韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 25집 제 2호, 2011. 5. 403-430

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 25, No. 2, May. 2011. 403-430

CAS 그래핑 계산기를 활용한 수학 수업에 관한 사례 연구

박 희 정 (자운고등학교)
김 경 미 (고려대학교 교과교육연구소)+
황 우 형 (고려대학교)

본 연구에서는 고등학생 6명을 대상으로 CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업이 대수 영역에 대한 학생들의 개념 이해에 어떤 영향을 주는지 알아보고, 협동 수업에서 학생들이 방정식, 부등식, 함수의 개념을 각각 어떻게 연결 짓는지 살펴보았다. 또한 CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업 이후 학생들의 수학적 태도가 어떻게 변화되었는지 알아보았다. 연구 결과 그래핑 계산기는 학생들이 지필로 푼 문제를 확인하고 그 결과를 비교할 수 있도록 하며, 지필로 푼 문제에 대한 즉각적인 피드백을 제공하여 학생들이 방정식과 일차 부등식을 자기 반성적으로 학습하도록 도와주었다. 이차 부등식에서는 학생들이 기존에 암기하고 있었던 공식으로 문제를 푸는 것에 한계를 느끼게 함으로써 기존에 가지고 있었던 잘못된 개념을 수정하고 이차 함수를 통하여 이차 부등식의 근본적인 개념을 이해하도록 도와주었다. 함수에서는 함수의 정의를 여러 가지 문자와 수식을 이용하여 빠르게 파악할 수 있게 하였으며, 함수에 대한 직관적인 이해를 가능하게 하였다. 또한 그래핑 계산기의 활용은 방정식, 부등식, 함수 영역 간의 연결을 가능하게 도와주었고, 학생들에게 수학의 유용성과 실용성을 느낄 수 있게 하였다. 그리고 학생들의 수학적 태도를 긍정적으로 변화시켰다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

현재 우리나라 고등학교 수학 수업은 학생들이 수학적 개념을 이해하고, 응용하며 사고하는 시간보다는 교사의 설명을 듣고 문제를 따라 푸는 시간에 더 많은 부분이 할당되어 있다. 이러한 수업 방식은 학생들이 수학 개념을 깊이 이해하고, 사고하는 것을 도울 수 없을 뿐 아니라 계산에 너무 많은 시간을 낭비하게 만들기 때문에 해당 학년의 수학 교육 목표를 이룰 수 없게 한다. 그러나 CAS 그래핑 계산기[1]를 이용하면 학생들은 보다 폭넓은 문제 영역에 접근할 수 있으며, 복잡한 문제

* 접수일(2011년 월 22일), 심사(수정)일(1차: 2011년 4월 18일, 2차: 5월 2일), 게재확정일자(2011년 5월 6일)
* ZDM분류 : U74
* MSC2000분류 : 97U70
* 주제어 : 그래핑 계산기, 수학적 연결성, 수학적 태도
+ 교신저자임

1) CAS 그래핑 계산기는 컴퓨터 대수 체계 (Computer Algebra Systems)를 포함한 그래핑 계산기로, 프로그래

에서는 문제 해결을 위한 계획을 고안하고, 전반적인 실행에 대한 확신을 가지고 실천하며, 문제 해결 후에 풀이에 대한 반성 과정에 더 집중할 수 있다(Fey, Cuoco, Kieran, McMullin & Zbiek, 2003; Guin, Ruthven & Trouche, 2005; NCTM, 2000). 우수한 계산기와 개인용 컴퓨터의 발달은 단조롭고 고된 계산으로부터의 해방을 가져다주며, 나아가 뛰어난 그래픽 기능과 시뮬레이션 기능을 갖춘 강력한 자료 분석 도구를 제공한다(박영희, 2001).

학교 수학에서 테크놀로지는 수학을 가르치고 배우고 실행하는 데 필수 도구이며, 수학적 사고를 시각적으로 표현할 수 있게 해 주고 자료를 정리하고 분석하는 일을 쉽게 해 준다(Dunham & Dick, 1994; Dunham, 2000; NTCM, 2000). 또한 효율적이고 정확한 계산을 가능하게 하여 기하, 통계, 대수, 측정, 산술 등 수학의 모든 분야에서 학생들의 탐구과정을 지원한다(Kaput, 1992). 예컨대, 계산기와 컴퓨터는 학생들이 손으로 할 수 있는 것보다 더 많은 예들과 표현 형태를 점검함으로써 쉽게 가설을 세우고 조사할 수 있게 하며 학생이 추상적인 수학적 관념을 갖도록 도와준다. Embse(2000)은 테크놀로지가 학생들의 수학적 개념 이해와 문제 해결 기술을 증진하는 데 도움을 줄 수 있고, 학생들의 호기심, 상상력, 흥미를 일으킬 수 있는 수학적 탐구를 가능하게 한다고 하였다. 또, 실세계 현상을 모델링하는 기회와 학습 과정을 시각화하는 기회를 가지게 된다고 하였다.

방정식, 부등식, 함수는 수학적 연결이 가능한 주제임에도 불구하고 단원간의 경계로 인해 많은 학생들이 각 개념들을 연결 짓지 못하고 있다. 최근 학교 수학에서는 개념적 지식과 절차적 지식을 연결 하는 것, 수학을 통합된 전체로 보는 것 등과 같은 수학 내적 연결성과 다른 교육과정 영역에서 수학을 사용하기, 일상생활 활동들에서 수학을 사용하기, 예술, 음악, 심리학, 과학, 산업 등과 같은 다른 분야에서 발생하는 문제들을 풀기 위해서 수학적 사고와 모델링을 적용하기 등과 같은 수학 외적 연결성이 강조되고 있다(NCTM, 2000).

최근 수학교육에서 테크놀로지에 관한 연구들을 살펴보면, 심민영(2004)은 기술 공학의 도입으로 인해 교사가 특정한 학생의 필요에 맞추어 교수·학습 상황을 바꾸어 제공할 수 있다고 하였다. 쉽게 주의가 흐트러지는 학생들은 컴퓨터 과제에 더 집중할 수 있고, 정리하는 데 어려움을 느끼는 학생들은 컴퓨터 환경이 가지고 있는 제한으로부터 이익을 얻을 수도 있으며, 기초 절차에 어려움이 있는 학생들은 또 다른 수학적 이해를 발달시키고 입증할 수 있다고 하였다. 또한 학생들이 탐구형 소프트웨어를 활용한 탐구 활동을 통해 다른 사람의 수학적 지식을 단순히 수용하는 수동적인 태도에서 벗어나 수학에 참여하는 능동적인 태도를 취할 수 있으며 화면 위에 있는 대상을 탐구함으로써 더 확실하게 수학 내용을 이해할 수 있을 뿐 아니라 새로운 사실을 추론할 수 있고, 더 깊은 내용에 대한 탐구도 가능하게 된다고 하였다. 고호경(2002)은 그래핑 계산기가 교사와 학생 간 연계 속에서 보조 자극 기능을 갖고 있기 때문에 행동 조절을 통한 가역적 언행을 창출하게 했으며 특히 분석적, 점검적 언행을 활발하게 함으로써 심리적 조작을 북돋아 주어 학습 목표로 나아가도록 도왔다고 하였다. 최근 그래핑 계산기와 관련된 선행 연구들은 테크놀로지 즉, 그래핑 계산기를 활용하면 암기식

밍, 그래픽, 자료 분석 등 컴퓨터에 준하는 기능이 갖추어진 포켓형의 과학용 계산기를 말한다.

학습이 아닌 적극적인 탐구 활동을 통한 학습이 가능하며 스스로 탐구하는 과정을 통해 수학적 사고력과 능력을 향상시킬 수 있다고 기술하고 있다.

제 7차 수학과 개정 교육과정의 고등학교 목표에서는 수학적 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력 즉, 수학의 내적, 외적 연결성을 강조하고 있고 의사소통능력과 수학에 대한 긍정적 태도를 강조하고 있다. 제 7차 개정 교육과정에서 중학교 2학년 함수 단원과 고등학교 1학년 2차 함수의 활용 단원에서는 방정식, 부등식, 함수 사이의 관계에 대한 이해를 강조하고 있다. 그러나 현재 많은 학생들이 이들 영역 간의 관계에 대한 이해를 어려워하고 있다.

따라서 본 연구에서는 고등학교 수학 교육 과정에서 학생들이 어려워하는 방정식, 부등식, 함수를 CAS 그래핑 계산기를 활용하여 수업하고, 수업이 대수 영역에 대한 학생들의 개념 이해에 어떤 영향을 주는지 알아보고자 한다. 또한 CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업에서 학생들이 방정식, 부등식, 함수의 개념을 각각 어떻게 연결 짓는지 알아보고자 한다. 또한 CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업 이후 학생들의 수학적 태도가 어떻게 변화되었는지 알아보고자 한다.

2. 연구 문제

다음은 본 연구의 세부 연구 질문이다.

1) CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업은 대수 영역에 대한 학생들의 개념 이해에 어떤 영향을 주는가?
2) CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업에서 학생들은 방정식, 부등식과 함수를 어떻게 연결하는가?
3) CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업은 학생들의 수학적 태도를 어떻게 변화시키는가?

Ⅱ. 계산기와 수학교육

1. 실제적 문제의 사용 가능성

실생활 문제를 수학적 모델링 과정을 통하여 해결하려면 복잡한 공식과 계산이 포함되기 때문에 수업 시간에 쉽게 다루기 위해서는 실제적 문제를 매끄러운 문제로 변형시켜서 정형화된 문제로 바꾸게 된다. 그러나 정형화된 문제만 다루는 것은 단순한 기호의 반복적인 조작을 통한 수학 학습을 하게 하므로 실생활과 연계된 수학을 강조하고 있는 교육과정의 목표와 상충되는 것이다. Drifvers와 Doorman(1996)은 그래핑 계산기를 사용하면 학생들이 계산을 하는데 필요한 시간 소모를 줄일 수 있고, 수학화하는 과정과 해결의 전략, 근거 있는 결론을 제시하는 데 집중할 수 있다는 점에서 수학 수업에서 그래핑 계산기의 사용을 권장하였다. Shirley(2000)는 20세기 수학의 가장 명백한 성취는 수학의 응용이라 하며 응용 수학의 중요성을 강조하였는데, 대부분의 학생들은 계산의 복잡성 때문

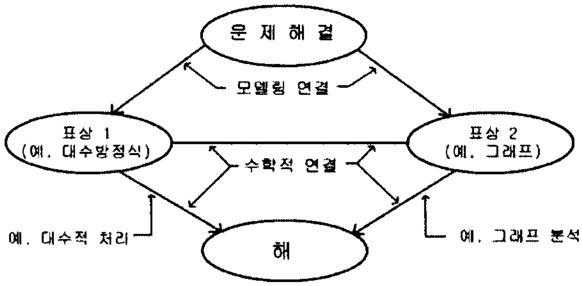
에 수학의 유용성과 아름다움을 인식하지 못하고 있음을 지적하였다. 이를 극복하기 위해서는 수학 학습에 테크놀로지를 적절히 활용함으로써 학생들이 실제적인 수학 문제를 통해 수학 학습에 활동적으로 참여해야 한다고 하였다. 또한 학생들에게 친숙하고 일상적인 경험을 수학 수업에 도입하는 것은 학생들의 활동적인 참여를 이끌어 낼 수 있다. 류희찬, 이지요(1993) 역시 그래핑 계산기가 방대한 양의 자료를 신속, 정확하게 처리할 수 있을 뿐만 아니라 수집한 자료를 수학적으로 모델링할 수 있으므로 학생들에게 복잡한 실생활 문제들을 다룰 수 있게 해 준다고 하였다. 그래핑 계산기를 활용함으로써 수학 수업에서 실제적 문제들을 다룰 수 있게 된다는 것이다. 실제로 그래핑 계산기를 사용하여 함수의 그래프 수업을 실시한 결과 학생들은 실세계 자료들로부터 구성된 복잡한 수학적 모델을 탐구할 수 있었을 뿐만 아니라 함수적 관계에 대한 그래픽 이미지, 기호적 표현, 일련의 수치적 값들을 연결시킬 수 있게 되었다(정난희, 2002). 위의 선행 연구들의 공통점은 그래핑 계산기를 사용하면 복잡하고 까다로운 계산을 쉽게 해결해 주므로 학생들이 실제적인 문제를 해결하는데 있어 수학적 모델링 과정에 집중할 수 있고, 의미 있는 사고 활동을 할 수 있게 되며, 실제적 문제를 사용함으로써 수학의 유용성과 아름다움을 느낄 수 있게 된다는 것이다.

2. 적극적인 탐구 활동을 통한 수학 학습의 향상

전통적인 수업에서 수동적으로 수업을 듣고 지필로 문제를 푸는 것과 다르게 그래핑 계산기를 활용한 활동 수업은 학생들을 수업에 적극적으로 참여하게 만들고, 직관적인 이해와 깊이 있는 사고를 이끌어 내는데 많은 도움을 줄 수 있다. 그래핑 계산기를 사용하는 학생들은 학습 내용에 대한 귀납적 접근이 더 용이하다(김순숙, 2000). 예컨대, 그래핑 계산기를 이용한 학생들은 일반적인 수학 교실에서와 같이 교사의 설명에 의존하기보다는 스스로 그래핑 계산기를 이용하여 문제를 해결하고 그 과정에서 학습 내용을 찾아낼 수 있다. 적극적인 탐구 활동을 통해서 학생들이 얻을 수 있는 이점은 스스로 탐구하는 과정을 통해 수학적으로 사고하고, 문제를 해결함으로써 학습자의 수학적 능력을 향상시킬 수 있다는 것이다. 이때, 그래핑 계산기는 수학의 시각적 측면을 강화하면서 학생들 스스로 수학적 법칙이나 원리를 발견하고 타당성을 확인하는 능동적인 탐구 학습을 가능하게 하고 (Pomerants, 1997; Silva, 1996), 스스로 학습을 주도해 나감으로써 자신감과 호기심을 느끼고 문제 해결에 대한 긍정적인 태도를 기를 수 있다.

3. 수학의 내적 · 외적 연결성 증대

NCTM(2000)에서는 수학적 연결성을 수학 내적 연결성과 수학 외적 연결성으로 나누어 설명하고 있으며, 연결성을 매우 강조하고 있다.



<그림 II-1> 연결성의 두 가지 일반적 형태(NCTM, 2000)

먼저 수학 내적 연결성을 살펴보면, 학생들이 수학 개념 간의 내적 연결을 하지 않으면 너무 많은 고립된 개념과 기능을 배우고 암기해야 한다. 반면, 학생들이 수학 개념 간의 연결성을 갖추면 선행 지식 위에 새로운 이해를 구축할 수 있기 때문에 암기해야 하는 개념이 점점 줄어들고 전체를 통합된 것으로 생각할 수 있어서 부분을 잘 잊지 않는다. NCTM(2000)에서는 대수와 기하의 연결이 수학 내적 연결의 하나로 고등학교 수학에서 가장 중요한 것이라고 하였다. 예를 들어, |a-b|를 구하는 것은 수직선 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 구하는 것이며, 대수에서 함수식의 근을 구하는 것은 함수의 그래프와 x축의 교점을 구하는 것이다. 연립방정식의 해를 구하는 것은 방정식의 그래프들의 교점의 좌표를 결정하는 것이고, 함수의 극대값 찾기는 함수의 그래프에서 극대점을 찾는 것이며, $y = a\,f(bx+c)+d$로 함수를 표현하는 것은 $y=f(x)$의 그래프의 변환을 나타낸다. 컴퓨터 그래픽 기술은 이러한 연결성의 탐구를 가능하게 하고 전통적으로 대수를 사용해서 해결된 많은 문제가 이제는 컴퓨터 그래픽 기술과 기하적인 표현을 사용하여 더 효율적이고 일반적인 경우까지 해결되게 되었다(NCTM, 2000). 수학 내적 연결성을 증진시킬 수 있는 방안으로 권오남, 박경미(1996)는 그래핑 계산기를 활용할 것을 제안하였다. 동일한 문제 상황 또는 동일한 수학적 개념의 서로 다른 표현 사이를 번역할 수 있는 학생의 능력을 신장시키는데 그래핑 계산기가 효과적으로 사용될 수 있다는 것이다. 그래핑 계산기는 대수적 표현 이외에 기하적 표현을 부가할 수 있는 기능을 갖고 있는데 그래핑 계산기를 사용하면 기하적 표현이 가능함에 따라 학생들은 대수적 표현과 기하적 표현의 연결성을 탐구할 수 있는 기회를 갖게 되기 때문이다.

대수와 기하의 연결이 수학 교과에서 가장 중요한 것임에도 불구하고 수학 수업에서 강조되지 못하고 있으므로 류희찬(1998)은 대수 교육에서 쉽게 이용할 수 있도록 만들어진 함수 그래픽 소프트웨어를 사용하여 대수 수업을 보다 설득력 있게 강화시키고, 그래프를 그릴 때, (x, y)의 위치를 표시하고 연결하는 것 대신 컴퓨터를 사용하여 학생들이 곡선의 절편, 점근선, 기울기나 오목한 상태를 역동적으로 관찰할 수 있도록 해야 한다고 하였다. 그렇게 했을 때, 종래의 지필 방법으로는 힘들었던 함수에 대한 직관력을 기를 수 있으며, 역동적인 그래프로 양적인 관계를 산출해내는 컴퓨터의 기능은 대수 학습을 의미 있게 해 준다고 하였다. 컴퓨터나 그래핑 계산기는 학생들이 대수적, 기하적, 수적 연결성을 만들게 하는 촉매제이며, 변수 표현의 개발이 학생들의 대수적, 기하적, 수적 표현

으로부터 몇몇 수학적 주제를 연결하도록 돕는다(Embse, 2000).

수학 외적 연결성이란 수학적 사고와 모델을 미술, 음악, 심리학, 과학, 경제학과 같은 타 학문 분야의 문제를 해결하기 위해 적용하는 것이다(NCTM, 2000). 수학 외적 연결성을 강조하면 학생들은 실생활 현상을 수학적으로 기술하고 모델링하며, 수학과 타 학문과의 연결이 실생활 문제를 해결하는 데 도움이 된다는 점을 인식할 수 있다. 학생들이 서로 다른 영역의 수학 사이의 연결성을 이해할 수 있을 때, 수학을 통합된 전체로 보게 되고, 이미 알고 있는 수학 개념을 토대로 새로운 수학 개념을 구성할 때 학생들은 다양한 수학 영역 사이의 연결성을 더 깊이 인식하게 되며, 학생들의 수학에 대한 지식, 다양한 수학적 표현을 사용하는 능력, 기술 공학과 소프트웨어를 다루는 능력이 증진됨에 따라 다른 학문 분야 특히 자연과 과학, 사회과학과의 연결성을 이해할 수 있게 된다(NCTM, 2000). 위의 선행 연구들을 살펴보면 수학 내적·외적 연결성은 수학 교수·학습에 있어 가장 중요하게 강조되었어야 함에도 불구하고 전통적인 수업에서는 각 단원의 학습만을 중요하게 생각하여 연결성을 소홀하게 다루고 있다. 따라서 앞으로 수학적 연결성을 증진시킬 수 있는 교수학적 노력들이 활발히 이루어져야 할 것이다.

4. 협동 학습을 통한 수학적 의사소통 향상

최근 수학교육에서 수학적 의사소통의 중요성이 강조되고 있다(이미연, 오영열, 2007; 홍선주, 최창우, 2009). 학생들이 자신의 아이디어를 말로써 그리고 글로써 설명하고, 추측하고, 방어하는 기회는 개념과 원리를 더 잘 이해할 수 있게 한다. 또한 타 학문 분야에서 수학의 사용은 엄청나게 증가되어 왔는데 그것은 아이디어를 명확하게 나타내고 전달하는 '수학의 힘' 때문이다. 사회에서 공학의 사용이 증가됨에 따라 학생들은 컴퓨터와 대화하는 것을 배우고 전달 매체로서의 각 개인이 가지는 힘을 어떻게 사용할 것인가를 배워야 하는데 읽고, 쓰고, 듣고, 창조적으로 생각하고, 문제에 대해서 의사소통하는 능력은 학생들로 하여금 수학을 깊이 이해하게 만든다. 의사소통을 증진시키기 위한 방안으로 소집단 협동 학습을 생각할 수 있다(류희찬, 1998). 소집단 협동 학습은 피동적인 수용 학습에서 적극적인 활동이 수반되는 학습을 가능하게 한다. 소집단 협동 학습을 통해서 학생들이 각자의 생각을 교환하고, 자유롭게 질문하고, 서로 설명하고, 사고와 개념을 명료화하고, 의미 있는 방법으로 서로에게 학습에 대한 감정을 표현하는 기회를 가질 수 있게 되기 때문이다. 또한 소집단 협력 학습은 구성원들을 서로 보살펴 줌으로써 학습 결손을 복구할 수 있다.

Noddings(1985)와 Schoenfeld(1985) 역시 서로의 의사소통에 의하여 토론하고 반성하고 공동으로 해결하려는 노력을 기울이는 것은 수학적 사고를 위한 사회적인 환경이 되며, 소집단에서 이루어지는 대화는 문제 풀이에 필요한 정보를 개인이 이해한 것 보다 더 많은 선행 경험을 통해 제공함으로써 수학적 논쟁에 대한 필요를 자극하기 때문에 학생들 간의 문제 풀이를 위한 대화가 수학적으로 사고하는 것을 배울 수 있는 유용한 방법 중 하나가 된다고 하였다. 고호경(2002)은 협동 학습의 중

요성은 단지 다양한 견해를 조율해 하나의 공유된 시각과 견해에 도달하는 것에만 있는 것이 아니고, 서로 간의 견해 차이를 좁힐 수 없어 공유된 시각에 도달하지 못하게 되었다 하더라도 토론에서 발생한 '차이'와 '갈등'을 인지하는 것만으로도 학생들에게 현상을 다원적으로 접근하고 이해하는 시각을 길러주는 것이며 나아가 더욱 정교화되고 심화된 사고를 자극하는 기회를 접하게 하는 것이라고 하였다.

5. 시각화와 역동성

시각화란 전달하고자 하는 내용을 우리 눈으로 볼 수 있는 방법인 문자, 도형, 그림, 영상 등을 이용하여 나타내는 것으로, 수학적 시각화는 수학적 개념, 원리, 문제를 기하학적으로 표현하거나 그래프로 나타내는 것이다. 수학적 시각화를 통한 직관은 수학적 개념, 원리, 법칙의 이해뿐만 아니라 문제 해결을 하는 데 있어서도 도움을 줄 수 있기 때문에 여러 선행 연구들에서 수학적 시각화의 역할과 장점 등에 대해 논의하고 있다(문광호, 1999; 박영희, 2001). Kutzler(2000)는 계산기를 사용하면 시각적인 효과로 인하여 수학 학습에 즉각적인 피드백이 가능하게 되는데 즉각성과 정확성은 매우 중요한 교육적 요소 중의 하나라고 하였다. 고상숙, 이윤경(2005)은 그래핑 계산기가 함수의 그래프를 신속하고 정확하게 그릴 수 있게 하고, 시각적 효과로 학생들이 함수의 그래프를 파악하는데 도움이 되도록 하며 이는 함수에 대한 직관적이고 쉬운 개념정의 이해를 가능하게 한다고 하였다. 대수식에서 쉽게 찾아낼 수 없는 정보도 그래프를 통해서 한 눈에 보면서 함수 정의에 대해서 교사의 적절한 질문을 통해 암기가 아닌 개념 이해로의 발달을 가능하게 하고, 함수에 대한 반례를 제공함으로써 잘못된 개념 이미지에 대한 오류를 스스로 파악하고 그 수정과정을 용이하게 할 수 있다고 하였다.

6. 목표에 부합한 교수·학습

몇몇 교사들은 학생들이 계산을 빠르고 정확하게 하거나 문제를 보자마자 머뭇거림 없이 풀어나가면 그 학생이 수학을 잘하는 것으로 생각하기도 한다. 그러나 학생들이 계산을 잘 하게 하는 것과 문제 유형을 암기하여 문제를 잘 풀게 하는 것이 과연 우리나라 수학 교육 목표인가를 생각해 보면 그렇지 않다는 것을 알 수 있다. 또한 미래 사회에서는 컴퓨터가 우리 일상생활과 밀접하게 연결됨에 따라 컴퓨터가 수행할 수 있는 내용을 학교 교육에서 반복 숙달하는 교육이 필요한가에 대하여 재고할 필요가 있다. 여러 가지 소프트웨어들의 개발로 컴퓨터는 기호 계산(미적분, 멱급수 전개, 미분 방정식, 행렬 등)을 할 수 있게 되었다.

최근 수학 교수·학습 도구로써 계산기의 활용은 계산 능력 저하를 초래할 것이라는 예측과 달리, 오히려 복잡하고 불필요한 지필 계산을 대신함으로써 시간적, 정신적 부담감을 줄여줄 뿐만 아니라

주어진 문제를 해결하는 데 주력할 수 있게 해 주고 있다(박교식, 1998; 안병곤, 2005). 이는 지필 계산의 지나친 강조를 지양하고, 계산기 사용과 더불어 문제 해결력 강화, 사고력 강화 등 보다 중요한 수학 교육의 목적에 주력하여 이를 달성케 하고자 함이라 생각된다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 참여자

본 연구에 참여한 학생들은 서울에 소재한 A고등학교의 2007학년도 1학년 학생들이다. 연구자는 연구 목적을 밝힌 광고를 각 학급에 붙이고 방과 후 연구에 참여할 학생들의 자발적인 신청을 받았다. 여학생 6명이 신청을 하였고, 성적은 중 · 상이었으며, 수학에 대해 관심이 많은 학생들이었다. 그리고 학생들이 방과 후 연구에 참여하기 전에 "방과 후 그래핑 계산기를 활용한 수업 참여 동의서"를 보호자에게 보내 동의를 구하였다. 처음 조를 배정할 때에는 학생들의 성적 분포에 따라 2인 3조로 배분하였으며, 성적이 상인 학생과 하인 학생이 같은 조가 되도록 하여 그룹별로 성적이 편중되지 않도록 하였다. 연구 참여자들의 1학기 수학 성적과 등급, 석차/이수자수는 아래의 표와 같다.

<표III-1> 참여자의 1학기 수학 성적

모둠1	모둠2	학생 이름	1학기 중간고사	1학기 기말고사	등급	석차/이수자수
1조	1조	학생 P	51.9	65	4	93/242
		학생 Q	91.3	91.3	2	18/242
2조		학생 R	87	91.3	2	19/242
	2조	학생 S	47.9	47.6	5	131/242
3조		학생 T	78.5	91.3	3	30/242
		학생 U	73.7	82.9	3	49/242

2. 연구 절차

본 연구는 2007년 2학기에 1학년 학생 6명을 대상으로 진행되었다. 본 연구를 시작하기 전에 참여 학생들에게 연구의 목적과 과제를 설명한 후 수학적 태도를 알아보기 위해 2007년 9월 20일 설문 조사를 실시하였다. 또, 대수 영역인 방정식, 부등식과 함수의 개념 이해 정도를 알아보기 위하여 사전 성취도 평가를 실시하였다. 이 후 예비 연구에서 얻은 결과를 바탕으로 보완 · 제작된 활동지와 그래핑 계산기를 가지고 총 8차시의 활동 수업을 하였다. 활동지는 방정식, 부등식, 함수의 개념을 익힐 수 있고, 두 영역의 연결성을 음미할 수 있으며, 수학이 실생활과 연관되어 있다는 것을 느낄 수 있도록 만들어졌다. 9월 20일에서 10월 12일까지 8차시의 수업을 완료한 후 10월 15일에 사전 성취도

평가와 동형으로 제작된 사후 성취도 평가를 실시하고, 수학적 태도의 변화를 알아보기 위하여 설문 조사를 실시하였다. 계산기 사용 능력이 평가 결과에 영향을 줄 수 있기 때문에 사전·사후 성취도 평가에서는 모두 계산기 사용을 허용하지 않았다.

3. 예비 연구

2005년 11월 1일에서 11월 23일까지 고등학교 1학년 학생 6명을 대상으로 2명씩 3개의 조로 나누어 예비연구를 실시하였다. 예비연구에서는 그래핑 계산기를 사용한 대수 수업이 학생들의 학업 성취도와 수학 내적 연결성에 어떠한 영향을 미치는가와 학생들의 수학적 태도가 어떻게 달라지는지 알아보았다. 참여 학생들을 대상으로 그래핑 계산기를 활용한 대수 수업을 7차시 실시하였다. 수업 1차시는 1시간 정도 소요되었고, 그래핑 계산기 익히기, 함수의 정의, 함수의 그래프, 함수의 성질, 절댓값 함수, 방정식과 부등식, 함수의 관계성에 관한 내용으로 7차시 수업을 진행하였다. 예비 연구에서 그래핑 계산기를 사용한 수업이 학생들의 학업 성취도와 수학적 연결성, 수학적 태도에 어떤 영향을 주는지 알아본 결과 그래핑 계산기를 활용한 수업은 학업 성취도와 수학적 태도에 긍정적인 영향을 주었다. 따라서 예비연구 결과를 토대로 방정식과 부등식, 함수 영역의 연결성을 보여주는 활동에 시간 배분을 추가하고, 활동지를 수정·보완하였다.

4. 연구 도구

1) 수학적 태도 검사지

본 연구에서는 그래핑 계산기를 활용한 수업이 학생들의 수학적 태도에 어떠한 변화를 가져오는지 알아보기 위하여 6가지 항목 33문항으로 이루어진 사전·사후 수학적 태도 검사를 실시하였다. 수학적 태도 검사지는 Travers(1979)가 7가지 변인으로 나눈 수학적 태도와 조성민(1999), 곽정원(1996), 정난희(2002), 이은녕(2003)이 사용한 수학적 태도 검사지를 참고하여 연구자가 제작하였다.

2) 성취도 검사지

사전·사후 성취도 검사지는 수학 교과서와 교사용 지도서, 장경윤(2000)의 "그래픽 계산기와 함께 하는 수학탐구"를 바탕으로 연구자가 제작하였다. 검사는 총 10개의 문항으로 이루어져 있으며 방정식 2문항, 부등식 1문항, 함수의 개념과 그래프 5문항, 수학 내적 연결성 1문항, 수학 외적 연결성 1문항으로 구성하였다. 그리고 사전·사후 성취도 검사지는 동형으로 제작되었으며, 교과 전문가에게 문항의 타당성과 사전·사후 검사의 동형성을 검증 받았다.

3) 활동지

활동 수업은 총 8차시로 이루어졌으며 활동 수업을 위해 사용된 활동지는 수학 교과서와 교사용 지도서, Tynan, Dowsey와 Ball(2004), 장경윤(2000), 교육부지원 교과교육 연구 활동 자료집인 “그래픽 계산기를 활용한 수학교육” 등을 참고하여 연구자가 제작하였다. 연구자가 제작한 활동지는 수학 교육 전문가 2인과 수학과 동료 교사에게 내용의 타당성 검토를 받았다. 활동지 제작에 있어서는 연구 문제를 잘 알아볼 수 있도록 방정식, 부등식과 함수 영역의 개념 형성과 영역 간의 연결성 탐구, 수학의 실생활과의 연결성 탐구, 조별 토론 및 발표를 통한 의사소통 강화, 친근한 소재와 실제적 수치를 사용함으로써 학생들의 수학에 대한 긍정적 태도 변화 등에 역점을 두었다. 아래 <표 Ⅲ-2>는 각 차시 활동지의 활동 내용이다.

<표Ⅲ-2> 활동지의 각 차시별 활동 내용

차 시	활 동 내 용
1차시	그래핑 계산기 익히기 - 계산기의 기초, 방정식 부등식 풀기, 함수 기본 그래프 그리기
2차시	방정식 - 이차 방정식, 연립 이차 방정식, 방정식의 활용
3차시	부등식 - 일차 부등식, 부등식의 활용
4차시	함수의 기본 개념 - 함수의 정의, 합성함수, 역함수
5차시	함수와 그래프 - 이차 함수 1
6차시	함수와 그래프 - 이차 함수 2
7차시	방정식 · 부등식 · 함수의 연결성 - 방정식, 부등식, 함수는 친한 친구!
8차시	실생활과 관련된 문제들 - 방정식, 부등식, 함수의 활용

4. 자료 수집 및 분석

자료 수집은 연구자가 관찰자가 되어 학생들을 관찰하면서 관찰 일지를 작성하고, 토론 수업과 발표 수업을 하는 학생들의 발언을 분석하고자 녹음기를 사용하였으며, 일부 수업은 비디오 테잎으로 녹화하였고, 녹화 또는 녹음 된 자료는 모두 문서로 기록하였다. 또한 수업이 진행되는 중간과 모든 수업이 끝난 후에 학생들을 면담하였고, 그것을 녹음한 후 모두 기록하여 면담 내용을 분석하였다.

CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업이 대수 영역에 대한 학생들의 개념 이해에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위해 활동 수업을 시작하기 전에 실시한 사전 성취도 검사와 활동 수업이 끝난 후 실시한 사후 성취도 검사의 자료를 분석하였다. 그리고 CAS 그래핑 계산기를 활용한 협동 수업에서 학생들이 방정식, 부등식과 함수를 어떻게 연결하는지 알아보기 위해서 수업 중 학생들의 활동을 관찰하고, 비디오로 촬영한 수업 내용을 일정비교분석법을 이용하여 분석하였다. 또한 대수 영역의 수학 외적 연결성에 대한 학생들의 생각 변화를 알아보기 위해 사전·사후 수학적 태도 검사에서 15

번, 16번 문항을 비교 분석하였다. CAS 그래핑 계산기를 활용한 협동 수업이 학생들의 수학적 태도 변화를 어떻게 변화시켰는지 알아보기 위해서 수학에 대한 사전·사후 태도 검사를 실시하였고, 수업 중간 중간 자기 평가지에 수업을 하고 난 후의 느낌을 직접 쓰도록 하였다. 그리고 수업 후 면담을 통하여 수학적 태도 변화를 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

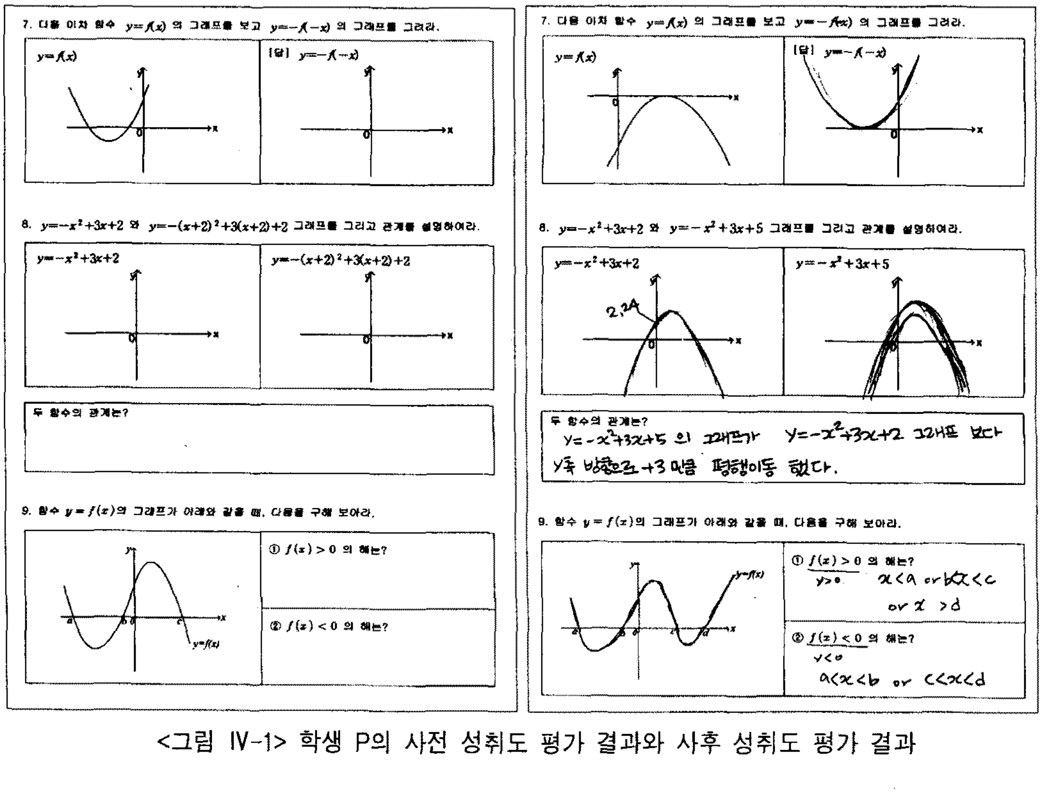
1. 대수 영역의 개념 이해

본 연구에서는 CAS 그래핑계산기를 활용한 협동 수업이 대수 영역인 방정식, 부등식과 함수의 개념 이해에 어떤 영향을 주는지 알아보았다. 연구 결과 그래핑 계산기는 학생들이 지필로 푼 문제를 확인하고 그 결과를 비교할 수 있도록 하며, 지필로 푼 문제에 대한 즉각적인 피드백을 제공하여 학생들이 방정식과 일차 부등식을 자기 반성적으로 학습하도록 도와주었다. 이차 부등식에서는 학생들이 기존에 암기하고 있었던 공식으로 문제를 푸는 것에 한계를 느끼게 함으로써 기존에 가지고 있었던 잘못된 개념을 수정하고 이차 함수를 통하여 이차 부등식의 근본적인 개념을 이해하도록 도와주었다. 함수에서는 함수의 정의를 여러 가지 문자와 수식을 이용하여 빠르게 파악할 수 있게 하였으며, 그래프를 쉽게 그릴 수 있어서 학생들에게 그래프를 그리는 어려움이 함수 학습에 방해가 되지 않도록 하였고, 그래핑 계산기를 통해 그려진 그래프는 함수에 대한 직관적인 이해를 가능하게 하였다. 또한 주입식이 아닌 자발적 탐구 과정을 통하여 스스로 함수에 대한 개념과 성질을 터득하게 하므로 개념 이해가 빠르고 정확하였다. 그리고 부등식과 함수에 있어서는 사전 학습이 거의 되어 있지 않은 학생의 경우에 함수의 개념과 그래프를 쉽게 받아들이고 스스로 터득하는 것이 쉬웠으나 사전 학습이 많이 되어 있는 학생은 기존에 가지고 있던 개념과 새로 습득한 개념 사이에 충돌을 일으켜 잘못된 개념을 수정하기 어렵다는 사실을 알 수 있었다.

각 학생별로 개념 이해 변화 정도를 살펴보면, 먼저 학생 P는 사전 성취도 검사에서 2, 4, 6번 문항을 제외하고 나머지 7문항에 대해 아무것도 쓰지 못한 것으로 보아 계산기를 이용한 수업을 하기 전에는 근의 공식과 x절편이 무엇인지 알지 못할 정도로 방정식과 부등식, 함수 부분에 대한 개념 이해가 부족하였다. 그리고 학생 P는 이차 부등식에 관한 활동을 할 때 '부등식의 해가 항상 사이 값이거나, 작은 것 보다 작고, 큰 것보다 커야 한다.'는 잘못된 개념을 가지고 있었으나 활동 수업에서 가장 열심히 참여한 학생 중 하나였고 발표도 적극적으로 나서서 하는 학생이었다. 따라서 사후 성취도 검사에서는 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9번 문항의 풀이와 답을 정확하게 서술하였으며 3, 10번 문항은 풀었으나 과정이 미비한 상태로 제출했다. 결론적으로 방정식과 함수에 대해서는 거의 완벽하게 개념이 형성되었다고 볼 수 있고, 9번 문항을 올바르게 푼 것으로 보아 부등식과 그래프와의 연결성에 대해서는 이해하였으며, 부등식만 있는 문제에서는 직접 그래프를 연결시키지 못하였으므로 부등식

에 대한 이해는 조금 부족하다고 볼 수 있었다.

학생 Q는 사전 성취도 검사에서 1, 2, 3, 4번 문항을 정확하게 풀었고 5, 6번은 풀려고 노력하였으나 틀린 풀이와 답을 적었으며 나머지 7, 8, 9, 10번 문항은 백지 상태로 제출하였다. 방정식과 부등식은 모든 문제를 올바르게 풀었으나 풀이 과정이 모두 공식에 대입하여 푼 것이었고 함수에 관한 문제는 한 문제도 풀지 못한 것으로 보아 함수에 대한 개념은 전혀 형성되어 있지 않았다. 사후 성취도 검사에서는 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9번 문항을 정확하게 풀었고 3, 5, 10번 문항을 끝까지 풀지 못하였다. 사전 성적이 가장 높았던 학생임에도 불구하고 조별 토론을 많이 하지 않았고, 혼자 학습하는 것을 선호하였기 때문에 5번 문항 같은 함수 그래프의 기본적인 내용을 묻는 문제를 틀렸을 것으로 생각되었다. 그러나 7, 8번은 정확하게 풀었고 10번도 식까지 세웠으나 그래프를 그리고 화면 조절을 적절하게 하지 못하여 끝까지 풀지는 못한 것으로 보아 함수 부분에서 개념 형성이 어느 정도 이루어진 것으로 보였다.



<그림 Ⅳ-1> 학생 P의 사전 성취도 평가 결과와 사후 성취도 평가 결과

학생 R은 사전 성취도 검사에서 1, 2, 4, 6, 7번 문항을 정확하게 풀어 연구 참여자 중에 가장 많은 사전 지식을 가지고 있었다. 1, 2번 문항은 이차 방정식과 연립 방정식에 대한 문항이므로 방정식에 대한 개념은 형성되어 있는 것으로 판단할 수 있지만, 3번 문항을 해결하지 못한 것으로 보아 부

등식에 대한 개념은 형성되어 있지 않았고, 함수는 일부 이해하고 있었다고 판단되었다. 학생 R은 수업 처음에는 학생 S와 같은 조를 하였는데 학생 S와의 의사소통은 거의 없었지만, 조를 바꿔서 학생 P, 학생 Q와 같은 조에서 활동할 때에는 상당히 많은 의사소통이 있었다. 사후 성취도 검사에서는 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9번 문항을 정확하게 풀어서 방정식과 함수에 대한 개념 이해는 완벽하게 이루어진 것으로 보인다. 다만 3번 문항에서 계산 실수가 있어서 틀렸고, 9번 문제는 정확하게 푼 것으로 보아 부등식에 대해서는 개념 형성이 이루어졌지만 약간 미흡한 것으로 보이고, 10번 문항은 문제에 해당되는 식만 정확하게 기입해 놓고 결과를 도출하지 못하였는데, 면담 결과 학생 Q와 마찬가지로 계산기 조작이 능숙하지 못하였기 때문이라는 것을 알 수 있었다.

학생 S의 경우 사전 성취도 검사에서 연립 방정식을 평가하는 2번 문항 하나만 옳은 답을 썼고, 이차 방정식 문항인 1번, 이차 부등식 문항인 3번은 풀려는 시도는 하였으나 전혀 다른 방향으로 풀어 놓았다. 학생 S는 활동 수업을 하기 전에 방정식, 부등식, 함수 전 영역에 대한 개념 이해가 전혀 없었다고 볼 수 있다. 게다가 8차시 동안 활동을 할 때에도 참여가 가장 소극적인 모습을 보였지만 사후 성취도 검사에서는 1, 2, 6, 8번 문항을 맞게 풀어 방정식은 완전하게 이해하였고, 함수도 일부 이해한 것으로 보였다. 또한 5번 문항도 일부 옳은 답을 적었으나 완벽하게 풀지 못하였고, 3, 4, 7, 9, 10번은 전혀 풀지 못했으므로 부등식은 이해하지 못했으며 함수에 대해서도 매우 미흡하게 이해한 것으로 보였다.

학생 T는 사전 성취도 검사에서 2, 6, 7번 문항에 대해 옳은 답을 썼다. 사전에 방정식 2문항 중 1문항, 함수 6문항 중 2문항을 맞춘 것으로 보아 방정식, 함수에 대해 약간의 개념을 이해하고 있었으나 미흡하였고, 부등식에 대해서는 전혀 알지 못한다는 것을 알 수 있었다. 그러나 활동 수업에서 학생 U와 같은 조로 가장 활발하게 활동하였으므로 많은 향상이 있을 것으로 기대되었다. 사후 성취도 검사에서는 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9번 문항을 정확하게 풀었으며, 8번 문항은 그래프를 올바르게 그렸고 식의 변형도 제대로 하였으나 평행이동 관계를 적는 부분에서 실수를 하였다. 그리고 3번 부등식 문항은 이해를 하지 못하였고, 9번 함수의 그래프와 부등식을 연결 짓는 문제는 올바르게 답하였으므로 부등식에 대해 일부 이해한 것으로 볼 수 있다. 또 10번 함수를 이용한 실생활 문제는 식을 바르게 적었으나 학생 Q, 학생 R과 같이 그래프의 화면 조정을 잘하지 못하여 답을 구하지 못했다고 하였다.

학생 U는 사전 성취도 검사에서 1, 2, 6번 문항을 올바르게 풀었다. 방정식을 묻는 두 문항을 모두 알고 있었으므로 방정식에 대한 개념은 형성되어 있었고, 6번 문항을 맞춘 것으로 보아 함수에 대하여 약간 이해하고 있었던 것으로 생각되었다. 그러나 함수의 전반적인 내용을 이해한 것으로 보이지는 않았으며 부등식에 대해서는 전혀 개념이 형성되어 있지 않았다. 학생 U는 학생 T와 함께 가장 열심히 활동하였으므로 조별 활동을 하는 동안 많은 향상이 있을 것으로 기대되었다. 사후 성취도 검사에서는 10번 문항을 제외한 모든 문제를 정확하게 풀어서 참여 학생들 가운데 가장 많은 향상을 보였다. 방정식, 부등식, 함수 전체 영역에 대한 이해가 생긴 것으로 판단되었다. 10번 문항은 다른

몇몇 학생들과 마찬가지로 식을 바르게 세웠지만 계산기 조작 미숙으로 결과를 내지 못하였다. 특히 다른 학생들은 활동 수업 이후에도 부등식에 대한 이해가 다소 부족하였는데, 학생 U는 3번, 9번의 부등식과 관련된 문항들을 완벽하게 푸는데 성공하였다.

전체적으로 학생들은 활동 수업을 하기 전 1, 2번 문항을 푼 학생들은 많았기 때문에 학생들이 방정식에 대한 이해는 어느 정도 가지고 있었다고 판단할 수 있었지만, 부등식과 함수에 대한 이해는 매우 부족한 것으로 생각되었다. 그러나 8차시 수업 후에는 학생 S를 제외한 다섯 학생들이 모두 함수 영역의 이해 정도가 매우 많이 늘어났고, 부등식은 일부 이해하고 있는 것으로 나타났다. 학생 S도 함수에 이해 정도가 증가하였지만 다른 학생들에 비하여 부진하였다.

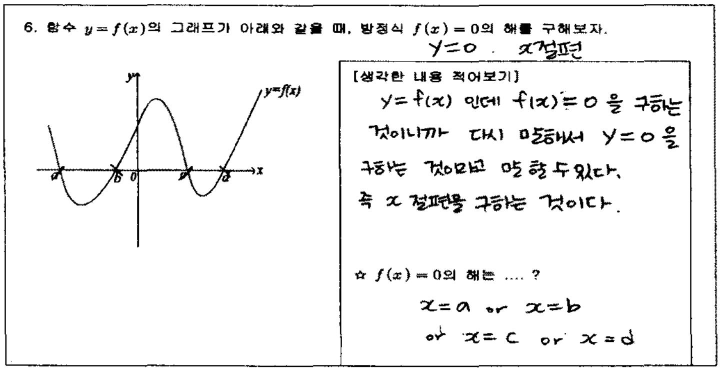
이차 방정식과 일차 부등식에 대한 개념은 이미 대부분은 형성되어 있었기 때문에 지필로 먼저 문제를 풀어보고, 계산기의 Solve기능을 이용하여 해를 구한 다음 지필로 푼 결과와 계산기로 푼 결과를 비교하여 두 값이 서로 다르면 지필로 푼 과정을 다시 살펴보고 틀린 부분을 고치도록 하였다. 그러나 함수에 대한 개념은 거의 형성되어 있지 않았기 때문에 함수의 정의, 합성 함수, 역함수의 정의를 예를 통해서 도입한 다음 각 개념을 정의 하고, 성질을 알아보았다. 또 이차 함수의 그래프를 2차시에 걸쳐 학습하였는데 전통적인 수업 방식이 함수의 그래프의 성질을 먼저 가르쳐 주고 그에 따른 문제를 풀도록 되어 있었다면, 연구를 위한 수업에서는 그래핑 계산기로 여러 가지 그래프를 그려보고 학생 스스로 공통된 성질을 찾을 수 있도록 하였다. 학생들은 부등식을 가장 어려워하였는데 그 이유는 중학교 때 부등식을 원리에 따라 학습하지 않고, 문제 유형에 맞추어 해의 형태를 암기하였기 때문이었다. 대부분의 학생들이 $f(x)<0$ 형태의 부등식의 해는 '$a<x<b$'로, $f(x)>0$ 형태의 부등식의 해는 '$x<a$ 또는 $b<x$'로 생각하고 있어 부등식에 관한 잘못된 개념이 자리 잡고 있었고, 이 잘못된 개념을 수정하기가 어려웠다. 그러나 후에는 방정식 · 부등식 · 함수의 연결성 관찰 결과 이차 부등식의 해를 이차 함수의 그래프와 연결시켜 이해하고 잘못된 개념을 수정할 수 있었다.

2. 수학적 연결성

학생들은 중학교에서부터 방정식, 부등식, 함수에 대해서 학습하였지만 각 영역을 서로 다른 부분으로 인식하고 연결 지어 생각해 본 적이 없는 학생도 꽤 많았다. 그러나 그래핑 계산기를 이용하면 방정식 또는 부등식 한 문제를 풀 때에도 지필로 직접 해 구하기, 즉시 해를 구할 수 있는 Solve 기능 이용하기, 인수 분해할 수 있는 Factor 기능 이용하기, 그래프 그리기 기능 이용하기 등 여러 가지 표현 간의 이동이 가능하므로 대수 영역과 함수 영역의 연결이 쉽다. 또한 그래핑 계산기에서 화면 분할(Split Screen) 기능을 이용하면 대수 계산이 가능한 화면과 그래프가 그려지는 화면을 동시에 볼 수 있기 때문에 학생들은 두 영역의 연결성을 한 화면에서 확인할 수 있었다. 모든 학생들이 자기 평가지와 면담, 소감문 등에서 그래핑 계산기를 활용한 활동 수업을 한 후 지필 수업을 통해서는 알지 못하였던 방정식, 부등식과 함수 사이의 연결성을 정확하게 알 수 있었다고 하였다. 다음은

7차시 방정식과 함수의 연결성 수업 중에 학생 P와 R의 대화 내용이다.

학생 P : (첫 번째 활동의 6번 문제를 가리키며) 이거 뭐야? 나한테 설명해봐.
학생 R : $y=f(x)$잖아. 그런데 $f(x)=0$이라는 것은 $y=0$이라는 말이잖아. $y=0$이 되는 값을 구하는 건 x절편을 구하라는 말이니까 x값은 a, b, c, d 야.
학생 P : 맞는 거 같아. 너 천재다. (소리 내어 웃으면서) 아, $f(x)=0$



<그림 IV-2> 학생 P의 일반적인 함수와 방정식의 연결성 활동지

학생 R은 이번 수업을 통해서 방정식의 해를 방정식의 그래프가 x축과 만나는 점을 찾는 활동을 통해서도 구할 수 있다는 사실을 알게 되었다. 그 이후 문제 해결 과정에서 다른 학생들에게 방정식과 함수의 연결성을 이용하여 문제를 해결하는 방법을 종종 제안하였다.

학생들은 이차 방정식과 함수의 연결성은 많이 어려워하지 않았으나 이차 부등식과 함수의 연결성은 매우 어려워하였다. 왜냐하면 학생들은 이미 부등식의 해가 항상 '$x<a$ 또는 $b<x$ '형태이거나 '$a<x<b$' 형태라는 잘못된 개념을 갖고 있었기 때문이었다. "작작큰크" 이나 "작크큰작" 이라는 말을 외우면서 문제를 풀려고 시도하였으나 자신들이 외운 것으로는 활동지의 문제를 풀 수 없자 왜 문제를 풀 수 없는지 이해할 수 없다고 말하였다. 어디에서 그런 말을 배우고 외우게 되었냐는 연구자의 물음에 학생들은 중학교 다닐 때 학교와 학원에서 그렇게 외우라고 했다며 당연히 이차 부등식은 해가 두 가지 형태로만 나와야 하고 다른 형태는 있을 수 없다는 강경한 입장을 보였다. 다음은 학생 P와 학생 R이 부등식과 이차 함수의 연결성에 관련된 문제들을 풀기 위해 논의하는 과정이다.

학생 P : 야, 이거 그냥 그거 쓰는 거 아니야? 작작큰크 그 사이 값 쓰는 거 아니야?
학생 R : 그거 맞는 거 같은데... 근데 잘 안 나와.
학생 P : 그럼 작크큰작인가? 아, 부등식 어렵다.
학생 R : 근데 밑에 문제들은 좀 이상해.
학생 P : 0보다 크면 여기(x축 윗부분)만 되는 거 아니야?
학생 R : 0보다 크면?

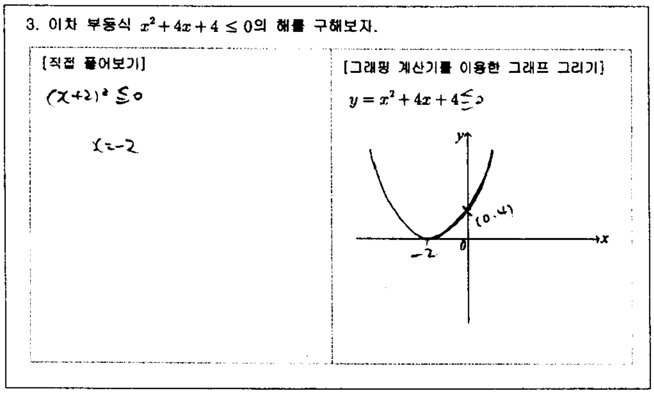
학생 P : 아닌가?
학생 R : 0보다 작을 때 사이잖아.
학생 P : (그래프가 x축과 만나는 두 점 사이를 가리키며) 그러면 여기서부터 여긴가?
학생 R : 그런데 0보다 클 때에는 이 바깥 아니야? 0보다 크면 작은 거보다 작고 큰 거보다 크잖아. 아, 모르겠다.

두 조 모두 스스로 해결할 수 없음을 깨닫고 연구자가 약간의 힌트를 주기 위해 각각의 조에 가장 쉬운 이차 부등식을 보고 그것과 그래프의 연관성을 설명해 주었다. 학생 U는 "자, 우리가 부등식을 풀 때 무엇을 하고 있었는지 다시 생각을 해 보자." 라며 자신의 생각을 되돌아보는 반성적 사고를 하면서 다시 문제에 대해 학생 T와 의논하였고 결국 올바른 답에 근접할 수 있었다. 다음은 연구자가 힌트를 주면서 2조 학생 T와 학생 U가 두 번째 활동의 문제 3을 풀면서 일반적인 이차 부등식에 대한 결론을 내는 대화이다.

학생 U : 그냥 -2일까?
학생 T : 아니야! 이거 중근이지 않나? 아닌데... 아니지 아니지, x가 -2보다 작으면 여기만 되는 거 아니야?
학생 U : 아니지, 이건 계속 이렇게 쭉쭉 뻗어나가는 거잖아.
학생 T : 그니까 $x \leq -2$ 일거 같아. 맞죠? 선생님?
연구자 : 해가 $x \leq -2$ 라고 생각되니?
학생 T : 그럴 것 같은데요.
연구자 : 그럼 $x \leq -2$ 에 해당되는 x값 하나만 생각해볼까?
학생 U : -3이요!
연구자 : 그럼 -3을 부등식에 넣고 부등식을 만족하는지 안 하는지 확인해보자.
학생 T : -3의 제곱은 9이고 12를 빼면 -3이니까, 4를 더하면 1이네! 헐, 0보다 커요.
연구자 : 그러면 너희가 구한 해가 바른 답일까?
학생 U : 아니오.
학생 T : 야, 1 넣어도 안 되고, 2넣어도 안 되고, -1도 안 되는데.
학생 U : 아! -2는 되, 딱 0이야. 그거밖에 없는데, 그럼 $x=-2$ 인거지! 좀 꺼림직 하기는 하다, 맞긴 맞나, 자, 우리가 부등식을 풀 때 무엇을 하고 있었는지 다시 생각을 해 보자.

(중략)

연구자 : 그래, 그래프에서 0보다 작거나 같다는 것은 뭘 뜻 하는 걸까?
학생 U : 0보다 작거나 같으니까 x축과 x축 아래 부분만? 그래서 -2만 되는 거에요?
학생 T : 그런데 0보다 작은 건 없으니까 0이 되는 -2만이네요. 한 점이요.
연구자 : 그래! 그래프에서 해당되는 x범위가 바로 부등식의 해 인데 여기서는 단지 한 점인 거지.
학생 T : 아! 알았어요. 이제.



<그림 Ⅳ-3> 학생 U의 이차 부등식과 함수의 연결성 활동지

학생들은 그 동안의 활동으로 달라진 모습을 보였는데 1조 학생 R은 성적이 우수하지만 꼼꼼하지 않고 실수를 잘하는 편이었는데 그래핑 계산기를 활용하여 공부한 후에는 활동지에 절편과 꼭짓점 등을 자세하게 적으며 달라진 모습을 보여주었다. 또 학생 Q는 그래프에서 방정식의 해와 부등식의 해를 여러 가지 색 펜을 이용하여 표시함으로써 다른 사람이 자신의 활동지를 보았을 때 쉽게 이해가 되도록 만들었다. 활동 7이 끝나고 난 후 학생 Q는 "그래프를 그림으로써 방정식, 부등식, 함수의 연결성 부분을 다시 새롭게 느껴볼 수 있었다."라고 자기 평가지에 기술하였고, 학생 R은 "방정식, 부등식, 함수를 하면서 서로 관련된, 이어진 부분을 볼 수 있었다. 그래서 예전보다 이 내용들에 대해 더 잘 알 수 있었다."라고, 학생 U는 "세 부분이 긴밀하게 연결되어 있다는 것을 직접 손으로 풀어보고 계산기의 그래프를 눈으로 보면서 확실히 알 수 있었다. 이해하기 어려운 부분도 있었지만 이해가 가서 좋았다."라고 적었다.

본 연구에 참여한 대부분의 학생들은 방정식, 부등식, 함수의 학습이 실생활에서 매우 필요하다고 하였다. 면담 과정에서 학생 Q는 본 연구 수업에 참여하기 전에는 수학 문제를 풀기 위해서는 공식을 외워서 식에 대입하여 풀었기 때문에 실생활 관련 문제를 전혀 풀 수 없었다고 하였다. 그런데 실생활 문제를 푸는 연습을 해보니 스스로 식을 만들어야 했기 때문에 처음에는 어렵고 힘들었는데 나중에는 익숙해졌고, 생각하는 연습을 하게 되니까 이제는 실생활과 수학이 많이 연결되어 있다는 생각이 들었으며 지금은 실생활 관련 문제도 잘 풀 수 있을 것 같다고 하였다. 조금 아쉬운 부분은 수업 기간이 몇 개월 정도 지속되었다면 생각하는 연습도 더 많이 할 수 있고 실생활 문제에 대한 두려움도 완전히 사라졌을 것인데 수업 기간이 짧다는 점이라고 하였다. 학생 R도 사전 성취도 검사에서는 실생활 활용 문제를 백지로 냈지만 그래핑 계산기로 연습을 많이 하고 나서 본 사후 성취도 검사에서는 실생활 문제에 식을 정확하게 썼다고 하였다. 다만 계수가 너무 컸기 때문에 적절한 이차 함수 그래프를 그리기 위해서는 계산기의 화면 조정이 필요했는데 화면 조정을 잘하지 못하여 답까지 구하지 못해 아쉬웠다고 하였다. 또 학생 T는 활동 8 수업의 세 번째 활동인 준하의 음주 운전 문제에서 일차 함수의 계수가 매우 작아 손으로 계산하기 싫은 문제를 그래프(Graph)와 표(Table)를 이용하여 풀었더니 편하고 좋았다고 하였다. 또 학생 P는 교과서 발전학습 부분에 있는 실생활 문제들이

매우 부담스러웠는데 계산기를 사용한다는 생각 하나만으로도 부담을 덜 수 있었다고 하였고, 계속 식을 세우는 연습을 해서 그런지 이제는 실생활 문제가 두렵지 않다고 하였다. 학생 U는 실생활 문제를 평소에 매우 두려워했지만 계산기를 가지고 문제를 접하니까 저절로 손이 가고 결과가 나왔다고 말하였다.

4. 수학적 태도

본 연구에서는 수학적 태도 변화를 알아보기 위하여 세 가지 방법을 이용하였다. 첫째, 수학에 대한 사전·사후 태도 검사를 실시하였다. CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업을 하기 전에 사전 검사를 하였고, 8차시의 수업이 끝난 후에 사후 검사를 실시하여 학생의 변화된 수학적 태도를 알아보았다. 둘째, 수업 중간 중간 자기 평가지에 수업을 하고 난 후의 느낌을 직접 쓰도록 하였다. 형식에 얽매이지 않고 자유스럽게 수업을 하면서 느꼈던 점과 자신의 변화된 생각을 솔직하게 적을 수 있도록 하였다. 셋째, 면담을 통하여 태도를 알아보았다. 연구 결과 태도 검사지를 통한 학생들의 수학적 태도의 변화는 매우 긍정적이었다. 사전 검사에서는 대부분의 학생들이 수학에 대한 '학습 태도'나 '자아 개념'을 '보통' 또는 '그 이하'로 답하였으나, 사후 검사에서는 '보통 이상' 또는 '매우 긍정적'으로 표시하였다. 그러나 학생 S는 수업을 하고 나서 오히려 수학에 대한 태도가 부정적으로 바뀌었다. <표Ⅳ-1>은 수학에 대한 학습 태도를 점수화하여 나타낸 것이다.

<표 Ⅳ-1> 수학에 대한 학습 태도 변화 점수

문항번호 / 학생이름	1번	2번	3번	4번	5번	6번	총합
학생 P	+2	0	+1	0	+1	0	+4
학생 Q	+1	+1	0	+1	0	+1	+4
학생 R	+2	+2	0	0	+2	0	+6
학생 S	-1	-2	-2	-1	-1	-1	-8
학생 T	+2	+2	+1	0	0	0	+5
학생 U	+2	0	+1	+3	0	0	+6

사전에 학생들이 가지고 있었던 수학 학습 태도를 기준으로 한 단계 긍정적으로 바뀔 때마다 +1점을, 한 단계 부정적으로 바뀔 때마다 -1점을 주어 학습 태도의 변화를 수치로 표현한 결과 학생 U와 학생 R이 가장 긍정적으로 바뀌었고 학생 P, 학생 Q, 학생 T도 긍정적으로 바뀌었다. 그리고 다섯 학생은 모든 항목에서 + 또는 0을 얻어 긍정적으로 변하였거나 변하지 않았거나 두 가지 중의 하나였다. 반면 학생 S는 모든 항목에서 -를 받아 학습 태도가 매우 부정적으로 바뀌었다고 볼 수 있는데 면담을 통해 알아본 결과 활동 수업을 하는 동안 문제를 이해하지 못하였거나 결과가 나오지 않았다기보다는 성격 상 조별 학습에 잘 참여하지 못했기 때문에 활동 수업으로 진행되는 수학 수업

에 부정적 생각을 가지게 되었다고 하였다. 또 처음에는 새로운 것을 한다는 생각에 즐거운 생각으로 태도 검사지를 작성하였으나 기대한 것만큼 즐거움을 느끼지 못했기 때문이라고 하였다. 그러나 전체 학생들의 학습 태도 변화 점수는 +17로 학생 S가 -8 인 것을 감안하면 나머지 다섯 학생의 수학에 대한 태도는 상당히 긍정적으로 변했다고 볼 수 있다.

수학적 태도 검사 문항 중 수학에 대한 자아 개념의 변화를 알아보는 문항도 있었는데 <표Ⅳ-2>는 학생별 자아 개념의 변화를 점수화하여 나타낸 것이다. 수학에 대한 학습 태도 변화를 알아보는 것과 동일한 방법으로 수학에 대한 자아 개념의 변화를 수치로 표현한 결과, 학생 P, 학생 R, 학생 T, 학생 U 네 학생은 +5 이상으로 자아 개념이 매우 긍정적으로 변화된 것을 알 수 있었다. 학생 Q는 0으로 사전과 사후에 변함이 없었으며, 학생 S는 -2로 약간 부정적으로 변화되었음을 알 수 있었다. 그러나 전체 학생들의 학습 태도 변화 점수는 +21로 상당히 긍정적으로 변화하였다고 볼 수 있다.

<표 Ⅳ-2> 수학에 대한 자아 개념의 변화 점수

문항번호 / 학생이름	7번	8번	9번	10번	11번	12번	총합
학생 P	+1	0	+2	+1	+2	+1	+7
학생 Q	0	0	0	0	0	0	0
학생 R	+2	+1	+2	+2	-1	-1	+5
학생 S	-1	0	0	0	-1	0	-2
학생 T	+1	+3	+1	+1	-1	0	+5
학생 U	-1	0	+1	0	+2	+4	+6

면담을 통해서도 학생들의 수학적 태도를 살펴보았는데, "그래핑 계산기를 사용하고 나서 수학이 전과 다르게 생각되는 점이 무엇인가?"에 대한 대답으로 학생 T는 수업을 하기 전에는 방정식, 부등식, 함수가 어렵고 못 푸는 문제가 많았는데 수업을 하고 나서는 수학 문제를 풀 때 성취감이 생겼다고 하였다. 또, 그 전에는 '나는 안 되는구나.' 하는 생각이 많이 들었는데 그러한 생각이 사라졌다고 하였다. 또한 계산기 활용 수업 전에는 문제를 풀 때 식까지는 세울 수 있었는데 만약 식이 복잡하면 그 문제를 포기하는 일이 많았으나, 계산기를 사용하면서 계산을 못해서 문제를 못 푸는 일이 없으므로 자신감도 생긴다고 하였다. 학생 P는 자신이 적극적으로 변했다고 하였다. 전에는 문제를 풀다가 포기하는 일이 많았고, 수학을 못한다고 생각했는데 조별로 토론하고, 발표하는 과정을 통해서 수학을 잘할 수 있다고 생각했고, 알고 있는 것을 친구들한테 말하는 것이 즐거웠다고 하였다. 학생 U는 평소에 문제를 보면 알고 있는 대로 풀어보다가 안 되는 것은 그냥 넘어가는 일이 많았는데 계산기를 쓰면서 식만 세우면 되므로 부담이 줄었고, 수학이 좋아졌으며 만만해졌다는 표현을 하였다. 학생 R도 예전에는 수학을 많이 싫어하고 어려워했는데 그런 생각이 조금은 없어졌다고 하였고, 만약 우리나라에서도 그래핑 계산기를 일찍부터 사용하였다면 자신이 수학을 좋아했을 거라고 말하

였다. 학생 S는 그 동안 수학을 잘하지 못한 이유가 계산 과정을 자주 틀리기 때문이라고 생각했는데 이번 수업을 하면서 계산에 앞서 식을 세우는 것과 문제를 이해하는 것 자체가 문제라는 것을 깨달았다고 했으며 앞으로 그러한 점을 고쳐 나가겠다고 말하였다. 그리고 친구들에게 자신이 잘하지 못하는 것을 알리는 것이 싫기 때문에 수업에 적극적으로 참여하지 않았는데 다시 이 수업을 한다면 적극적으로 참여해 보고 싶다고 말하였다. 전체적으로 그래핑 계산기를 활용한 협동 수업 이후 참여 학생들의 수학적 태도는 긍정적으로 바뀌었다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 CAS 그래핑 계산기를 활용한 수업이 방정식, 부등식과 함수의 개념 이해와 수학적 연결성, 수학적 태도에 어떤 영향을 주는지 알아본 결과, 그래핑 계산기는 학생들이 지필로 푼 문제를 확인하고 그 결과를 비교할 수 있도록 하며, 지필로 푼 문제에 대한 즉각적인 피드백을 제공하여 학생들이 방정식과 일차 부등식에 대한 잘못된 개념을 수정하고, 자기 반성적으로 학습하도록 도와주었다. 함수에서는 함수의 정의를 여러 가지 문자와 수식을 이용하여 빠르게 파악할 수 있게 하였으며, 그래핑 계산기를 통해 그려진 그래프는 함수에 대한 직관적인 이해를 가능하게 하였다. 또한 주입식이 아닌 자발적 탐구 과정을 통하여 스스로 함수에 대한 개념과 성질을 터득하게 하므로 개념 이해가 빠르고 정확하였다.

또한 학생들은 중학교에서부터 방정식, 부등식, 함수에 대해서 학습하였지만 각 영역을 서로 다른 부분으로 인식하고 있으며 연결 지어 생각해 본 적이 없는 학생도 꽤 많았다. 그러나 그래핑 계산기를 활용한 활동 수업 이후 많은 학생들이 지필 수업을 통해서는 알지 못하였던 방정식, 부등식과 함수의 연결성을 정확하게 알 수 있었다고 하였다. 그리고 학생들이 수학 문제 중 가장 어려워하는 것이 바로 실생활 관련 문제인데 이는 실제 상황을 수학적 모델링 과정을 통하여 식으로 바꾸어야 하는 것과 복잡한 계산이 동시에 이루어져야 문제 해결이 가능하기 때문이다. 그런데 그래핑 계산기를 이용하면 그래핑 계산기가 계산을 해결해 주므로 식을 세우는 일에만 열중할 수 있기 때문에 학생들이 문제에 느끼는 심리적 부담감을 줄여줄 수 있었다. 뿐만 아니라 학생들은 평소에는 알기 어려웠던 실제적이고 일상적인 상황을 수학을 통하여 해결할 수 있었기 때문에 수학의 유용성을 느낄 수 있었다고 하였다. 따라서 그래핑 계산기의 활용은 방정식, 부등식, 함수 영역 간의 연결을 가능하게 도와주고, 학생들에게 수학의 유용성과 실용성을 느낄 수 있게 하였다.

그래핑 계산기를 활용한 수업은 대체적으로 학생들의 수학적 태도에 긍정적인 변화를 가져왔다. 그래핑 계산기를 활용하여 수업하였을 때 학생들은 시각화로 인하여 흥미와 관심을 갖게 되었고 어렵게만 생각되었던 방정식, 부등식, 함수에 대한 개념이 이해가 되기 시작하면서 성취감을 느낄 수 있었다고 하였다. 또한 평소에 수학 문제를 풀 때 식을 잘 세우고도 계산 과정에서 틀리는 경우가 많아 수학 과목이 싫었는데 그래핑 계산기를 사용하면 계산 과정에 대한 걱정이 없어지므로 자신감

이 생긴다고 하였다. 그래핑 계산기를 활용한 발표·토론 학습은 학생 스스로 탐구하는 수업이므로 수동적인 수행에서 벗어나 적극적인 탐구로 변화하게 하므로 학생으로 하여금 재미를 느끼게 함과 동시에 수학적 능력을 향상시킬 수 있었다.

그러나 본 연구는 정성 연구의 특성 상 의도적인 표본 추출로 인해 본 연구의 결과를 수학 교육 영역 전체로 일반화하기는 어렵다. 또한 새로운 도구를 사용함으로써 오는 신기효과(novelty effect)로 인해 수학적 태도가 달라질 수 있음을 배제할 수 없다. 본 연구에서는 CAS 그래핑 계산기를 이용하여 수업한 기간이 3주이고, 사전·사후 성취도평가와 태도 검사지 2차시를 포함하여 총 10차시 분량의 수업을 진행하였다. 인문계 고등학교의 특성 상 시간적 제약으로 인해 오랜 기간 연구를 하지 못한 부분 또한 본 연구의 제한점이다.

선진국에서는 그래핑 계산기를 실제 수학 수업 시간에 활용하고 있고, 국가적인 시험에서도 사용이 가능하므로 그래핑 계산기를 활용한 수학 학습에 대한 효과나 학습 지도 방법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있지만, 우리나라에서는 아직 학교 수업 현장에 도입되지 않은 까닭에 몇몇 관심 있는 연구자들에 의해서만 연구가 진행되어 왔다. 앞으로 우리나라에서도 더 많은 연구자들이 그래핑 계산기의 효과성에 대해 연구하고 각 단계에서 실제적으로 사용할 수 있는 학습 자료 및 수업 모형과 평가 도구를 개발하여 교사들이 수업 현장에서 사용할 수 있도록 해야 할 것이다. 그러기 위해서는 그래핑 계산기를 활용할 수 있는 적절한 교수 환경이 뒷받침되어야 한다.

참 고 문 헌

고상숙·이윤경 (2005). 그래핑 계산기를 이용한 함수의 개념적 이해. 대한수학교육학회 수학교육학논총 **25**, 413-428.

고호경 (2002). 그래핑 계산기를 활용한 협동학습에서 학생들의 언어적 상호작용 분석에 관한 사례연구. 단국대학교 교육대학원 박사학위 논문.

곽정원 (1996). 그래픽 계산기를 이용한 함수 수업이 수학 학습에 미치는 영향. 이화여자대학교 석사학위논문.

권오남·박경미 (1996). 그래픽 계산기를 이용한 이차함수 지도에 관한 연구. 서울 : 교육부 교과교육공동연구소 연구과제 최종보고서.

김순숙 (2000). 고등학교 수학교실에서 그래픽 계산기 활용이 미치는 영향에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위 논문.

류희찬·이지요 (1993). 수학교육에서의 시각화의 중요성과 LOGO. 대한수학교육학회 논문집, **3(1)**, 75-85.

류희찬 (1998). 탐구형 소프트웨어를 활용한 '열린' 수학교육. 수학교육 연구 발표회 열린 수학교육의 이론과 실체, 167-181.

문광호 (1999). 중·고등학교 수학의 시각화에 관한 연구. 서울대학교 석사학위논문.

박교식 (1998). 우리나라 초등학교 수학교육에 적용 가능한 계산기 활용 방안 연구. 대한수학교육학회 논문집, **8(1)**, 237-249.

박영희 (2001). 그래픽 계산기 활용이 통계 개념 학습에 미치는 영향 분석. 청주교육대학교 과학교육연구소 논문집, **23**, 11-20.

심민영 (2004). 지수로그 함수 단원에서의 그래픽 계산기 활용에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위논문.

안병곤 (2005). 초등수학에서 계산기 활용에 대한 효과 분석. 대한수학교육학회지 <학교수학>, **7(1)**, 17-32.

이미연, 오영열 (2007). 수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향. 수학교육학연구, **17(4)**, 395-418.

이은녕 (2003). 그래핑 계산기의 활용이 이차함수 표상간의 이해에 미치는 효과. 이화여자대학교 석사학위논문.

장경윤 (2000). 그래픽 계산기와 함께하는 수학탐구. 서울: 경문사

정난희 (2002). 함수와 방정식·부등식 사이의 연결 능력 향상을 위한 Computer Algebra System의 활용 효과. 이화여자 대학교 석사학위논문.

조성민 (1999). 컴퓨터를 활용한 구성주의적 수학 교수-학습에 대한 연구. 이화여자 대학교 석사학위논문.

홍선주, 최창우 (2009). 의사소통 중심 수학 수업이 수학적 성향과 학업 성취도에 미치는 영향. 한국초등수학교육학회지, **13(2)**, 269-283.

Drifvers, P., & Doorman, M. (1996). The Graphing calculator in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, **15(4)**, 425-440

Dunham, P. H., & Dick, T. P. (1994). Research on graphing calculators. *The Mathematics Teacher*, **87(6)**, 440-445.

Dunham, P. H. (2000). Hand-held calculators in mathematics education : A research perspective. In E. D. Laughbaum (Eds.), *Hand-held technology in mathematics and science education : A collection of papers*(pp. 39-47), Columbus, OH : Ohio State University Columbus.

Embse, V. (2000). A mathematical look at a free throw using technology. In E. D. Laughbaum (Ed.), *Hand-held technology in mathematics and science education : A collection of papers*(pp. 154-160), Columbus, OH : Ohio State University Columbus.

Fey, J. T., Cuoco, A., Kieran, C., McMullin, L., & Zbiek, R. M. (Eds.). (2003). *Computer algebra systems in secondary school mathematics education.* Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators : Turning a computational device into a mathematical instrument*. NY : Springer.

Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. In D. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, NY : MacMillan.

Kutzler, B. (2000). A algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics. In Laughbaum, E. D.(Eds.), *Hand-held technology in mathematics and science education : A collection of papers*(pp. 98-109), Columbus, OH : Ohio State University Columbus.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston. VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Noddings, N. (1985) Small groups as a setting for research on mathematical problem solving. In E. A. silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*(pp. 345-360), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Pomerants H. (1997). The role of calculators in math education. *The urban systematic initiative/ comprehensive partnership of mathematics and science achievement forum*. Unpublished manuscript.

Schoenfeld, A. (1985). Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. In E. A. Silver (Ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*(pp. 345-360), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Silva, J. C. (1996). Are graphing calculators the catalyzer of a real change in mathematics education? *Role of Calculators in the Classroom*, 21-30.

Shirley, L. (2000). Twentieth-century mathematics: A brief review of the century. *Mathematics Teaching in the Middle School*, **5(5)**, 278-285

Travers, K. J.(1979). Second international mathematics study : Purposes and design. *Journal of Curriculum Studies*. **11(3)**, 203-210.

Tynan, D., Dowsey, J., & Ball, L. (2004). *CAS-Active mathematics : A student guide to the TI-89 in VCE Mathematics*. NY : Macmillan.

A Case Study on Students' Mathematical Concepts of Algebra, Connections and Attitudes toward Mathematics in a CAS Environment

Park, Hui Jeong
Ja Woon High School, Chang 4-dong, Dobong-ku, Seoul, Korea, 136-701
E-mail : phj0406@hanmail.net

Kim, Kyungmi+
Center for Curriculum and Instruction Studies, Korea University, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul, Korea, 136-701
E-mail : kyungmi@korea.ac.kr

Whang, Woo Hyung
Dept. of Math. Education, Korea University, Anam-dong, Sungbuk-ku, Seoul, Korea, 136-701
E-mail : wwhang@korea.ac.kr

The purpose of the study was to investigate how the use of graphing calculators influence on forming students' mathematical concept of algebra, students' mathematical connection, and attitude toward mathematics.

First, graphing calculators give instant feedback to students as they make students compare their written answers with the results, which helps students learn equations and linear inequalities for themselves. In respect of quadratic inequalities they help students to correct wrong concepts and understand fundamental concepts, and with regard to functions students can draw graphs more easily using graphing calculators, which means that the difficulty of drawing graphs can not be hindrance to student's learning functions. Moreover students could understand functions intuitively by using graphing calculators and explored math problems volunteerly. As a result, students were able to perceive faster the concepts of functions that they considered difficult and remain the concepts in their mind for a long time.

Second, most of students could not think of connection among equations, equalities and functions. However, they could understand the connection among equations, equalities and functions more easily. Additionally students could focus on changing the real life into the algebraic expression by modeling without the fear of calculating, which made students relieve the burden of calculating and realize the usefulness of mathematics through the experience of solving the real-life problems.

+ Corresponding Author

Third, we identified the change of six students' attitude through preliminary and an ex post facto attitude test. Five of six students came to have positive attitude toward mathematics, but only one student came to have negative attitude. However, all of the students showed positive attitude toward using graphing calculators in math class. That's because they could have more interest in mathematics by the strengthened and visualization of graphing calculators which helped them understand difficult algebraic concepts, which gave them a sense of achievement. Also, students could relieve the burden of calculating and have confidence.

In a conclusion, using graphing calculators in algebra and function class has many advantages : formulating mathematics concepts, mathematical connection, and enhancing positive attitude toward mathematics. Therefore we need more research of the effect of using calculators, practical classroom materials, instruction models and assessment tools for graphing calculators. Lastly We need to make the classroom environment more adequate for using graphing calculators in math classes.

* ZDM Classification : U74

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70

* Key Words : Graphing Calculator, Mathematical Connection, Attitude toward Mathematics

[부록] 1. 사전 성취도 검사지 예시

본 검사지는 여러분이 방정식, 부등식, 함수에 대해서 어느 정도 이해하였는지를 알아보기 위한 것입니다. 검사 결과는 타인에게 공개되지 않을 것이며, 수학 교육 연구를 위해서만 사용될 것입니다. 학교 정기 고사와 학력 평가 성적과는 무관하므로 성심껏 풀어주시기 바랍니다.

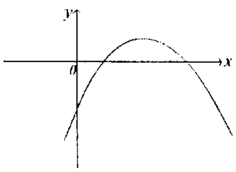
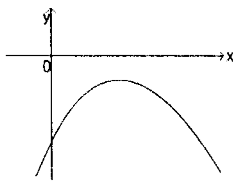
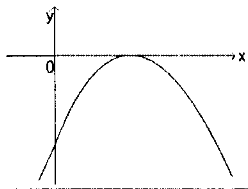
1. 이차 방정식 $2x^2-3x-1=0$의 해를 구하고, 그 중 양수인 것은 약 얼마인지 알아보아라.

3. 이차 부등식 $4x^2+4x+1\le 0$의 해를 구하여라.

5. 이차 함수 $y=-x^2-3x+18$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

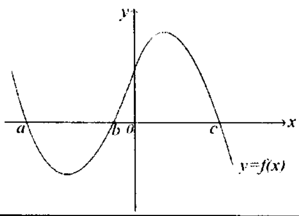
[풀이]	[답]
	1) x 절편은? ________ y 절편은? ________ 2) 꼭짓점의 좌표는? ________ 3) 대칭축의 방정식은? ________ 4) 정의역은? ____________ 치역은? ____________ 5) 최댓값은? ____________ 최솟값은? ____________

6. 각 이차 함수 그래프에 해당 되는 함수를 골라라.

①	②	③
		

ⓐ $y=-x^2-2x-4$	ⓑ $y=-x^2+2x-1$	ⓒ $y=-x^2-8x-13$

9. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래와 같을 때, 다음을 구해 보아라.

	① $f(x)>0$의 해는? ② $f(x)<0$의 해는?

[부록] 2. 활동지 예시

준아씨! 음주 운전은 위험해요!!

학년　　반　　번　　이름:

활동 3

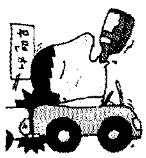
'거침없이 하이힐' 제작팀이 종영 파티를 열었다. 파티에서 준아는 소주 13잔을 거침없이 마셨다. 그리고 그가 마지막으로 14잔째 소주잔을 들이킨 것이 오후 9시였다고 한다. 14잔을 마시고 x시간 후 혈액 100 ml 당 들어있는 알코올의 양(mg)을 나타내는 혈중 알코올 농도 y%는 다음과 같은 공식으로 계산할 수 있다고 한다.

$$y = 0.119 - 0.015x$$

음주 단속에서 준아의 혈중 알코올 농도가 0.05% 이상이면 면허가 취소된다. 준아가 마지막 잔을 마시고 직접 차를 운전하여 집에 돌아가려고 한다. 운전면허 취소를 피할 수 있는 가장 이른 시각은 언제인가?

① X시간 경과 후 혈중 알코올 농도를 나타내는 다음 표를 완성해 보자.

X(경과시간)	0	1	2							
y %										

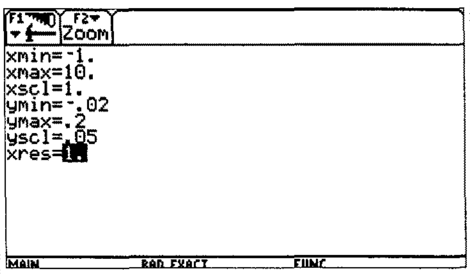


② 이 공식에서 X값이 왜 0보다 작거나 8이상이면 안되는지 이유를 말해보자.

⇒ ______________________________

③ 오후 9시부터 x시간이 경과한 후 혈중 알코올 농도 y%를 그래프로 나타내 보자.

① [◆][Y=]을 누르기
② y1 = 0.119 - 0.015x를 입력하기
③ [◆][WINDOW]를 누르기
xmin = (-)1
xmax = 10
xscl = 1
ymin = (-)0.02
ymax = 0.2
yscl = 0.05
xres = 1
④ [◆][GRAPH]를 누르기



④ 앞에서 구한 표와 그래프, 그래핑 계산기의 (F5)(Math) 1:Value 기능과 (F3)(Trace) 기능을 사용하여 다음 질문에 답해보자.

④-1. 오후 12시에 준아의 혈중 알코올 농도는 얼마인가?
⇒ ____________________

④-2. 준아의 혈중 알코올 농도가 0.014%인 시각은 몇 시인가?
⇒ ____________________

⑤ 준아가 마지막 잔을 마시고 직접 차를 운전하여 집에 돌아가려고 한다. 운전 면허 정지를 피할 수 있는 가장 이른 시각은 언제인가?

⇒ __________ 시간 후인 __________ 시 이다.