \\
 &= \tilde{x}_3 + 2Am_3 + j2An_3 + \frac{z_3}{l_{33}} - 2Am_3 - j2An_3 \\
 &= \tilde{x}_3 + \frac{z_3}{l_{33}}.
 \end{aligned} \quad (16)$$

IV. 컴퓨터 모의 실험 및 결론

그림 3(a)는 간섭 유무에 따른 Tomlinson-Hara-



(a) 간섭 유무에 따른 THP의 채널 용량
 (a) Channel capacity in the presence of the inter-channel interference



(b) TH와 DPC 전처리 코딩의 성능 비교, 분석
 (b) Performance comparison of precoders based on TH and DPC

그림 3. THP 채널 용량 및 성능 분석
 Fig. 3. Channel capacity and performance analysis.

shima 전처리 코딩의 채널 용량을, 그림 3(b)는 더티 페이퍼 코딩과 Tomlinson-Harashima 코딩에 기반한 전처리 코딩의 성능 비교 분석을 나타낸다.

송신단에서 인접 채널에서의 간섭 유무에 따른 채널 용량의 차이를 확인하였으며, 비트 오류율 관점에서 더티 페이퍼 코딩과 Tomlinson-Harashima 코딩의 성능이 거의 유사했다. 이는 Tomlinson-Harashima 코딩이 더티 페이퍼 코딩에 모듈러를 결합한 데에 기인한다. 또한, 같은 연유로 Tomlinson-Harashima 코딩의 경우 모듈러 손실이 발생하는데, 이로 인한 오류가 송신단으로 피드백되어 더티 페이퍼 코딩에 비해 성능이 저하됨을 알 수 있었다. 재킷 행렬 기반

의 Tomlinson-Harashima 전처리 코딩 기법의 성능이 좋게 나타난 것은 인접 비직교 채널 사이의 상관에 기인한 것이다.

감사의 말씀

식 (4) 관련; 3대가 일본 동경대학 교수로 천재 집안이라 불리는 H. Harashima 교수(TH Precoding 발견)의 1989년 본 교신저자의 학위논문 심사위원장으로 참여, 중앙 가중치 아다마르 행렬에 대한 조언과 지도를 했고, 그 후 새로운 재킷 행렬로 일반화 하는 계기가 마련되었기에 이에 감사드립니다.

부 록

재킷 행렬 참고문헌 [3], [4]는

$$[J]_4 = \begin{bmatrix} a & b & b & a \\ b-c & c & -b & \\ b & c & -c-b & \\ a-b-b & a & & \end{bmatrix}, [J]_4^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & b^{-1} & b^{-1} & a^{-1} \\ b^{-1} & -c^{-1} & c^{-1} & -b^{-1} \\ b^{-1} & c^{-1} & -c^{-1} & -b^{-1} \\ a^{-1} & -b^{-1} & -b^{-1} & a^{-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$a=b=1$ 이면 아다마르 행렬이고, $c=2$ 이면 중앙 가중치 아다마르 행렬이다.

재킷 행렬은 쉽게 역행렬을 구할 수 있다는 것이 가장 큰 특징이다. 주어진 행렬의 열과 행을 바꾸고 (transpose), 각 원소의 역(逆)을 취해 주면 된다.

즉,

$$[J]_N [J]_N^{-1} = [I]_N \quad \blacksquare \quad (18)$$

참 고 문 헌

- [1] M. H. M. Costa, "Writing on dirty paper", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, no. 3, Mar. 1983.
- [2] Y. Cho, J. Kim, W. Yang, and G. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*, John Wiley & Sons(Asia) Pte Ltd., pp. 373- 417, 2010.
- [3] Moon Ho Lee, "The center weighted Hadamard transform", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 36, no. 9, Sep. 1989.
- [4] Moon Ho Lee, "A new reverse jacket transform and its fast algorithm", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, vol. 47, no. 1, Jan. 2000.