

개선된 Weighted Spatial Smoothing에 의한 코히런트 및 인코히런트 간섭제거

Cancellation of Coherent and Incoherent Interferences By Improved Weighted Spatial Smoothing

최 양 호*
Choi, Yang-Ho

Abstract

Coherent interferences can be rejected using the weighted spatial smoothing (WSS) technique that allows us to be able to completely decorrelate coherent signals with their arrival angles known. Its effective array aperture, however, can be greatly decreased, in particular when there exist many interferences, thereby degrading the rejection capability. In this paper, we propose an improved spatial smoothing (IWSS) which, with an increased effective array aperture, provides better performance than the existing WSS. Moreover, the proposed beamformer employs multiple constraints so that the coherent interferences are completely cancelled. Simulation shows the superiority of the IWSS in comparison with the conventional WSS.

키워드 : 적응 어레이, 코히런트 간섭, 공간 스무딩
Keywords : Adaptive array, coherent interference, spatial smoothing

1. 서론

적응 어레이(adaptive array)는 원하는 신호방향으로 빔 이득을 유지하면서 간섭신호를 제거하여 수신성능을 좋게 한다. 이러한 특성으로 통신, radar, sonar 등 많은 분야에서 활용되고 있다. LCMV(linearly constrained minimum variance) 어레이[1][2]에서는 원하는 신호의 도래방향으로 빔 이득을 1로 일정하게 하면서 어레이 출력전력이 최소가 되도록 가중벡터(weight vector)를 조정한다. 원하는 신호가 간섭과 전혀 상관되어 있지 않다면 LCMV 어레이는 SINR(signal-to-interference plus noise ratio)을 최대로 한다. 그러나 코히런트(coherent) 간섭이 존재하면 신호감쇠

현상이 발생하여 심한 성능저하가 야기되며[3], 따라서 이를 극복할 수 있는 대책이 요구된다. 코히런트 신호는 다중경로 전파(multipath propagation), 스마트 제밍(smart jamming) 등에 의해서 발생된다.

코히런트 신호가 존재하면 rank 손실이 일어나는 데, 공간 스무딩(spatial smoothing)[4]을 이용하여 손실된 rank를 회복시킬 수 있다. 코히런트 간섭 제거를 위해 공간 스무딩을 도입[5]할 수 있으나, 스무딩된 공분산 행렬(covariance matrix)에서 원하는 신호 성분과 간섭신호 성분 간에 상관성이 남아있고 이는 간섭신호 제거를 어렵게 한다. 이의 문제를 해결하기 위해 WSS(weighted spatial smoothing) 방식이 제안되었다[6]. WSS에서는 코히런트 간섭의 알려진 도래방향을 이용하여 위에서 언급한 상관성을 완전히 제거할 수 있으나 어레이 실효면적(array effective aperture)이 크게 감소될 수 있는 문제점을 안고 있다.

* 강원대학교 전자통신전공 교수, 공학박사, 교신저자

본 논문에서는 WSS에서의 실효면적 감소를 줄이면서 효과적으로 간섭을 제거하는 방법을 제시한다. 코히런트 신호가 존재 할 때 rank 회복을 위한 공간 스무딩에서 중첩된 부어레이(subarray)들을 이용하는데, 제안방식에서는 기존의 WSS보다 사용하는 부어레이 수가 작으며 결과적으로 어레이의 실효면적이 증가하게 된다. 또한 코히런트 간섭방향으로 널(null) 제한을 두어서 코히런트 간섭을 완전히 제거한다.

2. 코히런트 간섭제거를 위한 Spatial Smoothing

2.1 적응 어레이 시스템

M 개의 센서가 거리 d 의 같은 간격으로 놓인 ULA(uniform linear array) 어레이에 q 개의 코히런트(coherent) 신호그룹이 수신된다, j 번째 그룹은 η_j 개의 코히런트 신호로 구성되며, 전체 도래하는 신호의 수 η_j 는

$$\eta = \sum_{j=1}^q \eta_j \quad (1)$$

와 같다. j 번째 그룹에서 i 번째 신호의 도래방향을 θ_{ij} 로 나타낸다. 첫 번째 그룹의 첫 번째 신호는 원하는 신호로 그 도래방향은 θ_{11} 이다. 각 그룹 간에는 상관되어 있지 않다. 도래각 θ 에 대한 m -센서 어레이의 응답벡터 $\mathbf{a}_m(\theta)$ 는

$$\mathbf{a}_m(\theta) = [1, \phi, \dots, \phi^{m-1}]^T \quad (2)$$

$$\phi = \exp\left[\frac{j2\pi d \sin\theta}{\lambda}\right] \quad (3)$$

와 같이 쓸 수 있고, 여기서 T 는 행렬의 전치, λ 는 파장을 나타낸다. 수신신호 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_M(t)]^T \\ &= \sum_{j=1}^q \mathbf{A}_M(\theta_j) \mathbf{s}_j(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\theta_j = \{\theta_{1j}, \dots, \theta_{\eta_j}\}$, $\mathbf{s}_j(t)$ 는 j 번째 그룹에 대한 복소 포락선 벡터(complex envelope vector), $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터이고

$$\mathbf{A}_M(\theta_j) = [\mathbf{a}_M(\theta_{1j}), \dots, \mathbf{a}_M(\theta_{\eta_j})] \quad (5)$$

이다.

LCMV 적응 어레이에서는 원하는 신호의 도래방향 θ_{11} 으로 빔 이득을 1로 일정하게 하면서 어레이 출력전력이 최소가 되도록 가중벡터(weight vector)를 구한다. 이때 가중벡터는

$$\mathbf{w} = \mathbf{c} \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}_M(\theta_{11}) \quad (6)$$

와 같이 주어지며[1], 여기서 \mathbf{c} 는 스칼라 상수, \mathbf{R}_x 는 수신신호 $\mathbf{x}(t)$ 의 공분산 행렬(covariance matrix)이다. 공분산 행렬 \mathbf{R}_x 는

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \sum_{j=1}^q \mathbf{A}_M(\theta_j) \mathbf{R}_{s_j} \mathbf{A}_M^H(\theta_j) + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 주어지며, E , H 는 각각 기대치(expectation), Hermitian(complex conjugate transpose) 연산을 의미하고, $\mathbf{R}_{s_j} = E[\mathbf{s}_j(t)\mathbf{s}_j^H(t)]$, σ^2 은 잡음 전력, \mathbf{I} 는 단위행렬이다. 원하는 신호와 간섭신호가 전혀 상관되어 있지 않다면, (5)와 같이 어레이에 수신된 신호를 가중하면 출력 SINR을 최대로 한다. 그러나 원하는 신호와 상관된 간섭신호가 존재하면, 이 상관성으로 LCMV 어레이는 의도한 대로 잘 동작하지 못한다. 특히 코히런트 간섭이 있으면 원하는 신호도 간섭처럼 감쇠되어 심한 성능저하가 발생되며, 따라서 이에 대한 대책이 필요하다.

2.2 Spatial Smoothing

코히런트 간섭이 있을 때의 성능저하 문제는 공간 스무딩을 이용하여 일부 해결할 수 있다[5]. \mathbf{R}_0 를

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_x - \sigma^2 \mathbf{I} \quad (8)$$

이라하자 만약 코히런트 신호가 없다면, \mathbf{R}_0 의 rank는 도래하는 전체 신호 수 η 와 같지만, 코히런트 신호가 존재하면 rank는 q 로 감소한다. 공간 스무딩을 통해 rank가 η 인 행렬을 만들 수 있다.

원래의 어레이를 중첩된 부어레이로 나누어 공간 스무딩을 한다[4]. L 개의 부어레이로 중첩시킬 때, 부어레이 크기 D 는 $D = M - L + 1$ 과 같고, 공간 스무딩된 행렬은

$$\mathbf{R}_{x,s} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L E[\mathbf{x}_l(t)\mathbf{x}_l^H(t)] \quad (9)$$

와 같이 정의되며 여기서

$$\mathbf{x}_l(t) = [\mathbf{x}_l(t), \mathbf{x}_{l+1}(t), \dots, \mathbf{x}_{D+l-1}(t)]^T$$

이다. \mathbf{R}_{s_j} 는 rank 1 행렬이므로

$$\mathbf{R}_{s_j} = \boldsymbol{\xi}_j \boldsymbol{\xi}_j^H \quad (10)$$

와 같이 나타낼 수 있고, $\boldsymbol{\xi}_j$ 는 η_j 의 요소를 가지는 벡터이다. 식 (9), (10)을 이용하여 $\mathbf{R}_{x,s}$ 는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{R}_{x,s} = \sum_{j=1}^q \mathbf{A}_D(\theta_j) \mathbf{R}_{s_j} \mathbf{A}_D^H(\theta_j) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (11)$$

여기서

$$\mathbf{R}_{s_j,s} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^q \mathbf{A}_L^T(\theta_j) \mathbf{D}_{\boldsymbol{\xi}_j} \mathbf{D}_{\boldsymbol{\xi}_j}^* \mathbf{A}_L^*(\theta_j) \quad (12)$$

이고, $*$ 는 켈레 복소수를 의미하고, $\mathbf{D}_{\boldsymbol{v}}$ 는 $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_m]^T$ 이라면

$$\mathbf{D}_{\boldsymbol{v}} = \text{diag}[v_1, \dots, v_m] \quad (13)$$

와 같이 정의된다. 식 (12)로부터 L 이 $L \geq D$ 이면 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 는 full rank 행렬이 되고, 따라서 $\sigma^2 = 0$ 일 때 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 는 rank η 행렬이 된다.

SS(spatial smoothing) 방식[5]에서는 $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$ 대신에 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 를 이용하여 가중벡터를 $\mathbf{w} = \mathbf{c}\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}^{-1}\mathbf{a}_D(\theta_{11})$ 와 같이 구한다. 그러나 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 가 대각행렬(diagonal matrix)이 아니어서 원하는 성능개선을 가져오지 못한다.

3. 개선된 방식

3.1 Weighted Spatial Smoothing

WSS[6]에서는 $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$ 로부터 잡음전력 σ^2 을 제거한 \mathbf{R}_0 을 이용하고, \mathbf{R}_0 의 부행렬들에 가중치 두어 스무딩된 행렬을 구한다. 이때 $L \times L$ 가중치 행렬이 $\mathbf{\Gamma}$ 라면 가중 스무딩(weighted smoothing)된 행렬은

$$\mathbf{R}_{0,ws} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_{0,ij} \gamma_{ij} \quad (14)$$

와 같이 구해지고, 여기서 $\mathbf{R}_{0,ij}$ 는 \mathbf{R}_0 의 i 번째 행, j 번째 열에서 시작하는 $D \times D$ 부행렬이고 γ_{ij} 는 $\mathbf{\Gamma}$ 의 (i,j) 요소이다. $\mathbf{R}_{0,ws}$ 는 다음처럼 나타내진다.

$$\mathbf{R}_{0,ws} = \sum_{j=1}^q \mathbf{A}_D(\theta_j) \mathbf{R}_{\mathbf{s},ws} \mathbf{A}_D^H(\theta_j) \quad (15)$$

여기서

$$\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws} = \mathbf{R}_{\mathbf{s}} \otimes \mathbf{A}_L^T(\theta_j) \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_L^*(\theta_j) \quad (16)$$

이고, \otimes 는 Hadamard 곱을 의미한다.

WSS 방식을 적용하기 위해서는 원하는 신호가 포함된 첫 번째 그룹의 도래각 θ_1 을 아는 것이 필요하다. 도래각 θ_1 은 알려져 있다고 가정한다. $\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}$ 가 대각행렬이 되도록 가중치 행렬 $\mathbf{\Gamma}$ 의 요소들의 값을 정한다. 기존의 WSS 방식에서는 $L \geq \eta$ 이 되도록 L 을 선택하며, $L = \eta$ 일 때 어레이 실효면적, 즉 가중벡터 \mathbf{w} 의 차원 D 가 최대가 되며 그 최댓값은 $D_{WSS} = M - \eta + 1$ 이다. 그러나 이보다 D 를 크게 할 수 있다.

$$\eta_{\max} \text{를} \quad \eta_{\max} = \max\{\eta_1, \dots, \eta_q\} \quad (17)$$

와 같이 정의한다. $L \geq \eta_{\max}$ 로 선택하여도 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}$ 을 대각행렬로 만들 수 있고, $\mathbf{R}_{0,ws}$ 의 열공간(column space)과 \mathbf{A}_D 의 열공간은 같다. $L = \eta_{\max}$ 로 선택하면 개선방식에서 가중벡터의 차원은 $D_{IWSS} = M - \eta_{\max} + 1$ 이고, $D_{IWSS} > D_{WSS}$ 이다. 만약 $\eta_{\max} = \eta_1$ 이라면 가중치 행렬 $\mathbf{\Gamma}$ 는

$$\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{A}_L^*(\theta_j) \mathbf{A}_L^T(\theta_j)]^{-1} \quad (18)$$

와 같이 구해진다. 식 (18)을 (16)에 대입하면 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}$ 는 대각행렬이 됨을 쉽게 확인할 수 있다. 가중벡터의 차원을 크게 하면 SINR 성능을 좋게 할 수 있으며, 더 많은 간섭 신호를 제거할 수 있다.

3.2 널 제한아래서 어레이 가중벡터

코히런트 간섭신호의 도래방향 $\theta_{21}, \dots, \theta_{\eta_{11}}$ 을 알고 있으므로 이 방향으로 빔 이득이 0이 되도록 하여 코히런트 간섭을 완전히 제거할 수 있다. 잡음전력을 제거해서 \mathbf{R}_0 는 singular 하고, 따라서 이로부터 생성된 $\mathbf{R}_{0,ws}$ 도 singular 하다. 행렬 $\mathbf{R}_{0,ws}$ 가 singular 하므로 대각요소에 잡음전력을 더한 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}$ 를 사용 한다:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{s},ws} = \mathbf{R}_{0,ws} + L\sigma^2 \mathbf{I} \quad (19)$$

제안방식에서는 코히런트 간섭방향으로 빔 이득이 0이 되도록

$$\mathbf{A}_D^H(\theta_1) \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (20)$$

$$\mathbf{f} = [1, 0, \dots, 0]^T \quad (21)$$

의 제한조건아래, 다음과 같이 가중벡터를 구한다:

$$\max_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{\mathbf{s},ws} \mathbf{w} \quad (22)$$

식 (20)- (22)를 만족하는 해는 Lagrange multiplier 방법[7]을 이용하여 구할 수 있고, 그 해는

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}^{-1} \mathbf{A}_D(\theta_1) [\mathbf{A}_D^H \mathbf{R}_{\mathbf{s},ws}^{-1} \mathbf{A}_D(\theta_1)]^{-1} \mathbf{f} \quad (23)$$

와 같다. 제안방식을 IWSS(improved WSS)라 부른다.

4. 시뮬레이션

제안된 IWSS 방식과 기존의 WSS, SS 방식에 대한 성능의 비교를 위해 $M=15$ 인 ULA 어레이를 사용하였다. 원하는 신호의 SNR(signal-to-noise ratio)은 10 dB 이고, 각 간섭신호에 대한 INR(interference-to-noise ratio)은 같다. 각 코히런트 그룹은 3개의 신호로 구성되며, $\theta_1 = \{0^\circ, -15^\circ, 17^\circ\}$, $\theta_2 = \{9^\circ, -22^\circ, 37^\circ\}$ 이다.

그림 1은 $q=2$ 일 때, INR에 대한 SINR 성능을 보여준다. 각 방식들은 INR에 대해 거의 일정한 SINR을 나타낸다. 그러나 SS의 경우, $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 는 rank가 3으로 full rank 행렬이지만 대각행렬이 아니므로 $\mathbf{R}_{\mathbf{s},s}$ 에서 원하는 신호성분과 간섭신호 성분이 상관되어 있고, 따라서 간섭신호를 잘 제거하지 못한다. 이러한 이유로 낮은 SINR을 보인다. IWSS의 가중벡터 차원 D 는 $D_{IWSS} = 13$ 으로 WSS에서의 $D_{WSS} = 10$ 보다 큰 값을 가지며 따라

서 IWSS 방식이 더 큰 SINR을 가진다. SS에서 D 는 IWSS와 같은 $D_{SS}=13$ 이다.

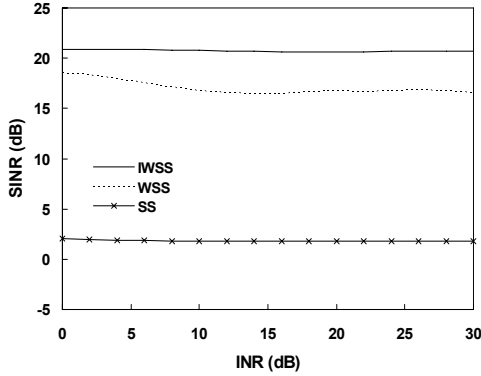


그림 1 $q=2$ 일 때, INR에 대한 SINR

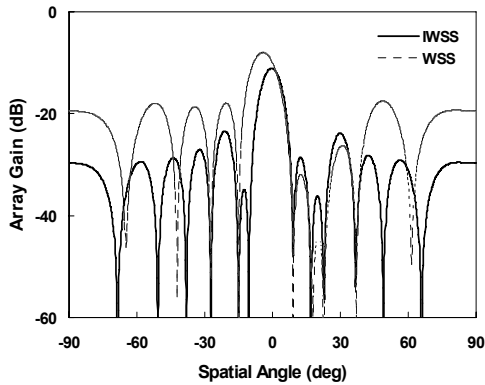


그림 2 $q=2$ 일 때, 적응 어레이 패턴

그림 2는 INR이 20 dB 일 때, IWSS, WSS의 적응 어레이 패턴을 보여준다. 이외 시뮬레이션 조건은 그림 1과 같다. 두 방식모두에서 간섭신호방향으로 깊은 널이 형성되어 있음을 알 수 있다. 특히 IWSS에서 널 제한조건에 따라 코히런트 간섭의 도래방향인 $-15^\circ, 17^\circ$ 에서 어레이 이득이 0 이고, 그림의 패턴으로부터 이를 확인할 수 있다.

그림 3은 $q=3$ 일 때, INR에 대한 SINR 성능을 보여준다. 세 번째 그룹에 대한 도래각은 $\theta_3 = \{-60^\circ, -52^\circ, -33^\circ\}$ 이다. 그림에서, 각 방식에 대한 D 는 $D_{IWSS}=13$, $D_{WSS}=7$, $D_{SS}=13$ 이다. WSS에서는 $D_{WSS}=7$ 으로 최대 6개의 간섭신호까지 제거할 수 있고 8개 간섭모두를 제거할 수 없다. 따라서 INR이 증가함에

따라 SINR이 감소한다. 반면에 제안방식은 그림 1의 경우와 마찬가지로 $D_{IWSS}=13$ 이고 이들 간섭신호를 모두 제거할 수 있으며, 그림 1과 비교하여 거의 같은 SINR을 나타낸다.

그림 4는 INR이 20 dB 일 때, IWSS, WSS의 어레이 패턴을 보여준다. 이외 시뮬레이션 조건은 그림 3과 같다. IWSS에서는 간섭방향으로 깊은 널이 형성되어 있거나 어레이 이득이 매우 작은 반면에, WSS에서는 그렇지 못하다. 예로, 두 번째 그룹 첫 번째 신호의 도래각인 $\theta_{12}(=9^\circ)$ 에서의 어레이 이득을 보면, IWSS에서는 -45.5 dB로 이 방향으로 깊은 널이 형성되어 있음을 보이고 있으나 WSS 경우 -18.3 dB로 널이 형성되어 있지 않다. 기존방식에서는 도래 하는 간섭신호 모두를 제거할 수 없음을 어레이 패턴은 나타낸다.

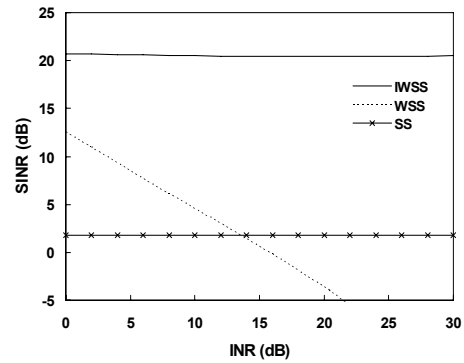


그림 3 $q=3$ 일 때, INR에 대한 SINR

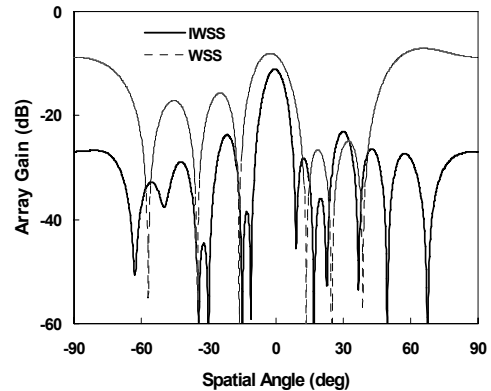


그림 4 $q=3$ 일 때, 적응 어레이 패턴

5. 결론

제안한 IWSS 방식에서는 어레이 실효면적의 감소를 최소화하면서 스무딩된 공분산 행렬에서 코히런트 간섭성분이 원하는 신호성분과 상관되어 있지 않도록 하고 있다. 실효면적의 감소가 기존의 WSS 보다 작아 가중벡터 차원이 크게 되며, 이 결과 SINR 성능이 좋아지며 보다 많은 간섭신호를 제거할 수 있다. 또한 제안방식에서는 널 제한 조건을 사용함에 따라, 코히런트 간섭을 완전히 제거한다.

참 고 문 헌

- [1] J. E. Hudson, *Adaptive Array Principles*. NewYork:PeregrinusLtd., 1981.
- [2] O. L. Frost III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol.60, pp.926-935, Aug. 1972.
- [3] B. Widrow, K. M. Duvall, R. P. Gooch and W. C. Newman, "Signal cancellation phenomena in adaptive arrays: Causes and cures," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.30, no.5, pp.469-478, May 1982.
- [4] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol.33, no.4, pp.806-811, Aug. 1985.
- [5] T. J. Shan and T. Kailath, "Adaptive beamforming for coherent signals and interference," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol.33, no.6, pp.527-536, June 1985.
- [6] B.-H. Wang, "Adaptive array with global weighted spatial smoothing," *Electron. Lett.*, vol. 40, No. 8, pp. 463-464, Apr. 2004.
- [7] JG. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*. Baltimoreand London: Johns Hopkins University Press, 1996.