산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제31권 A호, 2011.
Journal of Industrial Technology, Kangwon Natl. Univ., Korea, No. 31 A, 2011.

Pin fin의 다른 두 핀 끝 경계조건 사이의 온도분포 비교

Comparison of Temperature Distribution Between Two Different Fin Tip Boundary Conditions for a Pin Fin

강 형 석*
Kang, Hyung-Suk

Abstract

A comparison of temperature distributions along the fin length coordinate between two different fin tip boundary conditions for a circular pin fin is made by using the one-dimensional analytic method. One tip boundary condition is the actual fin tip boundary condition and fin tip temperature is arbitrarily given for another fin tip boundary condition. The value of the fin base temperature is depend on the fin base thickness and fin radius. One of the results shows that the temperature distribution along the fin length coordinate for the actual fin tip boundary condition and that for the arbitrarily given fin tip temperature are the same if the arbitrarily given fin tip temperature and the fin tip temperature for the actual fin tip boundary condition are the same.

키워드 : *pin 핀, 핀 반경, 대류특성계수, 온도분포*
Keywords : *pin fin, fin radius, convection characteristic number, temperature distribution*

기호설명

h : 핀 주위 열전달계수, [W/m^2℃]
k : 열전도율, [W/m℃]
l_b : 핀 바닥두께, [m]
L_b : 무차원 핀 바닥두께, l_b/l_c
l_c : 특성 길이, [m]
l_e : 핀 끝 길이, [m]
L_e : 무차원 핀 끝 길이, l_e/l_c
M : 핀 주위 대류특성계수, $(hl_c)/k$
q : 핀으로부터의 열손실, [W]
Q : 핀으로부터의 무차원 열손실, $q/(kl_c\phi_i)$
r : 핀 반경 좌표 [m]
R : 무차원 핀 반경 좌표, r/l_c
r_o : 핀 반경 [m]
R_o : 무차원 핀 반경, r_o/l_c
T : 온도, [℃]
T_e : 핀 끝 온도, [℃]
T_i : 내벽 온도, [℃]
T_∞ : 핀 주위 온도, [℃]
x : 핀 길이 방향 좌표 [m]
X : 무차원 핀 길이 좌표, x/l_c

그리스 문자

θ : 무차원 온도, $(T-T_\infty)/(T_i-T_\infty)$
ϕ_i : 변형된 내벽 온도, T_i-T_∞ [℃]

* 강원대학교 기계의용공학과 교수, 공학박사

하첨자
b : 핀 바닥
c : 특성
e : 핀 끝
i : 내벽
o : 반경
∞ : 핀 주위

1. 서론

열전달을 향상시키기 위한 방법으로 핀 또는 확장표면이 많이 사용되고 또 연구되어져왔다. 예를 들면 컴퓨터나 전자제품의 방열 부품, 냉동 시스템 내의 열교환기, 오토바이의 엔진 헤드의 냉각을 위한 장치, 그리고 최첨단 항공기까지 매우 다양하게 사용되고 있다. 또한 핀에 대한 많은 연구도 계속 이루어지고 있는데 그 중 가장 보편적인 핀의 형상으로는 사각, 삼각, 사다리꼴 핀, 그리고 환형 핀 등이 있다. 이러한 핀에 대한 연구들로, Ma 등은[1] Fourier 급수를 사용하여 핀 표면 위에 임의의 변화하는 열전달 계수를 가지고 있는 2차원 사각 핀을 조사하였다. Abrate와 Newnham은[2] 유한요소법을 사용하여 벽에 붙어있는 삼각 핀의 정열에서 일어나는 열전도를 발표하였다. Chung 등은[3] 대류가 발생하는 사다리꼴 형상의 긴 핀의 최적 설계를 다루었다. Kang과 Look은[4] 새로운 해석적 방법을 사용하여 사다리꼴 형상 환형 핀의 최적화를 다루었다.

로봇의 팔의 이음, 실험용 장치 그리고 여러 산업 현장에서 많이 사용되고 있는 보편적인 핀의 또 다른 형상의 핀이 pin 핀이며 이에 관한 연구도 많이 발표되고 있다. 예를 들면, Chung과 Iyer는[5] 주위의 열전달 계수가 변하는 사각 핀과 pin 핀의 최적화에 적분법을 적용하였다. 또한 Su와 Hwang은[6] 세 경우의 핀 끝 대류 상태에 대하여 pin 핀으로부터의 1차원과 2차원의 열전달의 상대오차를 해석한 반면 Almogbel과 Bejan은[7] 실린더에 붙어있는 pin 핀들에 대한 최적화 방법을 발표하였다. 최근에는 Kang이[8] 일정한 체적에 기준하여 바닥의 두께가 변화하는 pin 핀의 최적화를 연구하였다.

이와 같이 많은 연구가 이루어지고 있는 핀에 대한 내용을 거의 모든 열전달 교재들이 [9]~[11] 다루고 있다. 특히 대부분의 열전달 교재에서 3가지[9] 내지 4가지의[10][11] 다른 조건의 핀 끝 경계 조건들이 제시 된다. 열전달 교재에서 보여주는 대표적인 4개의 핀 끝 경계조건들은 실제경우인 핀 끝 면을 통한 전도는 그 면을 통하여 외부로 나가는 대류와 같다는 조건, 핀 끝 면이 절연되었다는 조건, 핀 길이가 무한대로 길어서 핀 끝의 온도가 주위유체의 온도와 같다는 조건, 그리고

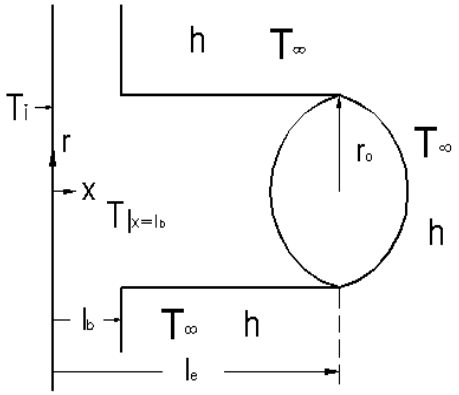

Fig. 1 Schematic diagram of a pin fin with actual fin tip boundary condition

핀 끝에서 임의의 일정한 온도가 주어지는 조건들이다.

본 논문에서는 내벽의 온도가 일정하게 주어지고 핀 바닥두께, 핀 반경 그리고 핀 길이가 변할 수 있는 pin 핀을 모델로 선택하여 각기 다른 두 개의 핀 끝 경계조건으로 실제경우인 핀 끝 면으로 전도로 전달되는 열은 그 면을 통하여 외부로 대류에 의하여 나가는 열과 같다는 경계조건과 임의의 일정한 핀 끝 온도가 주어지는 경계조건을 각각 적용하였다. 이와 같은 두 경우의 핀 끝 경계조건에 대하여 1차원 해석적 방법을 사용하여 핀 길이좌표를 따른 온도분포를 비교하였다.

2. 1차원 해석적 방법

2.1 실제 핀 끝 경계조건

Figure 1에서 보이는 pin 핀에 대한 1차원 지배방정식이 무차원 형태로 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{2M}{R_o}\theta = 0 \tag{1}$$

무차원 지배방정식 (1)를 풀기 위한 두 개의 무차원 경계조건이 식 (2)와 (3)으로 주어진다.

$$-\left.\frac{d\theta}{dX}\right|_{X=L_b} = \frac{(1-\theta|_{X=L_b})}{L_b} \tag{2}$$

$$\left.\frac{d\theta}{dX}\right|_{X=L_e} + M\theta\Big|_{X=L_e} = 0 \tag{3}$$

여기서 경계 조건식 (2)는 내벽으로부터 핀 바닥까

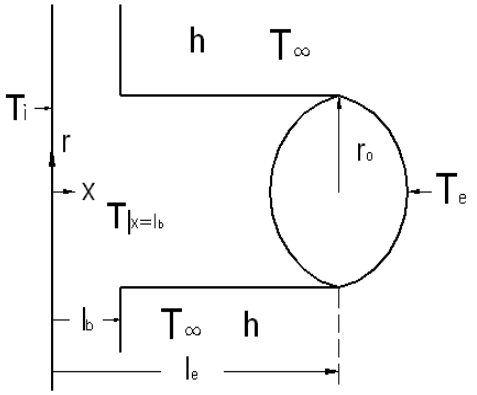

Fig. 2 Schematic diagram of a pin fin with arbitrarily given fin tip temperature

지 전도에 의한 열전달과 핀 바닥을 통하여 핀으로 전도에 의하여 들어가는 열전달이 같다는 의미이며 식 (3)은 실제 핀 끝 경계조건으로 핀 끝 면으로 전도에 의해 들어가는 열전달은 핀 끝 면에서 대류에 의하여 주위로 나가는 열전달이 같음을 나타낸다. 지배 방정식 (1)을 푼 후 경계 조건식 (2)와 (3)을 적용하면 pin 핀 내의 온도분포 식 (4)를 얻게 된다.

$$\theta(X)=\frac{C_3\cosh(mX)-C_4\sinh(mX)}{C_1C_3+C_2C_4} \quad (4)$$

여기서,

$$C_1=\cosh(mL_b)-mL_b\sinh(mL_b) \quad (5)$$
$$C_2=mL_b\cosh(mL_b)-\sinh(mL_b) \quad (6)$$
$$C_3=m\cosh(mL_e)+M\sinh(mL_e) \quad (7)$$
$$C_4=m\sinh(mL_e)+M\cosh(mL_e) \quad (8)$$
$$m=\sqrt{\frac{2M}{R_o}} \quad (9)$$

2.2 임의의 핀 끝 온도

Figure 2에서 보이는 pin 핀은 핀 끝 면의 온도가 임의로 일정하게 주어지는 경우인데 지배방정식과 핀 바닥 경계조건은 앞의 경우와 같이 각각 식 (1)과 (2)로 주어진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2}-\frac{2M}{R_o}\theta=0 \quad (1)$$

핀 끝 면에서 임의의 일정한 온도가 주어진 경계

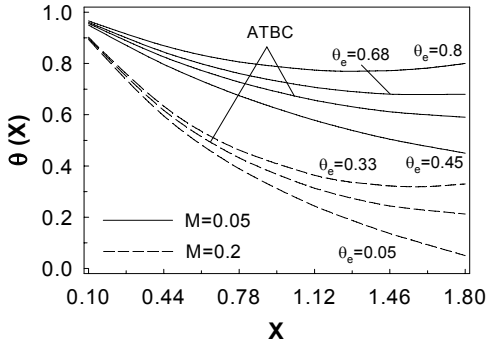

Fig. 3 Temperature distribution along the fin length coordinate for different fin tip conditions (L_b=0.1, R_o=0.3, L_e=1.8)

조건은 식 (10)으로 주어진다.

$$-\left.\frac{d\theta}{dX}\right|_{X=L_b}=\frac{(1-\theta|_{X=L_b})}{L_b} \quad (2)$$
$$\theta|_{X=L_e}=\theta_e \quad (10)$$

앞의 경우와 같이 지배 방정식 (1)을 푼 후 경계조건식 (2)와 (10)을 적용하면 pin 핀 내의 온도분포 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\theta(X)=\frac{C_5\theta_e-C_6\sinh(mL_e)}{C_5\cosh(mL_e)}cosh(mX)+\frac{C_6}{C_5}sinh(mX) \quad (11)$$

여기서,

$$C_5=C_1\sinh(mL_e)+C_2\cosh(mL_e) \quad (12)$$
$$C_6=C_1\theta_e-\cosh(mL_e) \quad (13)$$

3. 결과 및 고찰

Figure 3은 핀 끝으로 들어가는 전도에 의한 열전달은 핀 끝으로부터 주위 유체로 대류에 의해 나가는 열전달이 같다는 핀 끝 경계조건과 (이후 실제 핀 끝 경계조건으로 표현하며 Fig. 3에서 보여 지는 ATBC는 Actual Tip Boundary Condition의 약자로 실제 핀 끝 경계조건을 의미) 핀 끝의 온도가 일정하다는 경계조건에 대하여 각각 핀 길이좌표를 따른 온도변화를 보여준다. 실제 핀 끝

Table 1 Limit value of forced θ_e for different variation trend from the variation trend for ABTC. (L_b=0.1, L_e=1.8)

R_o	M	θ_e for ATBC	forced θ_e
0.15	0.01	0.8049	0.8480
	0.1	0.2287	0.3053
	0.2	0.0952	0.1462
0.3	0.01	0.8863	0.9188
	0.1	0.3948	0.5004
	0.2	0.2123	0.3053

경계조건인 경우 핀 끝의 무차원 온도는 M이 0.05인 경우에는 약 0.59이며 M이 0.2인 경우에는 약 0.21이다. 핀 끝의 온도를 일정하게 할 경우 ATBC 하의 핀 끝 온도와 똑 같이 할 때 핀 길이 좌표를 따른 온도 변화는 정확히 일치함을 보여준다. 임의의 핀 끝 온도를 ATBC 하의 온도보다 낮게 설정한 경우는 설정한 온도에 맞추어서 핀 길이좌표를 따른 온도는 계속 감소한다. 반면 ATBC의 핀 끝 온도보다 어느 정도 높게 핀 끝의 온도를 설정하면 핀 길이좌표를 따른 온도는 계속 감소하지만 어느 이상의 온도로 설정하면 핀 길이 좌표를 따른 온도는 감소하다가 다시 설정한 온도에 맞추어서 증가함을 보여준다. 예를 들면, M이 0.05인 경우 임의의 핀 끝의 온도를 약 0.68로 설정하면 핀 길이를 따른 온도는 계속 감소하지만 0.8로 설정하면 핀 길이좌표를 따른 온도는 감소하다가 증가함을 보여준다.

Table 1은 핀 반경과 주위 대류특성계수의 변화에 따라 실제 핀 끝 경계조건 하에서 주어진 핀 끝 온도와 임의의 핀 끝 온도가 주어질 때 핀 길이좌표에 따른 온도 변화경향이 달라지는 (i.e., 핀 길이좌표를 따른 온도가 계속해서 감소하지 않고 감소하다가 증가하는 변화로 달라지는) 핀 끝 온도 값을 나열한다. 한 예로, 핀의 반경이 0.15이고 주위특성계수가 0.01일 때 실제경계조건 하에서 핀 끝 온도는 0.8049인데 임의로 핀 끝 온도를 0.8480 이상으로 주어지면 핀 길이좌표를 따른 온도는 계속해서 감소하는 것이 아니라 감소하다가 증가하게 된다. 주위대류특성계수가 커질수록 또는 핀의 반경이 작아질수록 변화경향이 바뀌는 실제 경계조건 하에서의 핀 끝 온도에 대한 임의로 주어진 핀 끝 온도의 비는 커짐을 나타낸다.

Figure 4는 핀 길이가 각기 다를 때 두 경계조건에 대하여 변형된 핀 길이좌표를 따른 온도 분포를 보여준다. 변형된 핀 길이좌표에서 X가 L_b인 경우에는 핀 바닥을 의미하며 그 값이 0이 되고 X가 L_e인 경우에는 핀 끝을 나타내며 그 값은 1을 나타낸다. 변형된 핀 길이좌표를 따른 온도분

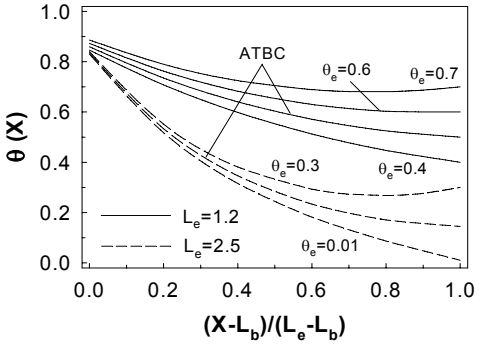

Fig. 4 Temperature distribution along the modified fin length coordinate for different fin tip boundary conditions (M=0.15, L_b=0.2, R_o=0.3)

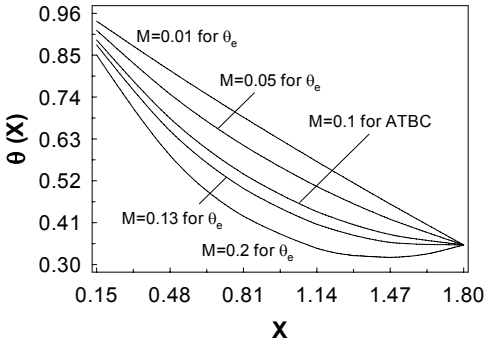

Fig. 5 Temperature distribution along the fin length coordinate for the same fin tip temperature (L_b=0.15, R_o=0.25, L_e=1.8, θ_e=0.3514)

포도 Fig. 3에서 보여준 경향과 같음을 보여준다. 즉, 실제 핀 끝 경계조건인 경우의 핀 끝 온도보다 핀 끝 온도를 낮게 설정한 경우와 어느 정도 높게 설정한 경우에는 설정한 온도에 맞추어서 변형된 핀 길이좌표를 따라 온도가 계속 감소하지만 실제 핀 끝 경계조건인 경우의 핀 끝 온도보다 너무 높게 핀 끝의 온도를 임의로 설정하면 핀 길이좌표를 따른 온도는 감소하다가 다시 설정한 온도에 맞추어서 증가함을 보여준다.

Figure 5는 M=0.1일 때의 실제 핀 끝 경계조건 하에 핀 길이좌표를 따른 온도분포와 임의의 핀 끝 온도를 M=0.1일 때의 실제 핀 끝 경계조건하에 핀 끝 온도와 똑 같이 놓고 M의 값을 변화시킬 때 핀 길이좌표를 따른 온도 분포를 보여준다. 임

의의 핀 끝의 온도를 M=0.1인 경우의 ATBC의 핀 끝 온도와 똑 같이 할 경우에는 핀 길이좌표를 따른 온도분포도 똑 같아진다. 먼저 M이 0.1보다 작은 경우와 (i.e. M=0.01과 0.05) 약간 더 큰 경우는 (i.e. M=0.13) 주어진 핀 끝 온도에 맞추어서 핀 길이좌표를 따른 온도는 지속적으로 감소한다. 그러나 M=0.2인 경우에는 주어진 핀 끝 온도에 맞추기 위해 핀 길이좌표를 따른 온도는 감소하다가 증가하는 경향을 보여준다.

4. 결론

핀 바닥 두께와 반경의 변화에 따라 핀 바닥 온도가 변화하는 pin 핀에 대하여 실제 핀 끝 경계조건과 임의의 핀 끝 온도가 주어졌을 경우에 대하여 핀 길이좌표를 따른 온도분포를 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 다른 조건들이 모두 같을 때 임의의 핀 끝 온도를 실제 핀 끝 경계조건하의 핀 끝 온도와 똑 같이 설정하면 핀 길이 좌표를 따른 온도분포는 똑 같아진다.

2. 임의의 핀 끝의 온도를 실제 핀 끝 경계조건하의 핀 끝 온도보다 약간 높게 놓거나 낮게 설정하면 핀 길이 좌표를 따른 온도는 지속적으로 감소하나 너무 높게 설정하면 핀 길이 좌표를 따른 온도는 감소하다가 다시 증가한다.

3. 임의의 핀 끝 온도를 특정 대류계수가 주어진 실제 핀 끝 경계조건하의 핀 끝 온도와 똑 같이 놓을 경우, 대류특성계수를 실제 핀 끝 경계조건하의 대류특성계수보다 낮거나 약간 높게 설정하면 핀 길이 좌표를 따른 온도분포는 지속적으로 감소하나 너무 높게 설정하면 주어진 핀 끝 온도에 맞추기 위하여 핀 길이 좌표를 따른 온도는 감소하다가 다시 증가한다.

참 고 문 헌

[1] S. W. Ma, A. I. Behbahan and Y. G. Fsuei, "Two-Dimensional Rectangular Fin with Variable Heat Transfer Coefficient," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 1, pp. 79-85, 1991.

[2] S. Abrate and P. Newnham, "Finite Element Analysis of Triangu lar Fins Attached to a Thick Wall," *Computer & Structures*, Vol. 57, No. 6, pp. 45-57, 1995.

[3] B. T. F. Chung, M. H. Abdalla and F. Liu, "Optimization of Convective Longitudinal Fins of Trapezoidal Profile," *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 80, pp. 211-223, 1989.

[4] H. S. Kang and D. C. Look, Jr., "Optimization of a Trapezoidal Profile Annular Fin," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 30, No. 5, pp. 359-367, 2009.

[5] B. T. F. Chung and J. R. Iyer, "Optimum Design of Longitudinal Rectangular Fins and Cylindrical Spines with Variable Heat Transfer Coefficient," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 14, pp. 31-42, 1993.

[6] R. J. Su and J. J. Hwang, "Analysis of Transient Heat Transfer in a Cylindrical Pin Fin," *J. Thermophysics*, Vol. 12, No. 2, pp. 281-283, 1998.

[7] M. Almogbel and A. Bejan, "Cylindrical Trees of Pin Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4285-4297, 2000.

[8] H. S. Kang, "Optimization of a Pin Fin With Variable Base Thickness," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 132, No. 3, pp. 034501-1-4, 2010.

[9] J. P. Holman, *Heat Transfer*, Ninth Edition, McGraw-Hill, 2002.

[10] F. P. Incropera and D. P. DeWitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, Fourth Edition, John Wiley & Sons, 1996.

[11] F. Kreith and M. S. Bohn, *Principles of Heat Transfer*, Sixth Edition, Brooks/Cole, 2001.