

# 기계진동학 문제 해석을 위한 전산프로그램 개발

## Development of Computer Program for Analysis of Mechanical Vibrations

이 상 순\*

Sang Soon Lee\*

요 약

기계진동학 문제의 해석을 위한 전산프로그램이 비주얼 C++을 이용하여 개발되었다. 이 프로그램은 일반적인 기계진동학 교재에서 다루는 내용에 맞추어 구성되어 있다. 이 프로그램은 메뉴방식을 택하고 있으며, GUI(graphical user interfaces)방식을 도입하고 있다. 문제에 대한 해는 그래픽과 수치 데이터로 표현된다. 예를 통해 프로그램의 효율성과 응용 가능성을 보여준다. 이 프로그램은 기계시스템의 진동거동을 해석하는데 활용될 수 있다.

**Key Words** : Mechanical Vibration, Visual C++, Graphical User Interface, Digital Solid & Structure

### ABSTRACT

The computer program for analysis of mechanical vibration has been developed using visual C++. This program is organized in a format similar to most standard texts on the mechanical vibration. This program consists of a number of menus to perform various calculations as well as a set of dedicated graphical user interfaces. Solutions to problems are given in both graphical and numerical forms. Numerical examples show the effectiveness and applicability of the program. This program can be utilized to analyze the vibration behavior of mechanical systems.

### 1. 서 론

기계진동에 대한 이해는 일반 기계시스템 뿐만 아니라 반도체 장비나 디스플레이 제조 장비등의 거동을 이해하고 예측하는데 매우 중요하다. 따라서 기계공학이나 메카트로닉스공학을 가르치는 대부분의 공과대학에서는 동역학과 함께 기계 진동학을 주요 전공과목으로 취급하고 있다. 수업과정에서 시스템의 진동거동을 해석하기 위해서 상용 프로그램을 활용

하여 복잡한 모델을 해석하기도 하지만, 시스템을 복잡하게 모델링하지 않고 단순하게 모델링하여 해석하는 방법을 주로 채택하고 있다. 이러한 접근법을 통하여, 시스템의 거동에 영향을 주는 인자를 쉽게 파악할 수 있고, 설계 변경에 대한 기본 계획을 효과적으로 세울 수 있다.

진동이론을 처음 접하는 학생들의 경우 진동시스템을 표현하는 수식들이 갖는 물리적인 의미를 파악하는데 많은 시간을 투자해야 한다는 것을 경험하게

\* 한국기술교육대학교메카트로닉스공학부(sslee@kut.ac.kr)

제1저자 (First Author) : 이상순

교신저자 : 이상순

접수일자 : 2011년 12월 1일

수정일자 : 2011년 12월 16일

확정일자 : 2011년 12월 16일

된다. 또한 실제 진동거동을 이해하기 위해서는 많은 실험을 수행하여 시각적으로 진동특성을 파악해야 한다. 그러나, 실험을 통한 학습은 효과가 뛰어난 반면에, 시간과 비용이 많이 요구되는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하는 방법으로 전산 프로그램을 활용하는 방법이 관심을 많이 받아오고 있다.

복잡한 상용프로그램을 사용하지 않고 동적시스템에서 발생하는 진동문제의 해를 쉽게 구하는 프로그램에 대한 연구는 오래 전부터 활발히 진행되어 왔다. Craig, Jr.[1]는 FORTRAN을 이용하여 ISMIS라는 프로그램을 개발하였다. 이러한 프로그램을 활용하면 스프링-질량계 모델에 대한 진동거동을 쉽게 구할 수 있는 장점이 있는 반면, 해석결과가 수치적인 값으로만 주어지는 단점이 있다. Thomson[2]과 Rao[2]도 FORTRAN을 활용한 프로그램을 개발하였으나, 해석결과가 수치적으로만 얻어지는 단점이 있었다. 이러한 단점을 극복하기 위하여, Thomson and Dahleh[4], Kelly[5], 그리고 Palm III[6]가 MATLAB을 활용한 프로그램들을 개발하였다. 이 프로그램들을 활용하면 해석결과가 수치 값과 그래프로 표현된다. 그러나, 이러한 프로그램을 사용하기 위해서는 MATLAB 프로그램에 대해 익숙해져야 하는 단점을 지니고 있다. MATLAB에 익숙하지 않은 대학 2,3학년 학생들은 어려움을 느낄 수 있다.

본 연구에서는 대학 2,3학년 학생들이 컴퓨터 프로그래밍에 대한 사전 지식 없이 동적시스템의 진동 문제를 해석할 수 있는 전산응용 프로그램을 개발하고자 한다. 즉, 학생들이, C나 MATLAB등을 활용한 컴퓨터 프로그래밍에 대한 부담을 전혀 갖지 않고, PC 윈도우 환경에서 문제에서 요구하는 데이터만을 입력하여 해답을 얻을 수 있는 전산 프로그램을 개발하고자 한다. 또한 본 연구에서는 앞선 연구자들과는 달리 평면 트러스, 보 및 평면 프레임 모델의 동적거동을 유한요소법으로 쉽게 해석하는 과정을 프로그램에 포함시켜서, 일반 상용프로그램을 사용하지 않고 간단한 기하모델에 대한 고유진동수를 구할 수 있는 기회를 제공하고자 한다. 이러한 프로그램은 대학 2,3학년들뿐만 아니라 현장 엔지니어들에게도 동적시스템에서 발생하는 진동 문제에 대해 신속하고 정확한 판단을 내리는데 유용하게 활용될 수 있다.

## II. 프로그램 메뉴

그림 1은 본 연구에서 다루고 있는 프로그램의

메인 메뉴 화면을 보여주고 있다. 본 연구에서는 진동문제를 크게 스프링-질량계 진동과 구조진동으로 분류하고, 각각의 분류 아래에 세부진동문제를 배치한다. 스프링-질량계 진동에서는 그림 2와 같이, 1자유도 진동과 다 자유도 진동을 다루고 있는데, 1자유도 진동은 그림 3과 같이, 1)자유진동, 2)조화 가진 진동, 그리고 3)일반 주기력 진동으로 나누어진다. 그림 4와 같은 창으로 나타나는 다자유도 진동에서는 고유진동수와 모드형태를 다루고 있다. 구조진동에서는 유한요소법을 적용하여 1)트러스 진동, 2) 보 진동, 그리고 3) 프레임 진동을 다루고 있는데, 그림 5는 관련 메뉴를 보여 주고 있다.

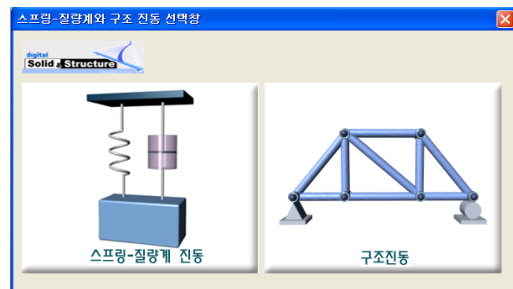


그림 1. 주요 메뉴  
Fig.1 Main menu.

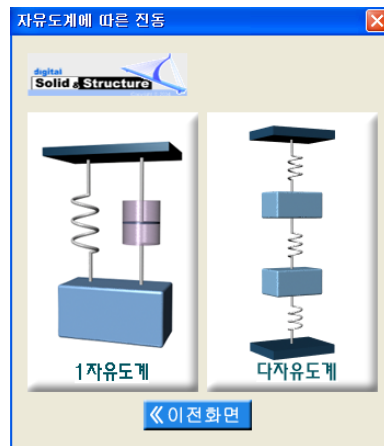


그림 2. 스프링-질량계 메뉴.  
Fig.2. Menu of spring-mass system.

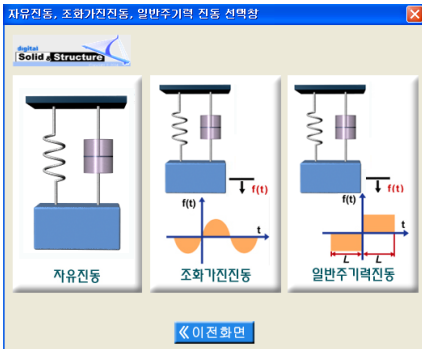


그림 3. 1 자유도 계 메뉴.  
Fig.3. Menu of single degree of freedom systems.

### III. 이론적 배경

프로그램을 개발하는데 이론적 배경이 되는 내용은 다음과 같다.

#### 1. 일반 주기력을 받는 1 자유도계 진동

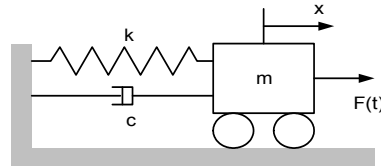


그림 6. 1 자유도 계.  
Fig.6 Single degree of freedom system.

그림 6은 외부 가진력  $F(t)$ 를 받고 있는 1 자유도계를 나타내고 있다. 자유물체도에 대하여 뉴턴 제 2 법칙을 적용한 후, 정리하면 다음과 같은 방정식이 얻어진다.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F(t)}{m} \quad (1)$$

위 식에서,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (3)$$

이다.

외부에서 가해지는 가진력  $F(t)$ 가 주기가  $\tau$ 인 주기 함수이면,  $F(t)$ 는 다음과 같이 푸리에 급수(Fourier series)로 표현될 수 있다.

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) \quad (4)$$

식 (4)에서,

$$\omega_i = \frac{2\pi i}{\tau} \quad (5)$$

$$a_i = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} F(t) \cos \omega_i t dt \quad (6)$$

$$b_i = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} F(t) \sin \omega_i t dt \quad (7)$$



그림 4. 다 자유도 계 메뉴.  
Fig.4. Menu of multi-degree-of-freedom systems.



그림 5. 구조 진동 메뉴.  
Fig 5. Menu of structural vibration.

이다. 식 (4)는 다음과 같이 표시될 수도 있다.

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} d_i \sin(\omega_i t - \kappa_i) \quad (8)$$

식 (8)에서

$$d_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (9)$$

$$\kappa_i = \tan^{-1}\left(\frac{a_i}{b_i}\right) \quad (10)$$

이다. 이러한 주기력을 받고 있는 1 자유도계의 응답은 다음과 같다.

$$x(t) = \frac{1}{m \omega_n^2} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} c_i M(r_i, \zeta) \sin(\omega_i t + \kappa_i - \phi_i) \right] \quad (11)$$

위 식에서

$$r_i = \frac{\omega_i}{\omega_n} \quad (12)$$

$$M(r_i, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\zeta r_i)^2}} \quad (13)$$

$$\phi_i = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r_i}{1-r_i^2}\right) \quad (14)$$

이다. 식(1)에서  $F(t)=0$ 이 되면 자유진동문제가 되고,  $\sin$ 함수나  $\cos$ 함수로 주어지면 조화 가진 진동문제가 된다.

## 2. 다 자유도 진동: 고유 진동 문제

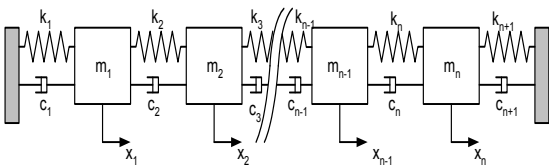


그림 7. n 자유도 계  
Fig.7 n degrees of freedom system.

그림 7은  $n$ 개의 고유 진동수를 갖는  $n$ 자유도 시스템을 나타낸다. 각 질량에 대한 자유물체도를 그리고, 뉴턴의 제 2법칙을 적용하면 다음과 같은 행렬방정식이 얻어진다.

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = 0 \quad (15)$$

위 식에서  $x$ 는 변위 벡터,  $\dot{x}$ 는 속도 벡터, 그리고  $\ddot{x}$ 는 가속도 벡터를 나타낸다. 질량 행렬  $[M]$ , 감쇠 행렬  $[C]$ , 그리고 강성 행렬  $[K]$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & -c_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & (c_3 + c_4) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -c_n & (c_n + c_{n+1}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k_n & (k_n + k_{n+1}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

고유 진동수와 진동 모드를 구하기 위해서 감쇠기를 무시하면, 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\ddot{x} + [K]x = 0 \quad (19)$$

식(19)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$x = XT(t) \quad (20)$$

위 식에서,  $X$ 는 진폭 벡터이고,  $T(t)$ 는 시간의 함수이다. 식 (20)을 운동방정식(19)에 대입한 후, 정리하면 다음과 같은 특성 방정식이 얻어진다.

$$([K] - \omega^2[M])X = 0 \quad (21)$$

식(21)에서,  $[D] = [M]^{-1}[K]$ ,  $\lambda = \omega^2$ 이라 놓으면 다음과 같은 고유치 문제를 정의할 수 있다.

$$([D] - \lambda[I])X = 0 \quad (22)$$

위 식에서  $[I]$ 는 단위행렬을 나타낸다. 위 식에서  $X$ 의 유용해를 구하기 위해서는 특성행렬식이 0이 되어야 한다. 즉,

$$\Delta = |[D] - \lambda [J]| = 0 \quad (23)$$

식(23)을 전개하면  $\lambda$ 에 대한  $n$ 차 다항식이 된다. 이 다항식을 풀면  $n$ 개의  $\omega^2$  값이 구해진다. 고유진동수가 알려지면, 모드형태 또는 고유벡터는 식(22)를 사용하여 구한다.

### 3. 시스템의 고유진동에 대한 유한요소법

동적시스템의 형상과 경계조건이 복잡한 경우에는 시스템을 트러스(truss)나 보(beam), 또는 프레임(frame)으로 모델링하고 유한요소법을 적용하여 고유진동수와 모드형태를 구하는 접근이 효율적이다. 유한요소법을 적용하는 경우, 먼저 진동을 해석하고자 하는 기하모형을 절점(node)에서 서로 연결된 유한한 수의 요소로 분할한다. 요소로의 분할은 절점의 위치를 정하고 각 요소별 절점간의 연결을 구성하여 이루어진다. 요소 내에서의 변위는 각 절점에서의 변위로 나타낸다. 즉, 요소내의 임의의 점에서의 변위를 형상함수에 의하여 절점 변위로 나타낸다. 그림 8과 9는 트러스, 보, 프레임에 사용되는 막대 요소(bar element)와 보 요소(beam element)를 나타낸다.

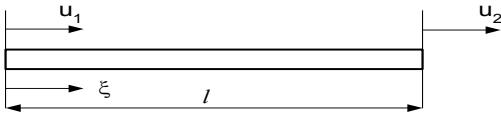


그림 8. 막대 요소  
Fig.8 Bar element.

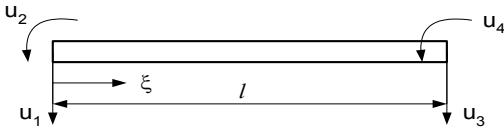


그림 9. 보 요소  
Fig.9 Beam element.

한 요소의 길이를  $l$ 이라고 가정하고, 요소에 대하여 국소좌표계  $\xi$  ( $0 \leq \xi \leq l$ )를 설정한다.  $u(\xi, t)$ 를 요소의 변위라고 가정한다.  $u_1, u_2, \dots, u_k$ 를 요소에 대한 자유도라고 하면, 다음 식이 얻어진다.

$$u(\xi, t) = \sum_{i=1}^k \phi_i(\xi) u_i(t) \quad (24)$$

식 (24)에서  $\phi_i$ 는 형상함수(shape function)라고 부른다. 요소에 대한 포텐셜에너지는 식 (24)를 사용하여 다음과 같이 구해진다.

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{k} \mathbf{u} \quad (25)$$

여기서,  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_k]^T$  이고,  $\mathbf{k}$ 는 요소강성행렬이다. 요소에 대한 운동에너지는 다음과 같이 구해진다.

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \dot{\mathbf{u}} \quad (26)$$

여기서  $\mathbf{m}$ 은 요소 질량행렬을 나타낸다.

$\mathbf{U} = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n]^T$ 을 전체시스템의 변위벡터라고 정의한다. 여기서,  $n$ 은 전체 시스템의 총 자유도의 수를 나타내며,  $U_1, U_2, \dots, U_n$ 은 전체좌표계에서의 변위를 나타낸다. 전체 포텐셜 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (27)$$

여기서,  $\mathbf{K}$ 는 전체 강성행렬을 나타내는데, 요소강성행렬을 조합하여 얻어진다. 시스템의 총 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{U}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} \quad (28)$$

여기서,  $\mathbf{M}$ 은 전체 질량행렬을 나타내는데, 요소질량행렬을 조합하여 얻어진다. 막대나 보의 자유진동을 근사적으로 표현하는 미분방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (29)$$

식(29)의 일반 해를 다음과 같은 조화운동으로 가정한다.

$$\mathbf{U} = \Phi e^{i\omega t} \quad (30)$$

식 (30)을 시간  $t$ 에 대해서 두 번 미분한 후 식 (29)에 대입하면 표준적인 고유치 문제의 형태인 다음의 식을 얻는다.

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] \Phi = \mathbf{0} \quad (31)$$

여기서  $\omega^2$ 은 고유치이고,  $\Phi$ 는 고유벡터이다. 식 (31)에서 벡터  $\Phi$ 가  $\mathbf{0}$ 이 아닌 해를 갖기 위해서는

행렬의 행렬식이 0이 되어야 한다. 여기서  $\omega^2 = \lambda$ 로 두면,

$$|K - \lambda M| = 0 \quad (32)$$

식 (5.31)을 전개하면  $\lambda$ 에 대한  $n$ 차 다항식이 되고,  $n$ 개의  $\lambda$ 값을 얻는다. 다항식을 계산하여 구한  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )를 식 (31)에 대입하면

$$[K - \lambda_i M] \Phi_i = 0 \quad (33)$$

이 된다. 식 (33)에서  $\Phi_i$ 는 고유치  $\lambda_i$ 에 대응하는 고유벡터이다.

1) 막대 요소

그림 8은 막대 요소를 나타낸다. 그림에서  $l$ 은 막대 요소의 길이를 나타내고,  $u_1$ 과  $u_2$ 는 막대 요소의 양 끝단에서의 변위를 나타낸다. 막대 요소에 대한 변위  $u(\xi, t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$u(\xi, t) = \left(1 - \frac{\xi}{l}\right)u_1(t) + \frac{\xi}{l}u_2(t) \quad (34)$$

막대 요소의 강성행렬  $k$ 와 질량행렬  $m$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$k = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$m = \frac{\rho Al}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

위 식들에서  $A$ 는 막대요소의 단면적 크기를 나타내고,  $E$ 와  $\rho$ 는 막대요소의 탄성계수와 밀도를 나타낸다.

2) 보 요소

그림 9는 보 요소를 나타낸다. 그림에서  $l$ 은 보 요소의 길이를 나타내고,  $u_1$ 과  $u_3$ 는 보 요소의 양 끝단에서의 횡방향 변위를 나타낸다.  $u_2$ 와  $u_4$ 는 보 요소의 양 끝단에서의 기울기를 나타낸다. 보 요소에 대한 변위  $u(\xi, t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$u(\xi, t) = \left(1 - 3\frac{\xi^2}{l^2} + 2\frac{\xi^3}{l^3}\right)u_1(t) + \left(\frac{\xi}{l} - 2\frac{\xi^2}{l^2} + \frac{\xi^3}{l^3}\right)lu_2(t) + \left(3\frac{\xi^2}{l^2} - 2\frac{\xi^3}{l^3}\right)u_3 + \left(-\frac{\xi^2}{l^2} + \frac{\xi^3}{l^3}\right)lu_4 \quad (37)$$

보 요소의 강성행렬  $k$ 와 질량행렬  $m$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$k = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$m = \frac{\rho Al}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

위 식에서  $I$ 는 보 요소의 2차 면적모멘트의 크기를 나타내고,  $E$ 와  $\rho$ 는 보 요소의 탄성계수와 밀도를 나타낸다.

### IV. 해석 예제

III장에서 기술한 내용을 적용하여 전산 프로그램 - 'digital Solid & Structure(DSS)'를 개발하였다. DSS를 사용하여 구조 진동 문제를 해석하는 과정을 설명한다.

1. 예제1: 일반 주기력을 받는 1자유도계

그림 10과 같이 점성감쇠를 갖는 스프링-질량계에 사각형 일반 주기력이 작용하고 있다. 계에 발생하는 정상상태의 변위, 속도, 가속도를 구하라. 단,  $m = 10 \text{ kg}, c = 10 \text{ N} \cdot \text{s/m}, k = 500 \text{ N/m}, p = 500 \text{ N}, L = 4 \text{ sec}$  그리고  $a = 0.5 \text{ in}$ .

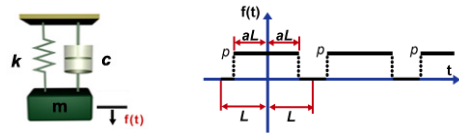


그림 10. 주기력을 받고 있는 스프링-질량계. Fig.10 Spring-mass system subjected to periodic forces.

“DSS”를 두 번 클릭하면 프로그램이 시작된다.

1) 그림 1과 같은 메인 메뉴가 나타나면, 자신이 원하는 문제의 유형에 맞는 항목을 선택한다. 예를 들어, 스프링-질량계 문제를 원하는 경우, “스프링-질량계 진동”을 선택하고, 평면 트러스, 보, 평면 프레임 등의 모드 해석을 원하는 경우, “구조진동”을 선택한다. 이 예제에서는 “스프링-질량계 진동”을 클릭한다.

2) 문제 유형이 선택되면, 그림 2와 같은 세부 메뉴가 나타난다. 세부 메뉴중에서, 1 자유도계의 진동해

석을 원하면 "1 자유도계"를 선택하고, 다 자유도 계의 모드 해석을 원하면 "다 자유도계"를 선택한다. 여기에서는 "1 자유도계"를 클릭한다.

3) "1 자유도계"를 선택하면, 그림 11과 같은 3종류의 문제가 나타난다. 이 예제에서는 "일반 주기력 진동"을 선택한다.

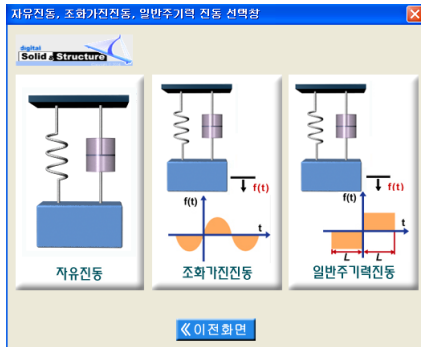


그림 11. 진동 형태  
Fig. 11. Vibration type.

4) 6가지 종류의 일반 주기력 가운데 (그림 12), 두 번째 사각형 주기력을 선택한다.

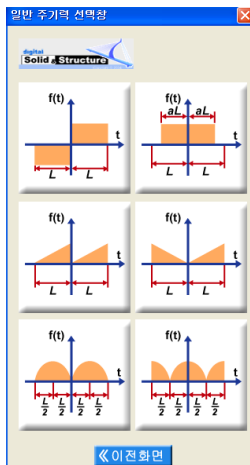


그림 12. 주기력  
Fig. 12 Periodic forces.

5) 그림 13의 데이터 입력 창이 나타나면,  $m = 10\text{ kg}$ ,  $c = 10\text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$ ,  $k = 500\text{ N}/\text{m}$ ,  $p = 500\text{ N}$ ,  $L = 4\text{ sec}$ , 그리고  $a = 0.5$  를 입력한다.

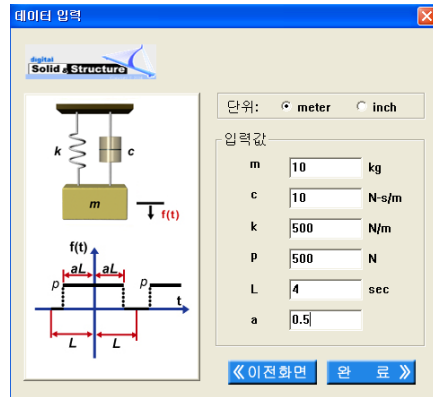


그림 13. 데이터 입력 창  
Fig. 13. Window for data input.

6) 이 예제에 대한 출력은 그림 14와 같이 나타난다. 오른쪽 그래프 창에서, 왼쪽 그림은 점성 감쇠를 갖는 1자유도 계의 스프링-질량계(동적으로 진동함)를 나타내고, 오른쪽 그림들은 위에서부터, 변위, 속도, 가속도의 변화를 나타내고 있다. 화면의 왼쪽은 해석 정보를 요약하여 보여주고 있다.

이러한 1자유도계 해석은 해석적으로도 동일한 결과를 얻을 수 있다. 이러한 문제를 해석적인 방법으로 접근하게 되면 시간이 많이 요구되는 비효율성이 발생하게 되는데, 이 프로그램을 이용하면 짧은 시간 안에 정확한 결과를 수치와 그래프 형상으로 얻을 수 있어서 효율적이라고 할 수 있다.

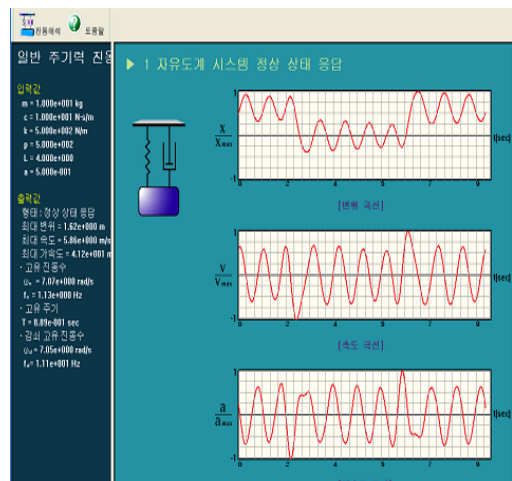


그림 14. 출력 창  
Fig. 14. Output window.

## 2. 예제 2: 3 자유도계 모드 해석

그림 15와 같이 수직 방향으로만 움직이도록 구속된 3 자유도의 스프링-질량계의 고유 진동수를 구하고, 모드 형상을 구현하라.

단,  $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$  이고,  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1 \text{ N/m}$  임.

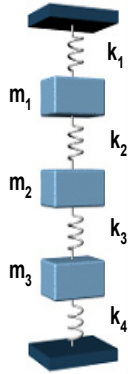


그림 15. 3 자유도 계  
Fig. 15 Three degree of freedom system.

- 1) 주 메뉴(그림 1)에서, “스프링- 질량계 진동”을 클릭한다.
- 2) 그림 2와 같은 세부 메뉴가 나타나면, “다자유도 계”을 클릭한다.
- 3) “다자유도계”를 선택하면, 그림 4와 같은 자유도계가 나타난다. 이 예제에서는 “3 자유도계”를 선택한다.
- 4) 그림 16의 데이터 입력창이 나타나면,  $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$  과  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1 \text{ N/m}$  를 입력한다.

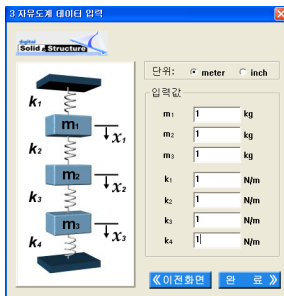


그림 16. 데이터 입력 창  
Fig. 16. Window for data input.

5) 이 예제에 대한 출력은 그림 17과 같이 나타난다. 오른쪽 그래픽 창은 3 자유도 계의 스프링-질량계의 모드 형상을 동적으로 보여 주게 되며, 화면의 왼쪽은 해석 정보를 요약하여 보여주고 있다.

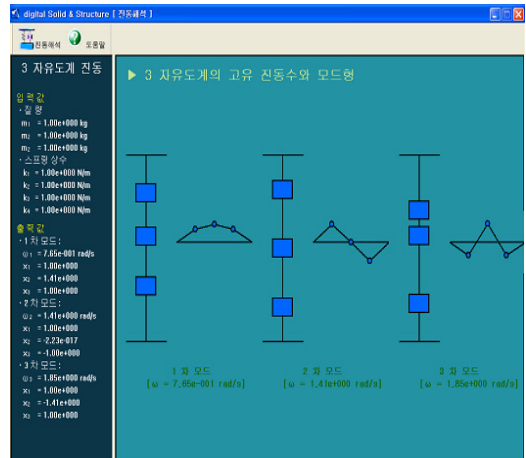


그림 17. 출력 창  
Fig. 17. Output window.

이러한 3 자유도계 해석은 해석적으로도 동일한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 앞 예제와 마찬가지로 해석적인 방법으로 접근하게 되면 시간이 많이 요구되는 비효율성이 발생하게 되는데, 이 프로그램을 이용하면 짧은 시간 안에 정확한 결과를 수치와 그래프 형상으로 얻을 수 있어서 효율적이라고 할 수 있다. 또한 모드 형상을 동적으로 관찰 할 수 있어서 시스템의 거동을 이해하는데 많은 도움을 준다.

### 3. 예제 3: 단순지지 보 모드 해석

그림 18와 같은 단순 보의 고유 진동수 및 모우드 형상을 4 개의 유한요소를 사용하여 구하라. 단,  $A = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ ,  $I = 4.0 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ ,  $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ , 그리고  $E = 210 \text{ GPa}$  임.

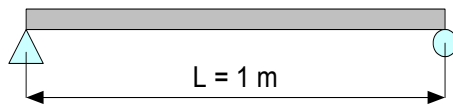


그림 18 단순 보  
Fig. 18 Simple beam

- 1) 주 메뉴(그림 1)에서, “구조 진동”을 클릭한다.
- 2) 그림 5와 같은 세부 메뉴가 나타나면, “보”를 클릭한다
- 3) 그림 19와 같은 그래픽 입력창이 나타나면, 창의 오른쪽 부분에서 절점 데이터를 입력한다. 입력과정에는, 절점의 좌표뿐만 아니라 구속 조건도 같이 입력한다.
- 4) 그림 20과 같은 재료의 물성, 기하 데이터 입력창



이 나타나면, 데이터를 입력한다

5) 이 예제에 대한 출력은 그림 21과 같이 나타난다. 오른쪽 그래픽 창은 단순 보의 모드 형상(4 개)을 보여 주고 있으며, 화면의 왼쪽은 해석 정보를 요약 하여 보여주고 있다

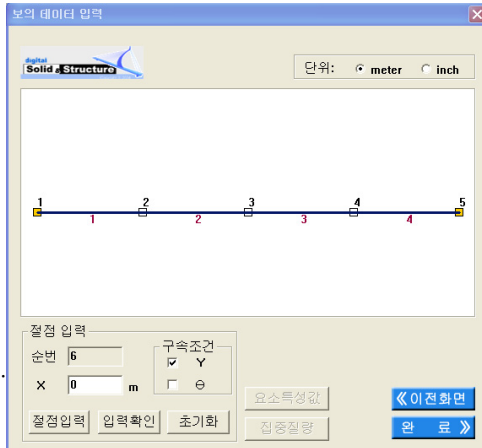


그림 19. 그래픽 데이터 입력 창  
Fig. 19. Window for graphic data input.

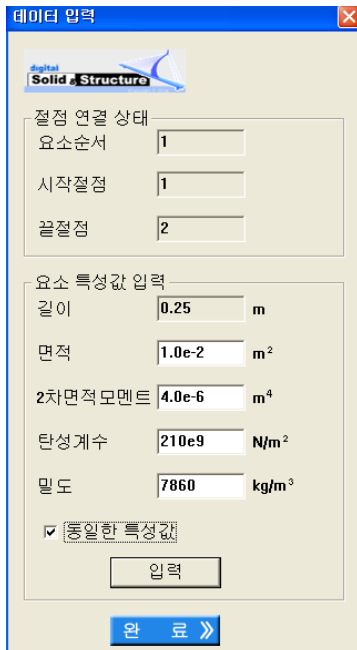


그림 20. 데이터 입력 창  
Fig. 20. Window for data input.

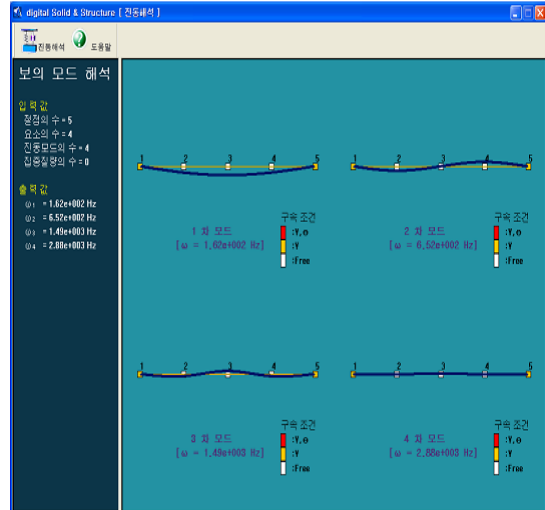


그림 21. 출력 창  
Fig. 21. Output window.

## V. 결론

본 논문에서는 비주얼 C++를 사용하여 동적시스템에서 발생하는 진동거동을 예측하기 위한 해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 가장 큰 특징은 진동 문제를 시각적으로 접근하는데 있다. 즉, 데이터의 입력과정에서 뿐만 아니라 결과의 출력과정에도 그래픽 형태가 중심이 된다. 프로그램은 PC윈도우 환경에서 실행된다. 사용자는 C나 MATLAB과 같은 컴퓨터 프로그래밍에 대한 지식이 없어도 되며, 기계진동에 대한 기초적인 지식(질량, 스프링 상수, 점성 감쇠계수, 하중의 종류 및 크기 등) 만을 요구한다. 개발된 프로그램은 메뉴방식을 택하고 있다. 진동문제를 스프링-질량계 문제와 구조 진동 문제로 분류한 후, 여기에 맞추어 주 메뉴를 만들었다. 각 메뉴 항목 아래에는 세부 메뉴가 있으며, 문제의 특성에 맞는 세부 메뉴를 선택하면, 필요한 데이터를 입력하는 대화상자가 문제의 형상이나 그래픽 입력창과 함께 나타난다. 해석 결과의 출력은 그래픽형태가 중심이지만, 기계 진동에서 중요한 항목(최대 변위, 최대 속도, 최대 가속도, 고유 진동수등)들에 대해서는 그래픽형상에서 뿐만 아니라 해석요약 정보란에 결과 값들이 표시된다.

이 프로그램은 대학 2,3학년 학생들이 수업 시간에 시스템의 진동 거동을 공부하는데 활용될 수 있으며, 이미 이해된 문제에 대해서는 여러 가지 스프링 상수나 점성 감쇠계수, 하중의 종류 등을 적용해봄으로써 시스템의 거동에 대한 이해를 깊게 할 수 있는

기회를 제공한다. 또한 배우는데 시간이 많이 요구되는 상용프로그램을 사용하지 않고도 평면 트러스, 보 및 평면 프레임의 형상 변화에 따른 모드 형태를 쉽게 관찰 할 수 있게 된다. 프로그램은 대학에서 진동 분야에서 연구하는 학생들을 위해서 개발되었으나, 실제 설계업무에 종사하고 있는 엔지니어들에게도 진동 문제에 대해 신속하고 정확한 판단을 내리는데 유용하게 활용될 수 있다. 현재의 프로그램 구성으로 진동문제 해석에 다양하게 활용될 수 있으나, 향후 사용과정에서 개선점들이 발견되면 계속 보완해 나갈 예정이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Craig, Jr, R.R., Structural Dynamics, Wiley, 1981.
- [2] Thomson,W.T., Theory of Vibration with Applications, 4th ed., Prentice-Hall, 1993.
- [3] Rao, S.S., Mechanical Vibration, 3rd ed., Addison-Wesley, 1995.
- [4] Thomson, W.T. and Dahleh, M.D. Theory of Vibration with Applications, 5th ed., Prentice-Hall, 1999.
- [5] Kelly, S.G., Fundamentals of Mechanical Vibrations, 2nd ed., McGraw-Hill Book, 2000.
- [6] Palm III, W.J., System Dynamics, McGraw-Hill Co., 2005.

이 상 순 (Sang Soon Lee)

정 회 원



KAIST 기계공학과와 미국 UCLA에서 각각 기계공학 석사와 박사학위를 취득하였고, 현재는 한국기술교육대학교 메카트로닉스 공학부에서 교수로 재직하고 있다.

<관심분야> 전산고체역학, 동적시스템 해석, 신뢰성 공학