방파제 축조공사의 Centrifuge 모델링과 수치해석

Centrifuge Modeling and Numerical Analysis on Breakwater Construction

유 남 재^{*} 김 동 건^{**} 윤 대 희^{***} Yoo, Nam-Jae Kim, Dong-Gun Yoon, Dae-Hee

Abstract

Centrifuge modeling and numerical analysis on works of breakwater construction were performed to investigate the behavior of caisson type of breakwater and foundation treated with the method of DCM (Deep Cement Mixing) under the condition of wave action in field.

In centrifuge modeling, construction sequence of breakwater caisson such as preparation of ground, treatment of DCM, installation of rubble mound, placement of breakwater caisson and lateral loading on the breakwater due to wave action were reconstructed. Lateral movement of model breakwater and ground reaction in the vertical direction were monitored during test. Stress concentration ratio between the untreated ground and the treated ground with DCM was evaluated from measurement of vertical stresses on each ground. Numerical analysis with the software of PLAXIS was carried to compare with

Results of centrifuge model test. It was found that stability of model breakwater was maintained during stage of construction and the compared results about stress concentration ratio were in relatively good agreements.

키워드 : 방과제, 원심모델링, 수치해석 keywords : breakwater, centrifuge modeling, numerical analysis

1. 서론

산업의 발달과 인구의 도시집충화에 따른 토지 수요의 증가로 매립지의 개간 및 연약지반을 개량 하는 공사가 빈번하다. 주변지반의 침하 측방유동 등의 현상등의 문제를 해결하기 위하여 연약지반 을 개량하거나 지반의 강도를 증대시켜줄 필요가 있다. 본 연구는 방과제 축조공사와 관련하여 기초 지반에 존재하는 연약지반(해성점토층)의 개량공법 으로 적용된 시멘트 고압분사주입공법의 응력분담 비를 평가를 위해 원심모형실험과 2차원 수치해석을 수행하여 결과를 비교 분석 하였다.

2. 이론적 배경

2.1 원심모형실험

2.1.1 기본원리

원심모형실험의 기본원리는 인위적으로 원심력 에 의하여 흙의 자중을 증가시켜 현장의 응력 상 대를 재현 시킴으로써 구조물의 거동을 분석 하는 것이다. 그림 1과 같이 2차원 평면 변형상태에서 임의의 요소에 작용하는 힘의 평형식은 다음과 같 다.

 ^{*} 강원대학교 토목공학과 교수, 교신저자
 ** 강원대학교 대학원 토목공학과 박사수료
 *** 강원대학교 대학원 토목공학과 석사과정



그림 1 힘의 평형상태

 $\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y}}{\partial y} + Y = 0$ (1) 여기서, X, Y는 X, Y방향의 자중이다.

이와 같은 평형식에서 원심모형실험에서는 1/N 의 축소된 모형을 사용하고 흙의 자중을 N배 가속 시킴으로서 평형관계식이 다음과 같아진다.

$\partial \sigma_{\rm x}$ _	$\partial \tau_{xy} + N \cdot Y = 0$	(2)
$\partial(x/N)$	$\partial(y/N)$ + N + X = 0	(2)

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial (x/N)} + \frac{\partial \sigma_{y}}{\partial (y/N)} + N \cdot Y = 0$$
(3)

위와 같은 관계식에서 N값은 서로 상쇄되어 일 반적인 힘의 평형방정식과 동일하게 된다. 따라서 원심모형실험에서는 축소된 모형으로 흙의 자중을 인위적으로 증가시키어 현장 원형구조물의 초기 응력 상태를 재현시키고 어떠한 형태의 경계조건 에서 응력이 가하여져도 기본적인 힘의 평형 관계 식을 만족시킴으로 원심모형실험에서 현장과 동일 한 재질의 시료를 사용하여 시험을 수행하면 현장 구조물과 같은 응력-변형 거동을 원심모형실험에 서 재현시킬 수 있다.(Schofield, 1988; Ko, 1988)

2.1.2 원심모형실험기 제원

강원대 지반공학 실험실에 있는 원심모형시험기 의 용량은 20g·ton이며 시험가능 한 모형 토조의 크기는 500×500×600mm이고, 원심모형기의 중심축 으로부터 Hinge까지의 거리가 1m, Swing Basket 의 저면 까지 거리는 1.35m이다. Slip Ring은 총 40개의 Channel이고 Conditioner의 구동 및 Video Camera의 전원을 공급하는 Slip Ring을 분리 설치 하였으며, 2개의 유압식 Slip Ring은 원심모형시험 기의 하단에 설치하였다. 또한 Zoom기능과 위치조 절기능을 갖춘 폐쇄회로(CCTV)와 35mm SLR Camera가 원심모형시험기의 중심 축 좌우에 설치 되어 45° 각도로 설치된 반사경을 통해 실험과정 을 Monitoring할 수 있으며, CCTV의 경우 Slip Ring을 통해 외부에 비치된 VTR과 TV와 연결되 어 있어 실험과정을 녹화할 수 있다. 강원대학교 토목공학과 지반공학연구실에 위치 한 원심모형실험기는 연약지반의 압밀거동에 관한 연구(강대수, 1977 ; 전동욱, 1997), 역T형 옹벽의 거동특성(엄재경, 1996), 사면에 인접한 옹벽의 거 동특성(이명욱, 1998), 모래다짐말뚝의 특성연구(김 상진, 2002)등 다양한 지반공학 거동특성 연구에 사용되어 왔다.

2.2 수치해석 프로그램

본 연구에 사용된 PLAXIS는 연약지반의 압밀 거동 뿐만 아니라 과 압밀점토 그리고 사질토 및 암반지반에도 적용이 가능한 다양한 재료모형을 갖고 있다. 연약지반에 강하다는 점은 매우 작은 전단강도의 지반에 굴착 또는 성토하는 경우에 지 반의 붕괴를 포함한 변형해석이 가능할 뿐만 아니 라 압밀침하 및 점성침하 등의 복잡한 지반변형을 계산할 수 있음을 의미한다.

복잡한 비선형 거동을 구하기 위하여 PLAXIS 에는 다양한 구성(재료) 모형과 탄소성 상태에서 평형상태에 도달하기 위한 즉, 수렴(Convergence) 을 돕는 강력한 알고리즘을 보유하고 있으며, 요소 망 자동생성 등 매우 쉬워 보이는 사용자 인터페 이스와 복잡한 연약지반 거동분석 문제를 간단하 게 해결하는 해석기능, 그리고 강도감소법 등의 기 능을 포함하고 있는 것이 특징이다.

3. 원심모형 실험

3.1 방파제 및 개량체 모형 제작

모형 방파제는 주문진 표준사와 폴리코트(Poly coat)를 혼합하여 1/200 축소한 크기로 그림 2와 같이 제작하였다. 모형 개량체는 점토층 보강을 모 사하기 위하여 모래와 시멘트를 이용하여 제작하 였다.



그림 2 모형 케이슨 제작

3.2 모형 지층 조성

연암층을 모사하기 위하여 강성의 MC 나일론 재 강판을 이용하여 각 단면의 연암층 높이에 맞 게 제작하여 토조의 최하부 층에 설치하였다. 현장 산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제31권 B호, 2011. 방파제 축조공사의 Centrifuge 모델링과 수치해석

점토층에 대한 상사성을 고려하여 그림 3과 같이 현장 함수비 71.8% 조건으로 D단면 점토층을 5.7cm, F단면 점토층을 8.45cm로 조성하였다.



그림 3 연암 및 점토층 조성

3.3 점토층 보강 및 계측기 설치

연약점토층 보강을 위하여 각 실험조건에 따라 서 그림 4와 같이 D단면은 상부 24.2% / 하부 7.07%, F단면은 상부 34.9% / 하부 12.15%의 치환 율로 개량체를 설치하였다.

개량체 설치방법은 타설 위치 표시 후, 점토층 을 굴착하여 공벽을 유지한 후 제작된 개량체를 삽입시켜 타설하는 방법을 사용하였다.

지반보강 후 상부 하중에 따른 보강재와 점토층 의 응력분담비를 분석하기 위하여 토압계를 설치 하였다. 토압계의 위치는 각 단면의 중앙부 개량체 상부와 이웃한 점토 상부에 토압계를 설치하였고, 시험 시 계측위치에서의 이탈을 방지하기 위하여 토압계 전용 재하판을 하부에 설치하여 해당 위치 에 고정될 수 있도록 하였다.



그림 4 점토층 보강 및 토압계 설치

3.4 모래층 조성 및 사석마운드 설치

그림 5와 같이 현장지층의 상사성을 고려하여 D 단면 모래층 4.2cm, F 단면 모래층 3.5cm로 조성하였다. 사석마운드는 D단면 1.5cm, F단면 1.2cm 높이로 포화단위중량 20kN/m³을 갖도록 조성하였다.



그림 5 모래층 조성

3.5 케이슨 및 상치콘크리트 설치

사석마운드 조성단계 완료 후 제작된 방파제를 하중조건에 맞게 총 무게 약 47N이 되도록 내부에 납을 채워 현장조건을 모사하였다.

방파제 설치 후 제작된 상치콘크리트를 상부에 설치하고, 상치콘크리트 상부와 원지반 측부에 LVDT를 설치한 후 50g로 중력가속을 수행하였다. 그리고 중력가속에 따른 지반의 변위 및 하부보강 재와 점토층에 작용하는 압력을 측정하였다.

3.6 수평재하

적용 파압에 따른 방파제의 안정성 검토를 위하 여 토조 상부에 설치된 수평재하장치와 Load-cell 을 이용하여 하중 증가에 따른 방파제 변위를 측 정하고자 하였다. 장비 설치완료 후 50g 중력수준 으로 가속한 조건에서 약 320N의 수평력을 작용시 켜 이에 따른 방파제 변위와 지반변위를 측정하였다.

4. 원심모형실험 결과

4.1 사석마운드 조성 단계

사석마운드 조성 후 50g 중력가속 시 개량체 상 부와 점토 상부에 설치한 토압계를 이용하여 위치 별 유효응력을 측정하였다. 그림 6~7과 같이 D단 면의 위치별 응력은 말뚝 상부에서 10.46kPa, 점토 상부에서 0.73kPa, F단면은 7.88kPa, 2.88kPa로 나 타났다.



두 단면 모두 시간경과에 따라 응력이 증가하는 경향을 보였고, 상부 하중증가에 따라 개량체와 점 토상부에서 나타나는 응력의 차이 또한 크게 나타 났다.



4.2 케이슨 설치 단계

케이슨 설치에 따른 모형시험 결과 위치별 응력은 그림 8~9와 같다. D단면은 말뚝 상부에서 41.91kPa, 점토 상부에서 2.47kPa, F단면은 34.3kPa, 1.29kPa 로 나타났으며 시간이 경과함에 따라 일정 값으로 수렴하는 경향을 보이고 있다.



그림 8 시간-응력 곡선(방파제설치-D단면)



그림 9 시간-응력 곡선(방파제설치-F단면)

4.3 응력분담비 검토

지층조성 후 사석마운드 및 케이슨 설치에 따른 개량체와 점토층에서의 응력분담비를 검토하였다. 모래층 조성단계에서 방파제 설치 단계까지의 응력분포 곡선을 종합적으로 나타낸 결과가 그림 10~11과 같다. 최종응력 측정결과 D단면은 개량 체 상부에서 68.5kPa, 점토층 상부에서 5.79kPa이 고, F단면은 49.3kPa, 4.92kPa로 나타나 각 단면의 개량체와 점토층 사이의 응력분담비가 11.8 및 10.0으로 분석되었다.

그러나 하부에 설치된 토압계에 연직방향으로 하중이 모두 전달되지 않는 실험적인 한계상 실제 응력분담비는 실험값보다 크게 나타날 수 있다.



그림 10 응력분담비 분석(D단면)



4.4 수평재하 단계

수평재하에 따른 방파제의 변위를 분석한 결과, 그림 12~13과 같이 D단면에서는 7mm, F단면서는 8mm의 수평변위가 발생하였다. 두 단면 모두 하 중이 증가함에 따라 케이슨의 변위가 증가하는 경 향을 나타내었다.



그림 12 방파제 수평변위분석(D단면)

산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제31권 B호, 2011. 방파제 축조공사의 Centrifuge 모델링과 수치해석



그림 13 방파제 수평변위분석(F단면)

5. 수치해석

5.1 개요

원심모형실험 결과 분석된 방파제 및 지 반 거 동 경향의 타당성을 검토하고, 그 안정성을 평가하 기 위하여 FEM 수치해석을 수행하여 비교 분석하 였다.

5.2 해석 물성치

두 단면 모두 고압분사주입공법에 대한 말뚝체 타설 후 기초사석을 조성하고 케이슨 설치 및 상 치콘트리트 설치의 시공순서로 모델링하였다. 수치 해석에 적용된 지반 정수는 다음 표 1과 같다.

구 분	적 용 물 성	
상부사질토	r _{sat} =18.4kN/ m ³ c=0 ø = 35° E=28MPa v=0.38	
하부사질토 (사질토)	r _{sat} =18.3kN/ m ³ c=0 ø = 33° E=19MPa v=0.38	
자갈	r_{sat} =18.6kN/ m^3 c=0 ø = 35° E=40MPa v=0.32	
풍화암	r _{sat} =19.6kN/ m ³ c=50kPa ø = 28° E=100MPa v=0.32	
연암	r _{sat} =20.9kN/ m ³ c=70kPa	
상부점토	$r_{sat}=17.6 \text{kN/}m^3$ c'=0 \emptyset = 11.3° E=2.2MPa v=0.40 S_u = 34.0kPa C_c =0.47 e_0 =1.20 k=4.208 × 10 ⁻⁷ cm/sec	
하부점토 (점성토)	$r_{sat}=15.1 \text{kN/m}^3$ c'=0 ϕ = 21.8° E=3.3MPa v=0.40 $S_u = 50.8 \text{kPa}$ $C_c=1.10$ $e_0=2.18$ k=2.465×10 ⁻⁷ cm/sec	
사석기초	$r_{sat}=19.0 \text{kN}/m^3$ c'=0 \emptyset = 40° E=50MPa v=0.30	
고압분사주입 공법말뚝	r _{sat} =22.0kN/ m ³ c'=3,000kPa ø=45° E=800MPa v=0.20	

표 1 수치해석 물성치

5.3 수치해석

5.3.1 해석모델

원심모형실험 단면에 대한 개량율 해석과 지반 거동분석을 위하여 유한요소해석으로 아래 그림 14~15과같이 D단면과 F단면에 대한 수치해석 모 델을 구성하였다.



그림 14 개량율 2차원 해석 지층과 말뚝체 모델



그림 15 유한요소망

5.3.2 해석단계

개량율 해석을 위해 초기 지층조성 후 고압분사 주입공법 타설, 기초사석 포설, 하중재하의 순으로 다음 그림 16과 같이 진행하였다. 원심모형실험단 면에 대한 수치해석은 초기지반을 형성하고 고압 분사주입공법에 의하여 말뚝체를 타설하고, 기초사 석을 포설한 후 케이슨을 거치하였다. 이후 상치콘 크리트와 상재하중을 작용하는 단계로 모델을 해 석하였다. 사질토와 기반암층, 사석기초, 고압분사 주입공법 말뚝은 Mohr-Coulomb 모델을 적용하고, 점성토는 Modified Cam-clay 모델과 함께 압밀해 석도 병행하여 수행하였다.

위의 조건으로 원심모형실험에 대한 수치해석을 그림 16~19과 같이 수행하여 도시하였다.

5.3.4 2차원 응력분담비 해석결과

그림 20~25는 상재하중 재하 후 점성토 및 고 압분사주입공법 말뚝체에 작용하는 연직유효응력 을 나타내었다. Mohr-coulomb 2차원 해석결과, D 단면에서의 응력분담비는 상부에서 초기 4.17부터 점차 증가하여 최대값은 점성토층 7.3m의 심도에 서 47.7로 나타났으며 평균값은 33.9로 분석되었다. F단면에서의 응력 분담비는 상부에서 3.53 값으로 부터 점차 증가하여 점성토층의 7.6m의 심도에서 58.9로 나타났으며 평균값은 34.3으로 분석되었다.



그림 20 D단면 상재하중 재하 후 점성토 및 말뚝체의 연직유효응력 2차원 해석



그림 21 D단면 상재하중 재하에 의한 연직유효응력



그림 22 D단면 심도에 따른 응력분담비



그림 16 개량률 2차원 해석 순서



그림 17 초기지반 및 말뚝체 타설 모형



그림 18 기초사석 및 케이슨 거치



그림 19 상치콘크리트 타설 및 하중재하

산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제31권 B호, 2011. 방파제 축조공사의 Centrifuge 모델링과 수치해석



그림 23 F단면 상재하중 재하 후 점성토 및 말뚝체의 연직유효응력 2차원 해석



그림 24 F단면 상재하중 재하에 의한 연직유효응력



그림 25 F단면 심도에 따른 응력분담비

5.3.5 모형실험 단면해석 결과

해석결과 그림 26~27과 같이 두 단면 모두 전 체변위는 하중에 의해 항외측 아랫방향을 기준으로 회전하려는 경향을 나타낸다. D단면에서는 최대변 위는 케이슨 상부에서 6.49mm발생(상사성 고려 : 25.962mm)하고, 지반부 최대 변위는 기초사석층 상부에서 4.64mm 발생(상사성 고려 : 18.56mm)한다. (상사성 고려 : 24.32mm)한고, 지반부 최대 변위는 기초사석층 상부에서 4.55mm 발생(상사성 고려 : 18.2mm)한다.



그림 27 F단면 수치해석 전체 변위 벡터

연직변위 분포 분석 결과는 그림 28~29와 같이 하중에 의해 항외측에서 상대적으로 큰 침하가 나 타나며, 항내측은 작은 침하가 발생하는 경향을 나 타낸다. D단면에서는 최대 연직변위는 항외측 케 이슨 상부에서 4.68mm발생(상사성 고려:18.72mm) 한고, 지반부 최대 변위는 기초사석층의 항외측 상 부에서 4.64mm 발생(상사성 고려:18.56mm)하였다. F단면에서는 최대 연직변위는 항외측 케이슨 상부 에서 4.58mm발생(상사성 고려:18.32mm)하였고, 지 반부 최대 변위는 기초 사석층의 항외측 상부에서 4.55mm 발생(상사성 고려:18.2mm)하였다.





그림 29 F단면 수치해석 연직변위

케이슨 및 지반의 수평변위 결과를 그림 30~31 에 도시하였다. 그림에서처럼 수평변위는 전체적으 로 항외측 방향으로 나타나며, 케이슨 상부에서 상 대적으로 큰 변위가 나타나는 경향을 보인다.

D단면의 최대 수평변위는 상치콘크리트 선단부 에서 5.64mm발생(상사성 고려:22.56mm)하고, 지반 부 최대 수평변위는 고압분사주입공법 말뚝체 상 단에서 1.72mm(상사성 고려 : 6.88mm)가 항내측 으로 발생하였다.

F단면의 최대 수평변위는 상치콘크리트 선단부 에서 5.04mm발생(상사성 고려:20.16mm)하고, 지반 부 최대 수평변위는 고압분사주입공법 말뚝체 상 단에서 1.63mm(상사성 고려:6.52mm)가 항내측으 로 발생하였다



그림 30 D단면 수치해석 수평변위



그림 31 F단면 수치해석 수평변위

수평하중재하 후 전단응력 및 전단변형률에 대 한 분석 결과 그림 32~35와 같이 나타났다. D단 면의 경우 지반부 최대 전단응력은 고압분사주입 공법 말뚝체의 선단지지부에서 발생하였고, 68.95 kPa의 값을 보였으며, 최대 전단변형률은 케이슨 중앙부 하단의 하부모래와 점성토 근처에서 발생 하였으며, 그 크기는 0.64%로 분석되었다.

F단면의 경우 지반부 최대 전단응력은 고압분 사주입공법 말뚝체의 선단지지부에서 발생하였으 며 38.47kPa의 값을 보였고, 최대 전단변형률은 항 외측 케이슨 하부 사질토 상부측에서 발생하였으 며, 그 크기는 0.37%로 분석되었다.



산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제31권 B호, 2011. 방파제 축조공사의 Centrifuge 모델링과 수치해석



6. 결론

하였다.

본 연구에서는 방파제축조공사 설계와 관련하여 직경이 다른 고압분사주입공법으로 기초를 보강한 방파제 케이슨의 안정성 검토를 목적으로 물리역 학실험과 원심모형실험, 2차원 수치해석등을 수행 하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1. 대상시료의 물리적 특성을 파악하고자 기본 물성시험을 수행한 결과, 비중은 점토 2.71, 모래 2.69로 나타났다. 입도분석결과 점토는 #200체통과 량이 97.24%이고, 2µm이하 중량백분율이 34.53% ~39.56%로 나타났으며, 액·소성한계 시험결과 액성한계 54.43%, 소성한계 17.43%, 소성지수 37% 로 나타나 통일분류상 CH로 나타났다. 모래는 #200체 통과율 12.8%, 균등계수 10.4, 곡률계수 3.04이고 통일분류법상 SM으로 나타났다.

2. 원심모형실험 결과 기초사석 포설에 의한 침 하는 D단면 0.06.mm, F단면 0.08mm 케이슨 거치 에 의한 침하는 D단면0.7mm, F단면 0.57mm 최종 단계의 상치콘크리트 거치 후 하중재하 단계에서는 D단면 0.081mm(상사성 고려 140mm), F단면 0.02mm (상사성 고려 114mm) 침하가 발생하였다. 상치콘크리트 타설 후 허용 침하량이 100mm이므로 침하에 대하여 안정성을 확보하는 것으로 나타났다. 수평하중재하 단계에서 연직변위는 초기 시공단계 에서 0.06m 발생하여 중력수준에 이르러 하중재하시 서서히 증가하여 최종적으로 0.02m의 변위가 발생

3. 수평하중재하 후 전단응력 및 전단변형률에 대한 분석 결과 D단면은 전반적으로 지반의 전단 응력은 70kPa이하의 결과를 보이며, 전단변형률은 0.7%내의 결과를 보인다. F단면은 지반의 전단응력은 40kPa이하의 결과를 보이며, 전단변형률은 0.4%내의 결과를 보인다. 결과적으로 D,F단면 모두 전단강도값에 미치지 못 하는 것으로 분석되어 소정의 안정성이 확보될 수 있을 것으로 판단된다.

4. 두 단면의 대표응력분담비는 33.9, 34.0으로 분석되었고 고압분사주입공법 말뚝체 상부에서 D 단면 11.8, F단면 10.0의 응력분담비가 확인되었으 며 이 값은 수치해석에 의해 분석된 말뚝체 상부 의 응력분담비 범위내에 있는 것으로 분석되어 해 석결과의 타당성을 확인하였다.

참 고 문 헌

- 강대수, "연약점토의 이차원 압밀에 관한 원 심모형시험", 강원대학교 대학원 공학석사학 위논문, 1997.
- [2] 김경석, "유한요소해석을 이용한 암반근입말
 뚝의 지지력 비교", 서울대학교 공학석사학위
 논문. 1997.
- [3] 엄재경, "상재하중하 역T형 옹벽의 골동거동 에 관한 원심모형실험", 강원대학교 공학석사 학위논문, 1996.
- [4] 이명욱, "사면에 인접한 옹벽의 원심모델링",
 강원대학교 공학박사학위논문, 1998.
- [5] 전동욱, "원심모형실험에 의한 연약점토의 자 중압밀에 관한 연구", 강원대학교 공학석사학 위논문, 1997.
- [6] Aboshi, H., Fukuda, K., Ogura, T., Inoue, T., Mukai, M, "The Soil Stabilization for Final Disposal Site, Hiroshima, Japan", *GEO-COAST* '91, 3–6, Sept., Yokohama 2/1. 1991.
- [7] Barksdale, R. D., and Bachus, R. C., "Design and Construction of Stone Columns", Report No. FHWA/ RD-83/026, National Technical Information Service, Springfield, Virginia. 1983.
- [8] Bergado, D. T., and Lam, F. L., "Full Scale Load Test of Granular Piles with Different Densities and Different Proportions of Gravel and Sand in the Soft Bangkok Clay", *Soils and Foundations Journal*, Vol. 27, No. 1, pp. 86–93. 1987.
- [9] Bloomquist, D. G., and Townsend, F. C., "Centrifugal Modeling of Phosphatic Clay Consolidation", *Sedimentation/Consolidation Models*, pp. 565–580. 1984.
- [10] Yamagata, K., and Hukumoto, K., "Stress Ratio of A Sand Pile and Cohesive Soil in Composite Ground", *The 17th Conf. of JSSMFE*, pp. 2417–2420. 1982.
- [11] Masaaki, T., and Masaki, K, "Bearing Capacity of Clay Ground Improved by Sand

Compaction Piles of Low Replacement Area Ratio", Report of The Port and Harbour Research Institute Vol. 29, No. 2, pp. 119–147. 1990.

[12] Schofield, A. N. and Wroth C. P., Critical State Soil Mechanics, *McGraw-Hill.Strength* and Deformation of the Composite Ground, pp. 113–118. 1968