

초등학교 6학년 학생들의 도형의 높이 개념 이해에 대한 연구¹⁾

임승현²⁾ · 박영희³⁾

본 연구에서 초등학교 6학년 학생들이 도형의 높이 개념을 이해하는 데 어떠한 특징을 보이는지 알아보기 위하여 초등학교 6학년 학생들이 평면도형(삼각형, 평행사변형, 사다리꼴), 입체도형(원뿔, 원기둥, 각기둥, 각뿔)의 높이 개념 이해에서 어떠한 특징을 보이는지를 알아보았다. 그 결과로 학생들은 평면도형의 높이 측정에서 밑변이 수형하지 않은 도형에서 어려움을 나타냈고, 일상의 높이 경험과 연관되는 오류를 보이고, 높이 개념을 언어적으로 표현하는 데에 어려움을 느끼고 있음을 알 수 있었다.

[주제어] 초등 수학, 도형의 높이

I. 서 론

초등학교 수학과목의 목표는 생활 주변에서 일어나는 현상을 수학적으로 관찰하고 조직하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하는 능력을 기르는 것이다. 또한 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변에서 일어나는 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있어야 한다. 그 가운데 도형학습은 자연, 예술, 건축, 그 래픽, 공간 탐험, 지도 읽기 등 실생활 상황의 문제를 해결하는 데 중요한 역할을 할 뿐만 아니라 도형 영역에서의 많은 아이디어는 수학의 다른 영역의 문제를 해결하는 데 유용하다(교육과학기술부, 2008). 도형학습은 실생활 속에서 구체물들을 쉽게 찾을 수 있고 교구 학습이 용이하다는 점에서 학습전이가 빠르고 추상화가 용이하다는 장점이 있다. 또한 도형학습은 아동의 심리적, 교육적, 수학적인 관점에서 볼 때 매우 중요한 학습요소이다. 그럼에도 불구하고 학생들은 도형학습을 어려워하는 것이 현실이다(안영옥, 1994). 특히 초등 4학년의 도형 영역에서 보이는 오류 유형을 분석한 노영아, 안병곤(2007)은 수직의 정의, 평행의 정의, 평행선 사이의 거리의 개념, 사다리꼴 및 평행사변형의 정의, 여러 사각형의 관계 등에서 학생들이 어려움을 느낀다고 하였다.

본 연구는 초등학교 6학년 학생들이 도형의 높이 개념을 이해하는 데 어떠한 특징을 보이는지 알아보기 위하여 초등학교 6학년 학생들이 평면도형(삼각형, 평행사변형, 사다리꼴)과 입체도형(원뿔, 원기둥, 각기둥, 각뿔)의 높이 개념 이해에서 어떠한 특징을 보이는지를

1) 이 논문은 임승현의 석사학위 논문의 일부분을 재구성한 것임.
2) [제1저자] 충북 운전초등학교
3) [교신저자] 청주교육대학교 수학교육과

알아보았다. 본 연구는 도형의 높이 개념을 명확하게 이해할 수 있는 수업을 설계하는 데에 시사점을 제공할 것으로 본다.

II. 이론적 배경

일상생활에서는 애매한 용어의 사용이 정서적으로 허용되는 경우가 적지 않으나 수학적 학습에서는 적절하지 않은 경우가 많다. 실제로 구체물에서 추상화된 도형의 개념들은 그 개념을 나타내는 용어와 기호들이 명확하게 정의되지 않으면 학습자의 지적 혼란을 유발하여 효율적인 의사소통이 불가능하다(이의원 외, 2007). Vinner(1983)는 비 순환적인 방법으로 개념을 정확히 설명하는 언어적 정의를 개념정의라고 하였다. 이 개념정의는 공식적인 수학기론의 바탕을 두는 것으로 공적 개념정의라고 할 수 있다. '높이'라는 용어는 국어사전에 '높은 정도'로 정의한다(민중서림편집부, 2001). 제 7차 교육과정에 의한 교과서에서는 높이를 5-나 '6. 평면도형의 둘레와 넓이' 단원에서 약속하기로 삼각형의 높이를 '삼각형 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 을 밑변이라 하고, 꼭지점 A 에서 밑변에 수직으로 그은 선분 AD 을 높이라고 한다.'라고 정의한다. 이 경우 삼각형이 바른 위치, 즉 한 변이 수평하게 놓여 있지 않을 때는 국어적인 정의로는 '밑변'과 '높이'의 개념이 형성될 수 없다. 일상생활에서 국어적으로 사용하는 언어는 수학적 개념을 형성하는 데 필요한 도구가 되지만, 언어 사용의 명확화 즉, 수학적 정의를 기하지 않았을 경우에는 오히려 개념을 형성하는 데 장애가 되는 경우가 있다(현종익, 1999).

또한 학생의 개념이미지는 그 개념이 예와 반례에 대한 경험에서 형성되는데, 학생의 개념이미지는 수학적 개념 정의와 격차가 발생하기도 한다(신해현, 2002). 학생들은 삼각형에 대한 고정되거나 잘못된 개념이미지로 인해 문제해결에서 오류를 범한다. 학생들은 그들이 가지고 있는 높이 개념이미지가 고정되어 있어 흔히 보아왔던 밑변과 높이, 즉 학생의 관점에서 수평하게 보이는 밑변과 그에 수직인 높이를 지닌 삼각형이 아닌 경우에는 밑변과 높이를 찾을 수 없거나, 밑변과 높이가 아닌 것으로 단정하는 오류를 보인다. 이와 같은 오류는 평행사변형이나 사다리꼴, 마름모등 사각형에서도 보이는데, 이는 학생들은 그들이 알고 있는 형태의 높이나 밑변만을 문제를 해결하는 데 이용하려 하고 그 외에 제시된 높이나 밑변은 그 도형의 밑변과 높이로 인식하지 못한다는 것을 보여준다(장영은, 2003).

학생들이 도형의 넓이를 구하는 공식을 사용하는데 나타내는 일반적 오류는 이차원과 삼차원적인 기하학적인 숫자로서의 높이의 의미를 개념화하는 데 실패하는 것으로부터 발생한다. 학생들은 경사진 변과 높이가 주어졌을 때 그 둘을 헷갈려 한다. 평면도형에서 임의의 변이나 입체도형에서 임의의 면은 base(기준)이 될 수 있다. 각각의 base(기준)에는 그 기준에 대응하는 높이가 있다. 만약 도형이 그 도형의 base(기준)을 바닥에 대고 어느 방에 들어간다면 그 도형의 height(높이)는 그 도형이 구부리지 않고 통과할 수 있는 가장 짧은 문의 높이가 될 것이다. 즉, base(기준)으로부터의 수직인 거리이다. 학생들은 높이가 한 변과 정확하게 일치하는 직사각형의 넓이를 가로×세로 공식을 사용하여 구하는 경험을 매우 많이 했다. 아마도 이러한 것이 혼란의 이유일 것이다. 학생들에게 height(높이)가 포함된 공식을 설명하기 이전에 학생들은 도형이 가진 base(기준)이 어디이든 높이를 측정하고 측정할 수 있어야 한다(Van de walle, A. J. & Lovin, A. L., 2006).

김은미, 임문규(2007)는 한국과 일본의 초등 수학교과를 비교한 연구에서 평행사변형의 밑변과 높이에 대한 정의를 '평행한 두 변을 밑변이라고 하고, 두 밑변 사이의 거리를 높이다'라고 하고 있으며, 일본은 밑변을 임의로 정하고 높이를 '밑변에 수직인 직선'이라고 정의한다고 보고하였다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상 및 절차

본 연구는 연구자가 근무하는 청주시에 위치한 U초등학교의 6학년 학생을 대상으로 하였다. 학생들은 27명, 27명 2개 반으로 총 54명을 대상으로 하였다. 개발한 평가 문항을 학생들에게 투입하고 도형의 높이 개념 이해에서 나타나는 학생들의 특징과 오류유형을 분석하였다. 그리고 평가지 분석만으로 학생들의 높이 개념 이해의 과정이나 높이 개념 이해의 활용을 분석하기 어려운 경우나 일관된 오류를 보이는 학생들을 대상으로 개별 면담을 실시하여 심층적으로 학생들의 도형의 높이 개념 이해 과정과 도형의 높이 개념 이해 및 표현 전략을 살펴보았다. 연구대상은 54명의 6학년 학생들이 갖는 높이 개념 이해 분석을 통해 이를 효과적으로 학습할 수 있는 교수·학습에 대한 추후의 연구에 기초 자료로서 활용될 수 있을 것이다. 또한 10명 대상으로 추후 면담을 통한 상세한 분석이 추가되었고 이를 바탕으로 도형의 높이 개념을 명확하게 지도할 수 있는 수업을 설계하는 데 시사점을 제시할 수 있을 것으로 본다.

2010년 6월에 개발한 도형의 높이 개념 평가지를 학생들에게 제시하여 개별적으로 시간의 제한 없이 문제를 해결하도록 하였다. 평가지를 해결할 때 감독교사는 문항에 관하여 어떠한 힌트도 주지 않도록 했으며 문제 자체를 이해하지 못하는 학생들을 위하여 문제가 요구하는 것이 무엇인지에 대해서만 설명해 주도록 하였다. 또한 문항 중 작도를 하거나 측정을 하는 문항이 있기 때문에 검사에 참여하는 학생들이 빠짐없이 자를 준비할 수 있도록 지도하였다.

평가지를 분석할 때는 도형별로 문항을 분류한 후 문항별 학생들에게 나타나는 특징들을 분석하였다. 이때 평가지만으로는 도형의 높이 개념 이해의 특징 분석이 어려운 경우이거나 일관적인 오류 형태가 나타나는 학생들 10명을 대상으로 연구자와 개별 면담을 실시하였다. 개별 면담은 1:1로 진행하였으며, 면담에서는 학생에게서 나타난 특징들이 어떤 사고과정을 거쳐서 나온 것인지에 대해 질문을 하였다. 개별 면담을 정규 수업시간이 아닌 방과 후에 실시하였으며 개별 면담의 과정은 녹화와 녹취를 통해 기록하고 녹취한 내용은 녹취록으로 남겨 추후의 분석에 도움이 되고자 하였다.

2. 분석 도구

본 연구에서 사용한 평가지는 선행 연구와 2007 개정 수학과 교육과정 및 현행 교과서를 분석하여 자체 제작하였고, 수학교육 전문가와 상의하여 수정·보완을 하였다. 평가지는 평면도형의 높이에 관한 문항 16개, 입체도형의 높이에 관한 문항 4개로 구성하였다. 학생들의 평가지를 문항별로 분석한 후 학생들을 개별적으로 면담하여 학생들의 도형의 높이 개념에서 나타나는 특징들을 분석하였다. 평가지의 문항의 구성과 문항 의도는 <표 1>과 같다.

<표 1> 문항 구성과 문항의도

문항내용(문항번호)	문항의도	문항구성도형
도형의 개념 (1)	도형의 기본 개념을 이해하고 있는지 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형
같은 높이 도형 찾기 (2, 3, 4)	다양한 도형의 높이를 측정하고 같은 높이 도형을 찾는 문항을 통해 도형의 높이 측정에서 나타나는 전락과 오류의 특징을 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형
높이, 밑변 길이 같은 도형 그리기 (5, 6, 7)	높이와 밑변의 길이가 제한된 도형의 작도를 할 수 있는지 알아보고 제한된 상황에서 얼마나 다양한 도형을 그리는지 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형
한 선분(면)을 밑 변(면)으로 하고 높이가 2cm인 도형 그리기 (10, 12, 14)	다른 기울기의 한 선분(면)을 제시하여 밑변(면)과 높이의 수직 관계를 알고 있는지 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형, 원뿔, 원기둥
2cm 선분이 주어지고, 높이가 같은 도형 그리기 (11, 13, 15)	높이의 길이만 주어졌을 때 밑변에 수직하게 그릴 수 있으며 얼마나 다양한 도형을 그리는지 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형
높이 표시하기 (8, 9, 16, 17, 18)	도형의 높이를 시각적으로 표시할 수 있으며 그 길이를 정확하게 측정할 수 있는지 알아본다.	삼각형, 사다리꼴, 평행사변형, 원기둥, 원뿔, 각기둥, 각뿔
높이 정의하기 (19, 20)	평면도형과 입체도형에서 높이를 어떻게 정의하는지 알아본다.	삼각형, 원뿔

IV. 결과 분석

초등학교 6학년 학생들이 도형의 높이 개념을 이해하는 데 나타나는 특징을 알아보기 위하여 평면도형과 입체도형을 제시하였다. 평면도형은 삼각형, 평행사변형, 사다리꼴을 제시하였고, 입체도형은 기둥 모양과 뿔 모양을 제시하였다.

이하에서는 평면도형과 입체도형의 높이 개념 이해에서 나타나는 특징들을 살펴보기로 한다.

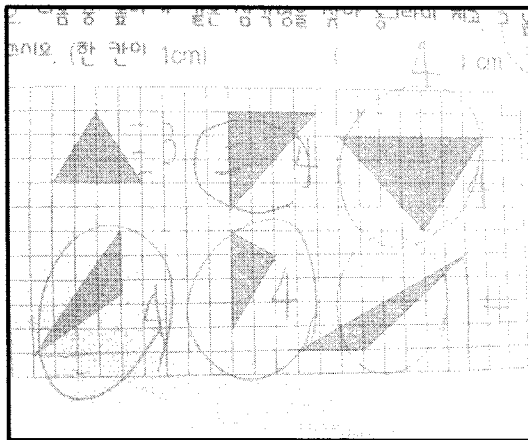
1. 평면도형의 높이 개념 이해

가. 삼각형의 높이 개념 이해

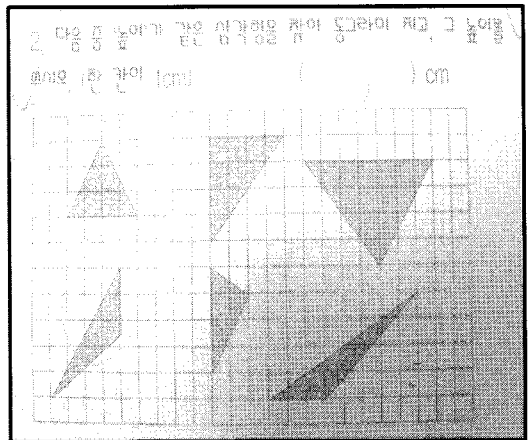
평면도형 중 삼각형의 높이 개념 이해를 알아보기 위하여 삼각형의 개념 이해, 삼각형 높이의 측정, 삼각형 높이의 작도, 삼각형 높이의 정의에 관한 문항을 제시하였다. 삼각형의 개념을 묻는 문항에서 96.2%의 정답률이 나왔고, 이를 통하여 학생들이 삼각형이라는 평면도형이 어떤 것이라는 개념이미지를 형성하고 있는 것으로 판단하였다.

삼각형의 높이 측정은 격자 위의 삼각형들의 높이를 측정하고 같은 높이의 삼각형을 찾는 문항과 격자가 없는 환경에서 밑변과 높이를 표시하고 측정하는 문항을 제시하였다. 격자 위 삼각형들의 높이를 측정하고 같은 높이의 삼각형을 찾는 문항에서 직각이등변 삼각형과 예각삼각형의 경우 대부분의 학생들이 높이를 정확하게 인지하였다. 하지만 둔각 삼각형의 경우 직각삼각형과 예각삼각형의 경우보다 높이를 찾는 데 어려움을 겪는다는 것을 알 수 있다. 특히 밑변의 역할을 하는, 기준이 되는 변이 평가지 하단부와 평행하지 않은 둔각삼각형에서 더 어려움을 겪는 것으로 나타났다. 이는 교과서에 제시된 둔각삼각형의 기준이 교과서의 방향과 평행하지 않은 경우가 적은 것에서 그 원인을 찾을 수 있겠다.

또한 학생들에게서 나타난 특징적인 오류를 살펴보면 [그림 1], [그림 2]와 같다.



[그림 1] 삼각형 오류1



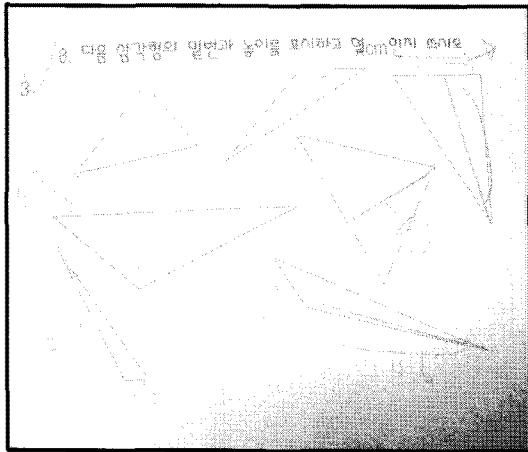
[그림 2] 삼각형 오류2

삼각형 오류 1은 삼각형의 높이 측정을 가장 낮은 부분부터 가장 높은 부분을 측정하는 오류이다. 이는 일상생활에서의 높이 측정 경험과 관련된 것이라고 볼 수 있다. 오류 2의 경우는 평가지 하단부와 수직하게 놓인 한 변을 높이라고 측정한 경우이다. 이는 삼각형의 높이를 세로의 개념으로 혼동한 것으로 이는 삼각형의 높이를 학습하기 이전 직사각형의 세로를 학습한 내용이 전이되어 나타나는 오류로 보여진다.

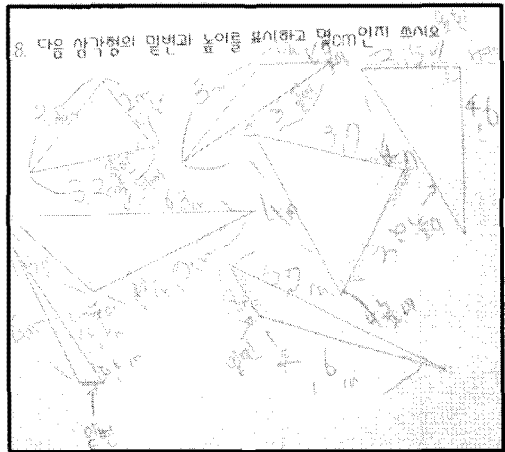
격자가 없는 환경의 삼각형들의 밑변과 높이를 표시하고 측정하는 문항에서도 역시 둔각삼각형의 높이 측정 정답률이 가장 낮게 나타났다. 또한 교과서에서 자주 제시되는 형태인 가장 짧은 변이 평가지 하단부와 평행하게 놓인 둔각삼각형의 정답률이 더 높게 나타났다. 이 역시 교과서에서 자주 나오지 않은 형태나 각도로 제시된 삼각형인 경우 학생들이 더 어렵게 느끼는 것을 알 수 있었다. 이를 통해 교과서에서 다양한 형태나 각도로 삼각형을 제시할 필요가 있음을 시사한다. 이 문항에서 학생들이 높이의 기준이 되는 밑변을

설정하는 경향을 분석해본 결과 학생들은 삼각형의 세 개의 변 중에서 가장 긴 변이거나 평가지 하단부와 이루는 각이 가장 작은 평행에 가까운 변을 밑변으로 설정하는 경향을 보였다. 이를 통해 학생들은 삼각형을 안정적으로 느끼는 방향으로 인식하고 이를 기준으로 높이를 측정하는 특징이 있음을 알 수 있었다.

이번 문항에서 많이 나타난 오류의 유형을 살펴보면 삼각형 내부에 밑변과 수직하지 않은 선분을 설정하고 높이로 측정한 오류와 밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 설정한 오류이다. 이 오류의 예를 보면 [그림 3], [그림 4]와 같다.

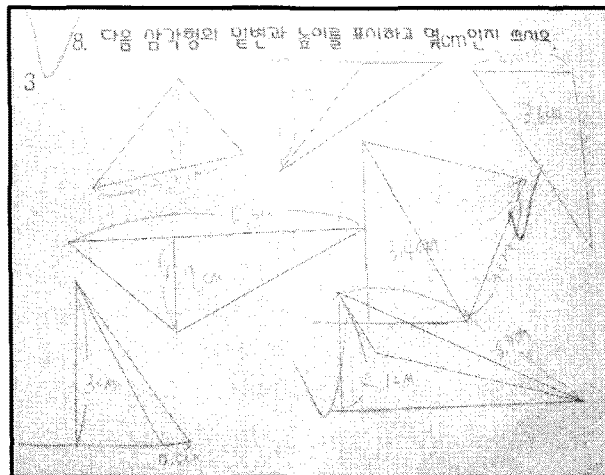


[그림 3] 삼각형 오류 3



[그림 4] 삼각형 오류 4

오류 3의 경우 높이를 내부에만 설정한 오류로 이 학생은 면담에서 삼각형의 높이를 기둥과 같은 것이라고 말하였다. 이는 높이가 내부에 있는 삼각형의 높이 측정 경험을 많이 한 결과 이와 같은 개념이미지가 형성된 것으로 보인다. 오류 4의 경우 밑변은 밑에 있는 변으로 높이는 밑변 옆에 있는 변으로 설정했다고 면담과정에서 말하였다. 이런 오류 이외에도 격자 위에 놓인 삼각형의 높이 측정에서도 나타났던 가장 낮은 부분부터 가장 높은 부분까지의 거리를 측정한 오류도 나타났는데, 이와 같은 오류는 [그림 5]와 같다.



[그림 5] 삼각형 오류 5

삼각형의 높이 측정과 함께 삼각형의 높이 작도 문항도 제시하였는데 삼각형의 높이 작도 문항은 주어진 격자에 밑변과 높이가 2cm인 모양이 다른 삼각형 3개를 작도하는 문항과 주어진 선분을 한 변으로 하고 높이가 2cm인 모양이 다른 삼각형 2개를 작도하는 문항, 주어진 선분과 같은 길이의 높이를 가지는 모양이 다른 삼각형 2개를 작도하는 문항을 제시하였다. 이 세 개의 문항에서 많은 학생들이 대칭과 회전을 이용하여 작도하는 모습을 나타냈고, 대부분 직각이나 예각삼각형을 작도하는 경우가 많았다. 그 예로 주어진 선분을 한 변으로 하고 높이가 2cm인 모양이 다른 삼각형 2개를 작도하는 문항에서 나타난 정답의 유형을 살펴보면 <표 2>와 같다.

<표 2> 삼각형 작도 정답 유형

정답유형	학생수(%)
예각삼각형, 직각삼각형	18명(47.3%)
예각삼각형 2개 (대칭·회전 포함)	13명(34.2%)
직각삼각형 2개 (대칭·회전 포함)	4명(10.5%)
직각삼각형, 둔각삼각형	2명(5.2%)
예각삼각형, 둔각삼각형	1명(2.6%)
계	38명(100%)

높이가 주어졌을 때 학생들은 예각삼각형이나 직각삼각형을 더 쉽게 떠올려 작도하는 모습을 보였다. 또한 다양한 모양을 작도하라고 했을 때 다양한 기울기의 선분을 가진 삼각형을 작도하기 보다는 대칭과 회전을 사용하여 작도하는 모습을 보였다. 이를 통해 학생들이 가진 높이의 개념이미지가 한정된 삼각형 모양으로 인식되어 있음을 알 수 있었다.

삼각형의 작도 문항에서 가장 많이 나타난 오류 유형은 밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 설정하는 오류로 이는 높이를 측정하는 문항에서도 많이 나타났던 오류이다. 이와 같은 오류가 측정 문항보다 작도 문항에서 더 많이 나타나는 것으로 나타났는데 이는 직각을 작도하는 것에서 나타나는 오류인 것으로 보인다.

삼각형의 경우 평면도형의 높이를 대표하여 삼각형의 높이 정의를 묻는 문항을 제시하였다. 삼각형의 높이를 정의한 유형을 살펴보면 <표 3>과 같다.

<표 3> 삼각형 높이 정의 유형

정의 유형	정의 사례	학생수(%)
수직	직각	14명(25.9%)
길이, 거리	삼각형 도형의 길이를 말한다.	11명(20.3%)
중심, 기둥	삼각형의 기둥이다.	8명(14.8)
일상용어	삼각형의 사람 키와 같은 존재	3명(5.5%)
선분	밑변과 꼭짓점 사이에 있는 선분	3명(5.5%)
넓이	넓이를 구하는 데 필요한 것	1명(1.8%)
	무응답	14명(25.9%)

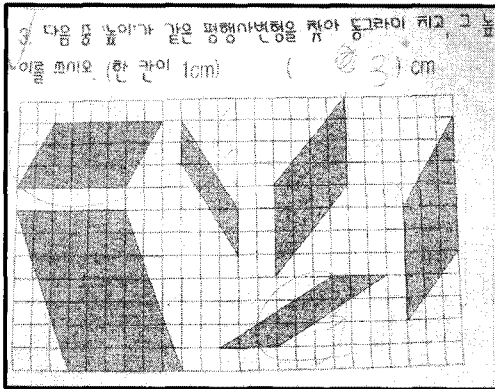
삼각형의 높이 정의를 물어보는 문항에서 51.7%에 해당하는 학생들은 삼각형의 높이의 하위 요소인 직각이나 수직, 길이, 선분의 용어를 사용하여 삼각형의 높이를 정의하였다. 25.9%에 해당하는 14명의 학생은 응답을 하지 못하였다. 2007 개정 수학과 교육과정에서 수학적 의사소통능력은 중요하게 여겨진다. 하지만 여전히 학생들은 자신의 머릿속에 있는 개념을 언어적으로 표현하는 데 어려움을 겪는 것으로 보인다. 수학적 의사소통 능력을 신장하여 개념 정의를 명확하게 할 수 있는 수업의 개선이 필요할 것이다.

나. 평행사변형의 높이 개념 이해

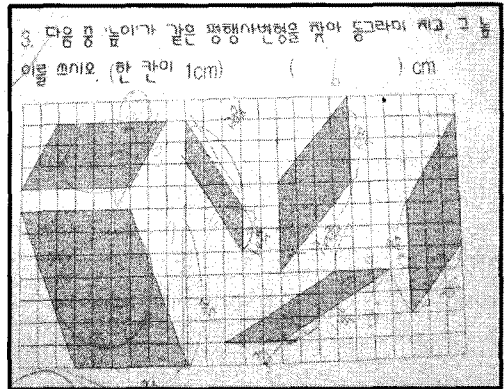
평면도형 중 평행사변형의 높이 개념 이해를 알아보기 위하여 평행사변형의 개념 이해, 평행사변형 높이의 측정, 평행사변형 높이의 작도에 관한 문항을 제시하였다. 평행사변형의 개념을 묻는 문항에서 55.5%의 정답률이 나왔고, 오답을 쓴 학생 중 직사각형과 평행사변형의 포함관계를 파악하지 못한 학생이 오답학생 중 55.7%였다. 이를 통하여 평행사변형의 전형적인 모습 개념이미지는 대부분의 학생들이 가지고 있는 것으로 보인다.

평행사변형의 높이를 측정할 때 나타나는 특징들을 알아보기 위하여 격자 위의 평행사변형들의 높이를 측정하고 같은 높이를 갖는 평행사변형을 고르는 문항과 격자가 없는 환경에서 평행사변형의 밑변과 높이를 설정하고 측정하는 문항을 제시하였다. 높이가 같은 평행사변형을 고르는 문항에서는 25.9%의 정답률이 나왔으며, 평행사변형의 높이 측정에서 가장 어려움을 보인 평행사변형은 밑변으로 설정하는 변이 평가지 하단부와 수직하게 놓인 평행사변형이었다. 이는 학생들이 평행사변형의 높이를 측정할 때 가로로 놓인 두 선분 사이의 거리를 측정하는 경험을 많이 함으로써 생긴 평행사변형 높이의 개념이미지로 인해 나타난 오답으로 보여 진다. 삼각형과 마찬가지로 평행사변형 역시 학생들이 많이 접한 유형의 도형에 한하여 제한된 높이 개념이미지가 형성되는 것을 알 수 있다. 학생들에게 다양한 경험을 할 수 있는 기회를 충분히 제공해야 할 것이다.

이 문항에서 나타난 오류는 가장 낮은 부분부터 가장 높은 부분을 측정한 것과 밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 측정한 경우로 [그림 6], [그림 7]과 같다.



[그림 6] 평행사변형 오류 1

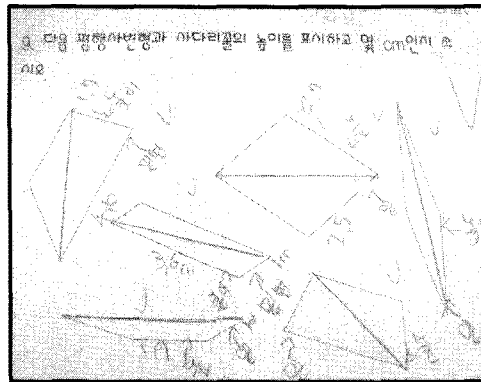


[그림 7] 평행사변형 오류 2

평행사변형 오류 1의 경우 가장 낮은 부분부터 가장 높은 부분을 측정한 오류로 삼각형의 높이 측정에서도 나타났던 오류유형이다. 오류 2 역시 삼각형의 높이 측정에서 나타났던 오류의 유형이다. 이와 같은 오류의 유형이 평면도형에서 전반적으로 나타남을 알 수 있었다.

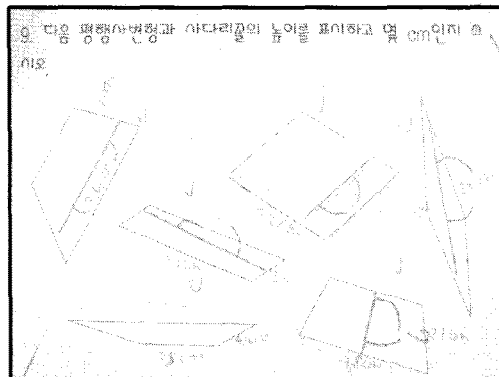
위 문항과 함께 격자가 없는 환경에서 평행사변형의 밑변과 높이를 설정하고 측정하는 문항도 제시하였다. 이 문항에서 평행사변형의 제시된 각도나 평행사변형의 기울기가 다른 세 개의 평행사변형 높이 측정에서 정답률의 차이는 크게 나지 않았다. 세 개의 평행사변형 모두 한 번이 평가지 하단부와 평행하지 않기 때문에 비슷한 난이도의 문제였던 것으로 보인다. 하지만 전체적인 정답률이 같은 유형의 삼각형 문항보다 떨어지는 것으로 나타났다.

이 문항에서 가장 많이 나타난 오류는 평행사변형의 대각선을 높이로 표시한 경우이다. 이 문항에서 제시된 세 개의 평행사변형 중 두 개의 평행사변형의 경우 평행사변형의 한 꼭짓점이 아래로 오는 모양으로 평행사변형의 대각선은 평행사변형이 얼마나 긴 정도를 나타낸다. 오류를 나타낸 학생들은 수학적 도형으로서 평행사변형의 높이 개념보다는 평행사변형 도형의 길이의 개념으로 답을 작성한 것으로 보인다. 이와 같은 오류를 나타낸 사례는 [그림 8]과 같다.



[그림 8] 평행사변형 오류 3

이 학생과의 면담 결과 평행사변형에서 마주보는 꼭짓점을 잇는 대각선을 도형의 중심을 잡는 기둥 같은 것으로 생각하고 이것을 높이라고 생각하고 있음을 알 수 있었다. 이와 같은 내용은 삼각형의 높이 측정 오류와 삼각형의 높이 정의에서도 나타난 내용으로 학생들 중 평면도형의 높이를 도형 중심을 지지하는 기둥과 같은 것으로 인지하는 경우도 있었다. 또한 삼각형과 같이 평행사변형 내부에 밑변과 수직하지 않은 선분을 높이로 설정하는 오류와 가장 낮은 부분부터 가장 높은 부분을 측정한 오류도 나타났다. 평행사변형 내부에 밑변과 수직하지 않은 선분을 높이로 설정하는 오류를 나타낸 학생의 사례는 다음과 같다.



[그림 9] 평행사변형 오류 4

이 학생과의 면담내용은 다음과 같다.

T: 이 문제 풀었던 것 기억나지?

L8: 네,

T: 그럼 여기서 왜 높이를 이렇게 표시했는지 얘기해 줄래?

L8: 그냥 그게 높이라서...

T: 이게 왜 높이가 되는지 설명해 줄 수 있어?

L8: 학원에서 그렇게 배운 것 같아서요.

T: 학원에서 어떤 게 높이라고 배웠는데?

L8: 그냥 이렇게 밑변이 있으면 이런 게 높이라고 했던 것 같아요.

이 학생의 경우 학원에서 평행사변형의 높이를 [그림 9]와 같이 배웠다고 말하였다. 학원에서 평행사변형의 높이를 내부에 표시하는 경험을 많이 한 L8은 [그림 9]와 같이 평행사변형의 내부에만 선분을 하나 긋고 그것을 높이라고 생각하는 것으로 보였다. 학원이든 학교든 평행사변형의 높이에 대한 지도에서 다양한 접근이 필요함을 시사한다.

학생들이 주어진 높이 조건에 맞춰 평행사변형을 작도할 수 있는지를 알아보기 위하여 주어진 격자에 밑변과 높이가 2cm이고 모양이 다른 평행사변형 3개 작도하기, 주어진 선분을 한 변으로 하고 높이가 2cm인 평행사변형 2개 작도하기, 주어진 선분의 길이와 같은 길이의 높이를 갖는 평행사변형 2개 작도하기 문항을 제시하였다. 이 문항은 삼각형의 작도 문항과 같은 유형으로 정답유형과 오답유형이 흡사하게 나타났다. 그 예로 주어진 격자에 밑변과 높이가 2cm이고 모양이 다른 평행사변형 3개 작도하는 문항의 정답유형을 살펴보면 <표 4>와 같다.

이 문항에서 65%의 학생들이 대칭·회전을 이용하여 작도를 하였다. 또한 평행사변형과 정사각형과의 포함관계를 알고 작도한 경우 42.5%였다. 같은 유형의 삼각형 문항과 다른 점은 평행사변형과 정사각형의 포함관계를 이용하여 작도한 유형이 나타났다는 것이다. 이러한 포함관계를 이용한 작도는 다른 유형의 평행사변형 작도 문항에서 나타난 유형으로 직사각형이나 정사각형의 경우 높이 혹은 세로가 직접적으로 드러나기 때문에 학생들이 더 잘 인식하고 작도를 할 때도 쉽게 떠올릴 수 있었던 것 같다.

<표 4> 평행사변형 작도의 정답유형

정답유형	평행사변형 종류	학생수(비율)
3개의 다른 평행사변형	기울기가 모두 다른 평행사변형 3개	9(22.5%)
	정사각형 1개, 기울기 다른 평행사변형 2개	6(15%)
대칭·회전	정사각형 1개, 평행사변형 2개 대칭·회전	11(27.5%)
	평행사변형 3개 대칭·회전	11(27.5)
	평행사변형 1개, 평행사변형 2개 대칭·회전	4(10%)

평행사변형을 작도할 때 나타난 오류유형을 살펴보면 <표 5>와 같고 이는 주어진 선분을 한 번으로 하고 높이가 2cm이고 모양이 다른 평행사변형 2개를 작도하는 문항의 오류 유형이다.

<표 5> 평행사변형 작도 오류유형

오답유형	학생수(%)
평행사변형이 아님	14(35.8%)
밑변과 수직하지 않은 한 변이 2cm	12(30.7%)
한 변과 높이 모두 2cm 아님	4(10.2%)
대각선을 높이로 표시	2(5.1%)
무응답	7(17.9%)

주어진 높이의 조건을 갖춘 평행사변형을 작도하는 문항에서 가장 많은 오답률을 보인 오답유형은 평행사변형을 작도하지 못한 경우이다. 평행사변형의 높이 작도 문항은 평행사변형의 작도 자체에서 어려움을 느끼는 경우가 많았던 것 같다. 평행한 두 쌍의 선분을 작도하는 것이 어렵기 때문에 조건의 높이를 갖는 평행사변형을 작도하는 문항의 정답률 27.2%로 같은 유형의 삼각형을 작도하는 문항의 정답률인 70.3%보다 낮게 나타났고, 그중에 평행사변형이 아닌 것을 그린 오답유형이 35.8%로 가장 높게 나타난 것으로 보인다. 또한 대각선을 높이로 표시하는 오류유형이 나타났는데 이는 평행사변형의 측정에서도 나타난 오류유형으로 대각선과 높이 개념을 혼동하는 학생이 있는 것으로 보인다.

다. 사다리꼴의 높이 개념 이해

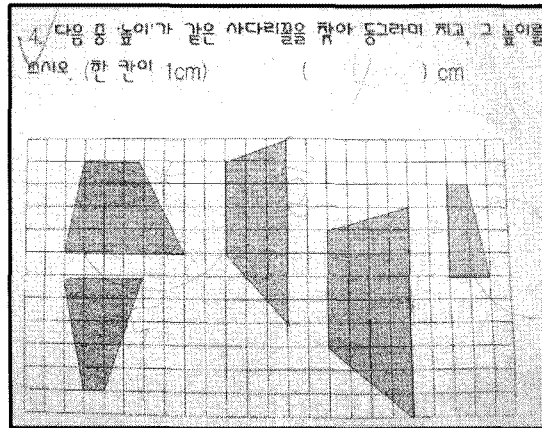
사다리꼴의 높이 개념 이해를 알아보기 이전에 사다리꼴의 개념을 이해하고 있는지 알아보기 위한 문항이 제시되었는데 정답률은 24%였다. 오답을 적은 학생들 중에 사다리꼴의 전형적인 모습⁴⁾만을 고른 학생은 83%였다. 이를 통해 학생들이 사다리꼴의 모습에 대한 개념이미지는 형성하고 있지만 사다리꼴이 직사각형이나 평행사변형이 될 수 있음을 이해하지 못함을 알 수 있다.

학생들에게 사다리꼴 높이의 측정, 사다리꼴 높이의 작도에 관한 문항을 제시하였다. 사다리꼴의 높이를 측정하는 문항으로는 삼각형, 사다리꼴과 같이 격자 위의 사다리꼴들의 높이를 측정하고 같은 높이의 사다리꼴을 고르는 문항과 격자가 없는 환경에서 사다리꼴의 밑변과 높이를 설정하고 측정하는 문항을 제시하였다. 격자 위에서 사다리꼴의 높이를 측정하는 문항에서도 밑변이 평가지 하단부와 수직하게 제시된 경우 높이 측정에 더 어려움을 느끼는 것으로 나타났다. 이는 이 전에 제시된 평면도형에서도 나타난 특징으로 다양

4) 사다리꼴의 전형적 모습은 다음과 같다.



한 형태나 각도로 제시된 도형을 접하는 기회가 풍부하게 제공되어야 한다는 것을 시사한다. 이 문항에서 가장 많이 나타난 오류는 밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 측정하는 오류로 모든 평면도형에서 나타나는 오류의 유형이다. 이 외에도 세로로 보이는 선분 중 긴 선분의 길이를 측정한 오류유형도 나타났다. 이와 같은 오류는 [그림 10]과 같다.



[그림 10] 사다리꼴 오류 1

이와 같은 오류를 나타낸 학생은 모든 평면도형의 높이 측정에 있어서 이와 같은 오류를 보였다. 이 학생의 경우 도형의 높이를 측정할 때 일상용어인 '높이'의 개념으로 가장 높은 곳에서 수직으로 내려 가장 낮은 곳까지 거리를 잴다. 이와 같은 오류를 보이는 학생들에게는 일상생활에서의 높이의 세로 방향 및 수직적 경험이 수학적 사고에 방해요인으로 작용한 것으로 수학적으로는 다른 모습으로 나타날 수 있음을 알도록 하여 일상적 경험과의 차이점을 이해하도록 해야 함을 알 수 있다. 그리고 높이가 넓이나 부피를 구하기 위한 선행 개념임을 인지할 수 있도록 해야 할 것이다.

주어진 높이 조건에 맞게 다양한 사다리꼴을 작도할 수 있는가를 알아보기 위하여 삼각형, 평행사변형과 같이 주어진 격자에 아랫변(혹은 윗변)과 높이가 2 cm이고 모양이 다른 3개의 사다리꼴을 작도하는 문항과 주어진 선분을 한 변으로 하고 높이가 2 cm인 모양이 다른 사다리꼴 2개 작도하는 문항, 주어진 선분의 길이와 같은 길이의 높이를 갖고 모양이 다른 2개의 사다리꼴을 작도하는 문항을 제시하였다. 이 문항들의 정답률과 오답유형은 평행사변형과 흡사하게 나타났다.

2. 입체도형의 높이 개념 이해

가. 입체도형의 높이 측정

다양한 입체도형 중 교과서에 제시하고 있는 입체도형, 즉 원뿔, 원기둥, 각기둥, 각뿔의 높이를 측정하는데서 나타나는 학생들의 특징과 오류를 분석하기 위하여 주어진 입체도형의 높이를 표시하는 문항을 제시하였다. 문항에서는 각기둥 중 오각기둥을, 각뿔 중 사각뿔을 제시하였고 54명 학생에 대한 조사에서 입체도형별 높이 측정의 정답률을 살펴보면 <표 6>과 같다.

<표 6> 입체도형의 높이 측정 정답률

입체도형의 종류	정답수(%)
원뿔	22(40.7%)
원기둥	31(57.4%)
각기둥	36(66.6%)
각뿔	25(46.2%)

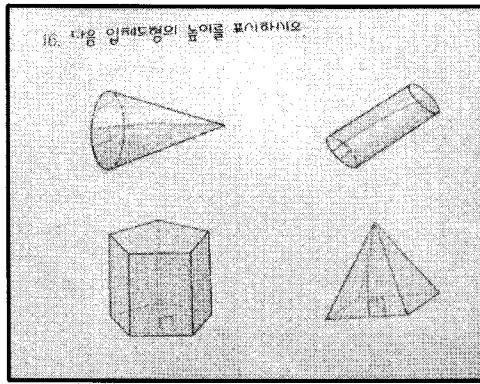
입체도형 중에서는 각기둥 높이 측정의 정답률이 가장 높았고 원뿔 높이 측정의 정답률이 가장 낮았다. 각기둥의 경우는 밑면과 만나는 선분이 모두 높이가 될 수 있기 때문에 높이가 직접적으로 드러난 형태라고 볼 수 있다. 하지만 원뿔은 원뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직으로 선분을 그어서 높이를 측정해야하기 때문에 정답률이 더 낮게 나타난 것으로 보인다. 이러한 이유로 뿔모양 보다는 기둥모양의 입체도형의 높이를 더 잘 측정하는 것으로 나타났다.

입체도형의 높이 측정에서 나타나는 오류유형은 <표 7>과 같다.

<표 7> 입체도형 높이 측정의 오답유형

오답유형	입체도형의 종류	학생수
입체도형의 끝에서 끝을 측정	원뿔	17
	원기둥	15
	각기둥	11
	각뿔	18
모선 측정	원뿔	8
	원기둥	0
	각기둥	0
	각뿔	5
무응답	원뿔	7
	원기둥	8
	각기둥	7
	각뿔	6

입체도형의 높이 측정에서 가장 많이 나타난 오류유형은 도형의 끝에서 끝을 측정한 유형이다. 이와 같은 유형을 나타낸 사례는 [그림 11]과 같으며 이 사례에 해당하는 학생은 앞서 삼각형의 높이 측정에서 세로로 놓인 선분의 길이를 측정하는 오류를 보인 학생과 동일 학생이다.



[그림 11] 입체도형 오류1

이 학생과의 면담결과 입체도형의 높이가 밑면에서 가장 높은 곳까지의 거리라는 것을 알고 있었지만 평면상의 평가지에는 도형의 끝에서 끝으로 표시하였다는 것을 알 수 있었다. 이를 통해 입체도형을 평면적인 상황에서 집했을 때 입체로 인식하는 데 오류를 범한 것임을 알 수 있다. 실질적으로 학생들이 입체도형의 높이를 측정하는 상황은 평면적인 경우가 매우 많다. 이럴 때 학생들이 평면적으로 제시된 입체도형을 입체적으로 파악하여 높이를 측정하는 것은 매우 중요할 것이다. 입체도형의 높이를 단편적으로 밑면에서 가장 높은 곳까지의 거리로 지도하기보다는 다양한 구체적 조작물을 통한 풍부한 경험을 한 후에 이를 평면으로 나타냈을 때 어떠한 특징 있고 실제적인 입체와 어떠한 차이가 있는지 지도하는 것이 중요할 것이다.

나. 입체도형의 높이 작도

너무 어려운 입체도형의 높이 작도는 초등학교 6학년에게 무리가 있을 것으로 판단하여 원기둥과 원뿔의 작도 문항을 제시하였다. 원기둥과 원뿔의 밑면을 다른 각도로 2개 제시하고 원기둥과 원뿔을 작도하라고 하였다. 이 문항을 통해 학생들이 밑면과 수직하게 주어진 높이의 조건을 충족시키며 작도를 할 수 있는가를 알아보고자 하였다. 원뿔과 원기둥의 높이 작도 정답률을 원뿔이 18명(33.3%)이고, 원기둥이 26명(48.1%)였다. 같은 조건에서 주어진 높이를 갖는 원뿔과 원기둥을 작도하는 문항에서 학생들은 원기둥을 더 잘 작도하였다.

원뿔과 원기둥 작도의 오답유형을 살펴보면 <표 8>과 같다.

<표 8> 원뿔과 원기둥 높이 작도 오답유형

입체도형의 종류	오답유형	학생수
원뿔	옆면 위에 높이 표시	14
	모선을 높이로 표시	9
	높이 2cm 아님	5
	원기둥으로 그림	5
	무응답	3
원기둥	원뿔로 그림	8
	맨 끝에서 끝으로 높이 표시	8
	높이 2cm 아님	5
	무응답	9

입체도형의 높이를 옆면 위에 표시하거나, 모선 혹은 맨 끝에서 끝으로 표시한 학생들은 입체도형을 평면적으로 이해하고 있는 것으로 보인다.

다. 입체도형의 높이 정의

입체도형의 높이를 어떻게 정의하는가를 알아보기 위하여 입체도형 중에서 원뿔의 높이 정의에 대해서 물어보았다. 학생들이 대답한 원뿔의 높이 정의 유형은 <표 9>와 같다.

<표 9> 원뿔의 높이 정의 유형

정의 유형	학생들의 정의 사례	학생수(%)
밀면과 꼭짓점까지의 거리	윗변의 꼭짓점에서 밑변까지의 거리	14(25.9%)
밀면과 수직이 되는 선	밑면에서 직각으로 표시된 선분 (중간의 기준)	12(22.2%)
원뿔의 중심(기둥)	중심	9(16.6%)
밀면과 옆면이 만나는 선	밀면과 옆면이 수직으로 만나는 선	2(3.7%)
사람 키와 같은 것	원뿔의 사람 키와 같은 존재	1(1.8%)
	무응답	16(29.6%)

원뿔의 높이를 정의하는 문항에서 29.6%에 해당하는 학생들이 응답을 하지 못하였다. 원뿔 역시 삼각형의 정의와 마찬가지로 언어적으로 표현하는 데 어려움을 느껴한다는 것을 알 수 있다. 또한 높이가 선분이나 수직과 같은 도형으로 이해하는 학생들도 있고 길이 나 거리 같은 측정의 의미도 이해하는 학생도 있었다. 이를 통해 높이의 의미를 정확하게 인지시킬 필요가 있음을 알 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서 수학과 교육과정에서 도형의 높이 개념이 어떻게 다루어지고 있는지 알아보고 6학년 학생들이 도형의 높이 개념 이해에 어떤 특징을 보이는지 알아보았다. 이를 통해 도형의 높이에 관한 교수·학습 자료의 개발과 교사들의 지도 방향에 의미 있는 시사점을 주는 데 목적이 있다.

연구의 결과를 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 학생들은 삼각형의 높이를 측정할 때 세 변 중 가장 긴 변이나, 평가지 하단부와 평행한 변을 밑변으로 설정하고 높이를 측정하는 경

향을 보였다. 이는 밑변을 긴 변이나 수평한 변으로 설정했을 때 삼각형의 형태가 안정적으로 인지가 되기 때문인 것으로 생각된다. 또한 삼각형의 높이 측정에서는 '밑변과 수평하지 않은 한 변을 높이로 측정', '가장 낮은 곳에서 가장 높은 곳까지의 거리 측정', '내부에 높이 설정' 등의 오류가 나타났다. 주어진 높이만큼의 삼각형을 작도할 때는 예각삼각형을 작도하는 경우가 많았으며, 대칭과 회전을 활용하는 경우도 많았다. 또한 작도에서도 역시 '밑변과 수평하지 않은 한 변을 높이로 작도'의 오류유형이 빈번하게 나타났으며 그 외에도 '조건에 맞지 않는 삼각형 작도', '무응답' 등의 오류가 나타났다. 삼각형의 높이 정의에서는 수직이라는 개념을 사용하여 정의한 경우가 가장 많았으며 삼각형의 길이나 밑변으로부터 꼭짓점까지의 거리라고 정의한 경우도 20.3%였다. 또한 무응답이 25.9%로 삼각형의 높이 정의를 언어적으로 표현하는 데 어려움을 겪었다.

둘째, 평행사변형의 높이를 측정할 때는 교과서에 제시된 전형적인 평행사변형의 모습 즉, 밑변이 수평하고 기울기가 많이 기울어지지 않은 형태는 높이 측정에 큰 어려움이 없어 보였다. 하지만 밑변이 수평하지 않거나 기울기가 많이 기울어진 경우에는 다양한 오류의 유형이 나타났다. 오류의 유형으로는 '밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 측정', '대각선을 높이로 측정', '평행사변형 내부에 밑변과 수직하지 않은 높이 설정', '가장 낮은 곳에서 가장 높은 곳까지의 거리 측정' 등이 나타났다. 주어진 높이를 지닌 평행사변형의 작도에서는 대칭과 회전을 이용하여 작도를 하거나 직사각형으로 작도하는 경우가 있었다. 또한 '밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 설정', '대각선을 높이로 표시' 등과 같은 오류가 나타났다.

셋째, 사다리꼴의 높이 측정에서는 밑변이 수평한 사다리꼴의 경우 높이를 잘 측정했으며 '밑변과 수직하지 않은 한 변을 높이로 측정', '가장 낮은 곳에서 가장 높은 곳까지의 거리 측정', '대각선을 높이로 측정' 등과 같은 오류가 나타났다. 또한 주어진 높이를 지닌 사다리꼴의 작도에서 평행사변형과 유사한 오류유형이 나타났다.

넷째, 평면도형에서의 높이 개념의 이해를 분석해 본 결과 다양한 각도로 밑변을 인지하고 이를 기준으로 높이를 이해하는 데 어려움을 겪는 학생들이 나타났다. 이는 교과서에 제시된 도형의 형태들이 다양성을 지니지 못하기 때문에 나타나는 현상으로 보인다. 또한 평면도형의 높이 개념을 일상생활에서 겪었던 높이의 경험과 관련지어 생각하는 오류도 나타났다.

다섯째, 입체도형의 경우 뿔 모양보다는 기둥 모양 입체도형의 높이를 더 잘 이해하고 표현할 수 있었다. 그리고 학생들이 입체도형의 높이를 접하는 경우는 지면을 통해 1차원적으로 접하는 경우가 많은데, 학생들은 입체도형을 3차원적으로 이해하지 못하고 평면적으로만 이해하는 경향을 보였다. 학생들은 밑면과 옆면을 인식하고 입체도형의 높이는 기둥 모양에서는 두 밑면 사이의 거리, 뿔 모양에서는 밑면과 뿔의 꼭짓점과의 거리라는 것을 암묵적으로 알고 있었지만 이를 평면상에서 표시하는 데에 오류를 나타냈다.

이상의 결과를 통해 다음과 같은 제언을 할 수 있다. 첫째, 학생들이 도형의 높이 개념을 이해할 때 다양한 도형의 높이를 폭넓게 이해하는 데 한계를 보였다. 따라서 교과서에서 제시하는 도형의 형태가 수평하게 제시되는 것뿐만 아니라 다양한 각도의 형태로 제시할 필요가 있겠다. 둘째, 도형의 높이는 용어 자체가 일상생활에서도 쓰이는 용어이고 높이에 대한 경험을 일상생활에서 겪게 된다. 이러한 경험은 수학에서의 높이 개념에 혼란을 줄 수 있다. 따라서 학생들에게 일상생활에서의 높이와 수학적 용어로서의 높이와의 공통점과 차이점을 인지시키고 수학적 개념으로의 높이 개념을 명확히 해 줄 필요가 있다. 셋째, 본 연구는 초등학교 6학년 학생들이 갖고 있는 도형의 높이 개념을 평가지를 통하여

분석하였다. 도형의 높이 개념은 5학년 때부터 약속하기로 제시하고 있다. 따라서 6학년 이외의 학년에서 나타나는 도형의 높이 개념 이해에 관한 연구가 요구된다. 넷째, 본 연구에서는 학생들의 평가지를 분석하여 도형의 높이 개념을 어떻게 이해하는지 알아보았다. 이를 통해 학생들이 도형의 높이 개념을 이해하는 데 나타나는 특징과 오류유형을 밝혔다. 이를 바탕으로 도형의 높이 개념 이해에 적합한 교수·학습을 구상하여 실질적으로 투입하는 연구가 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (2002a). **초등학교 교과서 수학 5-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002b). **초등학교 교사용 지도서 수학 5-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002c). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2002d). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-가**. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육과학기술부 (2008). **초등학교 교육과정 해설(IV) -수학, 과학, 실과**. 서울: 한솔사.
- 김은미, 임문규 (2007). 한국과 일본의 초등학교 수학교과서 비교 연구-5, 6학년 수학 교과서를 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 11(1), 61-80.
- 노영아, 안병곤 (2007). 도형 영역의 오류 유형과 원인 분석에 관한 연구-초등학교 4학년을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 11(2), 199-216.
- 민중서림편집부 (2001). **옛센스 국어사전**. 서울: 민중서림.
- 신해현 (2002). **초등학교 수학 교과서에 제시된 용어의 정의 유형 분석**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 안영옥 (1994). **초등학교 아동의 도형에 대한 오개념 분석**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 장영은 (2003). **도형과 관련된 문제해결과정에서 초등학생의 오류 유형과 원인 분석 연구**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 현종익 (1999). **7차 교육과정을 반영한 초등 수학 교육론**. 서울: 학문사.
- Van de Walle, J. A. & Lovin, L. H. (2006). *Teaching student-centered mathematics: Grades 5-8*. Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.

<Abstract>

A Study on the Understanding of Height Concept of Figures of
Sixth Grade Students of Elementary Schools

Im, Seung Hyun⁵⁾; & Park, Young Hee⁶⁾

The purpose of the present research is to suggest implications on guidance of height concept understanding of figures by investigating concept understanding how sixth grade's elementary school students understand a height concept of figures. In order to achieve this research purpose, a height concept understanding test of figures was carried out with the target of 54 sixth grade students who already learned a height concept of plane figures and three-dimensional solid figures, and thus this research analyzed characteristics and errors appeared there. When analyzing its characteristics and errors, interviews with students were carried out for in-depth analysis.

And as a result, the following implications could be obtained. First, students felt more difficulty in measuring height in a figure that its lower base is not horizontal in questions measuring height of a plane figure. Second, there were cases that students associate a height concept of figures with experience of height experienced in daily life. Third, students were feeling difficulty in linguistically expressing a concept called height that oneself has. Expressing a concept linguistically plays an important role in understanding a concept clearly. Accordingly, activities for raising this mathematical communication ability are required. Fourth, the present research can suggest implications in designing classes that students can clearly understand the height concept of figures.

Keywords: elementary mathematics, height of figures

논문접수: 2011. 03. 17

논문심사: 2011. 04. 01

게재확정: 2011. 04. 16

5) blackcooki@hanmail.net

6) yhpark@cje.ac.kr