

# 추계적 계획법을 이용한 수술실 예약 모델과 Newsvendor 비율의 자원 효율성에 대한 영향 분석\*

민 대기\*\*

Stochastic Programming Approach to Scheduling Elective  
Surgeries and the Effects of Newsvendor Ratio  
on Operating Room Utilization

Daiki Min\*\*

## ■ Abstract ■

The purpose of this paper is to schedule elective surgery patients using a stochastic programming approach and to illustrate how operating room utilization behaves when a decision-maker varies costs associated with utilization. Because of the uncertainty in surgery durations, the underage and overage costs that a decision-maker considers plays an important role in allocating surgery cases into available operating room capacity. We formulate the problem as a stochastic mixed integer programming and propose a sampling-based approximation method for a computational purpose. Newsvendor model is employed to explain the results from numerical experiments that are conducted with the actual data from a hospital. The results show that the operating room utilization is more sensitive when the unit overtime cost is relatively larger than the unit cost for underutilized time.

Keywords : Elective Surgery Schedule, Cost of Utilization, Stochastic Programming, Newsvendor Model

논문접수일 : 2011년 03월 04일    논문수정일(1차 : 2011년 06월 24일, 2차 : 07월 13일)

논문게재확정일 : 2011년 07월 13일

\* 이 연구는 2010학년도 이화여자대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임.

\*\* 이화여자대학교 경영학과

## 1. 서 론

예약 수술(elective surgery)을 위한 대기시간(waiting time)은 환자, 병원, 그리고 보건관계자들의 공통된 주요 관심사이다[12]. 수술 대기시간을 단축하고 적절한 환자 치료를 위하여 병원들은 효율적으로 예약 수술을 스케줄해야 한다. 이와 관련하여 의료분야에서는 예약 수술의 스케줄링 문제(scheduling elective surgery schedule)에 대하여 많은 연구가 있다[5, 11, 15, 17].

효율적인 수술 스케줄은 수술실(Operating Room : OR)의 효율성을 최대화함으로써 환자의 대기시간을 줄이기 위하여 최대한 많은 환자를 처리할 수 있어야 한다. 하지만 수술 시간의 불확실성이라는 요소에 의하여 효과적인 수술 스케줄을 생성하는 것은 매우 어려운 문제이며 많은 연구자들은 수술 시간을 정확하게 예측하는 것이 효율적으로 환자를 수술 자원에 할당하기 위하여 가장 중요한 요소로 고려하고 있다[16]. 하지만 최근의 많은 연구는 정확한 수술 시간의 예측이 수술 자원의 효율적 활용을 위한 유일한 요소가 아님을 밝히고 있다. 정확한 수술 시간의 예측보다는 수술 시간의 불확실성을 고려한 스케줄의 생성이 더 중요하게 고려되고 있다[8, 10, 19].

수술 시간의 불확실성에도 불구하고 일반적으로 의사 결정자(decision-maker)는 평균 수술시간을 기준으로 수술환자를 수술실에 할당하는데 결국 실제 수술에 소요된 시간보다 적게 또는 더 많이 수술실을 예약한 결과를 불러온다. 만일 실제 소요시간 보다 적게 수술실을 예약하면(또는, 너무 많은 환자를 허용된 수술실 예약 시간에 할당하면) 스케줄 초과(schedule overrun)에 따른 비용이 발생하고, 반대로 너무 많은 시간을 예약하면(또는 너무 적은 수의 환자를 허용된 수술실 예약 시간에 할당하면), 수술실의 유휴시간(idle time)에 의한 비용이 발생한다[23]. 결국 의사 결정자는 수술실을 예약할 때(또는 수술 환자 수를 결정할때) 예약된 수술시간 초과(overtime work)과 과소사용(under-

utilization) 비용을 감안하여 최적의 스케줄을 생성한다[6, 21]. 따라서 많은 선행연구가 초과사용과 과소사용의 균형을 고려하여 수술 환자를 예약하기 위한 수리모형(mathematical programming model)을 제시하고 있다. Adan and Vissers[1], Blake and Donald[5], Jebali et al.[13] 등은 매일 수술실에 할당할 환자의 수를 결정하기 위한 문제를 혼합정수계획법(mixed integer programming)을 이용하여 제시하였다. 하지만 정수계획법은 수술 시간의 불확실성을 제대로 반영하지 못하는 단점이 있다. 최근에 수술시간이 내포한 불확실성을 고려하기 위하여 최근 추계적 수리모형(stochastic mathematical programming)이 제시되었다[9, 11, 15, 17].

앞서 제시한 수리모형을 활용한 수술 스케줄은 초과사용 및 과소사용과 관련한 비용 요소에 큰 영향을 받는데 두 비용 요소가 실제 스케줄 생성에 어떠한 영향을 미치는가에 대한 구조적인 고려는 많지 않다. Olivares et al.[18]은 newsvendor 모델에 기반하여 수술실의 초과사용과 과소사용에 따라 발생하는 비용의 비율(일반적으로 newsvendor 비율로 불린다)을 추정하고 자원예약에 미치는 영향을 분석하였다. Olivares et al.[18]의 논문은 실제 수술 스케줄 생성에 있어 비용요소의 영향을 체계적으로 이해하는데 도움을 주지만 수술실만을 유일한 자원으로 고려하고 있으며 실제 수술 프로세스를 운영하는데 요구되는 다양한 자원의 제약을 고려하지 못하는 단점이 있다. 실제 수술 프로세스는 의사, 간호사, 회복실, 전처리실과 같은 다양한 수술자원으로 구성되어 있으며, 자원간 상호작용에 의하여 복잡도(complexity)가 매우 높은 편이다. 따라서 단일 자원만을 고려하는 newsvendor 모델을 이용하는 경우 실제 복잡한 수술 프로세스에서 비용요소에 의한 영향을 제대로 분석할 수 없다.

본 논문은 수술 스케줄 생성을 위한 수리모형을 제시함에 있어 스케줄에는 큰 영향이 있지만 기존 연구에서 제대로 논의되지 않은 newsvendor 비율(즉, 수술실 초과사용 비용과 과소사용 비용의 비율)의 영향에 대하여 분석하였다. 또한 단일 기관

에 대하여 수술실이라는 단일 자원만을 고려하는 newsvendor 모델의 한계를 고려하여 다수의 자원 제약을 고려한 추계적 혼합정수계획법 모형을 제시하였다. 즉, 수술 시간의 불확실성과 수술실의 용량제약에 더하여 수술 중환자실(Surgical Intensive Care Unit : SICU)와 같은 하위흐름 자원(down-stream resource)의 용량(capacity)을 함께 고려하였다. 수술 후 환자들이 사용해야만 하는 SICU 침상(beds)이 부족한 경우 환자들은 수술실에서 대기하게 된다. 이와 같은 자원 차단(resource blocking) 상황은 기존 수술 스케줄에 심각한 영향을 주며 결국 수술실의 활용도를 떨어뜨리는 요인이 된다. 따라서 수술실만을 고려한 기존 연구결과는 다수의 자원제약을 고려해야하는 환경에서 좋은 성과를 가져오지 못함은 당연하다.

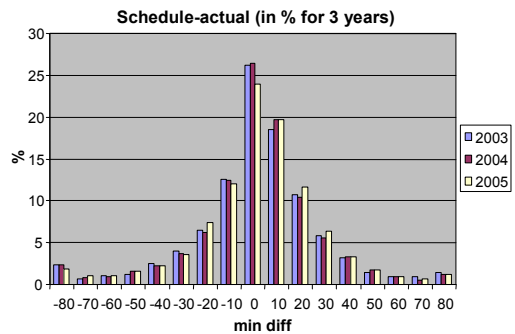
본 논문의 구성은 다음과 같다. 우선 실제 병원에서 확보한 예약 수술 환자의 스케줄 데이터를 분석하여 수술 시간의 불확실성에 의한 영향을 이해하며, newsvendor 모델을 활용하여 수술실의 효율성 관련 비용, 즉 수술시간 초과사용 및 과소사용에 따른 비용의 특성을 분석하였다. 수술 스케줄 자료 분석을 기반으로 수술환자를 가용한 수술실에 할당하는 추계적 모델과 몬테 카를로 샘플링(Monte Carlo sampling) 기법에 기반한 해법(solution procedure)을 제안하였다. 마지막으로 수치실험 결과를 통하여 수술 스케줄을 생성함에 있어 newsvendor 비율에 따른 스케줄의 변화를 이해하고, 효과적인 스케줄 생성을 위하여 비용 요소를 결정하기 위한 방향성을 제시하였다.

## 2. 수술 스케줄 데이터 분석 : 사례 연구

### 2.1 수술 시간의 불확실성 및 효율성

이번 장에서는 불확실한 수술 시간의 영향을 분석하기 위하여 미국의 한 병원에서 취합한 실제 수술 데이터를 분석하여 결과를 제시하였다. 이 병원

은 12개의 수술실을 11개의 진료과가 공동으로 사용하고 있는데, 블록 스케줄링 정책(block scheduling policy)에 의하여 수술실을 진료과별로 할당하고 있다. 9개 진료과가 3년간 수행한 약 10,000개의 수술 자료를 취합하였다. 데이터는 환자 ID, 수술실 번호, CPT(Current Procedural Technology) 코드로 표시된 수술 유형, 계획된 수술날짜와 시간, 실제 수술이 시행된 날짜, 수술 단계 별 시간(마취 시작, 수술시작, 수술종료 등), 그리고 수술을 집도한 의사 등으로 구성된다.



〈그림 1〉 수술시간 예측의 정확도

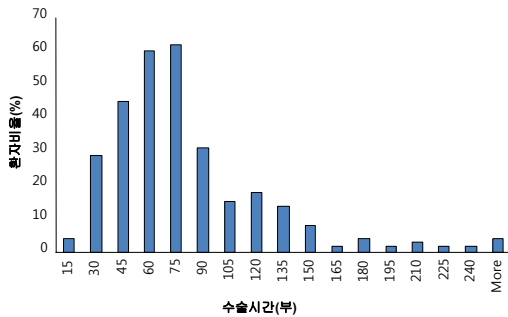
우선 수술 스케줄과 연관된 불확실성을 평가하기 위하여 실제 수술 시간과 스케줄된 수술 시간 사이의 차이를 비교하여 얼마나 정확하게 수술 시간을 예측하고 있는지를 평가하였다. 만일 차이가 양의 값을 갖는다면, 수술이 예정된 시간보다 일찍 종료되었음을 의미한다. 〈그림 1〉은 예측 정확도의 분포를 나타내는데 전체 수술 중 약 50% 정도만이 초기 계획된 시간보다 15분 내외로 종료되었음을 보여준다. 또한 계획보다 수술 시간이 짧아서 일찍 종료된 경우가 오래 걸린 경우보다 더 많음을 보여준다.

수술 시간 예측이 부정확한 이유는 기본적으로 수술 시간이 내포한 큰 불확실성(uncertainty)에 있다. 진료과목 별 수술 시간의 분포와 진료과목 중 이비인후과의 수술 시간 분포를 <표 1>과 <그림 2>에 각각 제시하였다. <표 1>과 <그림 1>에 제시한 수술시간 분포는 우편향(right-skewed) 되어 있

는데, 이는 수술 시간분포가 lognormal 분포에 매우 가깝다는 문헌연구 결과와 동일함을 알 수 있다[16].

〈표 1〉 진료과목별 수술시간 분포 요약

진료과	평균(분)	표준편차(분)	편향도 (skewness)
일반 수술	93	49	1.88
정형외과	107	44	0.86
심장외과	240	103	0.33
산부인과	85	40	0.96
비뇨기과	64	52	2.11
혈관외과	120	61	0.71
신경외과	160	77	0.54
이비인후과	74	37	1.60



〈그림 2〉 수술시간의 확률분포 : 이비인후과 예

〈표 2〉 평균 수술실 효율성

Year	2003	2004	2005	Overall
Utilization(%)	56.86	61.87	60.23	59.56

수술 시간의 불확실성에 의한 부정확한 예측은 수술실의 효율성을 떨어뜨리는 주요 원인 중의 하나이다. 수술실의 효율성은 실제 할당된 수술시간 (블럭 크기)과 실제 수술에 사용한 시간의 비율에 의하여 결정된다. 이 정의에서 분모의 수술실 사용 시간은 수술실 준비 시간(room preparation time), 실제 수술 시행 시간(procedure time), 수술실 퇴실 시간(discharge time), 다음 수술을 위한 정리 시간(turnover time) 등을 포함한다. 수술실 사용시간을

분석하여 실제 수술실의 효율성을 분석하였는데, <·>에 제시된 바와 같이 목표치인 80%에 비하여 매우 낮은 수준임을 확인하였다.

데이터 분석결과는 수술 시간의 불확실성을 고려하지 않고 수술 스케줄을 생성하는 경우 수술자원의 효율성을 개선하는 것이 매우 어려울 수 있음을 명확히 보여준다. 다음 장에서는 수술 시간의 불확실성과 SICU 용량을 고려한 스케줄 생성 모형을 추계적 혼합정수계획법을 이용하여 제시하고, 수술실의 초과사용과 과소사용 관련 비용의 영향을 제시된 모델을 기반으로 고려하였다. 수리 모델을 제시하기 전에 newsvendor 모델을 실제 데이터에 적용하여 newsvendor 비율과 자원 효율성사이의 관계에 관한 특성을 분석함으로써 서론에서 제시한 연구의 필요성을 다시한번 강조하고자 한다.

## 2.2 Newsvendor 모델의 적용

앞서 제시한 수술 시간의 불확실성을 고려한 자원 예약 문제는 newsvendor 모델의 자원 예약 문제와 유사하다. 이번 장에서는 newsvendor 모델을 적용하여 수술시간 초과사용에 따른 비용과 과소사용에 의한 비용의 변화가 수술실 효율성에 어떠한 영향을 주는지를 분석하였다. 수술실 자원 예약 문제를 newsvendor 모델로 표현하면 다음과 같다. 확률변수  $W$ 는 수술환자  $n$ 명을 처리하는데 필요한 총 수술시간을 나타내며, 누적확률분포(Cumulative Density Function : CDF)  $F_n(\cdot)$ 를 따른다. 환자  $i$ 의 수술시간을 확률분포  $g_i(\cdot)$ 를 따르는 확률변수  $w_i$ 로 나타내면  $W = \sum_{i=1}^n w_i$ 이고,  $F_n(\cdot)$ 은  $g_i(\cdot)$ 의 합(convolution)으로 정의된다. 수술 스케줄을 결정하는 의사결정자는 총 수술시간  $W$ 의 실제 값을 확인하기 전에 필요한 수술실을 예약해야한다. 따라서 환자  $n$ 명을 수술하기 위하여 예약한 수술실 시간(OR time)  $Q$ 는 결정변수가 된다.  $X^+$ 가 0과  $X$  중 큰 수를 나타낸다고 하면, 총 수술시간  $W$ 가 예약된 시간  $Q$ 보다 큰 경우 수술시간 초과에 따른 비용  $c_o(W - Q)^+$ 이 발생한다.  $c_o$ 는 초과 수술

에 따른 단위 비용을 의미한다. 반대로  $W$ 가 예약된 시간보다 일찍 종료되는 경우 과소사용에 따른 단위비용  $c_u$ 에 의하여  $c_u(Q - W)^+$  만큼의 비용이 발생한다. 결국 의사결정자는 두 비용의 합  $c_o(W - Q)^+ + c_u(Q - W)^+$ 을 최소로 하는  $Q$  만큼의 시간동안 수술실을 사용할 것을 예약해야 한다. 다른 제약이 없다고 가정하면 수술환자  $n$ 명을 처리하기 위하여 필요한 최적의 수술실 예약시간  $Q^*$ 는 다음 식에 의하여 결정된다(Ayhan et al.[3]). 아래 식에서  $\alpha$ 는  $c_o$ 와  $c_u$ 의 비율로 결정되는 newsvendor 비율을 나타낸다.

$$F_n(Q^*) = \frac{c_u}{c_o + c_u} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \quad \alpha = \frac{c_u}{c_o}$$

수술실 예약에 있어 newsvedor 모델은 실제 의사결정 과정과 유사하다[8]. 재고관리와 같은 분야에서 newsvendor 모델을 적용하는데 있어 가장 큰 문제는 수요분포를 정확하게 파악하는 것이 어렵다는 것이다. 하지만 수술실 예약 문제의 경우 수술 시간 분포에 대한 연구가 이루어지고 있으며[16, 23], 제 2.1절에서 수행한 통계분석과 같이 실제 데이터를 이용하여 분포를 추정하는 것이 가능하다. 이와 같은 이유로 분포  $F_n(\cdot)$ 의 추정은 newsvendor 모델을 적용하는 데 큰 문제가 되지 않는다. 분포의

추정보다는 정확한 비용( $c_o, c_u$ )을 파악하는 것이 어려운 문제가 된다. 따라서 본 논문에서는 최적의 예약시간을 결정하는 문제에 있어  $c_o$ 와  $c_u$ 의 영향을 분석하였다. 그런데 다음과 같은 이유로  $c_o$ 와  $c_u$ 의 절대적인 값보다는 newsvendor 비율을 중심으로 고려하도록 한다. 먼저  $c_o$ 와  $c_u$ 는 스케줄의 조정, 환자의 만족도와 같이 직접적으로 평가하기 어려운 요소를 함께 포함하고 있어, 정확한 값을 정량적으로 결정하는 것은 현실적으로 어려운 문제가 된다. 둘째, newsvendor 모델에서 최적의 해를 구하기 위해서 각 비용의 값을 고려할 필요는 없으며, newsvendor 비율에 의하여 의사결정이 가능하다. 수술실 예약문제의 경우 newsvendor 비율  $\alpha$ 는 초과사용과 과소사용 중 의사결정자가 어느 비용에 얼마나 더 가중치를 더 두는가를 나타내는데, 다른 제약을 고려하지 않는다면 합리적 의사결정자는  $\alpha$ 에 따라서 수술실을 예약한다.

<그림 1>에서 시행된 수술의 약 69%가 계획된 시간에 비하여 일찍 종료된 것을 알 수 있다. 이 정확도 분포를 이용하면,  $\alpha$ 는 다음 식에 의하여 추정할 수 있다.

$$F_n(Q^*) = \frac{\alpha}{1 + \alpha} = 0.69$$

위 식에 의하면  $\alpha$ 는 2.23의 값을 갖는 것으로 추정

<표 3> 진료과목별 newsvendor 비율  $\alpha$ 의 추정치

진료과	편향도 (skewness)	수술 자료의 수 (1)	계획보다 빨리 종료된 경우의 수(2)	(1)/(2)×100(%)	Newsvendor 비율( $\alpha$ )
일반 수술	1.88	240	87	36.25	0.57
정형외과	0.86	188	77	40.96	0.69
심장외과	0.33	126	38	30.16	0.43
산부인과	0.96	168	108	64.29	1.80
비뇨기과	2.11	112	42	37.50	0.60
혈관외과	0.71	110	43	39.09	0.64
신경외과	0.54	79	28	35.44	0.55
이비인후과	1.60	56	31	53.36	1.24

되는데 스케줄을 결정 할 때  $c_u$ 가  $c_o$ 보다 2.23배 정도 비용을 더 발생하는 것으로 의사결정자가 고려하고 있음을 의미한다. 같은 방식으로 제 2.1절에서 제시한 진료과별로  $\alpha$  값을 추정한 결과를 <표 3>에 제시하였다. 추정 결과를 보면 진료과별로 newsvendor 비율에 큰 차이가 존재함을 알 수 있는데, 결국 스케줄 생성에 있어  $\alpha$ 가 중요한 역할을 하는 것을 알 수 있다.

Newsvendor 모델의 경우 아무런 제약을 고려하지 않았지만 실제 스케줄을 생성할때는 수술실을 포함하여 필요한 다양한 자원의 용량 제약이 존재한다. 따라서 용량 제약을 고려하는 경우  $\alpha$ 의 영향을 분석하기 위하여 newsvendor 모델을 활용하는 것은 적절하지 않다. 본 논문에서는 스케줄 생성에 있어  $\alpha$ 의 영향을 알아보기 위하여 수술환자 할당을 위한 추계적 혼합정수계획법(stochastic Mixed Integer Programming; stochastic MIP) 모델을 제시하고  $\alpha$  값을 변화시키며 그 영향을 분석하도록 한다.

### 3. 수술 환자 할당 모형

#### 3.1 문제정의 및 기본 수리모형

의사결정자는 수술시간과 SICU에 재원하는 기간의 불확실성을 고려하여 각 환자의 수술날짜와 수술블록을 결정한다. 수술실은 여러 개의 수술블록으로 구성되는데 진료과별로 사전에 수술블록을 예약한 블록 스케줄이 존재한다. 따라서 블록 스케줄에 의하여 환자를 예약할 수 있는 날짜와 수술블록이 제한된다. 수리모형 (1)~ 수리모형 (10)은 본 논문에서 제안한 예약 수술환자를 가용한 수술실에 할당하기 위한 수리모형이다. 기존 문헌에서 제시한 모형[15, 17]을 기반으로 newsvendor 비율  $\alpha$ 를 포함하도록 목적함수(objective function)를 수정하였으며 자원 용량과 관련한 제약식 (4)~제약식 (7)을 추가하였다. 수리모형에서 사용한 기호는 <표 4>에 요약하여 제시하였다.

<표 4> 기호 요약

인덱스와 집합	
$\xi \in \Xi$	시나리오
$i \in I$	수술 대기환자
$b \in B$	가용한 수술블록
$t \in T$	날짜
계수	
$C_{ib}$	환자 $i$ 가 수술블록 $b$ 에 예약되는 경우 발생하는 비용
$c_o$	초과 수술에 따른 단위비용
$c_u$	과소사용에 따른 단위비용
$\phi(\xi)$	시나리오 $\xi$ 의 발생확률
$W_i^\xi$	시나리오 $\xi$ 에서 환자 $i$ 의 수술시간
$d_i^\xi$	시나리오 $\xi$ 에서 환자 $i$ 가 SICU에서 머무르는 시간(LOS; Length of Stay)
$C_b^\xi$	시나리오 $\xi$ 에서 수술블록 $b$ 의 시간(capacity)
$C_i^{ICU}$	날짜 $t$ 에 SICU의 가용 침상 수
$z_{ib}$	1 환자 $i$ 가 블록 $b$ 를 이용할 수 있는 경우 0 기타
결정 변수	
$x_{ib}$	1 환자 $i$ 가 블록 $b$ 에 예약된 경우 0 기타
$y_{it}$	1 환자 $i$ 가 날짜 $t$ 에 SICU 침상을 사용하는 경우 0 기타
$u_b^\xi$	시나리오 $\xi$ 에서 수술블록 $b$ 의 총 과소사용 시간
$o_b^\xi$	시나리오 $\xi$ 에서 수술블록 $b$ 의 총 초과사용 시간

$$\text{Minimize } \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} c_{ib} x_{ib}$$

$$+ \sum_{\xi \in \Xi} \sum_{b \in B \setminus \{B'\}} \phi(\xi) \{c_o o_b^\xi + c_u u_b^\xi\} \quad (1)$$

$$\sum_{b \in B} x_{ib} = 1 \quad \text{for all } i \in I \quad (2)$$

$$x_{ib} \leq z_{ib} \quad \text{for all } i \in I, b \in B \setminus \{B'\} \quad (3)$$

$$o_b^\xi \geq \sum_{i \in I} W_i^\xi x_{ib} - C_b^\xi$$

$$\text{for all } b \in B \setminus \{B'\} \xi \in \Xi \quad (4)$$

$$u_b^\xi \geq C_b^\xi - \sum_{i \in I} W_i^\xi x_{ib}$$

$$\text{for all } b \in B \setminus \{B'\} \text{ and } \xi \in \Xi \quad (5)$$

$$y_{it}^\xi \geq x_{ib} \quad \tau = t(b), \dots, t(b) + d_i^\xi - 1,$$

$$\text{for all } i \in I, b \in B \setminus \{B'\}, \xi \in \Xi \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} y_{it}^{\xi} \leq C_t^{ICU} \quad (7)$$

for all  $t \in T \setminus T', \xi \in \Xi$

$$x_{ib} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i \in I, b \in B \quad (8)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i \in I, t \in T, \xi \in \Xi \quad (9)$$

$$o_b^{\xi}, u_b^{\xi} \in \mathbb{R}_+ \quad \text{for all } b \in B \setminus \{B\}, \xi \in \Xi \quad (10)$$

목적함수 (1)은 환자의 대기시간과 관련한 비용  $c_b$ 와 수술실의 효율성과 관련한 비용  $c_o/c_u$ 로 구성된 총 비용을 최소화한다.  $c_{ib}$ 는 수술 대기환자의 우선 순위 점수(priority score)를 의미하며,  $c_{ib}$  값이 큰 환자일수록 수술 블럭내 시간이 충분한 경우 우선 할당된다.

계획기간  $T$ 내에서 가용한 수술 블럭(surgical block)  $b$ 의 집합은  $B$ 로 표기한다. 무한 용량을 갖는 의사 수술 블럭(pseudo-surgical block)을  $B'$ 로 정의하였는데, 의사 수술 블럭에 할당된 환자의 경우 계획기간 내에 수술 스케줄이 결정되지 않아 다음 기간까지 기다려야 함을 의미한다. 즉,  $x_{iB'} = 1$ 은 환자  $i$ 가 수술을 받지 못하고 계속 대기 리스트(wait list)에 머무르는 것을 나타낸다.

제약식 (2)는 환자할당과 관련한 제약으로 한명의 환자는 한개의 수술 블럭에만 할당되어야 함을 나타낸다. 제약식 (3)은 각 환자가 할당 될 수 있는 수술 블럭을 정의한다(즉, 기 정의된 블럭 스케줄을 의미한다). 다음의 네 제약식 (4)~제약식 (7)은 수술 프로세스에서 중요한 두 자원의 용량 제약을 나타낸다. 제약식 (4)와 제약식 (5)는 수술 블럭, 즉 수술실의 용량이  $C_b$ 인 경우 초과사용과 과소사용 시간을 계산한다. 제약식 (6)과 제약식 (7)은 SICU에 있는 총 환자의 수가 SICU의 침상수를 넘을 수 없음을 나타낸다. SICU에 머무르는 기간은 수술시간과 달리 정수 형태의 일수(days)로 정의되므로 수술블럭의 용량 제약과 다른 형태를 갖는다. 여기서  $t(b)$ 는 수술 블럭  $b$ 가 정의된 날짜  $t$ 를 의미한다.

다. 제약식 (8)~제약식 (10)은 변수의 조건을 정의한다.

수술시간과 SICU에서의 재원시간(Length of Stay : LOS)에 내포한 불확실성을 나타내기 위하여 관련 확률변수의 실현으로 정의되는 시나리오  $\xi$ 를 사용하였다. 확률변수들이 모두 독립이라는 가정에 의하여 시나리오 집합은  $\Xi \in \mathbb{R}^{|I|} \times \mathbb{Z}^{|I|} \times \mathbb{Z}^{|B|}$ 을 만족한다.  $\Phi(\xi)$ 는 시나리오  $\xi \in \Xi$ 에 대한 확률분포이며  $\sum_{\phi}(\xi) = 1$ 을 만족한다.

### 3.2 해법 : 샘플링 기반 근사법 (Sampling-based Approximation)

가능한 랜덤 시나리오  $\xi \in \Xi$ 의 증가는 많은 수의 정수계획법(integer programming) 문제를 풀어야 함을 의미한다. 따라서 제 3.1절에서 제시한 수리 모형의 해를 구하는 것은 현실적으로 불가능하다. 계산의 어려움에 더하여 Birge and Louveaux[4]는 목적함수의 평가와 관련한 문제를 제시하였는데, 랜덤 시나리오에 의하여 목적함수는 불연속성(discontinuity)과 non-convexity의 특성을 갖기 때문에 정확한 구조를 정의하는 것이 매우 어려워진다. 이와 같은 이유로 일반적으로 암시적인 근사법(implicit approximation)이 가용한 방법으로 제시된다.

본 연구에서는 해를 구하기 위하여 샘플링 기반 근사법(sampling-based approximation)을 이용하였다. 기본 아이디어는 목적함수의 정확한 값을 평가하는 대신 샘플 평균을 목적함수로 대체하는 것이다. Shapiro and Homem-de-Mello[20]는 샘플의 수가 무한대로 증가할수록 실제 최적해를 발견할 수 있음을 증명하였다. 상세한 해법은 Kleywegt et al.[14]과 Ahmed and Shapiro[2]의 연구를 참고하도록 한다.  $N$ 개의 샘플을 이용하는 경우 샘플링 기반 근사 기법을 적용한 수리 모형은 식 (11)~식 (20)과 같다. 목적함수 (11)은 샘플평균을 이용하여 정확한 계산이 어려운 원래의 목적함수  $\sum_{\xi} \sum_{i \in I} \Phi(\xi) \{c_o o_b^{\xi} + c_u u_b^{\xi}\}$ 을 근사(approximate)하고 있다. 수리모형 (11)~수리

모형 (20)의 해는 최적해에 대한 근사해가 되며, 근사해를 이용하여 계산한 목적함수 값은 실제 최적해에 대한 통계적 상한(statistical upper bound)이 된다.  $N$ 개의 샘플을 이용한 목적함수 값을  $\bar{z}$ 라고 하면 다른 샘플을 이용하여  $M$ 번 반복하여 계산한 목적함수의 평균값, 즉  $\bar{\bar{z}} = \frac{1}{m} \sum_{m=1}^M \bar{z}_m$ 은 통계적 하한(statistical lower bound)가 된다. 따라서 근사해의 품질은 샘플의 수  $N$ 과 반복횟수  $M$ 에 의하여 결정된다.

$$\text{Minimize } \sum_{i \in I} \sum_{b \in B} c_{ib} x_{ib} + \sum_{b \in B} \sum_{n \in N} 1/|N| \{c_o o_b^n + c_u u_b^n\} \quad (11)$$

$$\sum_{b \in B} x_{ib} = 1 \quad \text{for all } i \in I \quad (12)$$

$$x_{ib} \leq z_{ib} \quad \text{for all } i \in I \text{ and } b \in B \quad (13)$$

$$o_b^n \geq \sum_{i \in I} W_i^n x_{ib} - C_b \quad \text{for all } b \in B \setminus \{B'\} \quad n = 1, \dots, N \quad (14)$$

$$u_b^n \geq C_b - \sum_{i \in I} W_i^n x_{ib} \quad \text{for all } b \in B \setminus \{B'\} \quad n = 1, \dots, N \quad (15)$$

$$y_{i\tau}^n \geq x_{ib} \quad \tau = t(b), \dots, t(b) + d_i^n - 1, \quad (16)$$

$$\text{for all } i \in I, b \in B \setminus \{B'\}, \\ n = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i \in I} y_{it}^n \leq C_t^{ICU} \quad \text{for all } t \in T \setminus \{T'\}, n = 1, \dots, N \quad (17)$$

$$x_{ib} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i \in I, b \in B, \\ n = 1, \dots, N \quad (18)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i \in I, t \in T, \\ n = 1, \dots, N \quad (19)$$

$$o_b^\xi, u_b^\xi \in \mathbb{R}_+ \quad \text{for all } b \in B \quad n \in N \quad (20)$$

#### 4. 수치 실험

이번 장에서는 제 2장에서 제시한 자료를 기반으로 수치 실험을 위한 문제를 기술한다. 200명의 환자( $|I| = 200$ )와 32개의 수술 블럭(<그림 3>

$|B| = 32$ )으로 구성된 문제를 대상으로 실험을 수행하였다. 개별 수술 블럭의 용량은 8시간으로 하며( $C_b = 8$  hours), 최대 8시간까지의 초과근무를 허용하였다. 비록 정확한 추정은 어렵지만 초과 수술에 따른 비용은 분당 \$13( $c_o = \$13/\text{minute}$ )로 가정하며[22], 과소사용 비용( $c_u$ )은 newsvendor 비율  $\alpha$ 에 의하여 결정된다.

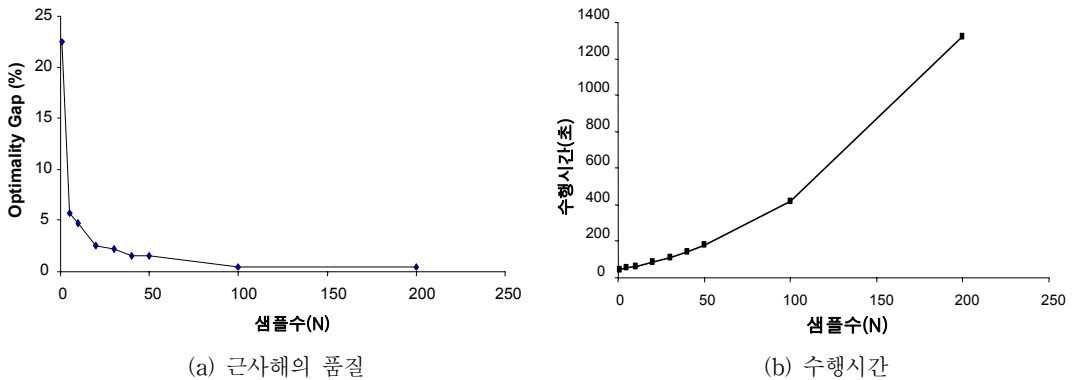
수술시간의 분포는 실제 데이터를 이용하여 사용하였다. 실제 수술시간은 수술의 유형, 집도의 등에 영향을 받지만 본 논문에서는 동일 진료과목 내의 모든 수술은 동일한 수술시간 분포를 따르는 것으로 가정하였다. <표 1>과 <그림 2>에서 제시한 분포를 이용하여 수술시간의 샘플을 도출하였다. SICU의 침상수는 5개에서 20개 사이에서 5개씩 변화시키며 영향을 평가하였다. SICU에서의 재원기간(LOS)은 실제 자료가 가용하지 않은 이유로 포아송 분포(poisson distribution)를 가정하였으며 평균 0.1일에서 3.5일까지 임의로 진료과목별로 차이를 두었다.  $c_{ib}$ 는  $c_o$ 의 비율로 설정하였는데  $c_{ib}/c_o$  비율은 최저값과 최고값이 각각 0.5와 1.5인 균등 분포(uniform distribution)를 이용하여 환자별로 생성하였다. 특히  $c_{iB}$ 인 경우 즉, 환자가 이번 기만에 수술을 받지 못하는 경우에는  $c_{iB}$ 를 두 배로 하여 대기시간에 따른 비용을 반영하였다.

마지막으로 샘플의 수는 근사해의 품질과 계산시간을 고려하여 50개( $N = 50$ )로 결정하였다. <그림 4>(a)는 제 3.2절에서 제시한 통계적 하한과 상한의 차를 이용하여 계산한 근사해의 품질을 나타내는데, 결과에 의하면 적은 수의 샘플을 이용하더라도 충분히 우수한 근사해를 찾을 수 있었다. <그림 4>(b)에서 보는바와 같이 샘플수가 증가할수록 계산시간도 급격하게 증가하는데 샘플수가 50개인 경우 약 3분정도의 시간이 소요되었다. 단일 실험 내용에 대하여 100기간 동안 시뮬레이션을 실행하여 초과시간, 과소시간 등의 결과를 취합, 분석하였다. 실험에서 솔루션 도구는 ILOG CPLEX 11.0을 이용하였으며, C++를 이용하여 구현하였다.



	월	화	수	목	금
수술실 1	일반수술	일반수술	일반수술	일반수술	
수술실 2		일반수술	일반수술	일반수술	일반수술
수술실 3	정형외과	정형외과		정형외과	정형외과
수술실 4		정형외과		신경외과	
수술실 5	산부인과		산부인과		산부인과
수술실 6	이비인후과	이비인후과	이비인후과		
수술실 7			이비인후과	이비인후과	이비인후과
수술실 8	혈관외과		심장외과		혈관외과
수술실 9		비뇨기과		정형외과	
수술실 10	피부과	피부과		피부과	피부과

〈그림 3〉 수술 블록 스케줄의 예



〈그림 4〉 샘플 수의 영향

#### 4.1 Newsvendor 비율의 영향

본 논문의 주요 목적인 newsvendor 비율의 영향을 분석하기 위하여  $\alpha$ 값을 0부터 100까지 변화시키며 수술 블록당 평균 초과 수술시간(over-utilized time)과 과소사용 시간(under-utilized time)을 평가하였다. 또한 수술시간과 SICU에서의 재원 시간(LOS)을 확률변수 대신에 확률분포의 평균값을 이용하는 확정적 모델(deterministic model)에 대하여 동일한 실험을 수행하였다. <그림 5>부터 <그림 8>은 실험 결과를 나타낸다.

$\alpha$ 가 증가하는 경우 의사결정자는  $c_o$ 에 비하여  $c_u$ 에 더 큰 비중을 주므로 초과 수술시간이 증가한다. 유사하게  $\alpha$ 가 감소하는 경우 과소사용 시간이

상대적으로 증가하게 된다. 초과사용 시간과 과소사용 시간의 증감은  $\alpha$ 가 매우 작은 경우에 매우 민감하게 변화하지만 반대로  $\alpha$ 가 매우 큰 경우에는 민감도가 감소한다(<그림 5>(a)). 이 결과는 다음의 newsvendor 모델을 이용하여 설명이 가능하다.

$$F(Q^*) = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha = 0 \\ 0.5 & \text{if } \alpha = 1 \\ 1 & \text{if } \alpha = \infty \end{cases}$$

위 newsvendor 모델에서  $c_o$ 가 무한대로 크거나  $c_u$ 가 0인 경우(즉,  $\alpha = 0$ ) 최소의 용량만을 예약하면 된다.  $\alpha$ 가 0에서 1로 증가하는 경우  $F(Q^*)$ 는 0.5만큼 증가한다. 하지만  $\alpha$ 가 1에서 무한대로 증가할때  $F(Q^*)$ 는 역시 0.5만큼만 증가한다. 즉,  $\alpha$ 의

값이 작을때  $F(Q^*)$ 는 상대적으로 큰 범위에서 변화하게 되는데 이는 앞서 제시한 실험결과와 일치한다. 결국  $c_0$ 에 비하여  $c_1$ 의 비용이 매우 크다면, 실제 스케줄은 비용의 변화에 상대적으로 민감하지 않음을 알 수 있다.

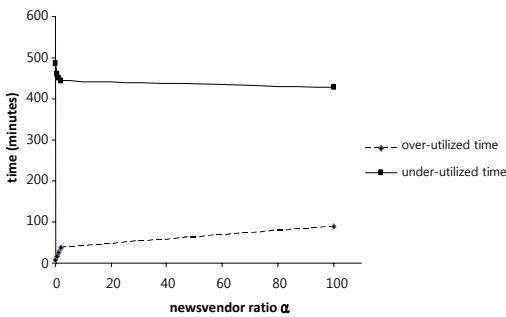
<그림 5>(a)는 과소사용시간이 초과 수술시간보다 큰 결과를 제시하는데  $\alpha$ 의 변화와 관계없이 3장에서 제시한 모델이 주어진 용량에 비하여 적은 수의 환자를 할당함을 의미한다. 이 결과는 수술시간 분포의 형태로 설명할 수 있다. <표 1>에서 우편향된 수술분포에 의하여 약 65%는 평균 이하의 시간이 소요되며 35%의 수술만이 평균보다 더 오래 걸리는 것을 알 수 있다. 즉 일반적으로 수술시간은 우편향된 분포 형태를 갖는데, 평균보다 작은 수술시간을 갖는 샘플을 선택할 가능성이 증가하므로 과소사용 시간을 증가시킨다.

수술시간 분포의 형태는 확정적 모델을 사용한 결과를 비교 분석하는데도 중요하게 고려된다. 일반적으로 수술 스케줄을 결정할때 의사결정자는 평균 수술시간과 재원시간을 기준으로 하기 때문에 확정적 모델을 현재 일반적으로 사용되고 있는 스케줄 생성 방법으로 고려할 수 있다. 일반적으로 수술 시간 분포가 우편향되어 있으므로 평균 수술시간을 기준으로 스케줄을 생성하는 경우 충분하지 않은 수의 수술환자를 할당하게되며, 과소사용의 비율이 증가하게 된다. <그림 5>(b)는 확정적 모델과 추계적 모델을 사용하는 경우의 차이를 제

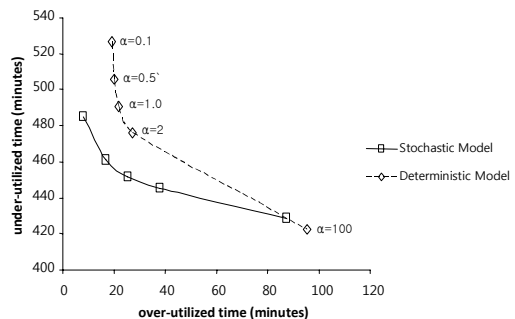
시하고 있는데 확정적 모델을 사용하는 경우 전반적으로 과소사용 시간이 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 총 비용을 고려하는 경우 추계적 모델을 적용함에 따라 증가하는 초과사용 비용보다 확정적 모델에서의 과소사용 비용이 더욱 크게 증가하여 결과적으로 확정적 모델에 의한 스케줄은 총 비용을 증가시킨다. 따라서 확정적 모델을 사용하는 경우, 즉 불확실성을 고려하지 않고 평균값에 기반하여 스케줄을 생성하는 경우 추계적 모델의 경우와 비교하여 의사결정자는  $\alpha$ 값을 증가시키는 것이 요구되며, 이는 평균 수술시간을 이용하는 경우 과소사용 비용에 더 많은 가중치를 줌으로써 총 비용을 감소시킬 수 있음을 의미한다.

#### 4.2 SICU 용량제약의 영향

SICU의 용량이 스케줄에 어떠한 영향을 주는지 살펴보기 위하여 수술실의 용량을 변화시키지 않은 상태에서 SICU의 침상수를 5개, 10개, 15개로 증가시켰을때의 총 비용(선으로 표현됨), 수술실 효율성(왼쪽 바 차트로 표현됨), 할당된 총 환자수(오른쪽 바 차트로 표현됨)의 변화를 <그림 6>에 제시하였는데 SICU의 용량이 수술 운영 프로세스에 큰 제약으로 작용하는 것을 알 수 있다. <그림 7>은 SICU의 용량 제약(식 (16), 식 (17))을 완화한 모델과 결과를 비교함으로써 필요한 SICU 침상의 수를 제시하였다. SICU의 용량을 20개 이상



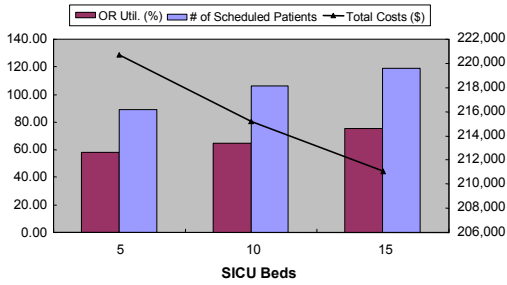
(a) news vendor 비율  $\alpha$ 에 따른 효율성 변화



(b) 추계적 모델과 확정적 모델의 비교

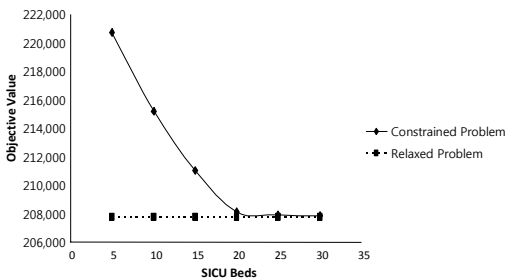
<그림 5> news vendor 비율  $\alpha$ 의 영향

으로 증가키는 경우 SICU의 용량 제약을 고려하지 않은 모델과 동일한 결과를 얻을 수 있었다. 즉, 20개를 넘는 SICU 용량은 더 이상 비용을 감소시키지 못하므로 20개는 SICU 용량의 상한값(upper bound)이 된다.

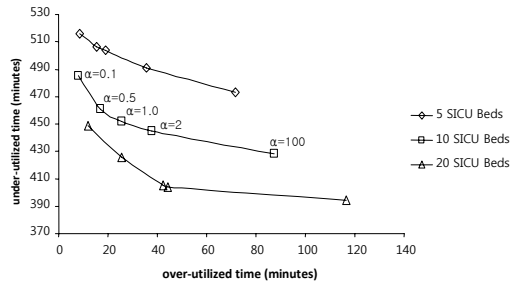


〈그림 6〉 SICU 용량의 효과

〈그림 6〉에서 제시한 바와 같이 SICU에서의 용량 제약이 커질수록 수술실의 용량제약과 관계 없이 할당할 수 있는 환자의 수는 감소한다. 따라서 SICU의 용량제약은 초과사용의 가능성은 감소시키지만 과소사용이 발생할 가능성은 증가한다. 또한 스케줄된 수술 환자수의 감소는 SICU의 용량 제약이 커질수록 newsvendor 비율의 영향이 감소하는 결과를 가져온다. 〈그림 8〉의 결과를 보면, SICU의 용량 제약이 커질수록, 즉 침상의 수가 작아질수록 newsvendor 비율에 따른 효율성의 변동 범위가 작아지는 것을 확인할 수 있다. 수술실 이외에 외부 자원의 용량 제약이 심해질수록 newsvendor 비율  $\alpha$ 의 영향력이 작아지므로 정확한  $\alpha$ 값



〈그림 7〉 SICU 용량의 상한값



〈그림 8〉 SICU 용량 제약에 따른  $\alpha$ 의 영향

을 추정하기 위한 노력이 상대적으로 적게 요구된다. 하지만 수술실이 매우 중요한 자원제약으로 고려되는 환경에서는  $\alpha$ 값에 대한 심도 있는 고려가 요구된다.

## 5. 결 론

본 연구는 추계적 계획법을 이용한 수술 스케줄 생성 모델을 제시하고, 이를 기반으로 수술실의 효율성과 관련한 비용요소가 수술실 스케줄과 운영 성과에 미치는 영향을 평가하였다. 우선 용량 제약 등을 고려하지 않은 경우에 대하여 newsvendor 모델을 이용하여 분석을 수행하였다. 하지만 수술 프로세스를 운영하기 위해서는 수술실과 SICU의 용량제약이 존재하는데 이를 고려하기 위하여 예약 수술환자를 스케줄하기 위한 추계적 혼합정수계획 모형을 제시하였다. 또한 실제 병원에서 취합한 수술관련 자료를 이용하여 수치실험을 수행하였다.

실험결과를 통하여 다음의 몇 가지 특성을 확인할 수 있었다. 첫째, 수술실의 초과사용과 과소사용 양은 newsvendor 비율  $\alpha$ 에 민감한데, 특히  $\alpha$ 값이 작은 경우에 더 민감하게 변화하였다. 둘째,  $\alpha$ 값이 매우 큰 경우를 제외하고는 수술실의 과소사용량이 초과사용량 보다 큰데 이는 우편향된 수술 시간 분포에 의한 결과로 해석된다. 수술 시간 분포가 일반적으로 우편향의 형태를 갖기 때문에 확정적 모델을 적용한 실험결과는 추계적 모델보다 많은 과소사용 시간을 가져온다. 따라서 확정적 모델을 이용하

는 경우 보다 큰  $\alpha$  값, 즉 과소사용 비용에 더 큰 가중치를 두는 것이 필요하다. 마지막으로 수술실 이외의 SICU 용량의 제약 효과를 분석하였는데, SICU의 용량 제약이 클수록  $\alpha$ 의 영향이 감소하였다. 수술실 이외의 용량이 제약이 매우 큰 경우에는  $\alpha$ 에 의한 영향이 제한적이므로  $\alpha$ 의 정확한 추정이 필요없지만, 수술실의 용량 제약이 제일 중요할 경우에는  $\alpha$ 를 정확하고 신중하게 결정하는 것이 요구된다.

본 연구는 몇 가지 방향에서 확장을 고려할 수 있다. 우선 본 논문은 제 2장에서 제시한 자료에 기반하고 있는데, 보다 일반적인 형태의 분포를 이용한 분석모델을 개발하는 것을 고려할 수 있다. 다양한 형태의 분포를 고려함으로써 추가적인 특성을 확인할 수 있을 것이다. 본 연구는  $c_o$ 와  $c_u$ 의 정량적 가치보다 newsvendor 비율  $\alpha$ 에 중점을 두었다. 보다 깊은 문헌연구와 실제 병원관계자의 면담 등을 통하여  $c_o$ 와  $c_u$ 를 정확하게 추정하는 것을 고려하는 것이 필요하다. 실제  $c_o$ 와  $c_u$  값을 추정함으로써 수술 스케줄을 생성할 때 적절한  $\alpha$  값의 범위를 제시할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] Adan, I.J.B.F. and J.M.H. Vissers, "Patient Mix Optimization in Hospital Admission Planning : A Case Study," *International Journal of Operations and Production Management*, Vol.22, No.4(2002), pp.445-461.
- [2] Ahmed, S. and A. Shapiro, "The Sample Average Approximation Method for Stochastic Programs with Integer Recourse," *Technical Report, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology*, 2002.
- [3] Ayhan, H., J. Dai, R.D. Foley, and J. Wu, Newsvendor Notes, *ISyE 3232 Stochastic Manufacturing and Service Systems*, 2004.
- [4] Birge, J.R. and F. Louveaux, *Introduction to Stochastic Programming*, Springer, New York, 1997.
- [5] Blake, J.T. and J. Donald, "Mountain Sinai Hospital Uses Integer Programming to Allocate Operating Room Time," *Interfaces*, Vol. 32, No.2(2002), pp.63-73.
- [6] Channel, D.A., V.B. Navarro, and P.W. Kidwell, "Operating Room Time is A Terrible Thing to Waste : An Operating Room Work-improvement Project," *Insight*, Vol.23(1998), pp.43-47.
- [7] Dexter, F., A. Macario, and R.D. Traub, "Which Algorithm for Scheduling Add-on Elective Cases Maximizes Operating Room Utilization? Use of Bin Packing Algorithms and Fuzzy Constraints in Operating Room Management," *Anesthesiology*, Vol.91(1999), pp.1491-1500.
- [8] Dexter, F., A. Macario, and J. Ledolter, "Identification of Systematic Underestimation(Bias) of Case Durations during Case Scheduling Would Not Markedly Reduce Overutilized Operating Room Time," *Journal of Clinical Anesthesia*, Vol.19, No.3(2007), pp.198-203.
- [9] Gerchak, Y., D. Gupta and M. Henig, "Reservation Planning for Elective Surgery under Uncertain Demand for Emergency Surgery," *Management Science*, Vol.42, No.3(1996), pp. 321-334.
- [10] Gordon, T., S. Paul, A. Lyles, and J. Fountain, "Surgical Unit Time Utilization Review : Resource Utilization and Management Implications," *Journal of Medical Systems*, Vol. 12(1988), pp.169-179.
- [11] Gupta D., "Surgical Suites Operations Management," *Production and Operations Management*, Vol.16, No.6(2007), pp.689-700.
- [12] Hurst, J. and L. Siciliani, "Tackling Exces-

- sive Waiting Times for Elective Surgery : A Comparison of Policies in Twelve OECD Countries," *OECD Health Working Papers*, 2003.
- [13] Jebali, A., A. Alouane and P. Ladet, "Operating Rooms Scheduling," *International Journal of Production Economics*, Vol.99(2006), pp.52-62.
- [14] Kleywegt, A.J., A. Shapiro and Homem-de-Mello, "The Sample Average Approximation Method for Stochastic Discrete Optimization," *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 12, No.2(2001), pp.479-502.
- [15] Lamiri, M., X. Xie, and S. Zhang, "Column Generation Approach to Operating Theatre Planning with Elective and Emergency Patients," *IIE Transactions*, Vol.40, No.9(2008), pp.838-852.
- [16] May, J.H., D.P. Strum, and L.G. Vargas, "Fitting the Lognormal Distribution to Surgical Procedure Times," *Decision Sciences*, Vol.31, No.1(2000), pp.129-148.
- [17] Min, D. and Y. Yih, "Scheduling Elective Surgery under Uncertainty and Downstream Capacity Constraints," *European Journal of Operational Research*, Vol.206(2010), pp.642-652.
- [18] Olivares, M., C. Terwiesch and L. Cassorla, "Structural Estimation of The Newsvendor Model : An Application to Reserving Operating Room Time," *Management Science*, Vol.54, No.1(2008), pp.41-55.
- [19] Pandit J. and A. Carey, "Estimating The Duration of Common Elective Operations : Implications for Operating List Management," *Anaesthesia*, Vol.61, No.8(2006), pp.768-776.
- [20] Shapiro, A. and T. Homem-de-Mello, "On The Rate of Convergence of Optimal Solutions of Monte Carlo Approximations of Stochastic Programs," *SIAM Journal on Optimization*, Vol.11, No.1(2001), p.7086.
- [21] Steele, J.T., B.D. Hoyt and R.K. Simons, "Is Operating Room Resuscitation A Way to Save Time?" *American Journal of Surgery*, Vol.174(1997), pp.683-687.
- [22] Stodd, K., A. Ortiz and I. Tenzer, "Operating Room Benchmarking : The Kaiser Performance Experience," *The Performance Journal*, Vol.2, No.4(1998), pp.5-16.
- [23] Strum, D.P., L.G. Varga, J.H. May and G. Bashein, "Surgical Suite Utilization and Capacity Planning : A Minimal Cost Analysis Model," *Journal of Medical Systems*, Vol.21, No.5(1997), pp.309-322.