

## 論文

DOI:10.5139/JKSAS.2011.39.8.689

## 자가조직도와 분산분석을 활용한 결빙 형상과 외기 조건의 관계 분석

손찬규\*, 오세종\*\*, 이관중\*\*\*

## Analysis of Relations between Ice Accretion Shapes and Ambient Conditions by Employing Self-Organization Maps and Analysis of Variance

Chankyu Son\*, Sejong Oh\*\* and Kwanjung Yee\*\*\*

## ABSTRACT

The relations between ambient conditions and ice accretion shapes are quantitatively analyzed by employing self-organization maps and analysis of variance. Liquid water contents(LWC), mean volumetric droplet diameter(MVD), ambient temperature and free-stream velocity are chosen as ambient conditions which change ice accretion shapes. The parameters of ice accretion shape are selected as maximum thickness, icing limits, ice heading, and ice accretion area. Qualitative analysis was conducted by employing self-organization maps which show the qualitative relations between ice shapes and ambient conditions. The quantitative results of analysis of variance yield intensity of ambient conditions to the parameters of ice accretion shapes.

## 초 록

본 연구에서는 착빙 환경 요소와 결빙 형상 파라미터의 관계를 자가조직도와 분산분석을 활용하여 분석하였다. 결빙 형상에 영향을 미치는 외기 조건으로 자유류 속도, 대기온도, 대기중 물방울 함유량(LWC), 액적의 평균 직경(MVD)을 선정하였다. 그리고 결빙 형상의 특징이 되는 파라미터로 최대 두께, 결빙한계(Icing limit), 결빙 진행 방향, 결빙면적을 선정하였다. 자가 조직도의 결과는 결빙형상 파라미터에 관계가 있는 외기 조건에 대한 정성적인 관계를 제시하였고 분산분석의 결과는 형상 파라미터에 대한 외기 조건의 영향력의 상대적인 크기와 순위를 정량적으로 제시하였다.

**Key Words** : Self-Organization Map(자가조직도), Analysis of Variance(분산분석), Ice Accretion Shape(결빙형상), Ambient Conditions(외기 조건), Aircraft Icing(항공기 착빙)

## 1. 서 론

대기중에 존재하는 과냉각된 물방울 입자(Super-cooled liquid droplets)가 항공기 표면에

† 2011년 4월 27일 접수 ~ 2011년 6월 29일 심사완료

\* 정희원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원

\*\* 정희원, 부산대학교 항공우주공학과

\*\*\* 정희원, 부산대학교 항공우주공학과

교신저자, E-mail : daedalus@pusan.ac.kr

부산광역시 금정구 장전동 산 30

충돌 후, 결빙하는 현상을 항공기 착빙(Aircraft icing)이라 한다. 항공기 착빙 현상은 엔진 흡입구, 주 날개, 꼬리 날개, 동체 등 외부에 노출된 구조물에 주로 발생한다. 외부 구조물 중에서 주익에 발생한 착빙 현상은 항공기의 성능 감소를 야기하고 비행 안전성을 위협하는 원인이 된다.

착빙 환경에 노출된 날개는 얼음층(Ice layer)의 증식으로 형상 변형이 일어나 공기역학적 성능이 급격하게 감소한다. Broeren 등의 연구[1]와 같이 얼음에 의한 형상 변형이 크지 않은 날개에

서도 최대 양력 계수는 37.7% 감소하고 무양력 항력계수( $C_{d_0}$ )는 110% 증가하였다. 유리얼음과 같이 얼음 뿔(Ice horn)이 생성되어 날개의 변형이 크게 일어나면 최대 양력계수가 52.9% 감소하고 무양력 항력계수는 212% 증가한다. 뿐만 아니라 결빙이 증식한 두 날개 모두 실속 여유(Stall margin)가 감소하는 결과를 보여주고 있다.

착빙 환경에서 날개의 공기역학적 성능은 결빙 형상에 의해 결정된다. Broeren 등의 실험에서와 같이 동일한 익형임에도 외기 조건의 변화에 따라 결빙한 얼음의 형상은 큰 차이를 나타내었다. 외기 조건의 차이에 의한 결빙형상의 변화에 의해 날개의 공기역학적 성능 변화가 또한 크게 나타난다.

Wright와 Chung은 결빙형상의 특징이 되는 파라미터와 익형의 공기역학적 성능에 관한 연구 [2]를 수행하였다. 이와 같은 결빙 형상과 공기역학적 성능에 관련한 연구 결과와 외기 조건과 결빙 형상간의 관계를 분석하는 연구 결과가 결합될 경우, 항공기 착빙과 관련한 연구의 주된 목적인 외기 조건에 따른 날개의 공기역학적 성능 변화에 관한 결과를 획득할 수 있다.

Schickel과 Fuchs[3]가 언급한 것과 같이 결빙 형상에 큰 변화를 주거나 혹은 영향이 없는 외기 조건을 고려하면 설계나 실험에 필요한 해석의 수를 줄일 수 있다[3]. 또한 착빙 실험과 수치해석에 있어서 주어진 외기 조건에서 나타날 수 있는 결빙 형상에 대한 정보가 제시되기 때문에 수치해석 및 실험 결과의 타당성 검증에 도움이 된다.

뿐만 아니라 결빙 형상과 외기 조건의 관계에 대한 연구결과를 활용하면 항공기 성능과 안전성을 심각하게 저해하는 외기 조건을 회피하거나 결빙이 증식하는 범위 및 강도의 예측 결과로 제빙 및 방빙 장치의 효율적인 설계가 가능하다. 또한 제빙 및 방빙 장치의 작동 시점과 작동 시간을 예측할 수 있기 때문에 착빙 환경에서 비행 안전성을 확보할 수 있다.

이와 관련하여 Schickel 등의 연구[3]에서는 다양한 착빙 환경에서 Cylindrical rod에 결빙한 얼음의 형상을 비교하였다. 증식한 얼음의 두께를 기준으로 외기 조건과의 관계를 분석하였으나 형상의 변형에 영향을 주는 외기 조건에 대한 순위나 정량적인 형상의 변화를 분석하는데 어려움이 있었다.

손찬규 등의 연구[4]에서는 2차원 날개에 결빙하는 얼음의 형상을 정의할 수 있는 형상파라미터를 기준으로 단일 외기 조건과 형상파라미터의 정량적인 관계를 분석하였다. 그러나 형상 파라

미터에 작용하는 외기 조건의 영향력 크기와 순위를 판별하는데 어려움이 있었다.

본 연구에서는 다양한 결빙 환경 요인과 정량화된 결빙 형상 파라미터간의 관계를 정성적, 정량적으로 분석하기 위한 연구를 수행하였다. 항공기 착빙이 발생하는 환경을 선정하고, 선정된 환경에서 수치해석 기법을 적용하여 결빙 형상을 획득하였다. 획득한 결빙 형상을 기준에 의해 파라미터로 나타내고 나타낸 파라미터와 외기 조건간의 관계를 분석하였다.

자가조직도(Self-organization Map)[5, 6]는 다수의 변수를 포함하는 고차원의 데이터를 2차원 평면상에 투영하여 시각적 정보에 의한 변수간의 유사성에 대한 정성적인 분석을 제공한다. 이를 이용하여 다수의 결빙 환경 요인과 다수의 형상 파라미터 사이의 관계에 대한 정성적 분석이 가능하였다. 그러나 형상파라미터에 작용하는 영향력의 크기를 비교하거나 순위를 선정하는데 어려움이 있다. 이를 보완하고자 형상 파라미터에 작용하는 외기 조건의 영향력을 정량적으로 비교할 수 있는 분산분석(Analysis of variance)[7]을 활용하였다.

## II. 연구 방법

본 연구에서 결빙 형상과 외기 조건의 정성적, 정량적 관계의 분석을 위해 수행한 연구의 과정은 Fig. 1과 같다. (1)결빙 형상을 획득하기 위한 외기 조건을 선정하였다. (2)선정한 외기 조건에서 수치해석 기법을 이용하여 날개에 결빙하는 얼음의 형상을 획득하고 (3)획득한 결빙 형상의 특징이 되는 형상 파라미터를 추출하였다. 획득한 형상 파라미터와 외기 조건간의 관계를 (4)정성적으로 비교하기 위하여 자가조직도를 활용하였고, (5)정량적 관계 및 영향력의 크기를 비교하기 위하여 분산분석을 수행하였다.

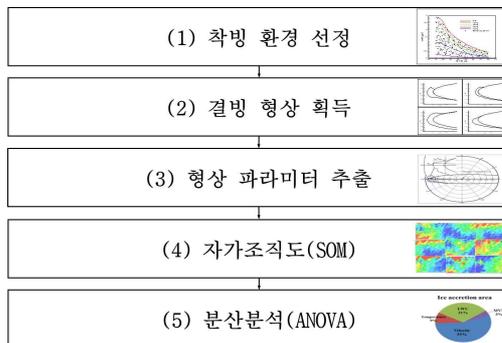


Fig. 1. Flow sequence of research

### 2.1 착빙 환경 선정

기준에 수행한 외기 조건의 변화가 결빙 형상에 작용하는 영향을 분석하는 연구[4]에서는 선정된 하나의 외기 조건에 대한 경계값을 기준으로 결빙 형상을 획득하고, 선정된 외기 조건과 결빙 형상 파라미터 사이의 관계를 분석하였다. 그러나 다수의 외기 조건과 형상 파라미터간의 분석을 수행하기 위해서는 결빙 형상을 획득하고 분석하기 위한 해석 공간이 필요하다. 이를 위해 본 연구에는 FAR의 PART25 APPENDIX C(이하 APPENDIX C)[8]에서 제시한 해석 공간을 활용하였다. 제시된 외기 조건은 착빙 환경에서 항공기의 감항성(Airworthiness) 인증을 위하여 선정된 공간이다. APPENDIX C에서는 실제 항공기 착빙 현상이 발생하는 관측된 기상정보[9]를 기반으로 인증 영역을 정의하고 있어, 물리적으로 결빙이 발생하는 영역을 반영할 수 있다.

기상학적 변수로 선정된 외기 조건은 자유류 속도, 대기온도, LWC(Liquid water contents), MVD(mean volumetric droplet diameter)이고, 이들의 경계 값은 Intermittent maximum 조건으로 선정 하였다. APPENDIX C는 구름의 형태에 따라 Intermittent maximum 조건과 Continuous maximum 조건으로 구분하고 있다. Intermittent maximum에서 주어진 외기 조건의 범위는 Continuous maximum 조건을 포함하기 때문에 보다 넓은 범위에서 결빙형상과 외기 조건의 관계를 분석하기 위하여 Intermittent maximum 조건을 적용하였다.

Intermittent maximum 조건에서 제시된 외기 조건의 경계는 Table 1과 같고, 본 연구에서는 주어진 3개의 외기 조건(자유류 속도, LWC, MVD)의 경계값을 기준으로 Improved latin hypercube sampling[10] 기법을 적용하여 표본점(Sampling points)을 생성하였다. 대기온도는

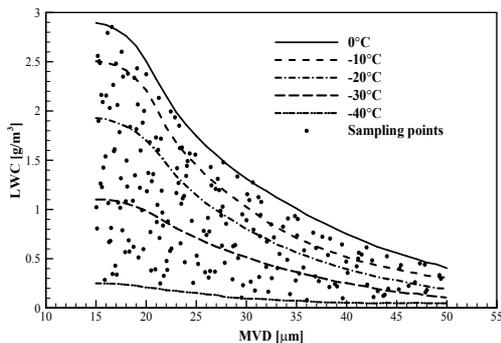


Fig. 2. Sampling points (204 points)

Fig. 2과 같이 LWC와 MVD에 의해 결정되기 때문에 자유류 속도, LWC, MVD를 기준으로 해석점을 생성하고 선형 보간법으로써 대기온도를 결정하였다.

Table 1에서 제시된 경계값으로 생성된 일부 표본점은 APPENDIX C에서 제시한 결빙 영역을 벗어난다. 제시된 영역의 표본점은 Fig. 2와 같이 대기온도가 -40°C와 0°C 곡선 내부에 있기 때문에 두 곡선 외부에 존재하는 표본점을 삭제하였다. 삭제된 표본점은 LWC와 MVD의 값이 큰 영역으로, LWC와 MVD의 값이 작은 영역에 비해 해석점이 고르게 분포되지 못한 특성이 있다. 이를 고려하여 전체 표본점의 수를 증가시켜 LWC와 MVD가 큰 영역에서도 표본점이 고르게 분포 되도록 하였다.

Table 1의 경계값을 활용하여 생성한 표본점은 450개이고, APPENDIX C에서 제시된 영역 외부를 삭제한 표본점은 204개이다. 본 연구에서는 APPENDIX C에서 제시한 외기 조건을 만족하는 204개의 표본점에 대하여 결빙 형상을 획득하고 외기 조건과 결빙 형상 파라미터의 관계를 분석하였다.

결빙 형상을 획득하기 위해 사용한 익형은 NACA0012, 받음각은 4°, 착빙 환경에 노출된 시간은 360초로 적용하였다. 받음각과 결빙에 노출된 시간은 결빙 형상을 변화시키는 하나의 변수이다. 그러나 본 연구에서는 기상조건에 의한 결빙 형상의 영향력을 분석하기 위하여 받음각과 결빙환경에 노출된 시간을 고정하였다. 이착륙을 제외한 대부분의 비행은 받음각이 일정한 순항조건에서 이루어져 순항조건에서의 불임각을 4°로 가정하였다.

Jones와 Lewis의 연구[9]에서는 10초, 60초, 30분으로 결빙에 노출 시간을 제시하고 있다. 10초와 60초로 단시간 결빙 환경에 노출된 결빙 형상에서는 날개 표면에 결빙하지 않고 표면을 따라 흐르는 Runback water 등에 의한 결빙한계의 변화, 결빙면적과 최대 두께의 변화 등을 파악하는데 한계가 있다. 반면에 장시간 결빙 환경에 노출된 30분의 경우, 결빙의 진행 방향과 결빙한

Table 1. Boundary of intermittent maximum

	Min	Max
$T_{\infty}$ [°C]	-40	0
LWC[g/m <sup>3</sup> ]	0	3.0
MVD[μm]	15	50
h[nm]	2.6	

Table 2. Ambient Atmospheric Conditions

Cases	204
Airfoil	NACA0012
$\alpha$ [°]	4
$T_{\infty}$ [°C]	-40~0
LWC[g/m <sup>3</sup> ]	0~3.0
MVD[ $\mu$ m]	15~50
$V_{\infty}$ [m/s]	15~100
Spray time[s]	360

계는 일정하게 유지되고 결빙면적과 최대 두께만 증가하여 결빙 형상 특징의 변화가 크게 나타나지 않는다. 뿐만 아니라 다수의 결빙조건에 대한 계산이 필요한 본 연구의 특성상 장시간 착빙 환경에 노출된 결빙 형상의 획득은 계산 자원의 소모가 큰 단점이 있다.

본 연구에서는 계산 자원의 효율성을 확보하고, 외기조건에 따른 결빙 형상의 특징 변화를 분석할 수 있는 시간과 받음각을 Wright 등이 수행한 실험[11]에서 도출하였다. Wright 등의 실험에서는 NACA0012 익형에 대하여 4°로 받음각이 일정한 조건에서 다양한 외기 조건에 대한 결빙 형상을 획득하였다. 이때, 가장 많은 실험이 수행된 조건은 360초로, 주어진 결빙 노출 시간에서 외기조건에 변화에 의해 결빙 형상의 특징 변화가 크게 나타났다. 이를 반영하여 본 연구에서는 받음각과 결빙 환경 노출 시간을 각각 4°와 360초로 선정하였다.

선정한 외기 조건 변수는 LWC, MVD, 대기온도, 자유류 속도로 각각의 외기 조건 변수가 갖는 값의 범위 및 해석조건을 Table 2에 정리하였다.

## 2.2 결빙 형상 획득

본 연구는 기존에 개발한 2차원 날개에 발생하는 결빙형상을 예측하는 수치해석 코드를 사용하여 결빙 형상을 획득하였다[12]. 수치해석 코드는 Fig. 3에서 나타낸 것과 같이 1) Aerodynamic solver, 2) Impingement model, 3) Thermodynamic model, 4) Ice growth model로 구성되어 있다.

개발된 수치해석 코드의 Aerodynamic solver는 정상 용출 및 중첩 패널기법이다. NASA에서 결빙형상을 예측하기 위해 개발한 수치해석 코드인 LEWICE[13]와 DRA에서 개발한 수치해석 코드인 TRAJICE[14] 등에서도 Aerodynamic solver로 패널 기법을 사용하고 있다.

Impingement model에서는 대기에서 날개 표면으로 유입되는 물의 유량을 결정한다. 액적

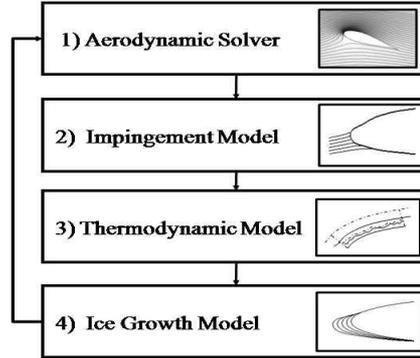


Fig. 3. Procedures of ice shape prediction[12]

에 작용하는 항력, 중력, 부력을 고려하여 액적의 궤적을 추적하는 Lagrangian approach 기법을 적용하였다. 이를 통해 계산된 액적의 궤적으로 날개 표면에 유입하는 물의 유량을 결정한다.

개발된 수치해석 코드는 날개 표면에서의 열 전달을 고려하기 위하여 LEWICE와 TRAJICE 등에서 표준적으로 적용하고 있는 Messinger 열역학 모델[15]을 사용하고 있다.

1)~4)의 과정은 준평형상태(Qusai-steady)로 가정하고 반복 계산을 통하여 착빙환경에 노출된 시간 동안의 결빙 형상을 획득한다. LEWICE에서 시간간격을 계산하기 위해 적용한 방법[11]을 활용하여 결빙형상을 획득하였다. LEWICE에서는 자유류 속도, LWC와 관련하여 식(1)과 같이 결빙 환경에 노출된 시간(Time)을 분할하는 횟수(N)에 대하여 제시하고 있다. Chord는 시위길이를 나타낸다.  $\rho_{ice}$ 는 얼음의 밀도로  $9.17 \times 10^5 \text{g/m}^3$ 의 값을 사용하였다.

$$N = \frac{(LWC)(V_{\infty})(Time)}{(0.01)(Chord)(\rho_{ice})} \quad (1)$$

본 연구에서 선정한 외기 조건 중에서 LWC와 자유류 속도 값이 가장 큰 조건에서는 식(1)에 의해 22회의 분할 횟수가 도출된다. 이를 참고하여 본 연구에서는 전 해석 조건에서 360초의 결빙 노출 시간을 20회로 나누어 결빙 형상을 획득하였다.

Fig. 4, 5는 각각 유리얼음과 서리얼음 조건에서 획득한 결빙 형상을 나타내고 있다. 결빙 풍동에 의해 획득한 결빙 형상, 유사한 수치해석 기법을 적용하여 획득한 결빙형상 및 본 연구에서 결빙 형상을 획득하기 위하여 개발한 수치해석 코드의 결과를 나타내었다[12]. 결빙 형상을 획득하기 위한 외기 조건은 Table 3과 같다. 결

Table 3. Icing conditions

	Glaze	Rime
$V_{\infty}$ (m/s)	102.8	102.8
$T_{\infty}$ (°C)	-11.1	-22.8
$P_{\infty}$ (kPa)	90.76	90.76
LWC(g/m <sup>3</sup> )	0.6	0.55
MVD( $\mu$ m)	15	20
Time(s)	384	420

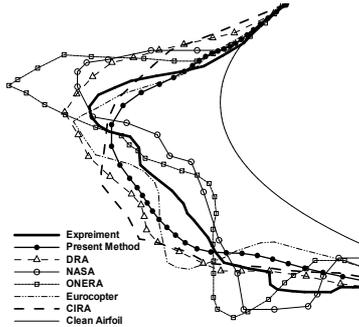


Fig. 4. Glaze ice condition[12]

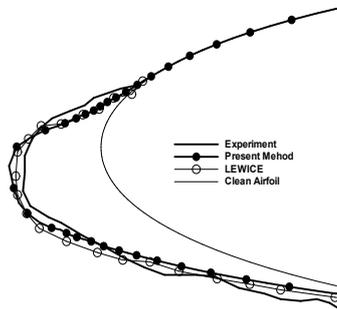


Fig. 5. Rime ice condition[12]

빙 형상을 획득하기 위해 개발된 코드는 서리얼음과 유리얼음 조건에서 타 해석 코드와 유사한 수준의 결빙 형상을 예측하고 있다[12].

### 2.3 형상 파라미터 추출

결빙형상과 외기 조건과의 관계를 분석하기 위해서 기하학적인 결빙 형상을 정량화할 필요성이 있다. 결빙 형상의 정량화를 위하여 본 연구에서 선정된 결빙 형상 파라미터는 결빙면적, 최대 두께, 결빙 진행 방향(Ice heading), 윗면과 아랫면의 결빙한계(Icing limit)이다.

결빙면적은 Green 정리를 이용하여 획득하였다. Fig. 6과 같이 날개와 얼음으로 둘러싸인 폐곡선을 따라 선적분하여 결빙면적을 획득하였다. 최대 두께를 획득한 방법은 Fig. 7과 같다.

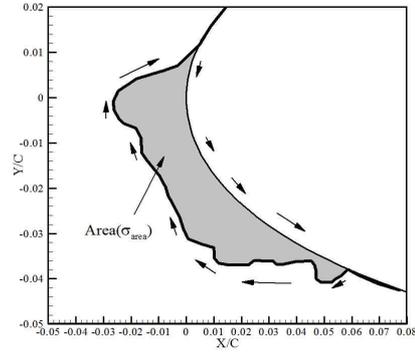


Fig. 6. Ice accretion area[16]

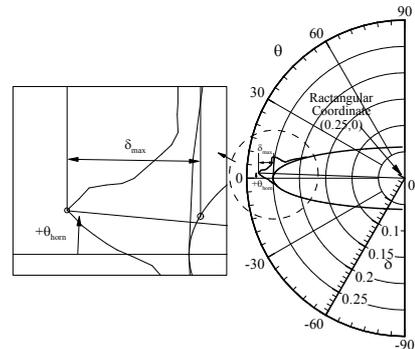


Fig. 7. Max. thickness and ice heading[16]

25% 시위 길이(0.25, 0)를 기준으로 가장 멀리 떨어진 얼음면에서 날개까지의 길이를 최대 두께로 선정하였다. 결빙의 진행 방향은 최대 두께가 발생한 각도를 의미한다. 정량적 파라미터를 획득하기 위한 자세한 방법은 참고문헌[16]에 기술되어 있다.

### 2.4 자가조직도(Self-organization map)

기존에 수행한 결빙형상과 외기 조건의 관계를 분석하는 연구[4]에서는 하나의 외기변수의 변화가 결빙형상 파라미터의 변화에 작용하는 영향에 대한 분석을 수행하였다. 결빙 형상 변화에 영향을 미치는 외기 조건이 많기 때문에, 이러한 분석 방법으로는 다수의 외기 조건과 형상 파라미터의 관계를 체계적으로 파악하는데 한계가 있다. 뿐만 아니라 하나의 형상 파라미터에 영향을 미치는 외기 조건을 추출하여 각각의 외기 조건이 형상 변화에 미치는 영향력의 크기를 비교하는데 어려움이 있다.

본 연구에서는 외기 조건과 결빙 형상 파라미터를 종합적으로 이해하기 위하여 자가조직도[5, 6]를 활용하였다. 자가조직도는 신경망 기법을

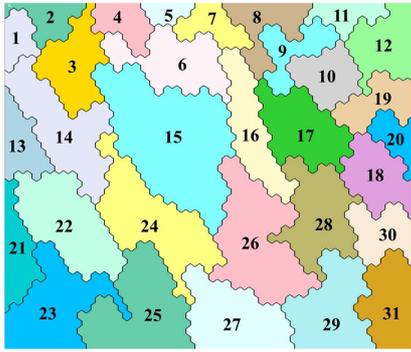


Fig. 8. 31-clusters of self-organization map

이용하여 각 데이터 간의 근접성(유사성)을 고려한 기법이다. 자가조직도를 활용하면 고차원의 데이터를 저차원으로 투영할 수 있다. 여기서 저차원 투영의 투영은 뉴런 자율학습에 근거하여 이루어지며, 입력 벡터와 뉴런 사이의 특성을 나타내는 특성벡터는 고차원 데이터의 특징을 2차원 지도상에 표현하기 위하여 학습되어진다. 이러한 투영에 의하여 고차원 공간상에서 밀접한 위치에 있는 데이터들은 저차원 지도상에서도 인접한 위치에 놓이게 된다[17]. 따라서 자가조직도를 활용하면 서로 관계가 있는 외기 조건과 결빙 형상 파라미터간의 분석이 용이한 장점이 있다.

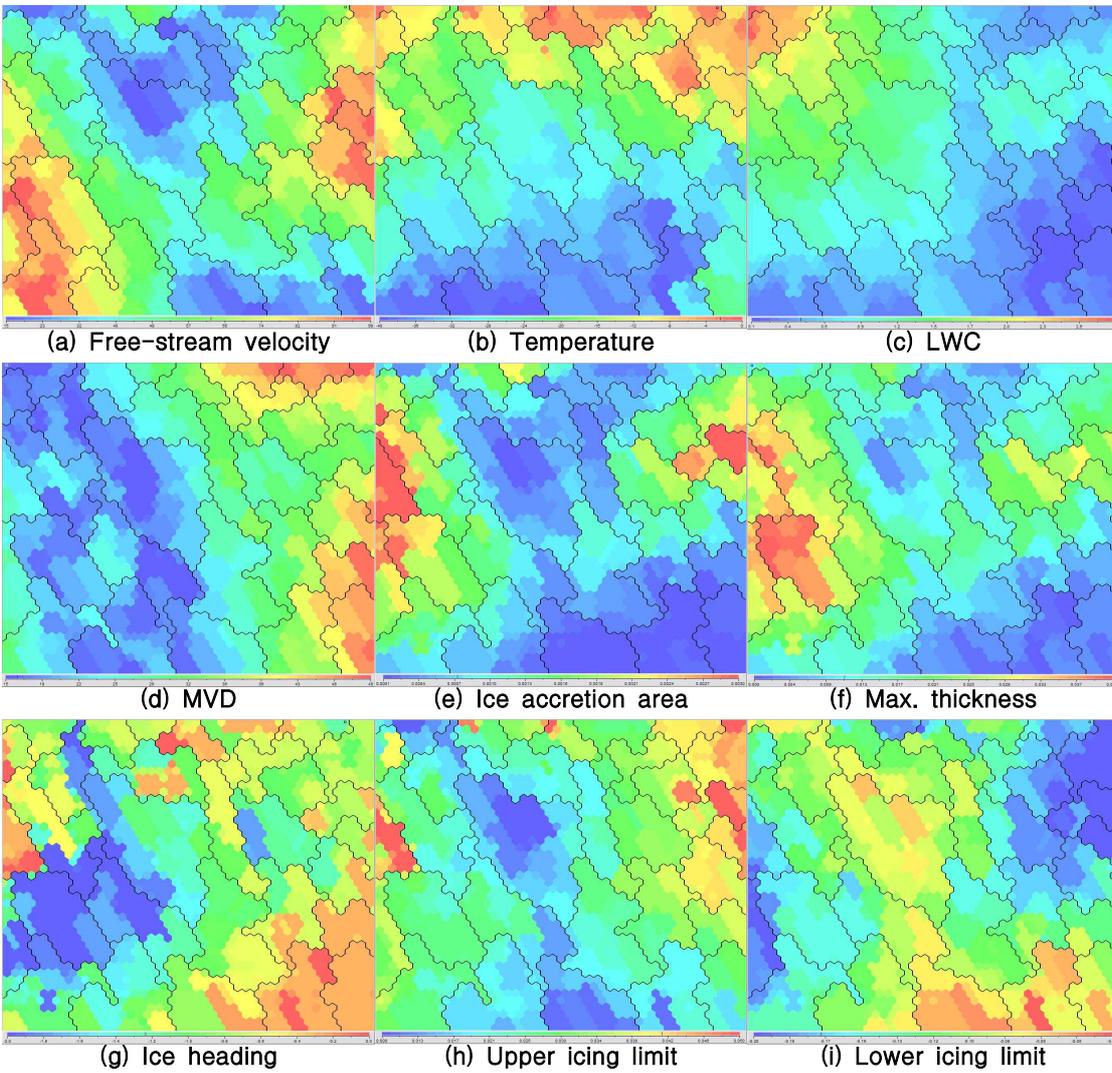


Fig. 9. Results of Self-Organization Map

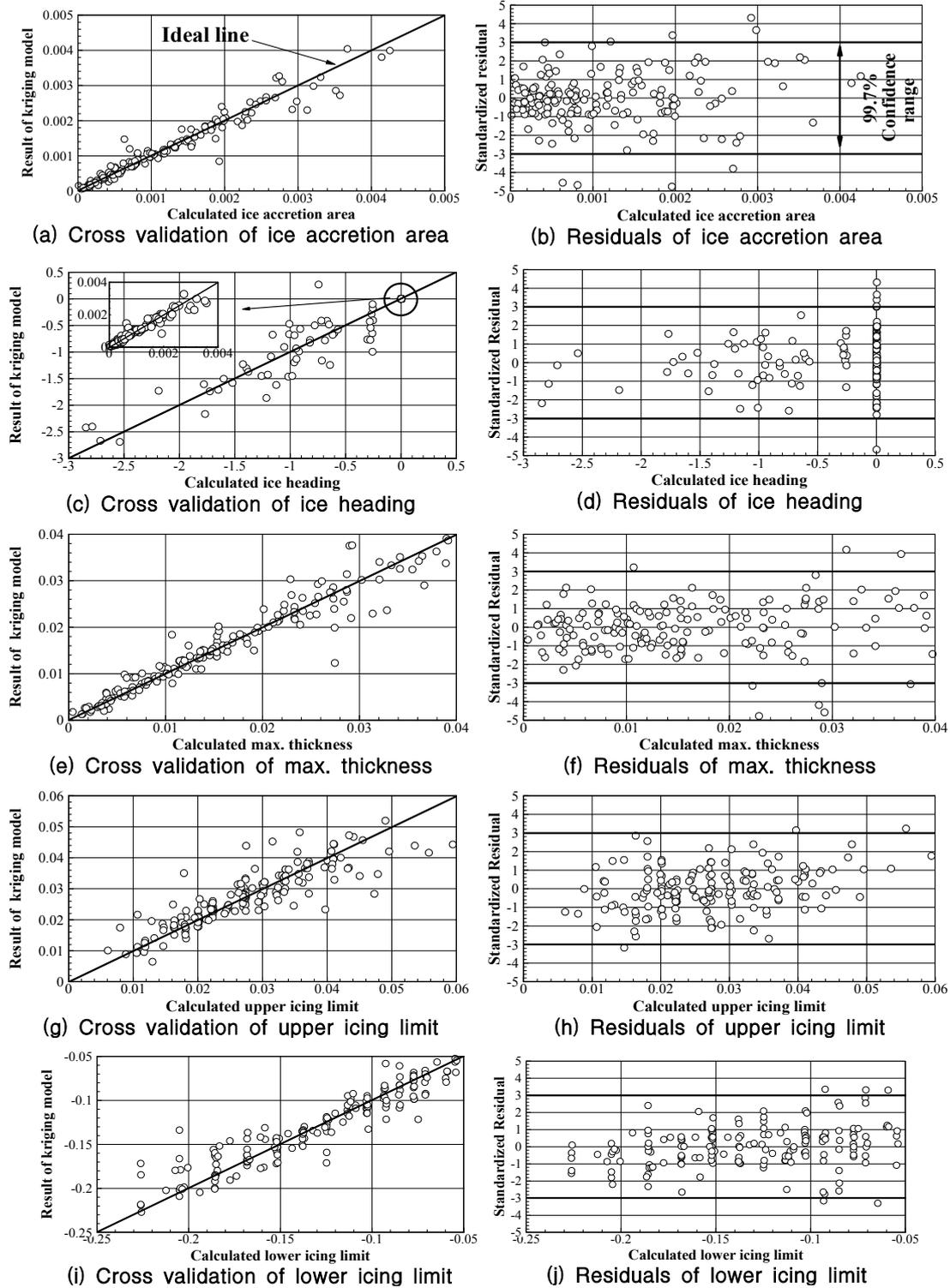


Fig. 10. Validation results of kriging model

외기 조건의 유사성을 기준으로 외기 조건과 결빙 형상 파라미터에 대해 나타낸 자가조직도 상에서는 가로축과 세로축의 절대적인 의미가 없기 때문에 평면상에서 상대적인 위치의 비교를 통해 유사성을 확인할 수 있다. 따라서 각각의 벡터 중에서 거리가 가까운 벡터들을 묶은 집합인 클러스터를 활용하여 자가조직도의 결과를 분석하였다. Fig. 8과 같이 상대적인 위치의 비교를 수행하기 위하여 자가조직도를 31개의 클러스터로 구분하였다. 각각의 클러스터에는 1번에서 31번까지 번호를 부여하여 클러스터의 위치를 비교할 수 있도록 하였다. Fig. 9는 외기 조건과 결빙 형상 파라미터를 자가조직도로 나타낸 그림으로 Fig. 8과 동일한 클러스터와 번호를 갖기 때문에 클러스터의 상대적인 위치의 비교를 통한 유사성 파악이 가능하다.

**2.5 분산분석(ANOVA)**

자가조직도를 활용할 경우, 결빙 형상과 외기 사이의 유사성을 시각화하여 정성적인 분석은 가능하다. 그러나 형상 파라미터에 작용하는 영향력에 대한 정량적인 비교는 어렵다. 따라서 본 논문에서는 형상 파라미터에 작용하는 외기 조건의 영향력을 정량화하기 위하여 분산분석[7]을 활용하였다.

본 연구에서는 분산분석을 수행하기 위하여 크리깅 모델을 구축하고, 크리깅 모델의 통계적 데이터를 활용하여 분산분석을 수행하였다[17]. Fig. 10과 같이 교차검증(Cross validation)과 Standardized cross validation residual을 통하여 크리깅 모델을 검증하였다[18]. Fig. 10의 (a), (c), (e), (g), (i)의 가로축은 수치해석을 통해 획득한 형상 파라미터의 값을 나타내고 세로축은 크리깅 모델을 통해 획득한 형상 파라미터의 값을 나타낸다. 기울기가 1인 직선(Ideal line)에 가까울수록 실제 표본에 대한 크리깅 모델의 모사가 잘 이루어졌음을 의미한다. 본 연구에서 생성한 크리깅 모델의 결과는 몇 개의 표본점을 제외하고 기울기가 1인 직선을 따르고 있다. 따라서 선택한 외기 조건에 대하여 구축한 크리깅 모델은 신뢰할 만한 결과를 산출하고 있다.

Standardized cross validation residual은 식 (2)와 같다[17].  $x_i$ 는  $i$ 번째 표본점을 의미하고  $y(x_i)$ 는 수치해석을 통해 획득한 형상 파라미터,  $\hat{y}_i(x_i)$ 는 크리깅 모델에 의해 획득한 형상 파라미터,  $S_{-i}(x_i)$ 는 Standardized cross validation residual을 의미한다.  $S_{-i}(x_i)$ 값의 범위가  $\pm 3\sigma$  이내에 존재하면 모델은 99.7%의 신뢰도를 갖는다[18].

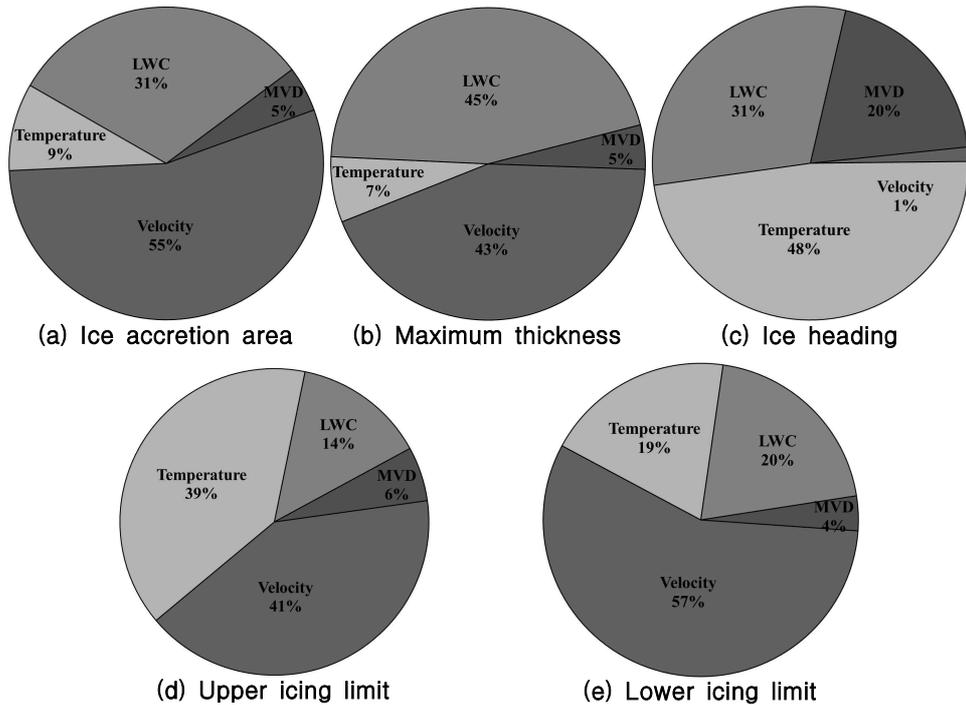


Fig. 11. Results of analysis of variance

$$R_i = \frac{y(x_i) - \widehat{y}_i(x_i)}{S_{-i}(x_i)} \quad (2)$$

Fig. 10의 (b), (d), (f), (h), (j)는 Standardized cross validation residual을 의미하는데, 검증 결과 몇 개의 표본점을 제외하고 대부분의 결과가 [-3, 3]이내에 위치하는 것으로 보아 생성된 크리깅 모델은 신뢰할만한 결과를 산출하고 있다.

생성한 크리깅 모델의 통계적 데이터를 활용하여 분산분석을 수행하였다. 선정된 외기 조건이 결빙 형상 파라미터에 작용하는 영향력에 대한 분산분석의 결과를 Fig. 11의 파이차트로 나타내었다.

현재 수행한 연구의 목적은 결빙 형상 파라미터에 작용하는 외기 조건의 영향력의 정량적 분석이다. 그러나 추후 크리깅 모델의 통계적 데이터와 결빙 형상 파라미터의 관계를 이용하면, 결빙 형상을 예측하는 실험 또는 수치해석 기법을 거치지 않고 외기 조건 변화에 따른 결빙형상을 유추할 수 있다. 또한 정량적 형상 파라미터를 활용하여 결빙 형상과 외기 조건의 관계를 분석하는 연구와 결빙형상의 특징이 되는 파라미터와 익형의 공기역학적 성능에 관한 연구[2]가 결합될 경우, 항공기 착빙과 관련한 연구의 주요한 목적인 외기 조건에 따른 날개의 공기역학적 성능 변화에 관한 결과를 획득할 수 있다.

### III. 결과 및 토의

결빙 형상과 외기 조건의 관계를 분석하기 위하여 수행한 자가조직도와 분산분석의 결과를 결빙면적, 최대 두께, 결빙의 진행 방향 및 결빙한 계로 나타낸 결빙형상 파라미터를 기준으로 정리하였다.

#### 3.1 결빙면적

결빙면적은 열을 이용한 방빙장치에 있어서, 날개 표면에 결빙한 얼음을 녹이기 위한 전체 열용량의 예측을 가능하게 하는 지표가 된다.

Fig. 11 (a)의 분산분석에서는 자유류 속도와 LWC가 결빙면적에 작용하는 영향력이 큰 외기 조건으로 나타났다. 이는 Fig. 9의 자가조직도와 일치하는 결과를 보이고 있다. Fig. 9 (e)의 결빙면적이 크게 나타나는 클러스터(13, 14, 21, 22, 12, 19, 20)의 분포와 Fig. 9 (a)의 자유류 속도가 크게 나타나는 클러스터(12, 18, 19, 20, 22, 23)의 분포가 유사하게 나타난다. 또한 Fig. 9 (c)와 같이 LWC의 값이 작은 클러스터(18, 20, 29, 30,

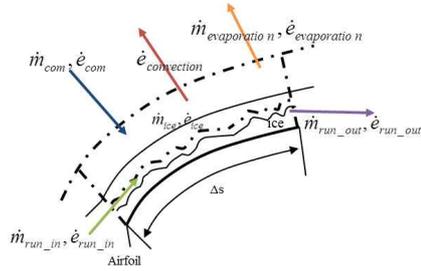


Fig. 12. Thermodynamic Control Volume[12]

31)와 결빙면적이 작은 클러스터(18, 20, 29, 30, 31)의 위치가 동일하게 나타난다.

자가조직도의 결과와 분산분석의 결과에서는 자유류 속도와 LWC가 결빙면적을 변화시키는 중요한 외기 조건임을 의미한다. 이는 물리적인 현상과 일치하는 결과이다.

날개 표면에 생성된 얼음층과 경계층(Boundary layer) 사이에 Fig. 12와 같이 검사 체적(Control volume)을 생성하면, 각각의 검사 체적에서는 단위 시간당 질량과 에너지가 다음과 같이 보존된다[12].

$$\dot{m}_{com} + \dot{m}_{in} = \dot{m}_{ice} + \dot{m}_{out} + \dot{m}_{eva} \quad (3)$$

$$\dot{E}_{com} + \dot{E}_{in} = \dot{E}_{ice} + \dot{E}_{out} + \dot{E}_{eva} + \dot{E}_{conv} \quad (4)$$

하첨자의 의미는 다음과 같다. com은 대기에서 날개 표면으로의 유입, in은 이전 격자에서 현재 격자로의 유입, out은 현재 격자에서 다음 격자로의 유출, ice는 현재 격자에서 결빙하는 얼음, eva는 증발 또는 승화, conv는 대류를 각각 의미한다.

결빙면적은 날개 표면에 결빙하는 얼음의 유량에 비례하기 때문에 식(3)을 단위 시간당 결빙하는 얼음의 질량에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{m}_{ice} = \dot{m}_{com} + \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} - \dot{m}_{eva} \quad (5)$$

결빙면적은 전체 검사체적에 결빙한 얼음의 유량과 관계가 있기 때문에 이전 검사체적에서 유입되는 Run in water의 유량과 현재 검사 체적에서 결빙하지 않고 흐르는 Runback water의 유량을 전체 검사 체적에서 고려하면 서로 상쇄된다.

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_{in(i-1)} - \dot{m}_{out(i)} = 0 \quad (6)$$

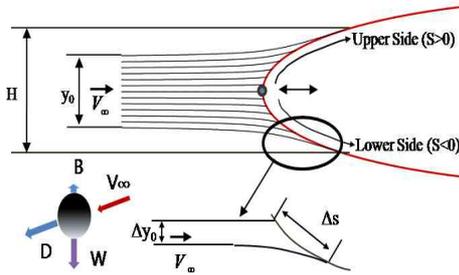


Fig. 13. Concept of Collection Efficiency[12]

이를 정리하면, 단위 시간당 결빙하는 얼음의 질량은 표면에 유입하는 물의 유량과 표면에서 증발 또는 승화되는 수증기의 유량의 차에 의해 결정된다. 이때, 표면에 유입되는 물의 유량이 승화 또는 증발량에 비해 그 값이 크기 때문에 단위 시간당 결빙하는 얼음의 질량은 표면에 유입하는 물의 유량에 영향을 받는다.

$$m_{com} = LWC \cdot V_{\infty} \cdot \beta \Delta s \quad (7)$$

식(7)은 대기에서 날개 표면으로 유입하는 물의 유량을 의미한다. 표면으로 유입하는 물의 유량은 부착률( $\beta$ )과 자유류 속도, LWC에 의해 결정된다. 이때 부착률은 Fig. 13과 같이 날개의 영향이 없는 위치에서의 액적간 간격과 날개에 부착된 액적간 간격의 비율로 결정된다. 따라서 표면에 유입되는 물의 유량은 부착률과 자유류 속도, LWC에 의해 결정되고, 표면으로 유입하는 물의 유량과 관계가 있는 결빙면적은 자유류 속도, LWC의 영향을 받는다.

### 3.2 최대 두께

최대 두께는 결빙면적과 같이 결빙한 얼음을 녹이기 위해 요구되는 열용량의 예측에 중요한 형상 파라미터이다. 특히, 결빙하는 얼음의 최대 두께에 관한 정보를 활용하면 단위 면적당 요구되는 최대 열용량을 결정할 수 있기 때문에 방빙 장치의 설계에 있어서 중요한 결빙형상 파라미터이다.

최대 두께는 하나의 검사체적에 결빙하는 얼음의 질량과 관계가 있고, 결빙면적은 전체 검사체적에 대한 얼음의 질량과 관계가 있다. 그러나 두 결빙 형상 파라미터의 값은 단위 시간당 표면에 유입하는 물의 질량에 의존적이다. 만약, 이전 검사체적에서 현재의 검사체적으로 유입되는 Run in water의 유량과 현재 검사 체적에서 결빙하지 않는 Runback water에 의한 유량의 차가

크지 않을 경우, 최대 두께가 증가하는 원인과 결빙면적이 증가하는 원인을 동일하게 고려할 수 있다.

Fig. 11 (b)의 최대 두께에 대한 분산분석의 결과는 LWC와 자유류 속도가 최대 두께에 영향력이 큰 외기 조건임을 보여주고 있다. 이는 자가조직도에서도 동일한 결과를 얻을 수 있다. Fig. 9 (a)의 자유류 속도의 값이 큰 클러스터(12, 22, 23, 18, 19, 20)가 존재하는 영역인 왼쪽과 오른쪽 영역에서 Fig. 9 (f)의 최대 두께의 값이 큰 클러스터(13, 14, 21, 22, 12, 19, 20)가 존재하고, Fig. 9 (c)의 LWC의 값이 작게 나타나는 클러스터(18, 20, 29, 30, 31)가 존재하는 우측 하단 영역에서 최대 두께의 값이 작은 클러스터(18, 20, 29, 30, 31)가 위치하고 있다.

뿐만 아니라 Fig. 9 (f)의 최대 두께를 나타내는 자가조직도와 Fig. 9 (e)의 결빙면적에 대한 자가조직도는 왼쪽(13, 14, 21, 22)과 오른쪽(18, 19, 20) 영역에서 큰 값들이 분포하고 있고, 전체적인 클러스터의 분포가 상당히 유사한 경향을 보인다.

주어진 조건에서는 최대 두께와 결빙면적에 영향을 미치는 외기 조건이 정성적, 정량적으로 유사하게 나타나고 있어 최대 두께 또한 외부에서 날개 표면에 유입하는 물의 유량에 큰 영향을 받을 수 있다.

### 3.3 결빙 진행 방향

결빙 진행 방향은 방빙장치의 단위 면적당 최대 열용량이 요구되는 위치를 결정한다. 특히, Hot air jet을 이용한 방빙 장치[19]에 있어서 jet의 분출 방향을 결정하는데 중요한 형상 파라미터이다. 결빙 진행 방향의 값이 클수록 보다 윗면으로 결빙의 증식이 일어남을 의미하고 값이 작을수록 아랫면으로 결빙이 증식하는 것을 의미한다.

Fig. 11 (c)의 분산 분석의 결과 결빙 진행 방향에 영향력이 큰 외기 조건은 대기온도, LWC, MVD의 순으로 나타났다. 분산분석의 결과와 같이 자가조직도에서도 동일한 결과를 획득하였다.

Fig. 9 (g)가 나타내는 결빙 진행 방향에 대한 자가조직도에서 왼쪽 상단(1, 13, 14)과 오른쪽 하단(28, 29, 30, 31)에서 결빙 진행 방향의 값이 큰 클러스터가 위치하고 있다. 또한 지도의 아래보다 위쪽(5, 6, 7, 8)에 결빙 진행 방향의 값이 큰 클러스터가 위치한다. 이 결과는 Fig. 9 (b)의 대기온도가 높은 클러스터(4, 5, 6, 7, 8, 9)가 위

치한 영역과 유사한 분포를 보인다. 또한 Fig. 9 (c)의 LWC의 값이 큰 클러스터(1, 2, 3, 13)가 분포하고 있는 위치에서 결빙 진행 방향의 값은 큰 경향을 보이고 있다. Fig. 9 (d)의 MVD의 값이 크게 나타나는 클러스터가 위치한 우측 하단(28, 29, 30, 31)에서 결빙 진행 방향의 값이 큰 클러스터가 위치하고 있다.

분산분석과 자가조직도의 결과로 결빙 진행 방향에 대하여 영향력이 있는 외기 조건으로 대기온도, LWC, MVD임을 확인하였다.

대기에서 날개 표면으로 유입된 물방울은 얼음으로 결빙하면서 열을 방출한다. 이때 방출된 잠열이 대류에 의한 냉각으로 상쇄되면서 날개 표면에서는 결빙하는 단위 시간당 얼음의 질량이 증가한다.

식(8)은 경계층 유동에 대한 강제 대류 에너지를 나타낸다. 이때 대기온도가 높아지면 경계층의 온도( $T_{edge}$ )가 높아져 열전달 계수( $h_c$ )와 경계층 속도( $V_c$ )가 동일한 경우, 대류에 의한 열전달량(Convective cooling)이 감소한다. 대기온도의 증가는 표면에서 단위 시간당 결빙하는 얼음의 질량을 감소시켜 표면에 유입한 물은 일부만 결빙하게 된다. 이때, 결빙 하지 않은 액체 상태의 Runback water는 날개 주위의 유동에 의해 날개 표면을 따라 흐르게 된다. 정체점을 기준으로 윗면에서 발생한 Runback water는 날개 윗면을 따라 앞전에서 뒷전으로 흐르게 되어 결빙의 진행 방향은 보다 위쪽(결빙 진행 방향 값의 증가)을 향하게 된다.

$$E_{conv} = h_c \left[ T_{sur} - \left( T_{edge} + \frac{r_c V_c^2}{2c_p} \right) \right] \Delta s \quad (8)$$

유리얼음 조건에서는 대류에 의한 열전달량에 의해 얼음의 두께가 결정된다. 경계층의 온도와 속도에 영향이 없는 LWC의 증가는 표면에서 결빙하지 않는 Runback water의 질량을 증가시킨다. 생성된 Runback water는 표면을 따라 정체점 영역에서 뒷전으로 흐르게 되어 결빙 진행 방향의 값을 증가시킨다.

대기온도의 증가는 표면에서 결빙하는 얼음의 질량을 감소시켜 결빙 진행 방향의 값을 증가시키고, LWC의 증가는 유입되는 물의 유량을 증가시켜 결빙하지 않는 Runback water를 생성하였다. 이와 같이 생성된 Runback water는 결빙 진행 방향의 값에 영향을 준다. 본 연구에서 수행한 분산분석과 자가조직도의 결과에서도 결빙

진행 방향의 값에 영향을 미치는 외기 조건으로 대기온도와 LWC임을 확인하였다.

### 3.4 결빙 한계

결빙한계는 결빙이 증식하는 범위를 나타내기 때문에 제빙 및 방빙 장치의 적용 범위를 결정하는데 중요한 형상 파라미터이다.

분산분석의 결과, 윗면의 결빙한계에 영향력이 큰 외기 조건으로 Fig. 11 (d)과 같이 자유류 속도, 대기온도, LWC의 순으로 나타났고, 아랫면의 결빙한계에 영향력이 큰 외기 조건으로는 Fig. 11 (e)와 같이 자유류 속도, LWC, 대기온도의 순으로 나타났다. 자가조직도에서는 자유류 속도와 대기온도와의 관계가 명확하게 나타났으나 LWC에 의한 유사성은 명확하게 나타나지 않았다.

윗면의 경우, Fig. 9 (h)에서와 같이 결빙한계가 크게 나타나는 클러스터는 오른쪽(11, 12, 10, 18, 19, 20,)과 왼쪽(13, 21)에 위치하고 있고 하단보다는 상단(4, 5, 7)에서 결빙한계의 값이 큰 클러스터가 위치하고 있다. 아랫면의 경우 음수로 나타내었기 때문에 값이 작을수록 얼음이 증식한 범위가 증가함을 나타낸다. Fig. 9 (i)에서와 같이 결빙의 분포가 증가한 영역은 결빙한계의 값이 작게 나타나는 클러스터로 오른쪽(11, 12, 10, 18, 19, 20,)과 왼쪽(13, 21), 그리고 하단보다는 상단(4, 5, 7)에서 결빙한계의 값이 작은 클러스터가 위치하고 있다.

분산분석의 결과와 자가조직도의 결과를 종합하면 결빙한계에 영향력이 큰 외기 조건은 대기온도와 자유류 속도이다.

MVD는 액적의 궤적에 영향을 미친다[12]. 서리얼음의 경우 액적이 날개 표면에 충돌하는 즉시 결빙하기 때문에 액적의 궤적이 결빙한계를 결정한다. 유리얼음 조건에서 결빙한계의 값은 윗면에서는 액적의 충돌지점보다 큰 값을 갖고, 아랫면에서는 작은 값을 갖기 때문에 결빙한계는 액적의 궤적에 영향을 받는다. MVD가 액적의 궤적 변화에 작용하는 영향을 살펴보면 다음과 같다.

액적의 직경이 증가하면, 식(9)의 액적과 공기의 상대속도( $V_r$ )와 액적의 직경을 고려한 레이놀즈 수가 증가하고, 식(10), (11)의 항력계수( $C_{D_i}$ )가 감소한다[20].

$$Re_d = \frac{V_r \cdot MVD}{\nu} \quad (9)$$

$$C_{D_i} = \frac{24}{Re_d} (\text{Stokes}, 0.1 < Re_d < 10) \quad (10)$$

$$C_{D_d} = \frac{12}{\sqrt{Re_d}} \text{ (Empirical, } 10 < Re_d < 1000) \quad (11)$$

액적의 직경에 따른 항력계수의 변화는 액적의 궤적에 영향을 미친다. 아래의 식(12)는 액적의 운동에 관한 지배방정식을 나타낸다[20].  $m_d$ 는 액적의 질량,  $\vec{a}_d$ 는 액적의 가속도를,  $\vec{g}$ 는 중력가속도를 의미하고  $\rho_d$ ,  $\rho_{air}$ 는 각각 액적과 공기의 밀도를,  $v_d$ 는 액적의 부피를 나타낸다.  $A_p$ 는 액적의 특성면적,  $\vec{V}_f - \vec{V}_d$ 는 액적과 공기의 상대속도를 의미한다. 우변의 첫 번째 항은 중력과 부력에 의한 영향을 나타내고, 두 번째 항은 항력에 의한 영향을 의미한다. 이때, 항력계수에 의해 액적의 가속도, 속도, 위치가 결정되기 때문에 MVD에 의하여 액적의 운동에 변화가 발생하고 액적의 궤적 및 날개에 충돌하는 위치가 결정되어 그 결과로 결빙한계가 바뀌게 된다.

$$m_d \vec{a}_d = (\rho_d - \rho_{air}) v_d \vec{g} + \frac{1}{2} \rho_{air} A_p C_{D_d} |\vec{V}_f - \vec{V}_d| (\vec{V}_f - \vec{V}_d) \quad (12)$$

그러나 APPENDIX C에서 주어진 결빙 환경인 MVD가 15~50 $\mu$ m의 영역에서는 액적의 크기가 결빙한계에 작용하는 영향력은 크게 나타나지 않았고, 자유류 속도와 대기온도에 의한 영향이 큰 것으로 나타났다.

$$\dot{E}_{com} = \dot{m}_{com} [C_{p_w} (T_{sur} - T_{ice}) + V_{\infty}^2 / 2] \quad (13)$$

식(13)는 자유류 속도에 의한 Kientic energy에 대하여 나타낸 식이다.  $C_{p_w}$ 는 물의 정압계수,  $T_{sur}$ 은 얼음층의 온도,  $T_{ice}$ 는 얼음의 온도이다[12]. 자유류 속도의 증가는 날개 표면으로 유입하는 에너지를 증가시켜 Runback water를 생성한다.

자유류 속도 증가와 높은 대기온도에 의한 Kinetic energy, Convective cooling이 Runback water를 생성하고 이는 결빙한계를 결정하는 중요한 원인임을 의미한다.

그러므로 APPENDIX C에서 제시된 결빙환경에서 결빙이 날개에 증식한 범위를 고려하기 위해서 중요하게 다루어야 할 외기 조건은 자유류 속도와 대기온도이다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 외기 조건과 결빙형상의 관계를 분석하기 위한 연구를 수행하였다. FAR

PART 25 APPENDIX C조건에서 수치해석 기법을 통해 결빙 형상을 획득하고 획득한 결빙형상을 정량적으로 정의할 수 있는 파라미터를 추출하였다. 추출한 형상 파라미터와 외기 조건과의 관계를 분석하기 위하여 분산분석과 자가조직도를 활용하여 결빙 형상 파라미터와 외기 조건의 관계를 파악하였다. 이와 같은 연구 과정을 통해 다음과 같은 결과를 확인하였다.

1) 자가조직도와 분산분석의 결과로 외기 조건이 형상 파라미터에 작용하는 영향력에 대한 정량적, 정성적인 비교가 가능하였고 영향력의 크기에 대한 순위를 획득할 수 있었다. 또한 자가조직도와 분산분석의 결과는 물리적 현상과 일치하는 결과를 나타내었다.

2) 결빙면적과 최대 두께에 영향력이 큰 외기 조건은 자유류 속도와 LWC로 이는 날개 표면에 유입하는 물의 유량이 결빙면적과 최대 두께에 가장 큰 영향력이 있음을 의미한다.

3) 분산분석의 결과에서 결빙 진행 방향에 작용하는 외기조건에 영향력은 대기온도, LWC, MVD, 자유류 속도의 순으로 나타났다. 이를 통해 대기온도와 LWC에 의해 발생하는 Runback water가 결빙 진행 방향을 변화시키는 중요한 원인임을 확인하였다.

4) FAR PART 25 APPENDIX C에서 제시된 결빙 환경에서 자유류 속도, 대기온도, LWC에 의해 결빙한계의 변화가 나타났다. 주어진 외기 조건에서는 액적의 직경에 의한 부착위치로 결정되는 결빙한계의 변화 보다는 자유류 속도 변화로 발생하는 Kinetic energy, Convection energy 등에 의한 효과가 결빙한계의 변화에 크게 작용하였다.

5) 본 연구에서 분산분석을 위하여 생성한 크리깅모델을 활용하면, 실험 또는 수치해석의 기법을 수행하지 않고 통계적인 방법을 활용하여 외기 조건의 변화에 따른 결빙 형상을 획득할 수 있다. 또한 결빙형상과 날개의 공기역학적 성능을 분석하는 연구와 본 연구가 결합되면, 외기조건 변화가 야기하는 날개의 공력성능 변화를 획득할 수 있기 때문에 추후 이와 관련한 연구가 필요하다.

#### 후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(313-2008-2-D00170)

## 참고문헌

- 1) Broeren, A. P., and Bragg, M. B., "Effect of High-Fidelity Ice-Accretion Simulations on Full-Scale Airfoil Performance", *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 1, pp. 240~254.
- 2) Wright, W. B., and Chung, J., "Correlation Between Geometric Similarity of Ice Shapes and the Resulting Aerodynamic Performance Degradation—A Preliminary Investigation Using WIND", NASA/CR-1999-209417, 1999.
- 3) Schickel, K. P., and Fuchs, W., "Aircraft Icing in Visual Meteorological Conditions below Low Stratus Clouds", *Atmosphere Research*, Vol. 36, No. 4, 1995, pp. 339~345.
- 4) 손찬규, 오세중, 이관중, "Part2 : 착빙 조건 변화에 따른 결빙 형상의 정량적 분석", *한국항공우주학회지*, 제38권, 제11호, 2010, pp. 1105~1114.
- 5) Kohonen T., "Self Organization Mas", *Springer*, Berlin, Heidelberg, 1995.
- 6) Krzysztof, J. C., Witold, P., and Roman, W. S., "Data Mining Method for Knowledge Discovery", *Kluwer Academic Publisher*, 1998.
- 7) Donald, R. J., Matthias, S., and William J. W., "Efficient Global Optimization Design with Black-Box Function", *Journal of Global Optimization*, Vol. 13, No. 4, 1998, pp. 455~492.
- 8) Federal Aviation Administration, "FAA Inflight Aircraft Icing Plane", *U.S. Department of Transportation*, Washington D.C., April 1997.
- 9) Jones, A. R., and Lewis, W., "National Advisory Committee for Aeronautics", NACA TN 1855, 1949.
- 10) Kenny, Q. Y., "Orthogonal Column Lain Hypercubes and Their Application in Computer Experiments", *American Statistical Association*, Vol. 93, No. 444, pp. 1430~1439.
- 11) Wright, W. B., and Rutkowski, A., "Validation Results for LEWICE 2.0", NASA/CR-1999-208690, 1999.
- 12) 손찬규, 오세중, 이관중, "2차원 에어포일의 유리얼음 형상 예측 코드 개발", *한국항공우주학회지*, 제38권, 제8호, 2010, pp. 747~757.
- 13) Gary A.R., and Brian M.B., "Users Manual for the NASA Lewis Ice Accretion Prediction Code (LEWICE)", NASA/CR-185129, 1990.
- 14) Wright, B. W., Gent, R. W., and Guffond, D., "DRA/NASA/ONERA Collaboration on Icing Research Part II - Prediction of Airfoil Ice Accretion", NASA/CR-202349, 1997.
- 15) Messinger, B. L., "Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as Function of Airspeed", *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 20, No. 1, 1953, pp. 29-42.
- 16) 손찬규, 오세중, 이관중, "Part1 : 익형 주위 결빙 예측 코드 검증 및 정량적 분석", *한국항공우주학회지*, 제38권, 제11호, 2010, pp. 1094~1104.
- 17) Jeong, S., Chiba, K., and Obayashi, S., "Data Mining for Aerodynamic Design Space", *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, Vol. 2, 2005, pp. 452~469.
- 18) Chae, S., Yee, K., Yang, C., Aoyama, T., Jeong, S., and Obayashi, S., "Helicopter Rotor Shape Optimization for the Improvement of Aeroacoustic Performance in Hover", *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 5, pp. 1770~1783.
- 19) Pellissier, M. P. C., Habashi, W. G., and Pueyo, A., "Optimization via FENSAP-ICE of Aircraft Hot-Air Anti-Icing Systems", *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 1, pp. 265~276.
- 20) 백선우, 이관중, 오세중, "2차원 날개의 서리얼음 형상 예측", *한국전산유체공학학회지*, 제14권, 제1호, 2009, pp. 45~52.