

WBK의 구조적 특성에 대한 와이어 굴곡 효과[§]

이 기 원* · 강 기 주**

* 전남대학교 기계시스템공학부

Effect of Strut Waviness on Structural Performance of Wire-Woven Bulk Kagome Cores

Ki Won Lee* and Ki-Ju Kang**

* School of Mechanical System Engineering, Chonnam National Univ.

(Received April 18, 2011 ; Revised June 30, 2011 ; Accepted July 4, 2011)

Key Words : WBK(Wire-Woven Bulk Kagome: 와이어 직조 카고메), Mechanical Property(기계적 특성), Effect of Waviness(굴곡 효과), Brazed Part(브레이징 접합부), Periodic Boundary Conditions(주기 경계조건)

초록: 기존의 WBK(와이어 직조 카고메)의 기계적 강도와 강성은 WBK를 구성하는 요소가 반듯하다는 가정 아래에서 계산되었다. 실제 WBK의 요소는 3차원 나선형상을 이루고 있어 계산된 이론 해와 실험 결과값과 차이를 보인다. 이번 연구에서는 정확한 WBK의 기계적 강도와 강성을 위해 하나의 트러스 요소의 굴곡 효과와 브레이징 접합 부를 고려하여 계산하였다. 또한 예측한 이론 해의 검증을 위한 경계주기조건(PBC) 유한요소해석을 수행하여 실험 결과값과 비교 분석하였다.

Abstract: Since the mechanical strength and stiffness of wire-woven bulk Kagome (BK) have been theoretically estimated by assuming that WBK is composed of straight struts, the analytical solutions occasionally give substantial errors as compared with the experimental results. The struts of WBK are helically formed, which results in errors in the estimations. In this study, for accurately predicting the mechanical properties of WBK, the effects of waviness and brazed part are taken into account for estimating the strength and stiffness of WBK. The results are compared with the measured experimental results and the results estimated by a finite element analysis performed on a unit cell under periodic boundary conditions (PBC).

1. 서론

일반적으로 발포금속은 불규칙한 구조로 인하여 기계적 강도가 낮고 소재의 가격이 높은 반면, 규칙적 다공질 금속(PCM)은 일정한 주기와 개방형 구조로 인하여 높은 비강성, 비강도, 다양한 기능성 때문에 제조기술 개발과 기계적 특성 평가에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.⁽¹⁾

Lee와 Kang 등은 와이어로 구성된 일종의 트러스 PCM인 Wire-woven Bulk Kagome(WBK)를 제안하였다.⁽²⁾ 기존의 트러스 구조와 달리 피아노선과 같이 높은 강도를 가진 와이어로 제작을 할 수 있

을 뿐 아니라, 적층공정 없이 다층으로 만들 수 있다는 장점이 있다.

기존 연구에서 Concave WBK,^(2,3) Convex WBK,⁽⁴⁾ Tube WBK,⁽⁵⁾ Partially-filled WBK⁽⁶⁾ 등 여러 종류의 WBK를 제작하여 열전달, 촉매, 에너지흡수 등 다양한 부분에 적용하여 기계적 특성 평가를 수행하였다.^(7,8) Fig.1은 Concave type (오목형), Convex type (볼록형), Tube, Partially-filled WBK 시편의 모습이다.

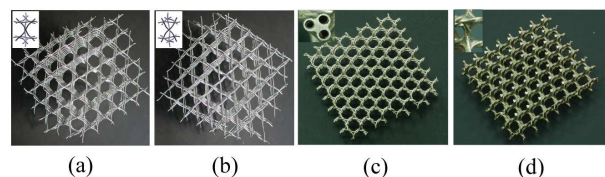


Fig. 1 (a) Concave type of WBK (b) Convex type of WBK (c) Tube WBK (d) Partially-filled WBK

§ 이 논문은 2011년도 대한기계학회 재료 및 파괴부분 춘계학술대회(2011. 4. 21.-22., 제주대) 발표논문임
† Corresponding Author, kjkang@chonnam.ac.kr
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

하지만, WBK 트러스 PCM의 이론적 해석을 이상적 Kagome 트러스라 가정하여 수행하였기 때문에 실험데이터와 비교했을 때 상당한 차이를 보인다. 등가 탄성계수(Effective Young's modulus)는 Kagome 트러스와 WBK를 비교하였을 때, 약 2배 정도의 차이를 보였다. 등가 압축강도의 경우에는 오목형과 볼록형 WBK를 비교하였을 때, 이론적 해석은 차이가 없지만, 실제 실험데이터에서는 세장비에 따라 오목형 WBK가 볼록형 WBK보다 약 5~20% 정도의 높은 것으로 보고되었다.^(3,4)

최근 Queheillalt 등은 철망적층 다공질 금속(metal textile lattice core)의 기계적 특성을 예측하기 위해서 와이어의 굴곡효과를 반영한 식을 유도하였다. 철망적층 다공질금속을 구성하는 와이어는 2차원 평면상태에서 삼각함수 형태를 갖고, 굴곡효과로 강성과 강도가 단순적층 시 보다 20% 감소하는 결과를 보였다.⁽⁹⁾

Park 등⁽¹⁰⁾은 WBK를 구성하는 단위 셀의 한 와이어의 길이방향 하중을 고려하여 이론해와 FEA 해석을 하여 실험데이터와 비교를 하였다. 등가 압축강도와 등가 탄성계수를 Kagome 트러스와 비교하면 감소하고, 오목형이 볼록형보다 세장비의 증가에 따라 차이를 보였다.

본 연구에서는 WBK의 사면체를 이루는 하나의 와이어 요소를 길이방향 하중과 전단방향 하중을 동시에 고려한 이론해를 구하였다. WBK의 단위 셀을 이용하여 Periodic Boundary Condition (PBC) 모델로 유한요소해석을 수행하였으며, 실험데이터와 비교하여 이론 해를 검증하였다.

2. 이론 해석

2.1 기존 이론 해석

2.1.1 등가 압축강도

WBK를 이상적인 Kagome 트러스로 가정하여 압축강도의 이론 해와 트러스 요소의 탄성 및 소성 좌굴에 의해 파손응력을 식 (1)~(3)와 같이 유도하였다.⁽³⁾

$$\sigma_y^c|_{\text{elastic buckling}} = \frac{\sqrt{2}\pi^3}{128} k^2 E \left(\frac{d}{c}\right)^4 \quad (1)$$

$$\sigma_y^c|_{\text{inelastic buckling}} = \frac{\sqrt{2}\pi^3}{128} k^2 E_i \left(\frac{d}{c}\right)^4 = \frac{\sqrt{2}}{8} \pi \sigma_i \left(\frac{d}{c}\right)^2 \quad (2)$$

$$\sigma_y^c|_{\text{plastic buckling}} = \frac{\sqrt{2}}{8} \pi \sigma_o \left(\frac{d}{c}\right)^2 \quad (3)$$

여기서, σ_o 와 E 는 소재의 항복응력과 탄성 계수이며, d 는 와이어의 직경, c 는 트러스 요소의

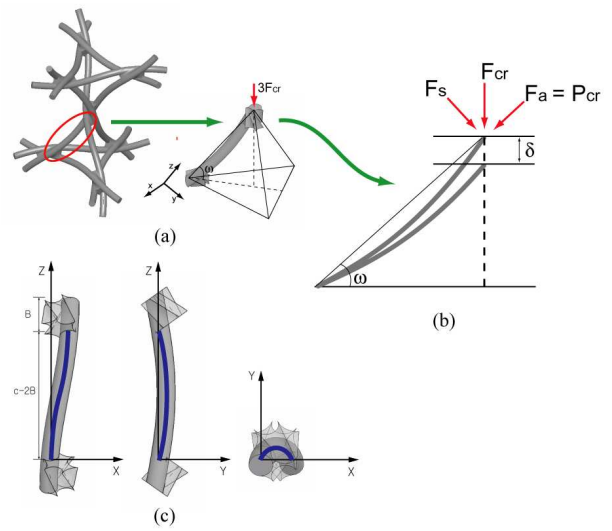


Fig. 2 (a) A single strut of the unit cell of WBK (b) Sketch of deformation of a single strut of the WBK core under compression load (c) Configurations of a half pitch of single wire projected on two-dimensional plane

길이를 나타낸다. E_i 는 소재의 응력-변형률 곡선에서 $E_i = \partial\sigma/\partial\varepsilon$ 으로 정의되며, k 는 경계 지지조건에 따른 상수이다.

2.1.2 등가 탄성계수

Lee와 Kang⁽¹¹⁾은 이상적인 Kagome 트러스의 등가 탄성계수에 대한 다음 식을 유도하였다.

$$E_e = \frac{3\sqrt{2}}{40} \pi \times E \left(\frac{d}{c}\right)^2 \quad (4)$$

여기서, E_e 와 E 는 각각 등가 탄성계수와 와이어 소재의 탄성계수를 나타낸다.

2.2 수정 이론 해석

2.2.1 최대굽힘모멘트

WBK 트러스 하나의 요소에 대한 최대굽힘모멘트는 브레이징 부의 영향을 고려하여 양단고정이라 가정하고, 요소가 스프링처럼 3차원으로 굴곡되어 있으므로 2차원으로 투영시켜 힘, 변형계와 기하학적 조건을 통해 힘과 모멘트의 반력을 계산하였다. 이는 이전 연구⁽¹⁰⁾에서 수행하였던 축방향 하중만 고려하여 계산한 결과와 동일하나, 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 사면체를 이루는 면의 방향 요소에 길이방향 하중과 전단방향 하중을 고려하여 계산하였다.

와이어의 3차원 형상을 투영시켜 삼각함수로 표현하여, 각각의 좌표축에 대해서 $M_y(z)$, $M_x(z)$, T 식을 구하면, 다음과 같다

$$M_y(z) = -F_a \left(c_1 \cos \lambda z + c_2 \sin \lambda z + a(J-1) \cos \frac{\pi(z+B)}{c} \right) \quad (5)$$

$$M_x(z) = -F_a \left(c_3 \cos \lambda z + c_4 \sin \lambda z + a(1-J) \sin \frac{\pi(z+B)}{c} - \frac{3\sqrt{2}}{16} \{2z - (c-2B)\} \left(\frac{d}{c-2B} \right)^2 \right) \quad (6)$$

$$T = R' \cdot a \left[\sin \frac{\pi(z+B)}{c} - \sin \frac{\pi B}{c} \right] \quad (7)$$

여기서, a 는 나선 반경, B 는 브레이징 부의 높이, c 는 요소의 길이를 나타내며, c_1, c_2, c_3, c_4 는 경계조건에 의한 계산되는 상수이다. 수식을 간단히 정리하기 위해 λ, J 로 치환하고, R' 은 다음과 같다.

$$\lambda = \sqrt{\frac{F_a}{EI}}, \quad J = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \left(\frac{\pi}{c}\right)^2}, \quad R' = -F_a \left(\frac{2a \cos \frac{\pi B}{c}}{c-2B} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \left(\frac{d}{c-2B} \right)^2 \right)$$

$M_x(z)$ 은 요소의 전단방향 하중 F_s 와 δ 의 관계로부터 나오는 모멘트 항을 고려하여 계산되었고, Fig. 2(b)와 같이 F_a 와 F_s 의 관계는 다음과 같다.⁽¹²⁾

$$F_s = \frac{3}{4} \left(\frac{d}{c-2B} \right)^2 \frac{\cos \omega}{\sin \omega} F_a$$

굽힘모멘트는 비틀림모멘트 영향을 포함하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M = \frac{1}{2} \times \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + T^2}$$

2.2.2 등가 압축강도

와이어가 완전소성(perfectly plastic)거동이 일어난다고 가정하여 굽힘모멘트(Bending moment)와 축력(Axial force)가 결합된 방정식⁽¹³⁾를 이용하였다.

$$\left(\frac{P}{P_o} \right)^2 + \left(\frac{M}{M_o} \right) = 1 \quad P_o = \frac{\pi d^2 \sigma_{yp}}{4}, \quad M_o = \sigma_{yp} \cdot Z = \frac{d^3 \sigma_{yp}}{6}$$

여기서, σ_{yp} 는 재료의 항복응력, A 와 d 는 와이어의 단면적과 직경을 나타내고, Z 는 완전소성 시 단면계수를 나타낸다.

위 식은 굽힘모멘트가 최대인 지점에서 파괴가 일어난다고 가정하였다. 이를 통해 와이어가 파손이 일어나는 길이방향 하중 P_{cr} 을 구할 수 있으며, WBK를 이루는 사면체에 작용하는 임계 압축하중 F_{cr} 을 계산할 수 있다.

등가 압축강도는 임계 압축하중을 WBK의 단위셀 유효면적 A_s 로 나누어 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\sigma_c = \frac{3F_{cr}}{A_s} = \frac{3}{2\sqrt{3}c^2} \left(P_{cr} \sin \omega + \frac{3\sqrt{2}}{8} P_{cr} \left(\frac{d}{c-2B} \right)^2 \cos \omega \right) \quad (8)$$

2.2.3 등가 탄성계수

WBK의 등가 탄성계수는 Castigliano's second theorem을 이용하여 계산하였다. 먼저, 굴곡된 와이어의 길이방향 변형량을 계산하면,

$$\delta_a = \left[\frac{1}{AE_s} \int_0^{c-2B} F_a \frac{\partial F_a}{\partial F_a} dz + \frac{1}{E_s I} \int_0^{c-2B} M_x \frac{\partial M_x}{\partial F_a} dz + \frac{1}{E_s I} \int_0^{c-2B} M_y \frac{\partial M_y}{\partial F_a} dz + \frac{1}{AG_s} \int_0^{c-2B} R' \frac{\partial R'}{\partial F_a} dz + \frac{1}{JG_s} \int_0^{c-2B} T \frac{\partial T}{\partial F_a} dz \right] \quad (9)$$

여기서, F_a 는 와이어에 작용하는 길이방향 하중, c 는 WBK를 구성하는 사면체의 한 요소의 길이, d 는 와이어의 직경, B 는 브레이징 접합 부의 길이, I 는 2차관성 모멘트, G_s 는 전단탄성계수, J 는 극관성 모멘트이고, E_s 는 와이어의 탄성계수로 SUS304인 경우 200 GPa으로 계산하였다.

M, R', T 는 길이방향 하중 F_a 와 전단방향 하중 F_s 를 고려하여 계산하고, $E_e = \sigma_e / \epsilon$ 의 관계를 적용하여 등가 탄성계수를 구하면 다음과 같다.

$$E_e = \frac{3F/A_s}{\delta/h} = \frac{3F_a}{\delta_a \cdot c} \left(\frac{\sqrt{2}}{6} \sin^2 \omega + \frac{1}{8} \left(\frac{d}{c-2B} \right)^2 \sin \omega \cos \omega \right) \quad (10)$$

여기서, h 는 WBK를 구성하는 사면체의 높이를 나타낸다.

3. 유한 요소 해석

등가 압축강도와 등가 탄성계수 값을 검증하기 위해 주기경계조건 Periodic Boundary Condition (PBC)을 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 3은 와이어와 브레이징 부가 포함된 WBK의 단위 셀의 PBC 모델이며, 유한요소 생성 소프트웨어인 Patran 2005으로 제작하고, 유한요소 해석 소프트웨어인 ABAQUS ver. 6.9를 이용하여 해석하였다.

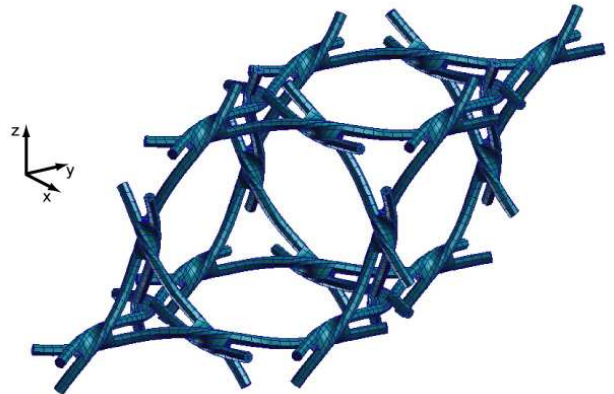


Fig. 3 Finite element model of WBK unit cell with Periodic Boundary Conditions (PBCs)

Table 1 The geometric parameters of the wires composing WBK used for finite element analyses

| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------------|----------|------|------|------|------|
| Geometric parameters | d (mm) | 0.78 | 0.78 | 0.78 | 0.78 |
| | c (mm) | 5.35 | 6.45 | 8.1 | 12.6 |

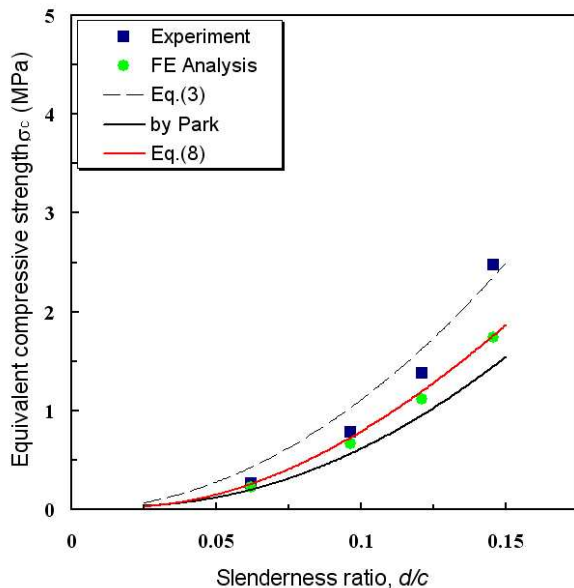


Fig. 4 Analytic solutions, FE analysis and Experiment results of equivalent compressive strength of WBK truss

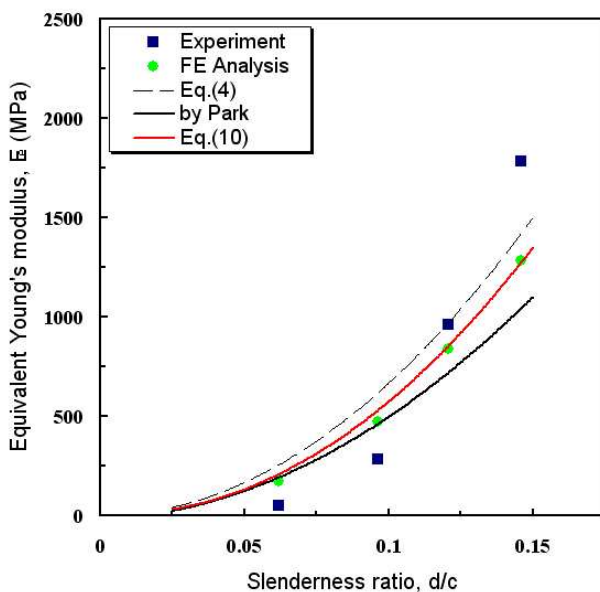


Fig. 5 Analytic solutions, FE analysis and Experiment results of equivalent Young's modulus of WBK truss

와이어 부분은 원형인 와이어의 형상을 따라 브레이징 부와 분리하여 정밀하게 모사하였다. 와이

어와 브레이징 부는 모두 15 절점 솔리드 요소 (C3D15)로 모사하여, 총 8280 개의 요소와 31284 개의 절점을 갖는다.

동일한 와이어의 직경에 WBK 를 구성하는 사면체 요소의 길이에 변화를 주어 Table 1 에서와 같이 4 종류의 세장비(d/c)에 대해 해석하였고, 재료의 물성은 완전소성(perfectly plastic)과피를 한다고 가정하여 탄성계수는 200 GPa, 항복응력은 200 MPa 대입하여 해석을 수행하였다.

4. 결과 및 비교

4.1 등가 압축강도

이론 해와 FE 해석을 비교 하기 위해 Lee 등⁽⁴⁾의 연구를 참조하였다. Lee 등은 WBK 를 구성하는 나선형 와이어의 직경과 피치의 변화, WBK core 의 layer 수 변화, plate 와 core 접촉조건에 따른 압축실험 수행하여 다양한 조건하의 WBK 의 압축 거동에 대해 연구하였다.

앞서 예측한 이론 해와 WBK 트러스의 단위 셀을 이용하여 PBC 해석을 한 결과와 실험 결과를 Fig. 4 에 비교하였다. 실험값은 Lee 등의 연구 내용 중에서 SUS304 로 WBK 압축 실험을 하여 구한 초기 항복강도를 기준으로 하였다.

등가 압축강도를 비교하면, 굴곡효과로 인해 식 (3)으로 계산된 이상적인 Kagome 트러스 PCM 의 압축강도보다 감소한다. 하지만 Park 등⁽¹⁰⁾의 연구에서 트러스 요소에 작용하는 축방향 하중만 고려하여 굽힘모멘트를 계산하여 요소의 파손응력을 예측하여 계산한 WBK 의 등가 압축강도 보다 높음을 알 수 있다.

식 (8)으로 계산된 이론 해와 FE 해석과 실험 결과값을 비교하면, 세장비에 따라 동일한 경향을 보이며 증가함을 알 수 있다. 반면, 세장비의 증가에 따라 실험 결과와 FE 해석 결과와 이론 해의 값의 오차가 커짐을 볼 수 있다. 이는 이론 해와 FE 해석을 완전 소성 거동으로 가정한데 반해, 실험은 시편을 제작한 재료는 SUS304 로 항복 이후 가공경화가 매우 많기 때문으로 생각한다.

4.2 등가 탄성계수

이전 연구에서는 식 (4)을 이용하여 계산된 이상적인 Kagome 트러스 PCM 의 등가 탄성계수보다 계산된 이론 해가 세장비의 증가에 따라 차이가 커짐을 보였다.

하지만 이번 연구에서 식 (10)으로 계산된 등가 탄성계수는 식 (4)로 계산된 값과 큰 차이를 보이

진 않았고, FE 해석 결과와 비교하면 세장비에 따라 비슷하게 증가하는 경향을 보였다. 그러나 실험 결과 값과는 많은 차이를 보이는데 실제 압축 실험을 수행할 때 시편의 변위량을 측정하는 extensometer를 시편에 장착하지 않고 실험기의 변위 출력 데이터를 이용하였기 때문에 등가 탄성계수의 측정에 오차가 있을 것으로 생각된다. 이는 실험 시편을 제작하여 extensometer를 장착하여 추가 압축실험을 할 예정이다.

5. 결론

본 논문에서는 와이어의 굴곡 효과와 브레이징부의 영향, WBK를 구성하는 사면체의 요소의 길이방향 하중과 전단방향 하중을 고려하여 이론적인 등가 압축강도, 등가 탄성계수를 예측하였다.

예측한 이론 해의 검증을 위해 여러 세장비(d/c)에 따른 PBC 모델을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였고, 기존의 WBK의 실험데이터들과 비교해 보았다. 이를 통해 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) WBK 트러스 PCM의 등가 압축강도와 등가 탄성계수는 굴곡효과에 의해 이상적인 Kagome 트러스 PCM보다 감소한다.

(2) WBK 트러스의 등가 압축강도와 등가 탄성계수는 세장비에 따라 증가한다.

(3) WBK를 구성하는 사면체의 요소의 전단방향 하중을 고려하였기 때문에 이전 연구보다 더 정확한 이론 해를 예측할 수 있었고, 실제의 WBK의 단위 셀을 이용하여 유한요소해석을 한 결과와 실험 결과값을 비교하여 계산한 등가 압축강도와 등가 탄성계수를 검증하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 국가지정연구실사업(R0A-2006-000-10249-0)의 지원을 받아 수행하였습니다. 그리고 유한요소해석을 수행하는데 많은 도움을 주신 이민근 연구원님께 감사의 말씀을 드립니다.

참고문헌

(1) Wadley, H.N.G., Fleck, N.A. and Evans, A.G., 2003,

- “Fabrication and Structural Performance of Periodic Cellular Metal Sandwich Structures,” *Composite Science and Technology*, Vol. 63, pp. 2331~2343.
- (2) Kang, K. J. and Lee, Y. H., 2005, “Three-Dimensional Cellular Light Structures Directly Woven by Continuous Wires and the Manufacturing Method of the Same,” US Patent Pending (Application 10/578,421).
- (3) Lee, Y.H., Lee, B.K., Jeon, I. and K Kang, J., 2007, “Wire-Woven Bulk Kagome (WBK) Truss Cores,” *Acta Materialia*, Vol. 55, pp. 6084~6094
- (4) Lee, B.K. and Kang, K.J., 2008 “Effect of Geometrical Parameters On Compressive Characteristics of Wire-woven Bulk Kagome Truss PCMs,” *J. of the Korean Society of Mechanical Engineers*, pp. 88~93
- (5) Lee, B. K. and Kang, K. J., 2009, “Compressive Strength of Tube-Woven Kagome Truss Cores,” *Scripta Materialia*, Vol. 60, pp. 391~394
- (6) Kang, K. J., 2009, “A Wire-woven Cellular Metal of Ultrahigh Strength,” *Acta Materialia*, Vol. 57, pp. 1865~1874
- (7) Choi, B. C., Jeong, J. W., Joo, J. H. and Kang, K. J., 2009, “A Feasibility Study of Wire-Woven Cellular Metal as Catalytic Support Material,” *Advanced Engineering Materials*, Vol.11, pp.536~540
- (8) Li, M. Z., Stephani, G. and Kang, K. J., 2011, “New Cellular Metals with Enhanced Energy Absorption: Wire-woven Bulk Kagome (WBK)-Metal Hollow Sphere (MHS) Hybrids,” *Advanced Engineering Materials*, Vol.13, No.1-2, pp.33~37
- (9) Queheillalt, D. T., Deshpande, V. S. and Wadley, H. N. G., “Truss Waviness Effects in Cellular Lattice Structures,” *J. of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 2, pp. 1657~1675
- (10) Park, J. S., Joo, J. H., Lee, K. W. and Kang, K. J., 2010, “Truss Waviness Effects on Mechanical Behaviors of WBK,” *The Spring Conference of KSME*, Chun-cheon, pp. 297~302
- (11) Lee, B.K. and Kang, K.J., 2010, “A Parametric Study on Compressive Characteristics of Wire-Woven Bulk Kagome Truss Cores,” *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 445~453
- (12) Finnegan, K., Kooistra, G., Deshpande, V.S. and Wadley, H.N.G., 2007, “The Compressive Response of Carbon Fiber Composite Pyramidal Truss Sandwich Cores,” *Int. J. of Materials Research*, Vol.98, pp.1264~1272
- (13) Prager, W., 1959, “An Introduction to Plasticity,” Addison-Wesley