

기상청 지중 온도 데이터를 이용한 지중 온도 및 토양 열확산계수 산정

손병후[†]

한국건설기술연구원 설비플랜트연구실

Evaluation of Ground Temperature and Soil Thermal Diffusivity Using the Soil Temperature Data of KMA

Byonghu Sohn[†]

Plant Research Division, Korea Institute of Construction Technology, Goyang 411-712, Korea

Abstract

Storing and transferring heat in soils is governed by the soil thermal properties and these properties are therefore needed in many engineering applications, including horizontal ground heat exchanger for ground-coupled heat pumps. This paper presents the evaluation results of the ground subsurface temperature and apparent thermal diffusivity of soils by using ground temperature data collected at the depths of 0.5 m, 1.0 m, 1.5 m, 3.0 m, and 5.0 m at four sites. The existing correlation assuming that the soil was homogeneous and of constant thermal diffusivity was applied to calculate the subsurface temperature and two analytical equations, amplitude and phase equation, were also used to evaluate the soil apparent thermal diffusivity. Comparison of the estimated and of the measured values of the subsurface temperature has shown that the empirical correlation predicts quite accurately the ground temperature at various depths. Based on the one-dimensional heat conduction equation, the apparent thermal diffusivity can be estimated by the two equations.

Key words : Subsurface temperature(지중 온도), Ground surface temperature(지표면 온도), Soil thermal diffusivity(토양 열확산계수), Korea Meteorological Administration(기상청)

기 호 설 명

A : 온도 진폭 [K]

C_g : 체적열용량 [J/m^3K]

k : 열전도도 [W/mK]

T : 온도 [K]

t : 시간 [day] 또는 [s]

z : 깊이 [m]

그리스 문자

α : 열확산계수 [m^2/day] 또는 [m^2/s]

ω : 각속도 [rad/day] 또는 [rad/s]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-31-910-0495, Fax: +82-31-910-0246

E-mail : byonghu@kict.re.kr

접수일 : 2011년 5월 9일

심사일 : 2011년 5월 23일

채택일 : 2011년 5월 27일

1. 서론

지열 히트펌프 시스템(geothermal heat pump systems)은 지열에너지의 직접이용(direct use) 기술 중 가장 큰 부분을 차지하는 기술이다. Fig. 1에서 보듯이, 히트펌프와 지중열교환기(GHX)를 이용하여 냉방 시에는 건물 내의 열을 지중으로 방출하고, 난방 시에는 지중의 열을 실내에 공급함으로써 냉방과 난방을 모두 다 구현할 수 있다. 시스템 구성요소 중 지중열교환기는 전체 시스템의 성능과 초기 투자비를 결정하는 중요 기기이며, 열교환기 순환 유체와 열교환기 주위 토양(또는 암반층) 간의 열전달이 원활할 때 최적 성능을 발휘할 수 있다^[1].

지반이나 토양을 열원(heat source)과 히트싱크(heat sink)로 이용하는 지중열원(ground-coupled) 히트펌프 시스템은 지중열교환기 형상에 따라 수직형과 수평형으로 구분된다. 수평형 시스템의 시공비용은 수직형에 비해 상대적으로 적게 들기 때문에, 초기 투자비 절감 차원에서 장점이 있다. 따라서 학교, 중대형 상업용 또는 공공기관 건물 등에서 운동장이나 주차장과 같이 부지가 충분할 경우 경제적인 시스템이다. 반면 지중열교환기 파이프가 지면에서 1.5~3m의 깊이로 굴착된 트렌치(trench)에 매설되기 때문에, 효율은 수직형보다 다소 낮지만 타 열원을 연계할 경우 충분히 극복할 수 있다.

수평형 지중열교환기의 성능은 다양한 인자에 의해 영향을 받는다. 대표적으로 대상 건물의 냉난방부하·연간 지중온도 변화·토양 열물성·지중열교환기 순환수와 주변 토양 간의 열전달·토양의 수분함량(water content) 변화·파이프 길이와 배치(layout)·지표면 상태 등을 들 수 있다. 이와 관련하여 수평형 지중열교환기 주변 토양의 열전도도와 수분함량 등이 시스템 성능에 미치는 영향을 분석한 연구 결과들^[2-3]이 발표되었다.

토양(soil) 열물성치(thermal properties)는 또한 도로나 지중에 매설되는 각종 배관과 구조물 등의 설계를 포함하여 건축물 시공과 지하 공간 설계 과정에서도 중요한 입력 정보다^[4-5]. 다양한 열물성치 중 열전도도와 체적열용량 그리고 열확산계수(thermal diffusivity) 등이 핵심이다. 열전도

도와 체적열용량은 각각 토양의 열전달 특성과 열저장 능력을 대변한다. 아울러 열확산계수는 열전도도에 대한 체적열용량의 비율을 의미한다. 이러한 토양 열물성치는 구성성분·밀도·입자 형상 그리고 수분함량 등에 영향을 받는다.

수평형 지중열교환기 설계 시, 트렌치 뒤채움재나 주변 토양의 열물성치가 필요하다. 여기에 지중열교환기 길이를 산정하거나 동특성 시뮬레이션을 수행할 때, 깊이에 따른 시간대별 지중온도도 필요하다. 열확산계수를 포함한 토양 열물성치는 탐침법(probe method)을 적용한 상용 계측장비를 이용하여 측정할 수 있으며, 이와 관련한 연구 결과들^[6-7]이 다수 발표되었다. 아울러 지표면 온도와 지중 온도를 직접 측정 후, 사인곡선이나 코사인곡선을 이용하여 시간대와 깊이에 따른 지중 온도 변화를 예측하기 위한 방법들^[8-9]도 제시되었다. 또한 지중 온도 데이터를 이용하여 지표면 근처의 열확산계수를 산정할 수 있는 방법^[10]도 발표되었다.

지금까지 수직형 지중열교환기 설계나 성능 분석과 관련하여 열전도도가 주된 관심 대상이었으며, 이에 대한 연구는 국내외에서 활발히 수행되었다. 반면, 수평형 지중열교환기의 성능을 분석한 연구나 설계와 시뮬레이션에 필요한 지중 온도 예측 모델과 토양 열물성 산정에 대한 연구는 미흡한 수준이다. 따라서 본 연구에서는 수평형

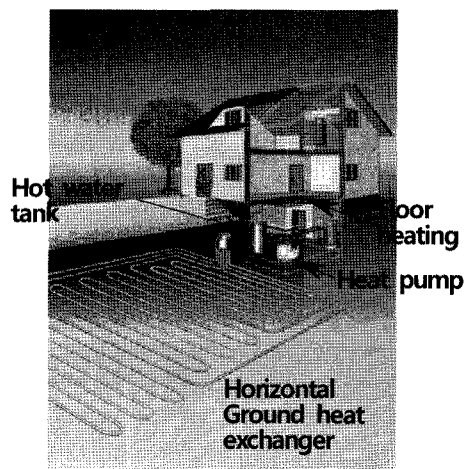


Fig. 1 Residential ground-coupled heat pump system using horizontal ground heat exchanger.

지중열교환기 설계 시 필요한 깊이와 시간에 따른 지중 온도 예측 방법과 이 지중 온도 데이터를 이용한 토양 열확산계수 산정 방법 등을 고찰하였다. 이를 위해 기상청에서 제공하는 국내 17개 지역의 지중 온도 데이터를 이용하였으며, 본 논문에서는 4개 지역(수원, 춘천, 대전, 부산)의 결과만 언급하였다.

2. 기본 이론

2.1 지중 온도 예측 모델

지중 온도(subsurface temperature)는 깊이와 지표면 온도(ground surface temperature)의 시간에 따른 변화에 영향을 받는다. 또한 지표면에서 발생하는 일사량, 강수량, 수분 증발량 등 기후 변화와 더불어 지표면 상태, 지중 토양의 열확산계수, 지하수 유동 등 다양한 인자에 영향을 받는다. 따라서 모든 인자를 고려하여 지중 온도와 지표면 온도 변화를 깊이와 시간에 따라 예측하는 것은 매우 어려운 작업이다. 따라서 비균질 토양(non-homogeneous soil)을 균질 토양(homogeneous soil)으로 가정한 후, 열전도(conduction heat transfer)를 지배 기구(dominant mechanism)로 하여 접근하는 것이 일반적인 방법이다.

일반적으로 지중 온도의 해석에는 해석 해(analytical solution)를 적용한 주기성 해석과 수치해석이 있다. 수치해석은 지하 공간을 포함하고 있는 경우에 주로 적용되며, 주기성 해석은 지중을 반무한 고체(semi-infinite)로 간주한 후 복소수 함수로 가정하여 구한다. 이때 균질-등방체(isotropic) 토양 내에서 전도에 의해서만 열이 전달되는 1차원 열전도 문제로 표현할 수 있으며, 다음과 같다^[11].

$$C_g \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

식(1)에서 T 는 지중 온도, t 는 시간, z 는 깊이, C_g 는 지중 토양의 체적열용량(volumetric heat capacity, J/m^3K), k 는 지중 토양의 열전도도(thermal conductivity, W/mK)를 각각 의미한다.

여기서 습윤 토양(moist soil)에서 온도 경사(temperature gradient)가 존재할 때, 열전달은 열전도뿐만 아니라 대류에 의해서도 발생한다. 따라서 이 열전도도 값을 명목(apparent) 값으로 보는 것이 타당하다. 반무한 고체 내의 열전달을 열확산계수(α)를 이용하여 정리할 경우, 식(1)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2)$$

식(2)의 해석해는 깊이와 시간을 변수로 갖는 형태가 되며, 주기함수나 급수로 표현할 수 있다. 본 논문에서는, 앞서도 언급하였듯이, 주기함수를 적용하였으며 이때 경계조건은 다음과 같다. 아울러 해석해의 유도를 위해 $\theta(z,t) = T(z,t) - T_{avg}$ 로 정의하였다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3)$$

$$\theta(0,t) = A \cos \omega t \quad (4)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \theta(z,t) = 0 \quad (5)$$

변수분리와 Euler 공식을 적용하여 해석해를 실수부와 허수부로 표현하면 다음과 같다.

$$G(z,t) = \theta(z,t) + iS(z,t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial G}{\partial t} \quad (7)$$

식(7)에 대해, 위에서 언급한 경계조건들을 G 함수로 표현한 후 실수부에 대한 결과만 취하면, 다음과 같은 일반적인 주기함수를 도출할 수 있다.

$$T(z,t) = T_{avg} + A_0 \exp(-z \sqrt{\omega/2\alpha}) \times \cos(\omega t - z \sqrt{\omega/2\alpha}) \quad (8)$$

식(8)에서 T_{avg} 는 지중 평균 온도, A_0 는 온도 진폭을 의미한다. 또한 ω 는 온도 변화의 각속도이며 연중 지중 온도 해석에는 $2\pi/365$ 가 된다. 지중 온도는 주기함수의 형태로 변하지만, 위상

차에 따라 최고·최저 값이 다르게 나타난다. 이를 반영하여 Kusuda and Achenbach[12]는 식(8)을 다음과 같이 보정하였다.

$$T(z,t) = T_{avg} + A_0 \exp(-z \sqrt{\pi/365\alpha}) \times \cos \left[\omega(t-t_0 - z/2 \sqrt{365/\pi\alpha}) \right] \quad (9)$$

2.2 토양 열확산계수

지중 토양의 열확산계수를 산정하기 위해 기상청에서 제공하는 깊이별 온도 데이터를 활용하였다. 이때 식(2)를 풀기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$T(0,t) = T_{avg} + A_0 \cos \omega t \quad (10)$$

$$T(\infty,t) = T_{avg} \quad (11)$$

위 조건들을 대입하여 식(2)를 풀면, 앞서 언급한 식(8)의 주기함수로 표현되는 깊이별 온도 예측식을 얻을 수 있다. 따라서 식(8)은, Fig. 2에서 보듯이, T_{avg} 를 중심으로 상하로 펼쳐지는 점근선인 지수함수를 따라 점점 축소되는 온도 진폭을 갖는 함수로 볼 수 있다.

$$\alpha = \frac{\omega}{2} \left[\frac{z_2 - z_1}{\ln(A_1/A_2)} \right]^2 \quad (12)$$

식(12)에서 A_1 과 A_2 는 각각 깊이 z_1 과 z_2 에서의 진폭을 의미한다. 따라서 식(12)는 각각의 깊이에서 최고·최저 온도만을 이용하여 지중 토양의 열확산계수를 산정하게 되며, 이를 진폭 방정식(amplitude equation)이라고 부른다[10]. 반면 두 지점(z_1 과 z_2)에서 최고 온도가 나타나는 시간(또는 일)을 알 경우, 두 시간 간격을 이용하여 열확산계수를 산정할 수 있으며 이를 위상 방정식(phase equation)이라 하고 식(13)과 같이 표현할 수 있다[10].

$$\alpha = \frac{1}{2\omega} \left[\frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} \right]^2 \quad (13)$$

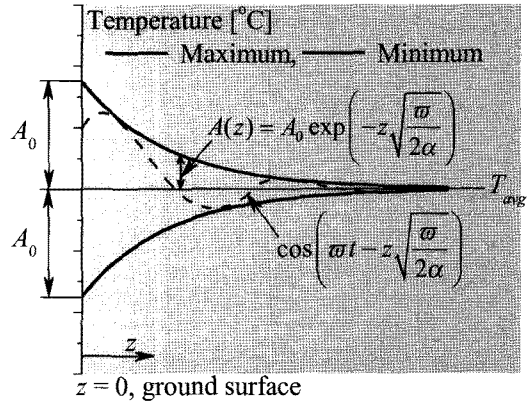


Fig. 2 Typical variations of amplitude and phase components in modelling equation of subsurface temperature.

3. 결과 및 고찰

3.1 지중 온도

Fig. 3은 기상청에서 제공한 수원, 춘천, 대전, 부산의 2009년 지중 온도 데이터를 도시한 것이다. 각 지역별 지표면 온도와 깊이별(0.5, 1, 1.5, 3, 5 m) 지중 온도들이 시간에 따라 주기함수의 형태로 변함을 볼 수 있다. 이때 일반적인 주기함수인 식(8)에 최저 온도가 나타나는 일을 보정하고, 다음에서 언급할 깊이별 열확산계수를 적용하여 지중 온도를 계산하였으며, 그래프에서 실선으로 도시하였다. 그림에서 춘천과 부산의 지중 온도 자료 중, 7월 중순에 1.5 m와 3 m 지점의 온도는 갑자기 상승하고 지표면 온도는 하강하는 것을 볼 수 있는데, 이 당시 많은 양의 비가 내려 이에 대한 영향이 반영된 것으로 판단된다.

Fig. 3에서 지역에 상관없이, 깊이 1.5 m, 3 m, 5 m 지점의 지중 온도 실측 결과는 주기함수에 의한 예측 결과와 잘 일치하였다. 하지만 0.5 m와 1.0 m 지점의 계산 결과는 실측 결과와 다소 차이를 보였으며, 특히 지표면 온도에 대한 차이가 상대적으로 크게 나타났다. 이는 지표면 근처에서 강우량과 증발량 등 각종 기후인자가 영향을 미친 것으로 판단된다. 따라서 지표면에서 비교적 얇은 지점(0 m~1.5 m)에 대한 지중 온도 예측

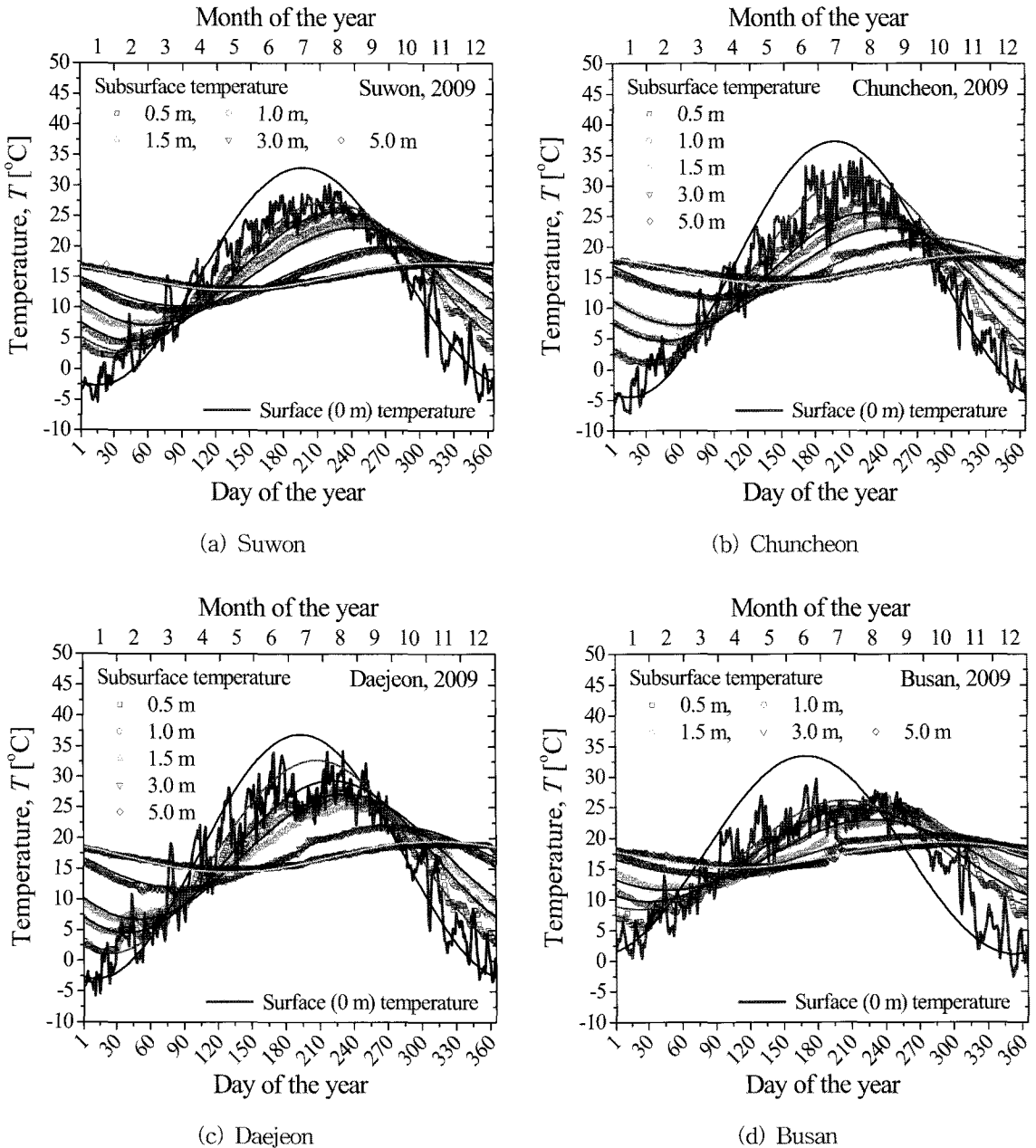


Fig. 3 Daily ground surface and subsurface temperature variations with respect to time and depth.

방법을 개선할 필요가 있다. 아울러 통상 수평형 지중열교환기는 지중 1.5 m~2.5 m 사이에 매설되기 때문에 기존 주기함수를 이용해도 무방할 것으로 판단된다.

Fig. 4는 2009년의 기상청 지중 온도 자료를 이

용하여 깊이별 진폭 변화를 지표면 진폭의 함수로 나타낸 것이다. 앞선 지표면 온도와 지중 온도 분석과는 달리, 본 결과는 10년(2000년~2009년) 동안의 데이터를 모두 포함한 것이며, 깊이 0.05 m, 0.1 m, 0.2 m, 0.3 m에 대한 결과도 함께 표시

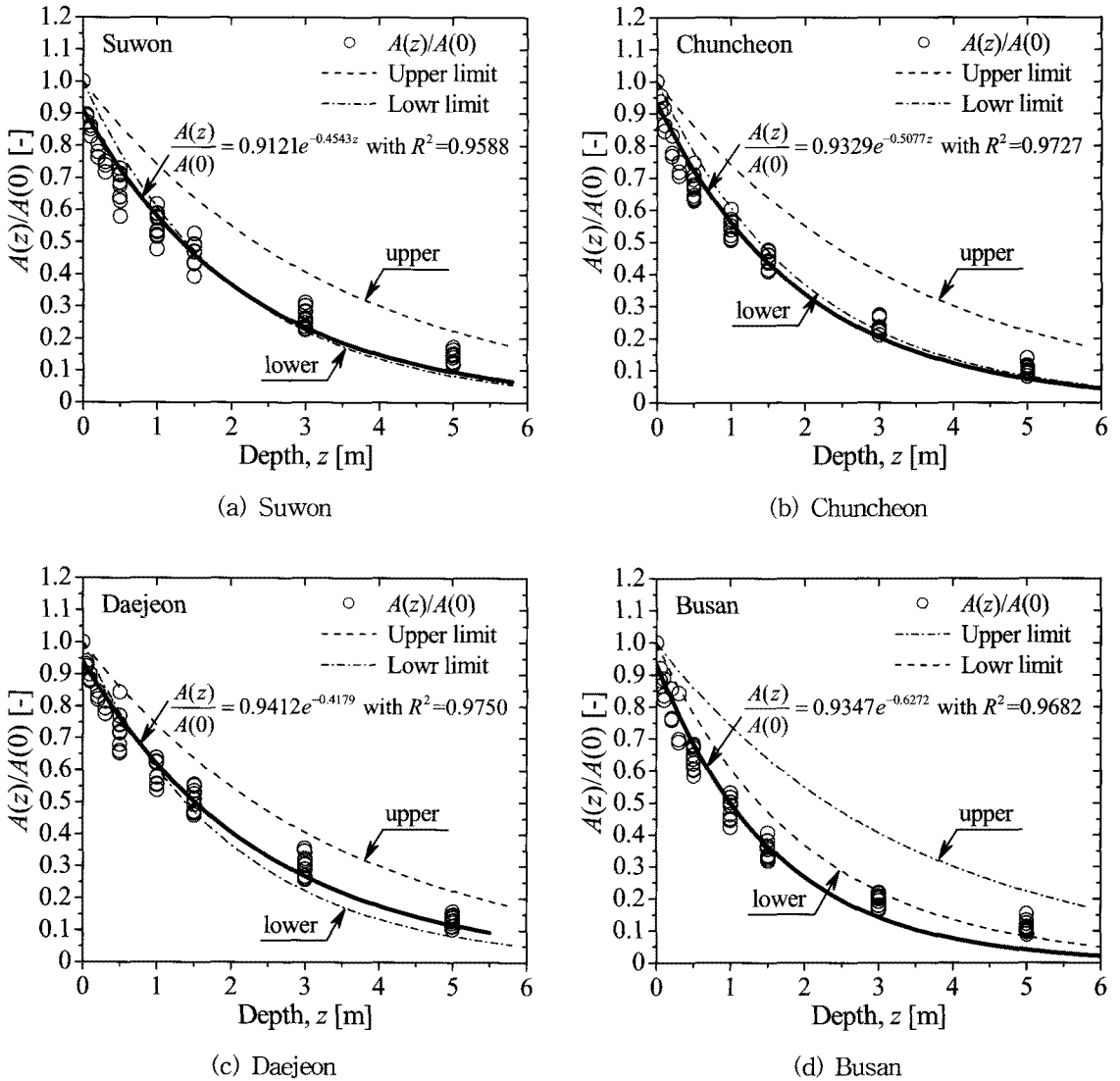


Fig. 4 Ratio of the temperature range at a certain depth to the surface temperature amplitude.

하였다. 또한 각 데이터를 곡선맞춤(curve fitting)한 후, 그 결과도 그래프에 나타내었다. 10년 동안의 결과를 보았을 때, 깊이별 진폭은 일정 범위에서 다소 편차를 보였다. 특히, 지표면에서 1 m까지 계산한 결과들의 편차가 깊은 지점의 결과보다 상대적으로 크게 나타남을 볼 수 있다. 지표면 근처에서는 각종 기후의 영향(강수량, 증발량, 일사량 등)을 받기 때문에 이와 같은 결과가 도출된 것으로 판단된다.

그림에서 상한(upper limit)은 지수함수의 상수가 0.3인 경우로 습윤 지역(humid places)에 해당한다. 반면, 하한(lower limit)은 지수함수의 상수가 0.5이며 건조 토양(arid regions)에 해당한다^[8]. 하지만 본 분석 결과는 주로 하한에 근접하였으며, 특히 부산의 결과는 하한에서 크게 벗어나 있음을 볼 수 있다. 일부 지역(수원과 춘천)의 기상청에서 제공하는 일평균 토양 수분함량(water content)은 약 5~25%였으며 이는 습윤 토양으로

Table 1. Soil apparent thermal diffusivity using ground subsurface temperature data and time delay.

Depth, z [m]	Thermal diffusivity, α [m^2/day]			
	Suwon	Chuncheon	Daejeon	Busan
0.5~1.0	0.0671 ($7.7686 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$)	0.0436 (5.0440×10^{-7})	0.0517 (5.9870×10^{-7})	0.0303 (3.5066×10^{-7})
0.5~1.5	0.0599 (6.9289×10^{-7})	0.0441 (5.8462×10^{-7})	0.0644 (7.4499×10^{-7})	0.0222 (2.5723×10^{-7})
1.0~1.5	0.0537 (6.2184×10^{-7})	0.0446 (5.1630×10^{-7})	0.0823 (9.5225×10^{-7})	0.0170 (1.9671×10^{-7})
1.5~3.0	0.0736 (7.6392×10^{-7})	0.0504 (5.8333×10^{-7})	0.0610 (7.0561×10^{-7})	0.0694 (8.0380×10^{-7})
3.0~5.0	0.0457 (5.2950×10^{-7})	0.0496 (5.7439×10^{-7})	0.0374 (4.3305×10^{-7})	0.2939 (3.4014×10^{-6})

볼 수 있다. 따라서 건조 토양을 의미하는 하한 결과와 본 결과는 크게 차이가 있음을 볼 수 있다. 이는 상한과 하한에 대한 상관식은 시간대별 측정 결과를 이용하여 도출되었으며, 본 결과는 일평균 지중온도를 이용하여 분석하였기 때문에 차이가 나타난 것으로 판단된다.

3.2 토양 열확산계수

위에서 언급한 4개 지역의 깊이별 지중 온도 자료를 진폭 방정식인 식(12)와 위상 방정식인 식(13)에 적용하여 계산한 열확산계수 값들을 Table 1에 정리하였다. 전체적으로 지중 토양의 열확산계수는 $0.0222 \text{ m}^2/\text{day}$ ($2.5723 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$)에서 $0.0823 \text{ m}^2/\text{day}$ ($9.5225 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$)의 범위에 있었으며, 이는 기존 문헌에 제시된 습윤 토양(moist soil)의 열확산계수 범위를 만족하였다.

Table 1에서 보듯이, 2009년 지중 온도 자료를 이용하여 토양 열확산계수를 계산하였을 때, 심도 증가에 의한 열확산계수의 변화 경향은 특별히 보이지 않았다. 일반적으로 지중 천부 토양층에서는 증발산량 증가에 의한 수분함량 감소 등이 열확산계수에 영향을 미칠 것으로 보이지만, 본 결과에서는 이와 같은 경향은 파악되지 않았다. 이는 일평균 지중 온도 자료를 이용한 것도 원인이지만, 불규칙적인 기후 변화도 영향을 미친 것으

로 판단된다. 따라서 수년에 걸쳐 측정된 지중 온도 자료를 이용하거나 또는 시간대별 지중 온도 측정 결과를 이용하여 토양 열확산계수를 산정하고 그 결과를 비교할 필요가 있다.

Horton et al.^[10]은 지중 온도와 측정 시간 간격 등을 적용하여 위에서 언급한 두 가지 방법 외에 몇 가지 방법(아크탄젠트 방정식, 대수 방정식, 조화 함수 등)을 더 적용한 후 결과들을 비교하였다. 여기에는 수치해석에 의한 방법도 포함되어 있다. 수치해석에 의한 결과와 비교하였을 때, 조화함수(harmonic equation)에 의한 예측결과가 실측 결과를 가장 정확하게 예측하였으며, 비교적 간단한 방법인 진폭 방정식이나 위상 방정식을 이용한 결과는 다소 차이를 보인다고 제시하였다. 따라서 향후 이에 대한 비교 연구가 수행되어야 할 것이다.

4. 결론

본 논문에서는 수평형 지중열교환기를 채택한 지열 히트펌프 시스템을 설계할 때 필요한 깊이별 지중 온도 변화 예측 방법으로 가장 일반적인 형태인 주기함수를 적용하여 지중 온도를 예측한 후, 기상청이 제공하는 지중 온도 자료와 비교하였다. 아울러 깊이별 온도 데이터를 이용하여 지중 토양의 열확산계수를 산정하기 위한 방법을

고찰하였다. 이를 위해 기상청에서 제공하는 국내 17개 지역의 기상 데이터를 이용하였으며, 본 논문에서는 4개 지역(수원, 춘천, 대전, 부산)의 결과만 언급하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

- (1) 기상청의 지중 온도 데이터를 분석하였을 때, 연중 지중 온도는 일반적인 주기함수의 형태를 보이며 변화하였으며, 아울러 깊이가 증가함에 따라 진폭은 감소하고 위상은 증가하였다.
- (2) 기존 상관식인 주기함수와 위상을 적용하여 계산한 지중 온도는 실측 데이터와 비교적 잘 일치하였다. 다만, 지표면 온도를 포함하여 깊이 0.5 m와 1.0 m 지점의 예측 결과는 실측 자료와 다소 차이를 보였다.
- (3) 지중 온도 데이터를 진폭 방정식과 위상 방정식에 적용하여 지중 토양의 열확산계수를 산정할 수 있었다. 전체적으로 지중 토양의 열확산계수는 6.714 m²/s에서 9.249 m²/s의 범위에 있었으며, 이는 기존 문헌에 제시된 습윤 토양의 열확산계수 범위를 만족하였다.
- (4) 비교적 간단한 방법을 적용하여 지중 토양의 열확산계수를 산정하였지만, 향후 정확도가 개선된 방법을 적용하여 지중 온도를 예측한 후 이를 적용하여 열확산계수를 산정하기 위한 연구가 필요한 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 2009년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다.(No. 20093020110010)

참고문헌

1. Kavanaugh, S. P. and Rafferty, K., 1997, Ground-Source Heat Pumps: Design of Geothermal Systems for Commercial and Institutional Buildings, American Society of Heating, Refrigerating and Air-conditioning Engineers(ASHRAE), Atlanta, US.
2. Leong, W. H., Tarnawski, V. R. and Aittomaki, A., 1998, Effect of soil type and moisture content on ground heat pump performance, Int. J. Refrigeration, Vol. 21, No. 8, pp. 595-606.
3. Yari, M. and Javani, N., 2007, Performance assessment of a horizontal-coil geothermal heat pump, Int. J. Energy Research, Vol. 31, pp. 288-299.
4. Sohn, B., 2008, Thermal conductivity measurement of sand-water mixtures used for backfilling materials of vertical boreholes or horizontal trenches, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 20, No. 5, pp. 342-350.
5. Sohn, B., 2008, Predicting the effective thermal conductivity of some sand-water mixtures used for backfilling materials of ground heat exchanger, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 20, No. 9, pp. 614-623.
6. Bristow, K. L., White, R. D. and Kluitenberg, G. J., 1994, Comparison of single and dual probes for measuring soil thermal properties with transient heating, Aust. J. Soil Res., Vol. 32, pp. 447-464.
7. Bristow, K. L., Kluitenberg, G. J., Goding, C. J., and Fitzgerald, T. S., 2001, A small multineedle probe for measuring soil thermal properties, water content and electrical conductivity, Computers and Electronics in Agriculture, Vol. 31, pp. 265-280.
8. Mihalakakou, G., Santamouris, M., and Asimakopoulos, D., 1992, Modelling the earth temperature using multi-year measurements, Energy and Buildings, Vol. 19, pp. 1-9.
9. Krarti, M., Lopez-Alonzo, C., Claridge, D. E., and Kreider, J. F., 1995, Analytical model to predict annual soil surface temperature variation, Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 117, pp. 91-99.
10. Horton, R., Wierenga, P. J., and Nielsen, D.

- R., 1983, Evaluation of methods for determining the apparent thermal diffusivity of soil near surface, Soil Science Society of America Journal, Vol. 47, pp. 25-32.
11. Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959, Conduction of Heat in Solids, 2nd ed., Oxford University Press.
12. Kusuda, T. and Achenbach, P. R., 1965, Earth temperature and thermal diffusivity at selected stations in the United States, ASHRAE Transactions, Vol. 71, pp. 61-75.