

스프레드시트를 활용한 수업이 통계적 사고 및 태도에 미치는 효과

이 종 학 (대전송촌고등학교)
김 원 경 (한국교원대학교)*

I. 서 론

통계학은 불확실하고 복잡한 사회 현상 및 자연 현상을 관측 자료로부터 과학적으로 분석하여 합리적인 의사결정을 내리는데 도움을 주기 때문에 여타 학문에서 뿐만 아니라 실세계에서도 많이 응용되어 우리가 살고 있는 세계를 이해하기 위한 열쇠라고 불린다. 통계학은 수리과학이지만 수학에 부속된 분야는 아니고, 방법론이지만 심리학이나 경영학 등의 방법론으로 이해될 수 있는 것은 더 더욱 아니며 자료를 처리하는 실제적인 방법을 고유 영역으로 가지고 있는 학문이다(Moore, 1997).

통계학에서 다루는 자료는 단순한 수가 아니라 변이성과 문맥을 가진 수이기 때문에 통계학은 수학과는 다른 사고를 필요로 한다(Cobb & Moore, 1997). 따라서 통계 교육은 수학적 사고와는 다른 통계적 사고를 길러주는데 중점을 두어야 한다. NCTM(2000)은 모든 학생들이 교양을 갖춘 시민과 지혜로운 소비자가 되기 위해서는 자료를 수집하여 조직하고, 표나 그래프로 나타내어 분석하고, 자료에 근거한 추론과 예측을 하고, 평가를 할 수 있도록 일상적인 경험과 연결되는 학습 기회를 제공해야 한다고 하였다. Cobb & Moore(1997)는 통계 교육이 수학적 이론보다는 자료에 주목하고, 좀 더 자료 분석을 위한 학습 활동과 시뮬레이션 활동으로 변화되어야 한다고 주장하였다.

그러나 우리나라의 통계 교육은 문제 해결이나 실세계를 이해하기 위한 도구로서 통계를 가르치는 것이 아니라 인위적인 자료를 기계적으로 처리하거나,

자료를 직접 다루는 경험보다는 공식과 계산 법칙에 치중하기 때문에 학생들은 학교에서 배운 통계 지식을 실생활에 활용하지 못하고 있다. 우정호(2000)는 우리나라 통계 교육의 문제점을 다음과 같이 언급하였다.

「지금까지 통계 지도는 대체로 주어진 자료를 소재로 통계적 지식과 통계 기법 전달 중심의 지도가 되었으며 구체적인 문제 상황을 통한 지도가 이뤄지지 못함으로써 통계적 사고의 힘과 본질을 보여주지 못했다」(p.16).

이와 같은 통계 교육의 문제점은 실생활의 자료를 바탕으로 하여 논리적으로 의사소통하는 능력, 상황을 합리적으로 사고하는 능력, 정보의 옳고 그름을 판단하는 능력 등을 길러 주는데 한계가 있다.

Kutzler(2003)는 수학 학습에서 학생들이 당황하는 이유는 실제로 해볼 수 있는 실험 활동이 부족한 것과 관련이 있다고 진단하면서, 수학 교실에서 폭넓고 다양한 실험 활동을 실제로 수행해야 한다고 하였고, NCTM (2000)은 확률·통계 영역에서 학생들이 다양한 실험 활동을 할 수 있는 기반을 제공하기 위해서는 컴퓨터를 활용한 확률·통계 교육이 필요하다고 하였다.

컴퓨터를 활용한 실험 활동은 수학이 지난 연역적이고 형식적인 형태를 경험적이고 귀납적인 형태로 바꾸고, 역동적이고 발견적인 수학의 한 측면을 부각 시킬 수 있다는 점 때문에 수학 교육에서 적극적으로 권장되고 있다. 특히, 확률·통계를 학습할 때, 학생들이 통계적 지식을 발견하고 추측하며 탐구하고 정당화할 수 있기 위해서는 다양한 형태의 표, 차트, 그래프와 함께 복잡한 계산을 필요로 한다. 이와 같은 기능을 제공하는 적절한 교수학적 도구 중의 하나가 스프레드시트이다.

* 접수일(2011년 3월 11일), 수정일(2011년 5월 13일), 게재확정일(2011년 5월 17일)

* ZDM분류 : A74

* MSC2000분류 : 97C80

* 주제어 : 스프레드시트 활용 수업, 통계적 사고, 통계적 태도

* 교신저자

스프레드시트는 반복적이고 재귀적인 계산을 자동화할 수 있고, 계산의 결과를 시각화하여 전체적인 맥락을 쉽게 파악할 수 있으며, 표와 그래프를 통해 자료의 세세한 변화 여부를 효과적으로 탐구할 수 있는 프로그램이다. 학생들은 스프레드시트를 활용하면서 복잡한 계산에 익숙해지지 않으면서 수학학습을 경험할 수 있기 때문에 확률·통계의 교수·학습 상황에서 좀 더 외연을 확장한 다양한 형태의 교수·학습 과정을 수행할 수 있고(Maxara & Biehler, 2004), 기존의 지필 환경보다 교수학적 상황이 내재된 확률·통계적 개념과 지식을 깊게 이해하고 폭넓게 탐구할 수 있기 때문에 학생들의 수학적 사고능력을 향상시킬 수 있다(문소영, 2005; 손홍찬, 2006).

이에 따라 본 연구에서는 스프레드시트를 활용한 수업이 학생들의 통계적 사고 향상에 어떤 효과가 있으며 실제로 학생들의 통계적 사고가 어떻게 나타나는지에 대한 연구가 필요하다는 인식 하에 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- (1) 스프레드시트를 활용한 수업은 학생들의 통계적 사고 및 통계적 태도의 향상에 효과가 있는가?
- (2) 스프레드시트를 활용한 수업에서 나타나는 학생들의 통계적 사고의 특성은 무엇인가?

II. 이론적 배경

1. 통계적 사고

통계 교육은 통계적 사고의 핵심을 이해하고 발전시키는 방향으로 이루어져야 한다. 통계적 사고를 함양하기 위해서는 우리 주변에 변이성이 항상 존재함을 이해하고 적절한 통계적 도구를 통해 변이성을 측정하고 합리적인 결론을 이끌어낼 수 있어야 한다.

Hogg(1992)는 통계교육의 목표를 다음과 같이 두었다.

첫째, 통계 교육에서 통계적 사고의 요소를 강조한다. 강조해야 할 통계적 사고 요소로는 자료의 필요성, 자료 산출의 중요성, 변이성의 편재, 변이성의 측정과 모델링이 있다.

둘째, 실제 자료를 사용하여 복잡한 계산은 주로 컴퓨터를 활용하고 공식의 유도보다는 통계적 개념을 습득하도록 하여야 한다. 통계 교육에서 사용하는 인위적인 예는 패턴과 문맥 사이의 상호작용을 제공하

지 못하기 때문에 효과가 없다.

셋째, 활동을 통한 학습을 해야 한다. 학습 과정은 학생들이 문제를 해결하고 토의를 할 수 있도록 개인 또는 집단 별로 프로젝트를 수행하는 방향으로 이루어져야 한다.

그렇다면 통계 교육의 주요 목표인 통계적 사고란 무엇인가? Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계적 사고를 다음과 같이 정의하였다.

「통계적 사고는 통계 조사가 수행되는 이유와 방법을 알고, 조사 과정에서 나타나는 변이성의 편재, 자료에 대한 요약, 시각적인 표현과 같은 자료 분석 과정을 이해하는 것이다. 또 표본 추출을 어떻게 하는지, 그로부터 어떻게 추론하는지, 인과 관계를 설명하기 위해 왜 실험 설계가 필요한지를 이해하는 것을 포함한다. 통계적 사고는 조사를 계획하여 결론을 내고, 자료 수집에서 문제를 제기하고, 가설을 검정하여 해석하는 일련의 과정을 이해하는 것을 포함한다.」(p.7).

Pfannkuch & Wild(2004)는 통계적 사고의 기본이 되는 사고 유형을 ‘자료의 필요성 인식하기’, ‘표현의 변형’, ‘변이성 고려하기’, ‘통계적 추론하기’, ‘통계적 상황과 맥락적인 상황을 통합하기’의 5가지로 나누었다.

자료가 왜 필요한지 인식하지 못하면 통계 조사 자체가 의미가 없어지고 결국엔 통계적 사고를 경험하지 못하게 된다. 통계 교육에서는 기본적으로 자료의 필요성을 인식하여 실제 상황에서 적절한 자료를 수집하여 분석하는 것이 요구된다.

표현의 변형은 실제 상황의 속성이나 특징을 나타내는 수단을 발견하고, 수집된 원 자료를 정리한 후 그 특성을 시각적으로 나타내는 것이다. 표현의 변형은 실제 상황의 관점에서 다루어져야 본연의 의미가 잘 전달될 수 있다.

자료의 변이성을 인식하지 못하면 자료가 어떤 특성을 가지고 있는지 파악하지 못하고 적절한 예측을 할 수 없게 된다. 수집된 자료로부터 논리적인 판단을 하기 위해서는 자료의 처리 단계에서 어떤 변이가 생기고, 설명되지 않는 변이에 의하여 불확실성이 어떻게 나타나는지에 대한 이해가 선행되어야 한다. 변이성의 특성을 파악하고 패턴을 찾은 다음, 이 패턴을 상황과 관련하여 이해하도록 해야 한다.

자료와 통계 모델 사이에는 상호작용이 필요하다. 통계 모델을 통하여 모집단 분포와 표본분포 사이의

관련성을 파악하고 표본평균, 표본분산, 신뢰구간 등을 읽고 해석하며 추론할 수 있어야 한다.

통계적 지식과 실제 지식을 통합하는 일은 통계적 사고에 기본이 되는 요소이다. 실생활에 대한 정보는 통계적 요약값에 담겨져 있기 때문에 통계적 지식과 상황적 지식의 통합은 자료로부터 실세계에 관하여 무엇을 얻을 수 있을지에 초점을 맞추어야 한다.

Mooney(1999)는 통계적 사고를 '자료 수집', '자료 정리 및 요약', '자료 표현', '자료 서술', '자료 분석'의 5가지 과정에서 측정하였다.

'자료 수집' 과정은 통계 분석 과정에서 핵심이 되는 요소이다. 실험, 관찰, 측정하여 얻어지는 자료가 모집단을 대표하지 못하면 그 이후의 분석 과정은 아무런 의미가 없다. 자료 수집 과정에서는 비수학적인 이슈들이 많이 포함되지만, 학생들은 이 과정을 통하여 통계적 사고의 기본 요소를 경험할 수 있다.

'자료 정리 및 요약' 과정은 자료를 표로 정리하고 요약하는 것을 말한다. 자료 요약은 평균, 최빈값, 중앙값 등의 대푯값과 범위, 표준편차 같은 산포도를 측정하는 것으로 서로 다른 자료를 비교할 수 있게 해 준다.

'자료 표현' 과정은 자료를 차트, 표, 그래프로 나타내는 것을 말한다. 시각적인 표현을 통해 자료의 특성을 통찰할 수 있다는 점에서 매우 중요한 분석 과정이다.

'자료 서술' 과정은 표현된 자료로부터 정보를 발견하는 것, 그래프를 읽는 것, 원 자료와 표현된 자료를 연결하는 것을 말한다. 이 과정은 자료 분석의 본질적인 과정으로 학생들은 자료 분석을 위해서 반드시 자료를 서술할 수 있어야 한다.

'자료 분석' 과정은 서술된 자료로부터 추론이나 예측을 하고, 상황을 해석하는 것을 말한다. 이 과정은 위에서 진술한 4가지 과정에 비해 가장 복잡한 통계적 사고 과정으로 합리적인 결론을 이끌어내는 과정이다.

Mooney(2002)는 후속 연구에서 통계적 사고과정을 자료를 기술하는 과정, 자료를 정리·요약하는 과정, 자료를 표현하는 과정, 자료를 해석·분석하는 과정의 네 과정으로 요약하고, 각 과정마다 사고발달 모형의 전 구조적 단계인 주관적 수준(제 1수준), 단일구조적 단계인 과도기적 수준(제 2수준), 다중구조적 단계인 수량적 수준(제 3수준), 관계구조적 단계인 분석적 수

준(제 4수준)의 4개 수준으로 구분하여 총 16개의 틀로 통계적 사고를 정의하였다.

본 연구에서는 통계적 사고 과정을 Mooney(2002)의 분류 모형에 따르기로 하고, 수학적 사고를 내용적 측면과 방법·절차적 측면을 통합하는 방식으로 정의하는 것과 같이 통계적 사고도 각 과정에서의 사고의 구성 요소를 내용·개념적 측면과 방법·절차적 측면을 통합하여 <표 II-1>와 같이 구체화 하였다.

<표 II-1> 통계적 사고의 구성 요소

과정	구성 요소
자료 사고	<ul style="list-style-type: none"> • 자료에 바탕을 두고 통계적 과정을 인지하는 사고
기술 과정	<ul style="list-style-type: none"> • 표본자료 수집에서 임의추출을 이해하는 능력 • 표, 차트, 그래프에서 자료를 파악하는 능력 • 표현 도구와 자료의 관계를 이해하는 능력
자료 정리 요약 과정	<ul style="list-style-type: none"> • 자료를 그룹화·범주화·요약하는 사고 • 자료의 분포의 상태·특징을 이해하는 사고 • 요약값을 사용하여 자료를 수치로 나타내는 능력
자료 표현 과정	<ul style="list-style-type: none"> • 표, 차트, 그래프를 사용하여 자료를 표현하는 능력 • 자료를 표현하는 최적의 표현 도구를 선택하는 능력
자료 해석 분석 과정	<ul style="list-style-type: none"> • 자료의 신뢰성을 검토하려는 사고 • 표본에서 모집단의 특성을 파악하려는 사고 • 크기가 큰 자료를 추출함으로써 패턴이 안정됨을 이해하는 능력 • 모집단의 분포를 추론하는 능력 • 결과에 대해 비평하고 평가할 수 있는 능력 • 경향을 파악하고, 추론이나 예측을 하는 능력

2. 통계적 추론

Demas, Garfield, & Chance(1999)는 통계적 추론을 자료를 요약하고, 자료를 표현하고, 자료에 근거하여 해석하는 과정에서 통계적 아이디어와 통계적 도구를 사용하여 추론하는 방법으로 정의하면서 통계적 추론을 구성하는 요소를 <표 II-2>와 같이 자료와 관련된 추론, 자료의 표현과 관련된 추론, 통계적 측정과 관련된 추론, 불확실성과 관련된 추론, 표본과 관련된 추론으로 제시하였다. 그리고 통계적 추론의 각 구성 요소를 자료, 표, 차트, 그래프, 대푯값, 산포, 분포, 위치, 변동, 임의성, 표본추출, 모집단 등과 같은 통계 개념에 기반을 두고 구체적으로 설명하였다.

Garfield(1998)는 통계적 추론능력을 측정하기 위해서 통계적 추론능력 검사(Statistical Reasoning

Assessment (SRA)를 개발하였다.

<표 II-2> 통계적 추론의 구성요소

구성	내용
자료와 관련된 추론	자료를 양적 또는 질적인 것으로, 이산적 또는 양적인 것으로서 인식하거나 분류할 수 있고, 자료의 형태를 표, 차트, 그래프, 수치자료로 변형시키는 것과 관련되는 추론
자료의 표현과 관련된 추론	표, 차트, 그래프, 수치 자료를 통해 자료를 표현하는 방법을 이해, 그래프를 읽고 해석하는 방법을 이해, 자료를 보다 잘 표현하기 위해 그래프를 변형하는 것과 관련되는 추론
통계적 추정과 관련된 추론	자료에서 대푯값, 산포 등의 통계량이 의미하는 비율을 아는 것, 통계적 예측을 위해서는 소규모 표본보다는 대규모 표본이 더 정확하다는 사실을 인지하는 것, 자료를 비교할 때에 대푯값과 산포가 유용하다는 사실을 아는 것과 관련되는 추론
불확실성과 관련된 추론	우연 사건에 대한 판단을 내리기 위해 확률을 활용하는 것, 통계 조사의 모든 결과가 똑같은 경향을 나타내는 것은 아님을 아는 것, 다양한 사건들의 가능성을 추정하는 법을 아는 것과 관련되는 추론
표본과 관련된 추론	표본과 모집단의 관계를 이해하고 표본에서 추정할 수 있는 것이 무엇인지를 아는 것, 모집단을 대표하지 못하는 표본추출이 있다는 것을 아는 것과 관련되는 추론

SRA는 <표 II-3>과 같이 확률·통계의 내용 요소를 6개의 추론 척도와 5개의 오개념 척도로 구분하여 총 20개의 선다형 문항으로 구성되어 있다.

SRA는 여러 연구자들에 의해서 사용되고 정당화된 도구이고(Tempelaar, 2004), 최근에는 Wang, Wang, & Chen(2009)에 의해서 사용된 통계적 추론능력 검사지이다.

통계적 사고와 통계적 추론의 차이에 대하여 Ben-Zvi & Garfield(2004)는 통계적 사고는 언제 어떻게 통계적 지식과 절차를 적용하는지를 이해하는 것이고, 통계적 추론은 왜 그런 결과가 나왔고 왜 결론이 타당한지를 아는 것이라고 하였다. 그러나 통계적 추론능력의 구성요소와 내용을 통계적 사고의 구성요소와 비교해 볼 때, 불확실성과 관련된 추론(확률적 추론) 이외에는 표현의 차이만 있을 뿐 실제적 차이는 거의 없다. 따라서 통계적 추론은 확률적 추론을 제외하면 통계적 사고와 거의 동일한 사고 능력으로 볼 수 있다.

<표 II-3> SRA의 추론·오개념 척도

추론 척도
1. 확률을 옳게 해석하는 능력: 임의성과 우연사건에 대한 판단의 근거로 확률을 이해하고 사용할 수 있는 능력을 평가.
2. 상황에 적합한 평균을 선택하는 능력: 어떤 상황에서 최선의 대푯값이 무엇인지 이해하는 능력을 평가.
3. 조작적 추론을 사용할 수 있는 능력: 타당한 방법을 사용하여 가능성을 결정하는 방법에 대한 지식을 평가.
4. 독립성을 이해하는 능력
5. 표본 추출에서 변동성을 이해하는 능력
6. 개수가 큰 표본의 중요성을 이해하는 능력: 개수가 많고 잘 선택된 표본은 모집단을 좀 더 잘 대표한다는 것, 표본과 모집단이 어떻게 관련이 있는지와 표본에서 모집단의 어떤 성질을 추론할 수 있는지에 대한 지식을 평가.
오개념 척도
1. 평균에 대한 오개념: 평균은 항상 자연수이다. 실제 상황에서 평균을 계산할 때 특이값을 포함하는 것, 오직 평균만 가지고 집단을 비교하는 것, 평균과 중앙값에 대한 지식을 평가.
2. 결과 지향: 어떤 상황에서 찬성 또는 반대의 결정을 할 때, 사건의 전체적인 맥락을 보는 것보다 한 사건에 대한 직관적 확률을 이용해서 결정을 하는 것.
3. 모집단을 잘 대표할 수 있는 좋은 표본: 표본의 크기와 표본을 선택하는 방법보다 중요한 것은 표본이 모집단을 잘 대표하는 것인가의 문제이다.
4. 작은 수의 법칙: 크기가 작은 표본도 모집단을 잘 대표할 수 있고 다루기 편하다는 생각 때문에, 크기가 작은 표본을 크기가 큰 표본에 비해서 선호한다.
5. 대표적인 오개념: 두 집단의 크기가 같을 때만 서로 비교할 수 있다.

3. 통계적 태도

통계 교육의 목표는 통계에 대한 긍정적인 태도를 함양하는 것이다(Tempelaar, 2004). 통계 교육은 학생들이 문제 해결과정에서 통계에 대한 자신감을 형성하고, 실생활에서 확률·통계의 역할과 가치에 대해 이해하는 긍정적인 태도를 갖도록 하는 것이 중요하다. 이와 같은 긍정적 태도는 통계적 상황에 대해서 적극적으로 의사소통을 하고 통계적 문제에 대해서 비판적인 질문과 자세를 갖게 되며 통계를 학습하는 과정에서 발생할 수 있는 어떤 형태의 어려움도 감수하고자 하는 심리적 상태의 기초가 된다.

통계적 태도를 형성하는데 영향을 미치는 요인으로는 학생의 학습 능력, 수학적 능력, 통계적 수준, 통계적 경험, 정서 수준 등이 있다(이현숙·전수현, 2009).

Janice(2003)는 통계적 태도의 요인을 정서, 인지적 역량, 유용성, 곤란도의 4가지로 구분하고, 각 하위 요인 별로 6~9개의 문항을 합하여 총 28개의 문항으로 구성한 통계적 태도검사지(Survey of Attitude Toward Statistics(SATS))를 개발하였다. 각 문항은 7단계 리커트 척도로 점수화 되었는데, <표 II-4>에서 “*”로 표시한 문항은 점수를 역으로 계산한 부정문 형태의 문항을 나타낸다. 이 검사지는 통계에 대한 태도 검사를 위해 몇몇 연구에서 사용되고 정당화된 도구이다(Chiesi & Primi, 2009 ; 이현숙·전수현, 2009).

<표 II-4> SATS의 하위 요인 및 문항 수

하위 요인	정의	문항번호	개수
정서	통계와 관련된 긍정적 이거나 부정적인 느낌	1, *2, *3, 4, 5, *6	6
인지적 역량	통계를 다룰 때 필요한 지식에 대한 자세	*7, 8, *9, *10, *11, *12	6
유용성	통계의 가치, 관련성, 유용성 등에 대한 자세	13, 14, 15, *16, 17, 18, *19, *20, *21	9
곤란도	통계 학습에 대한 어려 움을 느끼는 정도	*22, 23, 24, 25, *26, *27, *28	7
계		28	

4. 수학교육에서 스프레드시트의 활용

컴퓨터의 발달과 다양한 탐구형 소프트웨어들의 출현은 수학교육 분야에서도 교수·학습의 변화를 가져오는 계기가 되었다. NCTM(2000)은 컴퓨터와 계산기를 강력한 문제해결 도구로 인식하면서 신속한 계산 기능, 그래프 표현 기능, 변인 간의 관계 파악 기능은 학생들이 수학을 수행하는데 있어서 큰 도움을 주기 때문에 모든 학생은 계산기와 컴퓨터를 활용할 수 있어야 한다고 하면서 수학교육에서 공학의 역할을 강조하였다.

우리나라에서도 2007 개정 교육과정에서 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력의 향상 등을 위하여 계산기와 컴퓨터의 활용을 강조하고 있다(교육인적자원부, 2007).

수학 교과에서 주로 사용하는 탐구형 소프트웨어 중에서 교실 현장에의 접근성이 가장 용이한 탐구형 소프트웨어는 윈도우를 기반으로 학교 현장에 대부분 보급되어 있는 스프레드시트 프로그램인 Microsoft

Excel이다. 계산, 통계, 데이터 관리 업무를 효율적으로 수행할 수 있도록 고안된 수식 계산 프로그램인 Excel은 접근성, 다양한 기능, 사용의 편리성 등으로 인하여 수학의 여러 분야에서 그 필요성이 인정되었고, 수학교육 분야에서도 Excel의 긍정적인 효과에 대해서 폭넓은 논의가 있어 왔다. 류희찬(2004)은 스프레드시트의 교육적 의의를 다음과 같이 제시하고 있다.

첫째, 스프레드시트는 What if?라는 가정 하에 자료, 변인 등을 바꾸고 이에 따른 효과를 검토할 수 있다.

둘째, 스프레드시트를 활용함으로써 학생들은 복잡하고 지루한 계산보다는 원리와 개념의 이해에 보다 많은 학습 시간을 사용할 수 있다.

셋째, 계산 과정을 시각화함으로써 오류 수정이 쉽고, 계산 결과를 한 눈에 파악할 수 있으며, 교실에서 표현하기 어려운 그래프를 그려서 문제의 뜻을 좀 더 의미 있게 파악할 수 있다.

넷째, 규칙을 찾고 입력하는 과정에서 알고리즘이나 모델링에 대한 직관력을 기를 수 있고, 이를 통해 귀납적 추론 능력을 배양할 수 있다.

다섯째, 스프레드시트는 수를 계산하거나 조작하는 데 방해를 받지 않음으로써 수학 문제해결에 초점을 더욱 맞출 수 있다.

교수학적 도구로서의 스프레드가 가지는 가장 큰 특징은 자동화와 시각화이다. 스프레드시트에서의 자동화 기능은 복잡한 계산이나, 표, 그래프를 간단하게 처리할 수 있는 기능으로 복잡한 계산이 필요한 현실적인 상황에서 특히 유용하게 사용될 수 있다. 또한 스프레드시트에서 시각화 기능은 수학적 대상, 수학적 사실, 탐구의 과정을 그래프 또는 수치적인 결과로 나타내는 것으로 문제에서 대상의 패턴, 구조, 규칙성을 파악해야 할 때 매우 필요한 기능이다. 한편 스프레드시트의 또 다른 기능으로 셀 참조 기능이 있다. 이 기능은 셀에 입력된 값이 변하면 참조한 셀의 값이 변하고, 그에 따라 만든 표와 그래프를 동시에 변하게 한다.

이와 같은 스프레드시트의 시각화, 자동화, 셀 참조 기능은 스프레드시트를 활용한 수학 실험에서 학생들이 지루한 숫자 계산에서 벗어나 수학적 문제 자체에 집중할 수 있게 도와주고, 다양하고 역동적인 기능을 통해 의미 있는 수학의 본질을 탐색하도록 도와줄 수 있다.

그러나 스프레드시트는 여러 가지 장점에도 불구하고

고 죠르단 효과와 메타인지적 이동이라는 부정적인 측면도 있다.

죠르단 효과는 스프레드시트를 통해 수학적 사실을 공부할 때, 학생의 평범한 행동이나 대답이 사실은 교사의 직접적인 유도나 헌트에 의해 야기된 것임에도 불구하고 학생 스스로가 수학적 사실을 발견한 것으로 받아들이는 것을 말한다. 교수·학습 상황에서 죠르단 효과를 예방할 수 있는 교사의 역할은 학생들에게 도입 부분에서 스프레드시트 자료를 활용하는 방향을 설정해 주고, 수학적 상황에 대한 정보를 제공하는 안내자로서의 역할을 해야 하며, 보다 원활하게 교수·학습 상황에 적응할 수 있도록 동기를 부여하는 객관적인 보조자로서의 역할을 수행하는 것이다. 교사는 학생들이 탐구하고 있는 수학적 내용과 그에 따른 수학적 사고의 전개를 직접적인 유도나 단서에 의해 통제해서는 안 되고, 안내자로써 학생 스스로가 올바른 방향을 찾을 수 있을 때까지 기다릴 수 있어야 한다. 따라서 스프레드시트를 활용하는 수업에서 교사는 지식의 일방적 전수자가 아니라 학생의 지식 구성을 돋는 공동학습자와 공동탐구자로서의 역할과 함께 교실 상황에서 발생할 수 있는 여러 가지 교수 현상의 문제를 해결하는 조정자의 역할을 수행해야 한다. 또한 스프레드시트를 활용하는 교수·학습 상황에서 교사는 지도하고자 하는 수학적 내용과 수학적 사고를 명확히 해야 한다.

메타인지적 이동은 교수학적 초점을 수학적 내용에서 도구인 스프레드시트로 바꿔는 것을 말한다. 컴퓨터를 도구로 하는 교수·학습 상황에서 이와 같은 메타인지적 이동은 학생들이 수학을 추론하고 탐구하는 교실의 모습이 아니라 컴퓨터의 재미에 빠지는 모습으로 변할 수 있다. 메타인지적 이동의 또 다른 형태는 스프레드시트를 통해 수학적 지식을 추론하고 탐구하는데 초점을 맞추기 보다는 스프레드시트를 사용하는 방법에 대한 관심으로 탐구의 이동이 일어날 수 있다는 것이다. 이와 같은 메타인지적 이동을 극복하기 위해 교사는 여러 가지 교수 현상의 문제를 해결하는 조정자의 역할과 함께 학생들에게 흥미가 있으면서 수학적 내용을 포함한 스프레드시트 자료를 제시하며, 이를 통해 학생들의 탐구심을 유발하고 학생들이 수학적 지식을 형식화할 수 있도록 지도해야 한다.

이와 같이 스프레드시트의 활용은 부정적 측면이 있음에도 불구하고, 기존의 수학 교실과 지필 환경에서는 다루기 힘들었던 수학적 개념들을 보다 다양하

고 깊게 탐구할 수 있도록 해줄 수 있다는 긍정적인 효과가 더 크다. 특히 확률과 통계 영역에서 Demas, Garfield, & Chance(1999)는 스프레드시트를 활용한 실험 활동이 표본 분포와 추정·검정에서 그 원리나 절차를 이해하고 탐구하는 경험을 제공할 수 있어 요용하다고 하였고, Maxara & Biehler(2006)는 확률·통계의 학습에서 스프레드시트 활동은 학생들에게 학습하는 동기와 흥미를 부여할 뿐만 아니라 수학적 상황과 상호 작용하여 의미 있는 역할을 한다고 하였다.

5. 선행 연구

지금까지 통계적 사고에 대한 연구는 국내·외에서 몇 차례 수행되어 왔다.

Russo & Passannante(2001)는 7학년을 대상으로 8주 동안 통계 추론에 대한 프로젝트형 수업을 수행하였는데, 이 수업이 진행되는 동안 학생들은 가설을 설정하고 가설을 위한 변수를 정하였으며 그에 적합하게 직접 설문지를 작성하는 놀라운 결과를 보였다고 하였다.

Mooney(2002)는 중학생들의 통계적 사고 과정을 기술하기 위한 틀의 개발이 필요함을 강조하고, 6~8학년을 대상으로 자료 정리 및 요약, 자료 표현, 자료 서술, 자료 분석의 4가지 과정에서 각각 5수준의 틀을 제시하였다. 제 1수준을 주관적 인식 수준, 제 2수준을 과도기적 인식 수준, 제 3수준을 수량적 기술 수준, 제 4수준을 분석적 수준이라 이름 짓고, 각 과정에서 학생들의 수준을 측정하였다.

Groth(2003)는 고등학교 학생들의 통계적 사고 발달 과정을 분석하기 위하여 15명을 대상으로 임상적 방법으로 실험하여 자료 수집, 자료 정리 및 요약, 자료 표현, 자료 서술, 자료 분석의 5가지 과정에서 학생들의 통계적 사고의 특징과 그들의 사고 수준을 측정하였다.

문청자(2005)는 우리나라 중·고등학생들의 통계적 사고 수준을 자료 수집, 자료 정리 및 요약, 자료 표현, 자료 서술, 자료 분석의 5가지 과정에서 측정하였다. 그 결과 우리나라 중·고등학생들은 자료 정리 및 요약 과정에서는 능숙한 면을 보였으나 자료 표현 과정에서는 어려움 나타내었다. 또 자료 서술 과정에서는 그레프보다는 표로 나타낸 자료를 더 잘 서술하는 것으로 나타났고 자료 수집 과정에서는 통계적 사고가 매우 미흡하다고 하였다.

조가을(2008)은 중학교 3학년 학생들을 대상으로 자료 기술, 자료 정리 및 요약, 자료 표현, 자료 분석의 4가지 과정에서 통계적 사고의 특성을 분석하였다. 그 결과 학생들은 그래프를 표현하는 상황에서 자료를 문맥에 맞게 분류하는데 어려움을 겪고, 여러 개의 그래프를 동시에 고려하여 상황을 해석하거나 추론하는데 어려움이 있다고 하였다.

한편, 통계적 태도에 대한 선행 연구로는 신용대(2003)가 중학교에서 ICT 자료를 활용한 통계 수업을 통해 통계에 대한 자신감과 긍정적인 인식 변화를 가져올 수 있다고 하였고, 김근진(2006)은 중학생을 대상으로 Excel을 활용한 수업이 통계에 대한 인식, 통계에 대한 태도, 통계에 대한 학습 습관에서 긍정적인 효과가 있음을 밝혔다.

그러나 아직까지 고등학생을 대상으로 스프레드시트를 활용한 통계 수업이 통계적 사고와 태도에 미치는 영향을 분석한 연구는 없었다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 스프레드시트를 활용한 수업이 학생들의 통계적 사고 향상에 어떤 효과가 있으며 실제로 학생들의 통계적 사고가 어떻게 나타나는지를 분석하기 위해 연구자가 실험이 가능한 대전광역시 일반계 S고등학교 2학년의 2개 반 학생을 연구 대상으로 선정하였다. S고등학교 2학년 학생들의 성적은 전국적으로 중상 수준이고, 소득계층은 중산층에 속한다고 할 수 있다. 또한 이 학생들은 「수학 I」 과목에서 확률·통계 단원의 내용을 학습하고, 「정보사회와 컴퓨터」 과목에서 Excel의 다양한 기능을 익히는 수업을 받아 Excel의 셀, 수학 함수, 통계 함수 등의 기능을 사용하는 데 어려움을 느끼지 않았다.

2개 반 중에서 임의로 한 반을 실험 집단으로, 다른 한 반을 통제 집단으로 구성하여 양적 연구의 대상으로 삼았고, 실험 집단의 학생들 중에서 수업 활동에 적극적이고 수학적 의사소통이 활발하며 수학 수준이 중위권 이상인 8명을 질적 연구의 대상으로 선정하였다. 이 8명의 인지적·정의적 특성은 <표 III-1>과 같다. 이 표에서 학생들의 수학 수준은 학교 내신 성적에 의해 분류된 것이고, 통계적 사고 수준은 Mooney(2002)가 정의한 4수준 모형에 의해 분류된

것이다.

2. 연구 절차

본 연구에서는 먼저 스프레드시트를 활용한 교수·학습 자료를 8차시 분량으로 제작하였다. 실험 집단의 수업은 학교 컴퓨터실에서 1월 5일부터 20일까지 약 2주간에 걸쳐 하루에 1시간씩 총 8차시를 제작된 교수·학습 자료로 활용하여 실시하였고, 수업의 전 과정을 녹취하였다. 한편 통제 집단의 수업은 확률과 통계 교과서를 중심으로 하는 전통적인 방식으로 실험 집단의 수업 기간과 동일하게 8차시를 실시하였다.

실험집단과 통제집단의 수업을 담당한 두 교사는 모두 석사학위 소지자이고, 교육경력이 거의 비슷하며 (12년~13년) Excel, GSP와 같은 탐구형 소프트웨어를 능숙하게 다룰 수 있는 교사들로써 교사 변인에 의한 차이는 거의 없다고 할 수 있다.

<표 III-1> 연구 대상의 특성

학생 (가명)	정의적 특성	인지적 특성	
		수학 수준	사고 수준
운진	문제를 다른 각도에서 보려고 노력함. 새로운 시도를 선호하지만 엉뚱한 결과를 얻을 때도 있음.	우수	수량적
성은	상당한 수학적 재능을 지니고 있고, 문제 해결력이 높음.	매우 우수	분석적
선주	Excel 활용능력이 우수하지만, 확률·통계 관련 지식이 부족함. 다른 학생들에게 Excel 활용에 도움을 줌. 학습태도가 좋음.	중상	과도 기적
수연	문제를 참신하게 해결하는데 소질이 있음. 간혹 과제의 요점을 파악하지 못해 엉뚱한 해결을 제시함.	중상	수량적
영현	수업에 흥미를 가지고 성실하게 참여하며 과제 집중도가 상당히 높음. 확률·통계 문제 풀이가 뛰어나고, Excel 활용이 우수함.	매우 우수	분석적
지윤	수동적인 태도를 보이고 낯선 것에 두려움을 갖고 있음. 문제 풀이에서 다른 학생의 도움을 많이 받음.	중	주관적
태인	활발하고 자신의 의견을 말하는 것을 좋아함. 의문이 생기면 질문하고 옆 학생과의 의사소통을 통해서 해결하려고 노력함.	우수	수량적
현지	수동적 태도를 보이고 수업 시간에 자주 졸고 태도가 좋지 않음.	중상	과도 기적

실험 수업 사전과 사후에 통계적 추론과 통계적 태도에 대한 검사를 실시하였다. 본 연구의 절차를 요약하면 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 연구 절차의 개요

집단	대상	사전 검사	실험 수업	사후 검사
실험 집단	38	통계적 추론 검사	스프레드시트 자료를 활용한 수업	통계적 추론 검사
		통계적 태도 검사	교과서 중심의 전통적 수업	통계적 태도 검사

3. 스프레드시트를 활용한 교수·학습 자료의 개발

본 연구의 실험 수업에서 활용할 스프레드시트 자료를 개발하기 위해서 먼저 확률·통계 영역에서 스프레드시트로 교수·학습할 수 있는 내용을 선정하였다. 김용균(1999)은 확률·통계에서 스프레드시트를 활용할 수 있는 내용으로 평균, 표준편차, 분산, 이항분포, 정규분포, 큰수의 법칙, 중심극한 정리를 제시하였고, 변지영(2005)은 탐색적 자료 분석, 대푯값의 정확한 의미와 상황에 따른 적용, 큰수의 법칙, 연속확률변수의 도입, 이항분포의 정규분포로의 근사, 표본추출, 표본평균의 분포를 제시하였다. 본 연구에서는 이를 참고로 통계적 개념, 아이디어, 구조가 풍부하고 통계적 사고의 구성요소와 연결성이 있는 학습주제를 <표 III-3>과 같이 선정하였다.

각 학습 주제 별 세부 내용은 학생들이 교수·학습 상황에서 합수식이나 그래프를 이해하기가 쉽고 간단히 조작할 수 있도록 하였고, 컴퓨터 화면상에 나타나는 결과를 스스로 탐구하고 상호작용할 수 있도록 개발하였다. 개발된 교수·학습 자료는 학생들의 통계적 사고가 드러날 수 있도록 활동지 형태로 구성하였고, 활동지 말미에 반성 난을 두어 스프레드시트 자료를 사용했을 때 장단점을 적을 수 있도록 하였다.

<표 III-3> 스프레드시트 교수·학습 자료의 개발

차시	학습 주제	내용
1	확률적 상황	<ul style="list-style-type: none"> 생일 문제: n명 중에 생일이 같은 확률 구하기 Simpson의 역설
2	기댓값	<ul style="list-style-type: none"> 페테르부르크 게임: 현실 상황에 맞는 기댓값의 적용
3	큰수의 법칙	<ul style="list-style-type: none"> 시행의 횟수가 충분히 클 때, 통계적 확률은 수학적 확률에 가까워짐을 이해
4	분포의 모양에 따른 중앙값, 최빈값, 평균 사이의 관계	<ul style="list-style-type: none"> 특이값이 존재하는 분포에서 대푯값의 위치 상황에 따른 대푯값의 적용 비대칭 분포에서의 대푯값의 위치
5	연속확률변수와 확률분포	<ul style="list-style-type: none"> 계급의 크기가 작아질 때, 계급의 개수, 계급의 도수, 계급의 확률의 변화 밀도도수로부터 확률밀도함수를 도입하는 과정 이해
6	정규 분포의 이해	<ul style="list-style-type: none"> $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 의 그래프 $X \sim N(m, \sigma^2)$에서 m, σ의 변화에 따른 그래프의 변화
7	이항분포와 정규분포로의 근사	<ul style="list-style-type: none"> 이항분포와 정규 근사에 의한 확률값의 차이. $X \sim B(n, p)$에서 n과 p에 따른 그래프의 변화
8	표본평균의 분포 (중심극한 정리)	<ul style="list-style-type: none"> 임의추출과 유의추출의 편향 확률변수 X가 1에서 10사이의 자연수(또는 1에서 50사이의 자연수)인 확률분포에서 2개의 숫자를 임의로 복원 추출하였을 때, 표본평균의 히스토그램 그리기. m, σ^2과 $E(\bar{X}), V(\bar{X})$ 사이의 관계 구하기.

4. 자료 수집

가. 통계적 추론 능력 검사(SRA) 자료

통계적 추론은 확률적 추론을 제외하면 통계적 사고와 거의 동일한 사고 능력으로 볼 수 있음을 이론적 배경에서 살펴보았다. 이에 따라 본 연구에서는 Garfield(1998)의 통계적 추론 능력 검사지(SRA)를 사

용하여 학생들의 통계적 사고 능력을 측정하였다. SRA의 20문항 중에서 본 연구의 스프레드시트 활동과 관련이 없는 상관관계 문항을 제외한 나머지 19문항을 검사 문항으로 사용하였는데, 이 문항들을 확률과 통계 영역의 추론으로 구분하면 <표 III-4>와 같이 확률 영역이 9문항, 통계 영역이 10문항으로 분류할 수 있다.

<표 III-4> 통계적 추론 능력 검사지의 문항 구성

영역	문항 수	문항 번호
확률	9	8, 9, 10, 11, 13, 14, 17, 18, 19
통계	10	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 12, 15, 16
계	19	

SRA의 채점 방법은 각 문항별로 통계적 추론이 옳으면 1점, 틀리면 0점을 부여하여 총 19 점 만점으로 계산하였다.

통계적 추론 능력 검사는 실험 수업 이전에 사전 검사를 실시하였고, 4주 후 실험 수업이 끝난 후에 사후 검사를 실시하였다.

나. 통계적 태도 검사(SATS) 자료

본 연구에서는 학생들의 통계적 태도를 측정하기 위하여 Janice(2003)의 통계적 태도 검사지(SATS)를 사용하였다. SATS는 총 28개의 문항으로 구성되어 있고, 각 문항은 7단계의 리커트 척도로 이루어져 있다. SATS의 채점방법은 각 문항마다 리커트 척도 점수를 0점에서 6점으로 부여하고, “*”로 표시한 역 문항은 점수를 역으로 부여하여 총점을 계산하였다.

통계적 태도 검사는 실험 수업 이전에 사전 검사를 실시하였고, 4주 후 실험 수업이 끝난 후에 사후 검사를 실시하였다.

다. 질적 자료

본 연구에서는 스프레드시트를 활용한 수업에서 나타나는 학생들의 통계적 사고의 특성을 분석하기 위해서 8차시의 실험 수업을 모두 녹취하였다. 그 중에서 질적 연구의 대상인 8명의 대화록을 전사하였고, 그들의 활동지를 자료를 기술하는 과정, 자료를 정리·요약하는 과정, 자료를 표현하는 과정, 자료를 해석·분석하는 과정으로 구분하여 통계적 사고의 특성을 분석하였다.

IV. 연구 결과 및 분석

1. 통계적 사고 및 통계적 태도의 분석 결과

본 연구의 연구문제 (1)에서 통계적 사고의 향상 효과를 알아보기 위해서 먼저 사전 통계적 추론 능력 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-1>과 같았다.

<표 IV-1> 사전 통계적 추론 능력 검사 결과

집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
실험 집단	39	7.6090	2.10681		
통제 집단	38	8.0750	2.26983	-.934	.353

위의 표에서 실험 집단과 통제 집단에 대한 사전 통계적 추론 능력 검사를 t-검정한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉 실험 집단과 통제 집단은 통계적 사고 능력에서 동질임을 알 수 있다.

다음으로 실험 수업이 끝난 후에 실시한 사후 통계적 추론능력 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-2>와 같았다.

<표 IV-2> 사후 통계적 추론 능력 검사 결과

집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
실험 집단	39	8.9513	2.46236		
통제 집단	38	8.6224	1.97606	.645	.521

위의 표에서 실험 집단과 통제 집단에 대한 사후 통계적 추론 능력 검사를 t-검정한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 이것은 스프레드시트를 활용한 수업이 기존의 교과서 중심의 전통적인 수업과 비교하여 통계적 사고 능력 향상에 효과가 없음을 나타내는 것이다.

그러나 본 연구의 실험수업에서는 실제로 확률 영역보다는 통계 영역에서의 추론 활동을 주로 하였기 때문에 추론 능력 검사지의 문항을 통계 영역과 확률 영역으로 분리하여 분석하는 것이 보다 적절한 것으로 생각된다. 이에 따라 통계적 추론 능력 검사지의 문항을 확률과 통계 영역의 문항으로 구분하여 실험

집단과 통제 집단의 사후 통계적 추론능력 검사를 t -검정한 결과는 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 사후 통계적 추론 능력검사의 영역별 결과

영역	집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
확률	실험 집단	39	3.9128	1.53746	-.860	.392
	통제 집단	38	4.2079	1.47013		
통계	실험 집단	39	5.0385	1.42642	2.015	.047
	통제 집단	38	4.4145	1.28568		

위의 표에서 확률 영역에서의 실험 집단과 통제 집단 사이에는 유의수준 0.05에서 유의미한 차이를 보이고 있지 않지만 통계 영역에서는 유의미한 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 따라서 스프레드시트를 활용한 수업은 기존의 교과서 중심의 전통적인 수업보다 통계 영역에서의 사고 능력 향상에 효과가 있다고 할 수 있다.

한편, 본 연구의 연구문제 (1)에서 통계적 태도의 향상 효과를 알아보기 위해서 먼저 사전 통계적 태도 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-4>와 같았다.

<표 IV-4> 사전 통계적 태도 검사 결과

	집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
사전 검사	실험 집단	39	101.56	9.744	1.621	.109
	통제 집단	38	98.37	7.361		

위의 표에서 실험 집단과 통제 집단에 대한 사전 통계적 태도 검사를 t -검정을 한 결과, 유의수준 0.05

에서 두 집단 간 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉 실험 집단과 통제 집단은 통계적 태도 면에서 동질임을 알 수 있다.

다음으로 실험수업이 끝난 후에 실시한 사후 통계적 태도 검사지를 분석한 결과는 <표 IV-5>와 같았다.

<표 IV-5> 사후 통계적 태도 검사

	집단	N	평균	표준편차	t-값	p-값
사후 검사	실험 집단	39	105.85	11.822	2.439	.017
	통제 집단	38	100.24	7.923		

위의 표에서 실험 집단과 통제 집단에 대한 사후 통계적 태도 검사를 t -검정을 한 결과, 유의수준 0.05에서 두 집단 간 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 따라서 스프레드시트를 활용한 수업은 기존의 교과서 중심의 전통적인 수업보다 학생들의 통계적 태도를 향상시키는데 효과적이라고 할 수 있다.

통계적 태도 검사지는 정서, 곤란도, 인지적 역량, 유용성의 4가지 하위 요인으로 구성되어 있다. 본 연구에서는 통계적 태도 검사의 각 하위 요인 중에서 어떤 요인에서 태도 검사의 차이가 있는지를 분석한 결과 <표 IV-6>과 같았다.

이 표에서 각 하위 요인에 대하여 실험 집단과 통제 집단 사이에는 유의수준 0.05에서 모두 유의미한 차이를 보이고 있어 스프레드시트를 활용한 수업이 기존의 교과서 중심의 전통적인 수업보다 통계적 태도의 모든 하위 요인에 대해서 효과적이라고 할 수 있다. 물론 이 결과가 학생들이 Excel이라는 도구에 흥미를 느껴 나타난 것일 수도 있겠지만 이미 학생들은 Excel의 다양한 기능을 잘 알고 있기 때문에 그

<그림 IV-1> 표본자료의 수집에서 임의추출 활동

보다는 스프레드시트를 활용한 수업의 효과로 보는 것이 타당한 것으로 생각된다.

<표 IV-6> 사후 통계적 태도 검사 하위 요인별 결과

요인	집단	합수	평균	표준편차	t-값	p-값
정서	실험집단	6	149.1667	10.53407	2.570	.028
	통제집단	6	137.5000	8.56371		
인지적 역량	실험집단	6	142.1667	5.77639	2.821	.018
	통제집단	6	133.3333	5.04645		
유용성	실험집단	9	147.8889	7.14920	5.406	.000
	통제집단	9	132.6667	5.40000		
관련도	실험집단	7	149.8571	4.67007	3.497	.004
	통제집단	7	141.2857	4.49868		

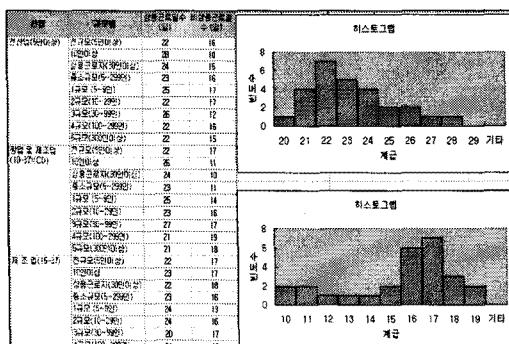
2. 통계적 사고의 특성에 대한 분석 결과

본 연구의 연구문제 (2)를 해결하기 위해서 실험수업을 통해 수집한 질적 자료를 4개의 사고 과정별로 분석하였다. 각 사고 과정별로 대표적인 에피소드 및 활동지를 예시하면 다음과 같다.

가. 자료를 기술하는 과정

자료를 기술하는 과정의 구성요소 중에 표본자료 수집에서 임의추출을 이해하는 능력이 있다.

다음 [에피소드 1]은 임의추출 활동에 대한 학생들의 대화내용이다.



<그림 IV-2> 표와 그래프에 나타난 자료의 구조

[에피소드 1] 임의추출

(1.1) 교사: 2010년 전 세계의 기대수명은 70.4세입니다.

(1.2) 선주: 1985년과 비교하여 6살밖에 증가하지 못했습니다. 그런데 우리나라는 기대수명이 79세인데, 너무 높은데요.

(1.3) 교사: 그렇죠, 한 가지 질문해 볼까? 기대수명을 구하기 위해 전 세계에 모든 사람을 조사했을까요?

(1.4) 현지: 그러기는 불가능합니다.

(1.5) 교사: 그렇다면 어떻게 했을까요?

(1.6) 영현: 표본을 뽑아서 조사했겠죠.

(1.7) 교사: 맞아. 우리도 스프레드시트 자료를 활용하여 표본추출 해보자. 100개 나라의 기대수명 자료가 있지. 이 자료를 모집단으로 해서 표본을 추출하고, 표본들의 기대수명을 계산해볼까?

(1.8) 현지: 100개 나라 평균하고 비슷하게만 나오고 같지는 않아요. 잘사는 나라가 뽑히면 기대수명이 높고, 못사는 나라가 뽑히면 기대수명이 낮아져요.

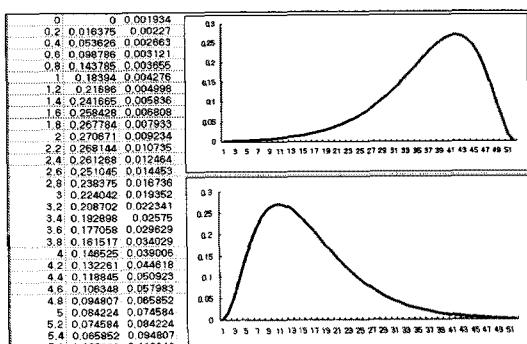
(1.9) 영현: 맞아, 그래서 임의 추출이 필요한 거야.

(1.10) 교사: 세 번째 스프레드시트 자료를 활용하여 본인이 몇 개 나라들을 직접 뽑아서 기대수명을 계산해 볼까요?

(1.11) 선주: 대륙별로 분류되어 있으니까 한 대륙에서 맨 앞에 있는 한 나라씩 추출해 도 되지요?

(1.12) 교사: 아 그래요. 그것도 일종의 임의추출이라고 할 수 있어요. 그렇다면 임의추출을 하지 않는다면 어떻게 될까요?

(1.13) 영현: 표본이 어느 한 쪽으로 치우쳐 모집단을 대표할 수 없겠죠. 좀 전에 현지가 했던 방법대로 자료의 맨 위에서 순서대로 10개만 추출한다면 임의추출을 한 것이 아닙니다.



<그림 IV-3> 비대칭 분포 자료의 평균

학생들은 임의추출 활동에서 임의추출이 필요한 이유를 이해할 수 있었고(1.6), 임의추출로 표본자료를 수집하는 방법을 알 수 있었다(1.11, 1.13).

또한 학생들은 <그림 IV-1>과 같은 활동을 통해 임의추출한 표본의 평균과 표준편차가 표본에 따라 모평균과 모표준편차에 유사한 값을 가질 뿐 똑같은 값이 아니라는 사실을 알 수 있었다(1.8).

이것은 모집단과 표본의 자료에서 학생들이 임의 추출에 대한 통계적 개념을 이해하는 능력이 향상된 것으로 볼 수 있다.

나. 자료를 정리하고 요약하는 과정

자료를 정리하고 요약하는 과정의 구성요소 중에는 자료를 그룹화·변주화하고, 통계적 수치로 요약하고, 자료 분포의 상태와 특징을 이해하는 능력이 있다.

다음 [에피소드 2]는 자료의 분포 상태에 대한 학생들과의 대화내용이다.

[에피소드 2] 자료의 분포 상태

(2.1) 교사: 다음 자료는 각 사업장 별로 상용근로자의 근로일수와 비상용근로자의 근로일수를 제시한 표입니다. 각각의 도수 분포표를 그려보세요.

(2.2) 학생: 네.

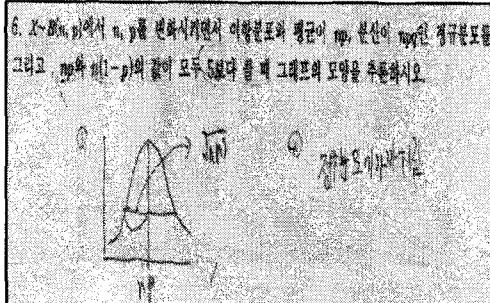
(2.3) 교사: 표와 그림 중에서 어느 것이 자료의 분포상태를 더 잘 알 수 있어요?

(2.4) 은진: 표보다 그림이 한 눈에 들어오고, 분포의 개형을 더 잘 알 수 있어요.

(2.5) 교사: 그렇죠, 자 이제 누가 그림을 보고 두 자료들이 가진 차이점을 말해볼까요?

(2.6) 태인: 하나는 오른쪽이 높고, 다른 하나는 왼쪽이 높아요.

(2.7) 은진: 근로 일수니까 당연히 상용근로자의 일수가 더 많고 따라서 상용근로자가 아래쪽 그림이 아닌가요?



(2.8) 영현: 아닌 거 같아요. 아래쪽 그림이 상용근로자의 근로일수에 대한 것 같지만 비상용근로자의 근로일수인거 같아요. 비상용근로자가 일을 더 많이 하는 것 같지만 상용근로자의 근로 일수가 훨씬 더 많아요. 두 그림에서 변수의 범위가 서로 다릅니다.

(2.9) 교사: 맞아요, 그러면 상용근로자의 근로일수 그림이 갖는 특성을 나름대로 추론할 수 있을까요?

(2.10) 태인: 대부분 사업장에서 평균적으로 22일 정도의 일을 하지만 22일을 넘기는 사업장이 넘기지 않는 사업장보다 더 많아요.

학생들은 자료의 분포 상태에 대한 활동을 통해서 관찰한 자료 분포의 개형을 파악하고(2.6), 표, 차트, 그래프의 표현에서 자료의 특성을 파악하는 통계적 능력을 보였다(2.8). 또한 자료의 분포를 살펴보고, 그 결과를 추론할 수 있는 통계적 사고를 구성할 수 있었다(2.10).

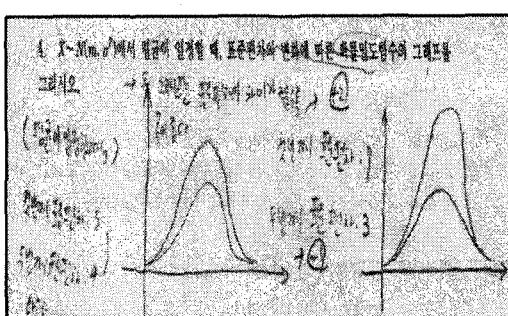
한편 학생들은 <그림 IV-3>과 같은 비대칭 분포에 대한 활동을 통해서 평균, 중앙값, 최빈값의 위치를 비교하고, 자료 분포의 비대칭성을 이해할 수 있었다.

이것은 학생들이 자료 분포의 상태와 특징을 이해하고, 대푯값으로 분포의 대칭성을 파악할 수 있는 통계적 사고 능력을 보여준 것이라고 할 수 있다.

다. 자료를 표현하는 과정

자료를 표현하는 과정의 구성요소 중에는 자료를 표현하는 최적의 표현 도구를 선택하는 능력이 있다.

다음 [에피소드 3]은 m, σ 의 값의 변화에 따른 정규분포의 그래프에 대한 학생들의 대화내용이다.



<그림 IV-4> 정규분포의 그래프 활동

[에피소드 3] m , σ 의 변화에 따른 정규분포 그래프

- (3.1) 수연: B1셀에 있는 평균하고 B2셀에 있는 표준편차의 값을 바꾸면 그래프가 바뀌네.
- (3.2) 지윤: 어떻게 바뀌는데?
- (3.3) 수연: 그래프가 넓어졌다거나 좁아졌다거나 해.
- (3.4) 영현: 그건 표준편차랑 관계있는 거야.
- (3.5) 수연: 그러면 정규분포의 그래프에서 평균은 어디에 위치해?
- (3.6) 영현: 평균은 가운데 중심이야.
- (3.7) 수연: 좌우대칭이니까 평균은 가운데일 수밖에 없겠네. 그럼 그래프의 가운데에 평균을 표시해야겠다.
- (3.8) 지윤: 그러면 표준편자는 그래프의 어디에 표시하지?
- (3.9) 영현: 글쎄, 표준편자는 중심에서 떨어진 정도 인데 상대적인 비교는 가능하지만 한 그래프에 표현할 수는 없어, 하지만 표준편자의 정의에 따라 중심에서 그래프 까지 화살표로 제시하면 표준편자의 의미는 되지 않을까?
- (3.10) 지윤: 표준편자를 화살표로 표현하는 것이 좋겠네.

학생들은 정규분포의 그래프 활동에서 정규분포의 평균과 표준편자를 그래프 위에 표현할 수 있었다(3.7, 3.9, 3.10), 또한 몇몇 학생들은 <그림 IV-4>와 같이 펴진 정도를 나타내는 표준편자를 좌우대칭인 종 모양의 한 가운데에서 그래프까지를 화살표로 이어서 나타냈는데 전체적으로 학생들이 그런 평균과 표준편자의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프는 시각적으로 잘 표현 되었고 이해하기 쉬었다.

이것은 학생들이 자료를 표현하는 과정에서 명료하고 이해하기 쉽게 그래프를 구성하는 능력을 보인 것이라고 할 수 있다.

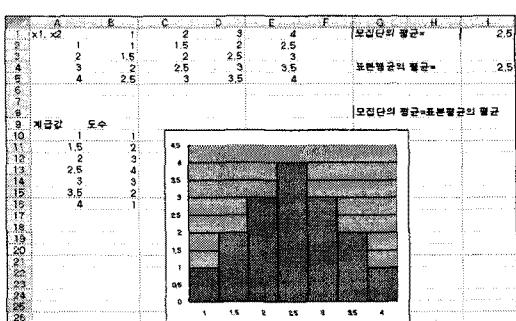
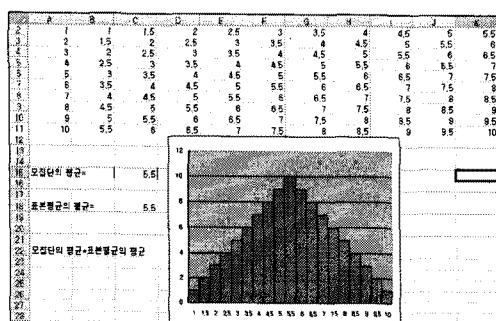
라. 자료를 해석하고 분석하는 과정

자료를 해석하고 분석하는 과정은 그래프, 표, 수치로 서술된 자료에서 추론이나 예측을 하고 경향을 파악하는 활동으로 통계적 추론과 관련이 있는 과정이다. 이 과정의 구성요소 중에는 모집단을 추정할 수 있는 능력이 있다.

다음 [에피소드 4]는 표본을 통한 모평균의 추정에 대한 학생들과의 대화내용이다.

[에피소드 4] 모평균의 추정

- (4.1) 교사: 신뢰구간으로 모평균을 추정할 때 모표준편자 대신에 사용하는 수치가 있는데, 아는 학생 있나요?
- (4.2) 태인: 표본 표준편자를 사용합니다.
- (4.3) 교사: 맞습니다. 그런데 왜 표본 표준편자를 사용할까요?
- (4.4) 태인: 모표준편자를 알 수 있다면 모평균도 알 수 있겠죠. 모표준편자를 모르니까 표본 표준편자를 사용합니다.
- (4.5) 교사: 그렇다면 표본의 크기와 신뢰구간은 어떤 관계가 있을까요?
- (4.6) 은진: 모평균 추정 공식에서 \sqrt{n} 은 분모에 있어요, 따라서 n 이 커지면 분수는 작아지고, 표본평균에서 작은 값을 빼면 신뢰구간은 작아지죠.
- (4.7) 성은: 그보다는 표본의 개수가 많아진다는 것은 모평균을 정확히 추정할 수 있다는 것이고, 따라서 신뢰구간이 짧아져야 합니다.
- (4.8) 교사: 은진이와 성은이의 주장은 모두 옳습니다. 그렇지만 통계적으로 본다면 영현이의 주장이 더 타당한 것 같은데요. 그런데 신뢰구간에 영향을 주는 한 가지가 더 있는데, 아는 사람 있나요?
- (4.9) 성은: 신뢰도입니다. 신뢰도가 클수록 신뢰구간은 넓어집니다.



<그림 IV-5> 표본평균의 분포에 대한 활동

학생들은 모평균의 추정에 대한 활동에서 모표준편차 대신에 표본표준편차를 사용할 수 있었으며 (4.2), 그 이유를 이해할 수 있었고(4.4), 통계적 근거에 의하여 표본의 크기와 신뢰구간의 관계를 설명할 수 있었다(4.7). 또한 표본의 크기와 신뢰구간의 길이를 설명하면서 표본 분포의 경향을 파악하고 추론할 수 있었다(4.9).

또한 학생들은 <그림 IV-5>와 같은 표본평균의 분포에 대한 활동을 통해 모집단에서 크기가 큰 표본을 추출할수록 모집단의 특성을 좀 더 정확하게 추정할 수 있다는 통계적 사고를 구성하였다.

IV. 결 론

지식 정보화 시대에 필요한 자료 처리 능력과 통계적 사고 능력을 향상시키고, 우연적인 사회 현상 및 자연 현상을 이해하고 해석하는 능력과 태도를 기르기 위해서는 확률·통계 교육에서 교수-학습 방법의 변화가 요구된다. 인위적인 자료보다는 실세계의 자료를 통하여 탐색적 활동과 실험 활동에 중점을 두는 것이 요구되고(우정호, 2000; 변지영, 2005), 원리와 법칙을 위주로 하는 학습 내용보다는 자료 분석 위주의 역동적인 학습이 가능하도록 공학을 활용한 수업을 강조해야 한다(Ben-Zvi & Garfield, 2004). 특히 스프레드시트의 활용은 신속한 계산 기능, 표, 차트, 그래프의 표현 기능, 변인 간의 관계 파악 기능을 통해 기존의 수학 교실과 지필 환경에서는 다루기 힘들었던 수학적 개념들을 보다 다양하고 깊게 탐구할 수 있다.

이에 본 연구에서는 스프레드시트를 활용한 수업이 학생들의 통계적 사고와 통계적 태도에 효과가 있는지를 알아보기 위해서 대전광역시 S고등학교 2학년 2개 반의 학생들을 실험 집단과 통제 집단으로 선정하고, 실험 집단에서는 8차시의 스프레드시트를 활용한 실험 수업을, 통제 집단에서는 8차시의 교과서 중심의 전통적인 수업을 실시하여 양적 분석을 하였다. 또한 스프레드시트를 활용한 수업에서 학생들이 보인 통계적 사고의 특성은 무엇인지를 분석하기 위해서 실험 집단 중에서 8명을 뽑아 그들의 수업 활동을 녹취하고, 대화록을 전사하고, 활동지를 검토하여 질적 분석하였다.

본 연구의 분석 결과를 요약하여 결론을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 스프레드시트를 활용한 수업은 교과서 중심의 전통적인 수업보다 통계 영역에서 학생들의 통계적 사고를 향상시키는데 효과가 있는 것으로 나타났다.

둘째, 스프레드시트 자료를 활용한 수업은 교과서 중심의 전통적인 수업보다 학생들의 통계적 태도를 향상시키는데 효과가 있는 것으로 나타났다. 특히 통계적 태도 검사의 하위요인인 정서, 곤란도, 인지적 역량, 유용성 모두를 향상시키는데 효과가 있는 것으로 나타났다.

셋째, 스프레드시트를 활용한 수업에서 학생들은 다음과 같은 통계적 사고의 특성을 보였다.

(1) 자료를 기술하는 과정에서 학생들은 임의추출한 표본의 평균과 표준편차가 표본 관찰값에 따라 모평균과 모표준편차에 유사한 값을 가질 뿐 똑같은 값이 아니라는 사실을 알 수 있었고, 임의추출에 의한 표본과 모집단 사이의 관계를 이해하는 능력을 보였다.

(2) 자료를 정리하고 요약하는 과정에서 학생들은 관찰한 자료 분포의 개형을 파악하고, 평균, 중앙값, 최빈값의 위치를 비교하여 자료 분포의 비대칭성을 이해할 수 있었고 자료 분포의 상태와 특징을 대푯값을 통해 이해하는 능력을 보였다.

(3) 자료를 표현하는 과정에서 학생들은 정규분포의 평균의 변화를 그래프 위에 표현하고 표준편차를 좌우대칭인 종 모양의 한 가운데에서 화살표로 나타냈고, 표준편차의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프를 시각적으로 이해하기 쉽고 명료하게 표현하는 능력을 보였다.

(4) 자료를 해석하고 분석하는 과정에서 학생들은 표본의 크기와 신뢰구간의 관계를 설명할 수 있었고, 표본 분포의 경향을 파악하고 추론할 수 있었다. 또 모집단에서 크기가 큰 표본을 추출하면 모집단의 특성을 좀 더 정확하게 추정할 수 있다는 사고를 나타냈다.

스프레드시트의 교육적 효과는 학생들이 복잡하고 지루한 계산보다는 원리와 개념 이해에 보다 많은 학습 시간을 사용할 수 있고, 교실에서 표현하기 어려운 표, 차트, 그래프를 그려서 문제의 뜻을 좀 더 의미 있게 파악할 수 있으며, 규칙을 찾고 입력하는 과정에서 알고리즘이나 모델링에 대한 직관력을 기를 수 있는 등 여러 가지가 있다.

특히, 귀납적 추론을 특징으로 하는 확률·통계 영역에서는 스프레드시트를 활용하여 실제적인 실험 활동을 통해 자료를 관찰하고 분석하여 그 결과를 탐구할 수 있으며, 수학적 상황과 상호 작용하여 통계적 개념과 원리를 쉽게 탐구할 수 있다.

물론 스프레드시트의 활용이 순기능만 있는 것은 아니지만 그 역기능을 상쇄하고도 남을 만큼의 교육적 효과가 있기 때문에 학교 수학에서 스프레드시트를 적극적으로 활용하는 것이 권장된다.

본 연구에서는 스프레드시트를 활용한 수업에서 나타나는 학생들의 사고의 특성을 중 수준 이상의 학생들을 대상으로 분석하였지만 하 수준의 학생들에게도 분석할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 김근진 (2006). Excel을 활용한 수업이 학업성취도 및 태도에 미치는 영향: 중학교 7-나 통계 단원을 중심으로, 강원대학교 석사학위논문.
- 김용균 (1999). Excel을 이용한 통계 학습자료 개발, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정, 서울: 대한 교과서주식회사.
- 류희찬 (2004). 수학교육에서 탐구형 소프트웨어의 활용방안, 한국교원대 수학 교육연구소 제 14회 수학 교육세미나.
- 문소영 (2005). 7차 고등학교 수학과 교육과정에서 확률과 통계단원에 대한 인식 및 학습 실태분석, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 문청자 (2005). 중고등학생의 통계적 사고에 관한 연구, 전국대학교 석사학위논문.
- 변지영 (2005). 확률·통계 영역에 대한 교사들의 지식과 신념에 관한 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 손홍찬 (2006). 스프레드시트를 활용한 수학적 모델링 활동에서의 수학적 발견과 정당화, 한국교원대학교 박사학위 논문.
- 신용대 (2003). ICT를 활용한 중학교 통계 수업이 학업성취도와 태도에 미치는 효과, 전국대학교 석사학위논문.
- 우정호 (2000). 통계교육의 개선방향 탐색. 대한수학교육학회 <학교수학>, 2(1), 1-27.
- 이현숙·전수현 (2009). 한국판 통계에 대한 태도검사

(K-SATS) 타당화, 응용통계연구, 22(5), 1115-1129.

조가을 (2008). 중학교 3학년 학생들의 통계적 사고 특성에 대한 분석, 한국교원대학교 석사학위 논문.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Research on Statistical literacy, reasoning, and thinking : Issues, challenges, and implication, In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Ed.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, 397-409, Dordrecht : Kluwer Academic Publisher.

Chiesi, F., & Primi, C. (2009). Assessing statistics attitudes among college students : Psychometric properties of the Italian version of the survey of attitudes toward statistics, *Learning and Individual Differences*, 19(2), 309-313.

Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.

Garfield, J. (1998). The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool, *Proceedings of the 5th International Conference on Teaching Statistics*, 781-786, On-line.

DeMas, R., Garfield, J., & Chance, B. (1999). A model of classroom research in action: Developing simulation activities to improve students' statistical reasoning, *Journal of Statistics Education*, 7(3), On-line.

Groth, R. E. (2003). *Development of a high school statistical thinking framework*, Unpublished doctoral dissertation: Illinois State University.

Hogg, R. V. (1992). Toward Lean and Lively Courses in statistics, Florence Gordon & Sheldon Gordon(Ed.), *Statistics for the Twenty First Century, Issues in Statistical Education*, The Mathematical Association of America.

Janice, S. C. (2003). *Modeling aspects of students' attitudes and performance in an undergraduate introductory statistics course*, Doctoral Dissertation, Georgia University.

Kutzler, B. (2003). CAS as pedagogical tools for teaching and learning mathematics, In J. T. Fey,

- A. Cuoco, C. Kieran, L. McMullin, & R.M. Zbiek(Ed.), *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education*, 53–71. Reston, VA: NCTM.
- Masalski, W. J. (1990). *How to use the spreadsheet as a tool in the secondary school mathematics classroom*, Reston, VA: NCTM.
- Maxara, C., & Biehler, R. (2006). Students' probabilistic simulation and modeling competence after a computer intensive elementary course in statistics and probability. In A. Rossman & B. Chance(Ed.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics*, 1–6, On-line.
- Mooney, E. S. (1999). *Development of middle school statistical thinking framework*. Unpublished Doctoral Dissertation, Illinois state University.
- _____. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking, *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 23–64.
- Moore, D. S. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123–165.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. J. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield(Ed.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, 17–46. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Russo L. M., & Passannante, M. R. (2001). Statistics fever, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(6), 370–376.
- Tempelaar, D. (2004). *Statistical reasoning assessment: an analysis of the SRA instrument*, Conference on assessment in statistics, Lawrence University.
- Wang, W., Wang, X., & Chen, G. (2009). Survey and analysis of the statistical reasoning among high school students in China and Dutch, *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 15–26.

Effects of Spreadsheet-used Instruction on Statistical Thinking and Attitude

Lee, Jong Hak

Daejeon Songchon High School, Korea

E-mail : mathro@hanmail.net

Kim, Won Kyoung†

Dept. of Mathematics Education, Korea National University of Education, Chung-Buk, Korea

E-mail : wonkim@knue.ac.kr

The purpose of this study is to analyze whether spreadsheet-used instruction can improve statistical thinking ability and attitude and also to identify what characteristics of statistical thinking is constructed.

For this study, a subject of 2 classes were randomly selected among the 12 classes of the 11th grader in D high school and designated one class as the experimental group and the other class as the control group. Eight hours of the spread sheet-used instruction and the traditional textbook-oriented instruction had been carried out in each class.

The research findings are as follows.

First, the spread sheet-used instruction is shown to be more effective in enhancing statistical thinking than the traditional textbook-oriented instruction.

Second, the spread sheet-used instruction is shown to be more effective in improving statistical attitude than the traditional textbook-oriented instruction.

Third, students have shown the various characteristics of statistical thinking in the data descriptive process, data arrange-summary process, data representing process, and data analyzing process through the spread sheet-used instructions.

Hence, the spread sheet-used instruction is recommended in teaching statistics.

* ZDM Classification : A74

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C80

* Key Words : spreadsheet-used instruction, statistical thinking, statistical, attitude.

† Corresponding Author

<부록 1> 통계적 추론 능력 검사지(SRA)

이 검사의 목적은 일상의 생활에서 통계적인 정보를 어떻게 활용하는지 알아보기 위한 것입니다. 다음 문항들을 잘 읽고, 다양한 상황에 대해서 주의 깊게 생각하고 표시를 합니다. 잘 모르겠다면 조용히 손을 드세요.

1. 다음의 문항들은 확률·통계에 대한 선다형 문항으로 구성되어 있습니다.
2. 답을 고르기 전에 질문을 주의 깊게 읽어보도록 합시다.

2학년()반 ()번

1. 과학 실험 중에 9명의 학생이 같은 저울로 어떤 물체의 무게를 쟠다. 각각의 학생이 구한 무게는(단위: g) 아래와 같다.

6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

이 물체의 실제 무게를 정밀하게 결정해야 할 때, 어떤 방법이 좋다고 생각합니까?

- ①. 가장 일반적인 수인 6.2로 결정한다.
- ②. 소수 둘째 자리까지 측정한 6.15로 결정한다.
- ③. 9개의 수를 더하고, 더한 값을 9로 나눈 수로 결정한다.
- ④. 15.3을 버리고, 나머지 다른 8개의 수를 더하고, 더한 값을 8로 나눈 수로 결정한다.

2. 다음 메시지는 치료를 위해 처방된 약병에 인쇄된 문구입니다.

경고: 피부에 사용할 때, 발진이 일어날 가능성이 15%입니다. 발진이 일어난다면, 내과 의사와 상담하세요.

다음 중 이 경고에 대한 가장 타당한 해석 또는 주장은 무엇입니까?

- ①. 피부에 그 약물치료를 사용해서는 안 된다. 이 약은 발진을 일으킬 가능성이 아주 높다.
- ②. 피부에 사용할 때, 처방된 일회 복용량의 15% 만을 사용한다.
- ③. 발진이 일어난다면, 약을 사용한 피부의 15%만이 감염될 것이다.
- ④. 이 약물을 사용하는 100명의 사람들 중 대략 15명 정도에서 발진이 일어난다.
- ⑤. 이 약을 사용할 때, 발진이 일어날 가능성은 거의 없다.

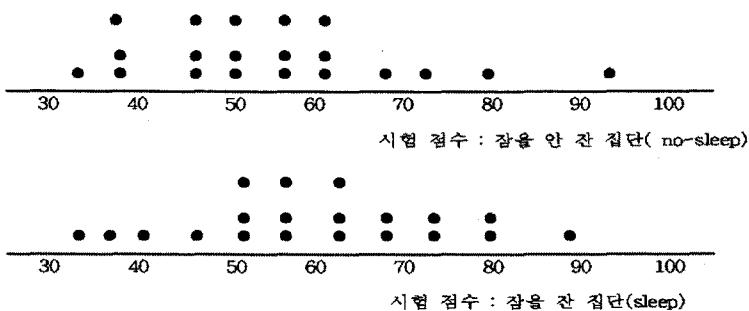
3. 기상 센터에서는 일기 예보의 정확성을 높이기 위해 과거에 이루어진 센터의 예보 기록들을 조사해 보았습니다. 조사 방법은 어느 날 비가 올 확률이 70%라고 예보했을 때, 그 날에 실제로 비가 왔는지를 검토해 보는 방법입니다. 비가 올 확률을 70%라고 예보했을 때, 다음 중 예보한 날 들 중에 실제로 몇 %정도의 날에 비가 왔어야 센터의 예보가 정확하다고 할 수 있겠습니까?

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| — ①. 예보한 날의 95% - 100% | — ②. 예보한 날의 85% - 94% |
| — ③. 예보한 날의 75% - 84% | — ④. 예보한 날의 65% - 74% |
| — ⑤. 예보한 날의 55% - 64% | |

6. 다음은 위의 실험 결과를 통해 유도할 있는 추론들 중 하나입니다. 동의하는 것을 모두 찾아 표시하세요.
- ①. 각각의 집단에 있는 환자의 수가 다르기 때문에 그 두 집단을 비교하는 것은 타당하지 않다.
 - ②. 결론을 유도하기에 표본의 개수 30명은 너무 작다.
 - ③. 환자들을 두 집단으로 나눌 때, 질병이 심한 어떤 환자들이 우연히 두 집단들 중의 어느 하나에 다수 포함되었을지도 모르기 때문에, 환자들을 무작위로 나누지 않았어야 한다.
 - ④. 어쩌면 의사들이 환자의 개선 정도를 판단하는데 주관적 판단이 개입했을 수도 있는데, 위의 실험에서는 의사들이 환자가 개선된 정도를 어떻게 파악했는지에 대한 충분한 정보가 없다.
 - ⑤. 위의 문항 ①, ②, ③, ④ 중 옳은 것은 하나도 없다.
7. 마케팅 업무를 담당하는 A회사는 10대 청소년들(13세-19세)이 책을 구입하는데 얼마나 많은 돈을 쓰는지 조사했습니다. 이를 위해 A회사는 도서 판매점 80 곳을 임의로 선택하여 각 도서 판매점에서 지나가는 사람들 중에서 청소년들로 보이는 사람에게 설문지를 나누어 주었습니다. 이런 방법으로 십대 청소년들에 의해 완성된 설문지는 2,050장이었습니다. 이 조사를 기초로 하여 A회사는 이 나라의 십대 청소년들은 책을 구입하기 위해 매년 155(천원)을 평균적으로 지출한다고 보고했습니다.
다음은 이 조사와 관련된 몇 가지 내용들입니다. 알맞은 것을 모두 찾아 표시하세요.
- ①. 이 조사의 평균은 10대들이 소비하는 구입액의 추정치에 근거하고 있으므로, 실제적인 구입액은 훨씬 다를 수 있다.
 - ②. 그 나라 전체 10대의 구입액을 대표하는 평균을 원했다면, A회사는 그 나라 전체 10대의 80 % 이상을 조사했어야 한다.
 - ③. 2,050명의 표본은 너무 작아서 그 나라 전체 10대의 구입액을 대표한다고 볼 수 없다.
 - ④. 현장 조사자는 도서 판매점에서 나오는 10대들에게 질문했어야 한다.
 - ⑤. 도서 판매점에서 설문지를 기재할 10대를 무작위로 선택하지 않고 지나가는 10대를 선택한 A회사의 평균은 좋지 않은 추정일 수 있다.
 - ⑥. 도서판매점에서만 10대를 선택한 조사 방법은 적절하지 않다.
 - ⑦. 10대들이 소비하는 돈의 액수에는 많은 변수들이 있으므로 이 조사에서 구한 평균은 적절하지 않다.
 - ⑧. 위의 문항 ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦ 중 옳은 것은 하나도 없다.
8. 상자 A에는 붉은색 공이 6개, 파란색 공이 4개 들어 있고, 상자 B에는 붉은색 공이 60개, 파란색 공이 40개 들어 있습니다. 두 개의 상자 중에서 눈을 감고 한 개의 상자를 골라 그 상자에서 택한 공이 파란색이라면, 상금을 받을 수 있습니다. 다음 중 어떤 상자에서 택하는 것이 상금을 받는데 유리한가요?
- ①. 상자 A — ②. 상자 B — ③. 가능성은 동일하다.
9. 앞 · 뒤가 나올 가능성성이 같은 동전을 5번 던졌을 때, 다음 중 그 결과로 나타날 가능성성이 가장 높은 것은 무엇입니까?
- ①. H H H T T — ②. T H H T H
 - ③. T H T T T — ④. H T H T H
 - ⑤. 위의 문항 ①, ②, ③, ④가 나타날 가능성은 모두 동일하다.

10. 다음 중에서 9번 문항의 정답을 고르게 된 이유로 타당한 것을 모두 고르세요.
- ①. 앞·뒤가 나올 가능성성이 같은 동전을 던졌을 때, 결과적으로 앞·뒤가 나온 개수도 거의 같아야 한다.
 - ②. 동전을 던졌을 때, 앞·뒤가 나올 경우는 임의적이므로 앞·뒤가 교대로 나타나야 한다.
 - ③. 9번 문항의 ①, ②, ③, ④ 모두가 나타날 수 있다.
 - ④. 동전을 5번 던졌을 때, ①, ②, ③, ④ 가 나타날 가능성은 모두 같다.
 - ⑤. 앞면이 연속적으로 두 번 나타났다면, 그 다음번 동전을 던질 때에 뒷면이 나올 가능성은 증가한다.
 - ⑥. 동전을 5번 던졌을 때 앞·뒷면의 결과들이 나타날 확률은 모두 같다.
11. 다음에 나열한 답지는 9번 문항과 같습니다. 앞·뒤가 나올 가능성성이 같은 동전을 5번 던졌을 때, 다음 중 그 결과로 나타날 가능성이 가장 적은 것은 무엇입니까?
- ①. H H H T T — ②. T H H T H — ③. T H T T T
 - ④. H T H T H — ⑤. 위의 문항 ①, ②, ③, ④가 나타나지 않을 가능성은 모두 동일하다.
12. 새로운 자동차를 사고 싶은 박 부장은 두 대의 차 B와 C에 대한 고장·수리 비율 조사표를 참조해서 차를 선택하기로 결정했습니다. 각각 400대의 차량 자료에 대한 고장·수리 비율 조사표에 따르면 C차보다는 B차가 기계적 결함이 작았습니다. 그리고 박 부장은 두 명의 C차 소유주와 한 명의 B차 소유주들에게 소비자 만족도를 물었을 때, C차 소유주는 C차가 기계적으로 치명적이지는 않지만 약간의 문제가 있다고 조언했으며, B차 소유주는 B차는 연료 주입구 고장으로 25만원을 썼고, 차 뒷부분을 교체해야 한다고 했습니다. 그리고 변속장치에 고장이 나서 바로 B차를 팔기로 결정했으며, 다시는 B차를 사지 않겠다고 말을 했습니다. 박 부장은 고장·수리 가능성이 적은 자동차를 사기를 원한다고 할 때, 다음 중 어떤 것을 선택해야 합니까?
- ①. B차 소유주에 의하면 B차는 고장이 많고, C차 소유주에 의하면 C차는 약간의 결함만 있기 때문에 C차를 사는 것 좋다.
 - ②. B차 소유주의 불만족에도 불구하고 B차가 더 좋다. 그 이유는 고장·수리 비율조사표에 따르면 B차가 기계적 결함이 작다는 것을 알 수 있기 때문이다.
 - ③. 어떤 차를 사든 우연히 많은 수리가 필요한 차를 사게 될 수도 있으므로, 박부장은 동전을 던져 자동차를 결정하는 것이 좋다.
13. 다섯 면이 검은 색이고 한 면이 흰 색인 주사위를 6번 던질 때, 다음 중 가장 타당한 결론은 무엇입니까?
- ①. 5번의 검은색 면과 한 번의 흰색 면이 나타날 가능성이 높다.
 - ②. 6번 모두 검은색 면이 나타날 가능성이 높다.
 - ③. 위의 문항 ①, ②의 나타날 가능성은 동일하다.
14. 새로 태어나는 신생아의 절반은 남아이고, 절반은 여아입니다. 그런데 A병원은 하루에 50명의 신생아가 태어나고, B병원은 10명의 신생아가 태어납니다. 그렇다면 다음 중 어느 특별한 날에 태어난 신생아 중에 여아의 비율이 80%를 넘기 쉬운 곳은 두 병원 중 어느 병원일까요?
- ①. A 병원 — ②. B 병원 — ③. 두 병원 모두 80%를 넘을 가능성은 같다.

15. 40명의 학생들이 시험 점수와 수면 간의 관계를 조사하는 실험에 참가했습니다. 학생들 중 자진해서 참여한 20명은 시험 전 날 밤에 잠을 자지 않고 공부를 했으며, 20명의 다른 학생들은 시험 전 날 저녁 11시 00 분에 잠을 잤습니다. 다음 그래프는 각 집단의 시험 점수를 나타냅니다. 예를 들면, 아래 그래프에서 80 위의 두 점은 잠을 잔 집단의 두 학생이 시험에서 80을 득점한 것을 가리킵니다.



두 개의 그래프를 참조할 때, 다음의 6가지 결론 중 가장 타당한 것 하나만을 선택하세요.

- ①. no-sleep 집단은 40점 미만의 학생이 존재하지 않고, 가장 높은 득점을 한 학생이 있으므로 no-sleep 집단이 더 잘했다(더 점수가 높다).
- ②. no-sleep 집단의 평균이 sleep 집단의 평균보다 약간 더 높게 있는 것처럼 보이기 때문에 no-sleep 집단이 더 잘 했다.
- ③. 그래프를 보면 두 집단의 득점에서 중복되는 부분이 상당히 많기 때문에 그 두 집단 사이에는 어떤 차이도 있지 않다.
- ④. 두 집단 간에 평균의 차이를 변동성을 고려하여 비교할 때 평균의 차이가 매우 작기 때문에 두 집단 사이에는 어떤 차이도 있지 않다.
- ⑤. sleep 집단에 있는 더 많은 학생이 80점 이상을 득점했기 때문에 sleep 집단이 더 잘 했다.
- ⑥. sleep 집단의 평균이 no-sleep 집단의 평균보다 약간 더 높게 있는 것처럼 보이기 때문에 sleep 집단이 더 잘 했다.

16. 어떤 마을의 학교 운영위원회는 그 마을의 가구 당 어린이의 평균 인원수를 조사하기로 했습니다. 이를 위해 그 마을에 있는 어린이의 총 인원수를 그 마을에 있는 가구의 총 수인 50으로 나누었더니, 가구 당 어린이의 평균 인원수가 2.2명이었습니다. 다음 중 가장 타당한 내용을 선택하세요.

- ①. 그 마을에 있는 가구의 절반은 2명 이상의 어린이가 있다.
- ②. 그 마을에 있는 대부분의 가정들은 2명보다 더 많은 3명 정도의 아이가 있다.
- ③. 그 마을에 있는 어린이의 총 인원수는 110명이다.
- ④. 그 마을에 있는 모든 성인에게 2.2명의 어린이가 있다.
- ⑤. 그 마을에 있는 가구에서 가장 일반적인 어린이의 인원수는 2명이다.
- ⑥. 위의 문항 ①, ②, ③, ④, ⑤ 중 타당한 것은 하나도 없다.

17. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 아래의 결과 (1)과 (2)가 일어날 수 있습니다.

- (1) 5와 6을 얻는다. (2) 두 개 모두 5를 얻는다.

다음 중 타당한 내용을 고르세요.

- ①. 결과 1과 2가 일어날 가능성은 동일하다. — ②. 결과 1이 일어날 가능성이 더 높다.
- ③. 결과 2가 일어날 가능성이 더 높다. — ④. 대답하는 것이 불가능하다(이유는?)

18. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 중 일어날 가능성이 가장 높은 것은 무엇입니까?

- ①. 결과 1 : “5, 3, 6.”
- ②. 결과 2 : “세 개 모두 5를 얻는다.”
- ③. 결과 3 : “두 개의 5와 한 개의 3.”
- ④. 결과 1, 2, 3이 일어날 가능성은 동일하다.

19. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음 중 일어날 가능성이 가장 적은 것은 무엇입니까?

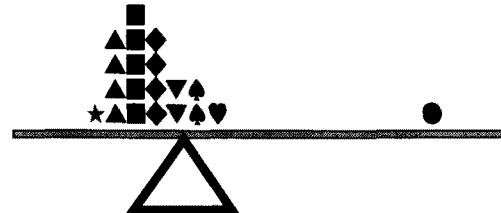
- ①. 결과 1 : “5, 3, 6.”
- ②. 결과 2 : “세 개 모두 5를 얻는다.”
- ③. 결과 3 : “두 개의 5와 한 개의 3.”
- ④. 결과 1, 2, 3이 일어나지 않을 가능성은 동일하다.

<부록 3> 스프레드시트를 활용한 교수-학습 활동지

분포의 모양에 따른 중앙값, 최빈값, 평균의 관계 (4차시)

2학년 반 () 번

다음 그림에서 최빈값, 중앙값, 평균의 위치를 각각 표시하시오.



엑셀(시뮬레이션) 파일: 중앙값, 최빈값, 평균

	A	B	C	D
1	자료1	자료2	자료3	
2	1	1	1	
3	1	2	1	
4	1	3	2	
5	2	3	2	
6	2	4	3	
7	3	4	3	
8	4	4	4	
9	5	4	4	
10	4	5	5	
11	4	5	5	
12	평균 및 제조업 (10~37)(CD)			
13	전 산업(5인 이상)			
14	전 규모(5인 이하)			
15	1인 미상			
16	상용근로자(30인 이상)			
17	중소규모(5~29인)			
18	1규모 (5~9인)			
19	2규모 (10~29인)			
20	3규모(30~99인)			
21	4규모(100~299인)			
22	5규모(300인 이상)			
23	전 규모(5인 미상)			
24	1인 미상			
25	상용근로자(30인 이상)			
26	중소규모(5~29인)			
27	1규모 (5~9인)			
28	2규모 (10~29인)			
29	3규모(30~99인)			
	제조업(15~37)			
	전 산업(5인 이상)			
	전 규모(5인 이하)			
	1인 미상			
	상용근로자(30인 이상)			
	중소규모(5~29인)			
	1규모 (5~9인)			
	2규모 (10~29인)			
	3규모(30~99인)			
	4규모(100~299인)			
	5규모(300인 이상)			

1. 자료 1, 2, 3에 대한 중앙값, 최빈값, 평균을 각각 구하시오.

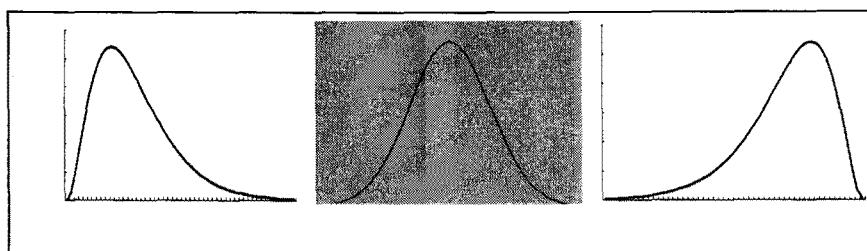
1) 이상값의 영향을 많이 받아 순서가 있는 자료의 대푯값으로는 적절하지 못한 것을 말하시오.

2) 「아테네인들은 적이 있는 성벽 꼭대기에 다다르기 위해서 사다리를 만들어야 했는데, 사다리 길이를 정하기 위해서 성의 높이를 알아야 했다. 그들은 성의 높이를 구하기 위해서 많은 사람들이 동시에 성벽을 이루는 벽돌의 총을 세는 방법을 사용했는데, 사람들이 제시한 벽돌의 총은 서로 달랐지만, 대다수가 제시한 총을 채택하였다.」 위의 인용문에서 사용한 대푯값을 말하시오.

2. 확률밀도함수 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 의 그래프를 그리고, 그 분포의 중앙값, 최빈값, 평균은 어디에 위치하는지 추론해보시오. 각자의 대답과 답한 근거를 제시해 보시오.

3. 상용근로자와 비상용근로자의 근로일수에 대한 히스토그램을 그리고, 각 분포에서 중앙값, 최빈값, 평균은 어디에 위치하는지 추론해보시오. 각자의 대답과 답한 근거를 제시해 보시오.

4. 아래의 그래프에서 중앙값, 최빈값, 평균은 어디에 위치하는지 추론해보시오. 각자의 대답과 답한 근거를 제시해 보시오.



※ 지필과 Excel을 함께 사용하여 풀어보세요. Excel을 사용하는 경우에 해당 Excel파일에 사용된 식을 이해하고, 문제해결과 관련한 다른 형태로 식이나 방법을 구성할 수 있다면 여러분의 식이나 방법을 개략적으로라도 적어 보시기 바랍니다.

정규분포의 이해 (6차시)

2학년 반 ()번

어떤 공장의 A제품 생산 지침은 무게가 평균 100g, 표준편차가 5g인 정규분포를 따르도록 규정하고 있다. 어느 날 생산 과장과 공장장은 생산되는 제품들의 평균이 90g인 것을 발견했다. 다음은 공장장과 생산과장의 대화이다.

공장장: 제품들이 90g 정도밖에 안 되네, 좀 가벼운 거 아냐?

생산과장: 너무 가벼워요, 제가 보기에는 작업 공정에 문제가 있는 것 같은데요.

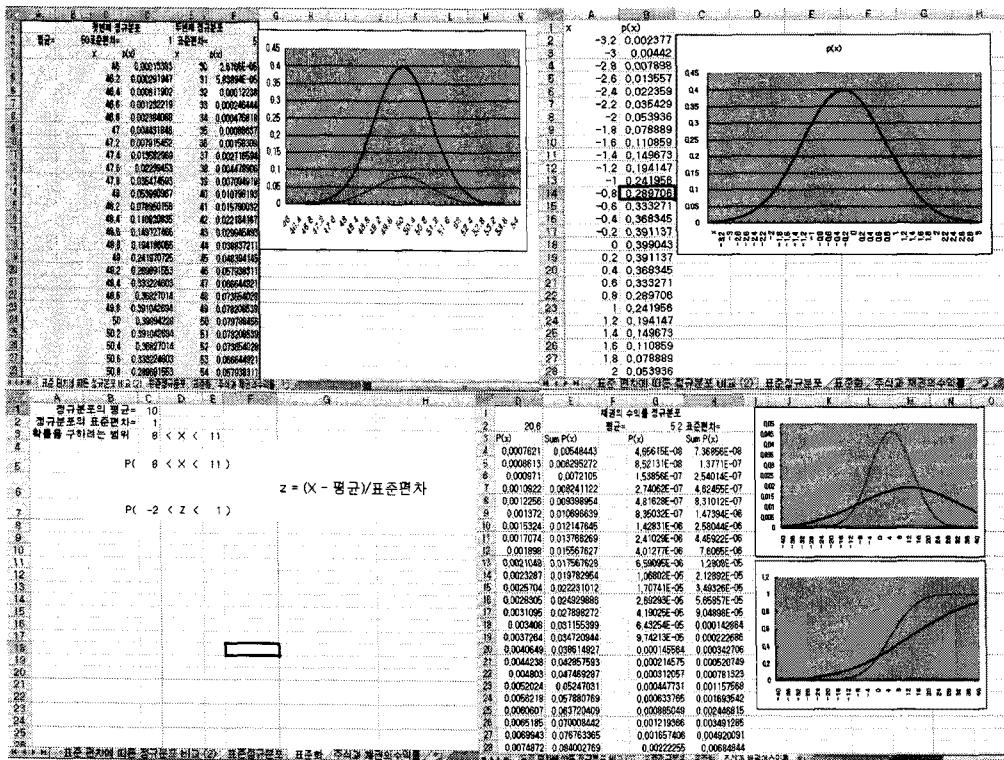
공장장: 조금 밖에 안 가벼운데 뭘.....

생산과장: 아니죠.. 90g이므로 $\frac{90 - 100}{5} = -2$ 가 되어서 우리 회사 생산 제품 중에 하위 2.5% 정도에 속하는 거죠.

공장장: 그렇다면 생산 공정에 문제가 있는 거군..

위의 대화에서 공장장은 처음에 별 문제가 없다고 생각했는데 나중에는 생산 공정에 문제가 있다고 생각하였다. 무엇 때문에 생각이 바뀐 것인지 설명해 보시오.

엑셀(시뮬레이션) 파일: 정규분포



1. $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 에서 m, σ 의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프를 그리시오.
2. $X \sim N(m, \sigma^2)$ 에서 m, σ 의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프를 그리시오.
3. $X \sim N(m, \sigma^2)$ 에서 표준편차가 일정할 때, 평균의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프를 그리시오.
4. $X \sim N(m, \sigma^2)$ 에서 평균이 일정할 때, 표준편차의 변화에 따른 확률밀도함수의 그래프를 그리시오.
5. $X \sim N(m, \sigma^2)$ 에서 평균, 표준편차와 그 확률밀도함수의 그래프 사이의 관계를 나타내시오.
6. 표준정규분포의 그래프를 그리시오.
7. 스프레드시트 자료를 활용하여 $X \sim N(m, \sigma^2)$ 에서 m, σ , 의 값의 범위를 임의로 하여 확률을 계산해 보고, 그 결과를 쓰시오(표준화).
8. 주식과 채권에 투자한 사람들이 거둔 수익률을 각각 X_1, X_2 라 할 때, $X_1 \sim N(12.4, 20.6^2)$, $X_2 \sim N(5.2, 8.6^2)$ 이다. 스프레드시트 자료를 활용하여 주식과 채권에 투자한 사람들의 수익과 손해 가능성을 추론하시오.

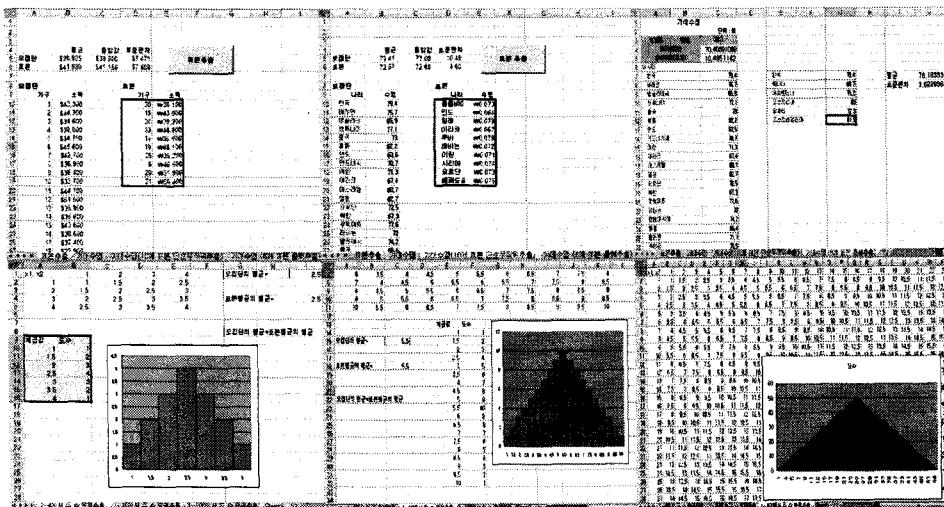
※ 지필과 Excel을 함께 사용하여 풀어보세요. Excel을 사용하는 경우에 해당 Excel파일에 사용된 식을 이해하고, 문제해결과 관련한 다른 형태로 식이나 방법을 구성할 수 있다면 여러분의 식이나 방법을 개략적으로 라도 적어 보시기 바랍니다.

표본평균의 분포(8차시)

2학년 반 ()번

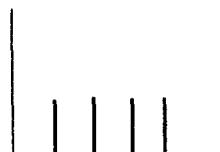
평균이 m 이고 분산이 σ^2 인 모집단에서 크기 n 인 임의표본을 뽑았을 때, n 이 충분히 크면 모집단의 분포에 관계없이 표본평균 \bar{X} 는 근사적으로 어떤 분포에 따르는지 또, 그때의 평균과 분산이 무엇인지 말하시오.

엑셀(시뮬레이션) 파일: 임의추출 및 표본평균의 분포



1. 모집단의 확률변수 X 가 1, 2, 3, 4의 값을 취하는 아래와 같은 확률분포에서 2개의 숫자를 임의로 복원 추출하였을 때, 스프레드시트 자료를 활용하여 표본 평균을 구하고, 그 평균이 취하는 값과 그에 대응되는 확률을 확률분포표로 나타내어보시오.

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1



- 1) 모집단에서 모평균, 모분산을 구하시오.

- 2) 모집단에서 크기가 2인 표본을 X_1, X_2 라고 할 때, 스프레드시트 자료를 활용하여 X_1, X_2 의 표본 평균 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$ 의 확률분포표를 완성하시오.

\bar{X}	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	계
$P(\bar{X})$								1

- 3) \bar{X} 의 평균과 분산을 구하시오.
- 4) \bar{X} 의 히스토그램을 그리고, 특징을 쓰시오.
- 5) 위 1)~4)에서 구한 모집단의 모평균 m , 모분산 σ^2 과 표본평균 \bar{X} 의 평균 $E(\bar{X})$, 표본분산 $V(\bar{X})$ 사이의 관계를 구하시오.

2. Excel을 사용하여 모집단의 확률변수 X 가 1에서 10사이의 자연수를 취하는 확률분포에서 2개의 숫자를 임의로 복원 추출한 표본평균의 히스토그램을 그리고, 특징을 쓰시오.

3. Excel을 사용하여 모집단의 확률변수 X 가 1에서 50사이의 자연수를 취하는 확률분포에서 2개의 숫자를 임의로 복원 추출한 표본평균의 히스토그램을 그리고, 특징을 쓰시오.

* 지필과 Excel을 함께 사용하여 풀어보세요. Excel을 사용하는 경우에 해당 Excel파일에 사용된 식을 이해하고, 문제해결과 관련한 다른 형태로 식이나 방법을 구성할 수 있다면 여러분의 식이나 방법을 개략적으로라도 적어 보시기 바랍니다.