

Excel Grapher: 역동적 함수 그래프 도구

김 경 원 (성균관대학교)

이 상 구 (성균관대학교)⁺

이 재 화 (성균관대학교)

본 연구에서는 함수 그래프를 직관적으로 다루기 위하여 개발한 역동적 Excel Grapher를 소개한다. 더 나아가 개발된 그래프 도구가 대학 및 중·고등학교의 수학교육에 활용가능한 공학적 도구의 하나가 될 수 있음을 보여준다. (<http://matrix.skku.ac.kr/2010-ExcelGrapher/index.htm>)

I. 서 론

지난 20년간 수학 교수학습 활동에서 컴퓨터를 활용한 공학적 도구의 필요성은 꾸준히 증대되어 왔다. 특히 컴퓨터의 보급이 보편화되면서 수학의 교수-학습에 이를 활용하려는 사회적인 요구와 필요성 때문에 학교수학에 컴퓨터를 도입하자는 구체적인 논의가 이루어지고 있다. 컴퓨터를 사용하게 되면 학생들이 수학에 대해 흥미와 관심을 갖도록 새로운 측면에서 도울 뿐만 아니라 문제 해결과정의 체계적인 분석, 해답의 타당성 분석, 오류 분석 등의 과정을 통하여 수학적 사고력을 보다 강화시킬 수 있다(권오남·박경미, 1997). 또한 공학적 도구의 사용은 계산기로써의 기능 뿐 아니라 방정식의 해법과 복잡한 함수의 그래프에 이르기까지 수학 이론의 직관적인 이해에 큰 도움을 줄 수 있다. 7차 교육과정에서도 교사의 일방적인 수업이 아니라 학생들과의 쌍방향 학습이 크게 강조되면서 공학적 도구, 특히 수학 관련 컴퓨터 하드웨어나 소프트웨어의 활용이 더 큰 관심을 끌고 있다.

그러나 수학교사들이 실제로 학습현장에서 수학 교수-학습에 컴퓨터를 활용할 수 있을 만한 교육 환경은 아직 마련되어 있지 못하다. 이미 Mathematica, Maple, MATLAB, Cabri, GSP, Derive 등 좋은 수학용 소프트웨어가 있으나 이를 구입하기에는 가격이 비싸고 실제 교사들이 사용할 수 있는 소프트웨어도 충분하지 못하기 때문이다. 이런 문제점을 해결하기 위해 선진국에서는 오래전부터 관련 소프트웨어의 개발과 수업에서의 활용이 적극적으로 이루어져 왔다. 하지만 이러한 도구들을 수입하

* 접수일(2010년 12월 21일), 심사(수정)일(1차: 2011년 2월 22일, 2차: 4월 12일), 게재확정일자(2011년 4월 25일)

* ZDM분류 : N85, U55, U75, N84, U74

* MSC2000분류 : 97B40, 97C80, 97U50, 97U70

* 주제어 : 수학교육, 공학적 도구, Excel, Excel Grapher, 수학교수학습

* 본 논문은 BK21 수학적 모델링 사업단의 활동성과임.

⁺ 교신저자

여 그대로 우리의 중등교육 과정에 도입하기에는 언어적인 문제와 함께 기술적 종속과 수입 가격의 불안 등 여러 가지 문제점을 가지고 있다.

그간 한국에서는 셈틀¹⁾(CEMTool : Computer-Aided Engineering & Mathematics Tool) 이라는 과학기술 범용 프로그램이 개발되어 공대를 중심으로 활용되고 있으나, 수학교육용으로의 상업용 소프트웨어 개발은 크게 경쟁력이 있는 부분으로 여겨지지 않았다. 그래서 주로 대학 및 영재교육원 중심으로 인터넷을 이용한 웹상에서의 수학교육 관련 공학적 도구 개발이 Java를 중심으로 서울대²⁾와 성균관대(이상구 외, 2001)에서 이루어져 왔고, 최근에는 Flash를 이용한 수학교육용 공학적 도구³⁾들이 성균관대에서 개발되기도 하였다. 그러나 이런 도구의 이용이 실제 교육과정에 반영되기 위해서는 미국 NSF가 지원한 National Library of Virtual Manipulatives⁴⁾나 NCTM의 Illumination 프로젝트⁵⁾의 예에서 보듯이 기획과 완성 그리고 관리 등 일정부분 정부 교육기관의 협조가 필요하지만 우리의 20세기에는 이 부분에서 분명한 비전과 리더쉽이 부재하였다. 따라서 21세기 수학교육에서 중요한 한 부분으로 자리 잡아가는 공학적 도구의 사용은 이런 이유로 오랜 기간 널리 확산되지 못했다. 이러한 근본적인 문제점 때문에 결국 수학교육에서의 공학적 도구의 도입을 강조하면서도 현재의 여건에서의 교육적인 효과 분석에 비중을 두고 실질적인 수용과 개발에는 소극적인 상태였다.

최근 21세기 수학교육에서 공학적 도구의 필요성을 인식한 사단법인 전국수학교사모임의 회장단 및 현직 교사들은 연구자들에게 실제 우리나라 환경에 맞는 대안을 제시해 주기를 요구하기에 이르렀다. 본 연구진은 벤치마킹을 통하여 국내에서 특히 교육기관에서 가장 널리 사용되는 프로그램인 Microsoft Excel(이하 엑셀)을 주목하였다. 그리고 KAIST 교수를 역임한 Deane Arganbright가 Erich Neuwirth와 공저하여 최근 발간된 *The Active Modeler: Mathematical Modeling With Excel*(Neuwirth, E. & Arganbright, D., 2004)을 이용하여 수학적모델링 강좌를 수행하며 엑셀이 대학에서 뿐만 아니라 중등 수학교육에서도 훌륭한 공학적 도구의 기능을 수행할 수 있다는 것을 인식하였다.

현재의 수학교육은 연역적인 증명에 강조를 두고 있는 측면이 많으나 수학적 기본 개념이나 원리가 학생들에게 의미를 갖도록 하는 것도 중요하므로 이를 위해서는 연역 이전에 학생들이 지식을 귀납적으로 탐구하는 과정이 필요하다(김향숙, 2001). 그러나 지필 환경에서 귀납적 활동을 기대하기에는 사실 많은 한계가 있다. 본 논문에서는 함수 그래프를 보다 직관적으로 보여줄 수 있는 Excel Grapher를 소개하고 이를 우리 중등학교의 수학교육에서 바로 사용가능한 공학적 도구의 한 대안으로 제시한다. 이를 통해 능동적이며 자의 의미를 구성하는 귀납적 학습이 수업에서 이뤄질 수 있기를 기대한다.

1) <http://www.cemtool.co.kr/>

2) 자바 말, <http://plaza.snu.ac.kr/~hanaone/javamal.html>

3) 이상구 · 김덕선, Flash Grapher, http://matrix.skku.ac.kr/2009-Flash/f2_grapher.htm

4) <http://nlvm.usu.edu/>

5) <http://illuminations.nctm.org/WebLinks.aspx>

II. 본 론

1. 수학교육에서의 엑셀의 활용

엑셀은 우리나라 수학교육에 자주 활용되고 있는 도구이다. 엑셀은 수학교육용으로 개발된 소프트웨어는 아니지만 의미 있게 수학교육을 도와 줄 수 있다. 특히 수학이외의 장면에서 널리 사용되는 소프트웨어라는 점은 나중에 수학을 전공하지 않을 학생에게도 유용하다는 장점이 있다. 엑셀은 다양한 표현능력, 역동적 실험환경을 조정하는 능력, 모델링 능력으로서 학생들의 수학적 사고력을 신장시키는 능력을 가지고 있으므로 교육용 틀로서 적합하다. 또한, 엑셀은 우리나라의 많은 컴퓨터에 설치 되어있기 때문에 엑셀을 통한 수학교육은 공간 및 시간적 제약을 덜할 수 있다. 이미 여러 공공기관에서는 Microsoft Office⁶⁾가 기본프로그램으로 쓰일 정도로 보급이 되어있으며, 특히 교육기관 및 개인에 대한 보급률도 상당하다.

엑셀의 큰 장점중 하나로써 엑셀을 통하여 만들어진 공학적 도구는 단순히 엑셀파일 한 개만 가지고 실행시키면 되기 때문에 인터넷이 연결되지 않은 컴퓨터에서도 사용을 할 수 있다. 이는 인터넷연결을 반드시 필요로 하는 Java도구나 Flash도구보다 공간적 제약에 자유롭다. 또한 만들어진 도구는 사용자의 생각대로 쉽게 발전시킬 수 있다. 엑셀은 다른 프로그램보다 비교적 조작이 쉽고, 엑셀을 통하여 만들어진 도구에 대하여 그 내부 알고리즘을 공개할 수 있기 때문에 엑셀을 통하여 이 미 만들어진 교육적 도구는 사용자가 원하는 방향으로 쉽게 발전시킬 수 있다.

따라서 엑셀을 통하여 개발된 공학적 도구는 교사가 수업 시간에 교실에서 개념을 설명하며 동시에 그 도구를 활용할 수도 있고, 학생은 학교 전산실이나 집 또는 집 주변의 흔한 PC방에서라도 반복 및 활동 학습을 통하여 탐구 활동이 가능할 뿐 아니라 학교를 졸업한 후에도 계속 업데이트된 공학적 도구의 이용으로 배운 지식을 이용할 수 있으며 시간이 흐르며 발전된 내용도 따라가며, 더 나아가서는 평생교육까지도 가능하다. 이렇게 다재다능한 기능을 갖춘 엑셀에서 가능한 수학교육에서 활용될 수 있는 기초지식을 간단히 살펴보면 다음과 같다.

(1) 산술연산 및 대소 비교

엑셀은 일반적인 계산기에서 할 수 있는 기본적인 사칙연산뿐만 아니라, 지수, 분수, 제곱근 등의 여러 가지 산술연산을 할 수 있으며, 또한 대소 비교연산이 가능하다.

(2) 통계

엑셀은 통계 프로그램으로써 평균 및 분산, 표준편차를 구할 수 있고, 주어진 데이터를 활용하여 도수분포표를 만들 수도 있다. 또한 그 도수분포표를 가지고 원하는 그래프를 그릴 수도 있다. 본래

6) Microsoft Office는 Microsoft Excel, Microsoft Powerpoint, Microsoft Word, Microsoft Access등 여러 가지 프로그램이 같이 묶여져 있는 패키지형식 프로그램이다.

엑셀은 통계자료를 요약·표현하고 분석하는 유용한 내용이 다수 제공된다. 통계학을 전공하지 않거나 고도의 자료분석을 요하지 않은 사용자들은 통계패키지인 SAS나 SPSS보다 사용의 간편성과 쉽게 이해할 수 있다는 점에서 이들 패키지보다 엑셀을 선호하고 있다(김응환·우희선, 1999).

(3) 함수

엑셀에서 제공하는 함수는 데이터베이스 및 목록 관리 함수, DDE(동적 데이터 교환)/외부 함수, 시간/날짜 함수, 공학 함수, 재무 함수, 수학/삼각 함수, 통계 함수, 논리 함수, 정보 함수, 문자열 함수 등 10개 종류로 나뉜다. 각각의 종류에는 유용한 함수들이 있고, 엑셀에서는 총 300여개의 함수를 제공한다. 이를 이용하여 본 연구진은 함수의 그래프를 자동으로 그려주는 Excel Grapher를 만들 수 있었다.

(4) 행렬연산

엑셀은 위에서 소개한 수학 및 삼각함수뿐만 아니라 행렬연산에 사용될 수 있는 간단한 행렬대수 명령어도 포함하고 있다. 또한 Visual Basic Script를 활용한다면 엑셀에서 기본으로 제공하지 않는 여러 행렬계산을 할 수도 있다⁷⁾.

2. Excel Grapher

여러 테크놀로지 중에서도 특히 엑셀은 직관적인 방식과 직접적인 조작으로 모델링 개념과 기술을 행하고 발전시키도록 돕는 수학적 모델개발을 위한 탁월한 도구이다(류희찬·김지연, 2005). 엑셀은 스프레드시트(SpreadSheet)안에서 여러 가지 함수를 조합해 나가면서 기본적인 함수 이상의 것들을 할 수 있도록 설계되어있다. 또한 위에서 소개한 엑셀의 기본적인 기능뿐만 아니라 Visual Basic Script를 추가로 사용한다면 스프레드시트만으로는 불가능한 계산을 해낼 수 있다. 실제로 이를 이용하여 엑셀에서는 Growth Model, Epidemics Model, Harvesting Model, Predator-Prey Model 등 여러 가지 모델들을 계획하고, 시뮬레이션 할 수 있다(Erich Neuwirth & Deane Arganbright, 2004). 또한, 이러한 엑셀에서의 Visual Basic Script의 이용은 다른 학문에서도 살펴볼 수 있다. 특히 지구 과학에서는 중력장물체운동, 터널운동과 포물선운동, 태양계 행성의 원 궤도, 푸코 진자, 일출과 일몰 등 여러 가지 형태로 엑셀을 이용하여 모델링이 이뤄지고 있다(최승언·우홍균, 2009). 수학교육에 있어서 함수교육의 중요성을 토대로, 본 연구진은 이러한 Visual Basic Script와 내장된 다양한 수학 함수를 활용하여 함수에 대한 그래핑에 비중을 뒀서 연구를 진행하였다.

이헌수 외(2009)의 초등 영재아를 중심으로 한 사례연구에서는 그래핑 계산기를 활용한 교수 학습에 대한 긍정적인 측면을 다음과 같이 제시하였다. 실제 상황에서 제시된 문제로부터 패턴을 발견하

7) 2007년부터 Foxes team은 "MATRIX and LINEAR ALGEBRA Package For EXCEL"이라는 주제로 엑셀에서 기본적으로 제공하지 않은 행렬함수들을 개발하여 <http://digilander.libero.it/foxes>를 통하여 제공하고 있다.

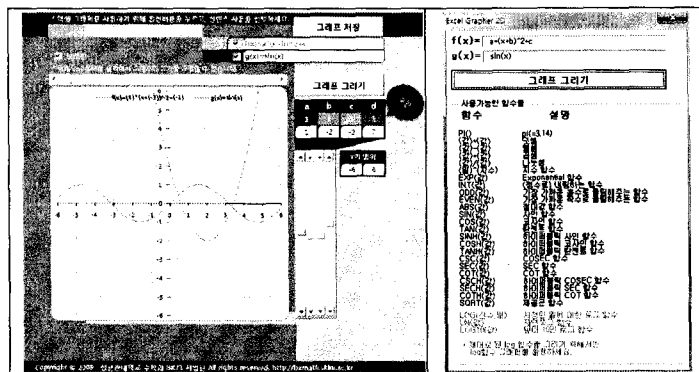
고, 이로부터 표를 만들고, 좌표를 구하고 그래핑 계산기를 이용하여 시각적으로 이해하는 학습과정은 전통적인 수학 학습과정이 가진 취약점을 보완할 수 있다고 지적하였다. 특히 단순히 그래프를 보여주는 역할만 하는 것이 아니라 수식을 보고 그래프를 번역하거나, 그래프를 보고 변수간의 관계를 파악하여 그 관계식을 세울 수 있는 분석 능력도 길러주며, 그래프를 분석하는 과정에서 수학적 의사소통도 가능하게 해줄 수 있음을 제시하였다(이헌수 외, 2009). 또한, 짧은 시간 내에 많은 함수의 그래프를 정확하게 그려주고 함수의 대수적 표현과 그래프적 표현을 동시에 나타내는 다양한 성질을 탐구 할 수 있고 이런 시각화를 통해 직관적인 수학적 추론의 향상 및 수학적 개념의 이해에 크게 도움을 받을 수 있다.

본 논문에서 제시하는 그래핑 계산기인 Excel Grapher는 주어진 상자에 함수를 입력하였을 때 바로 그 그래핑 결과를 보여준다. 이는 대학수학교육에서 제시되는 여러 복잡한 함수들까지 그래핑이 가능하다. 또한, 단순히 함수의 그래핑에 만족하지 않고 Excel Grapher에 포함된 스크롤바의 조작을 통하여 역동적인 실험 결과를 도출할 수 있다는 점에서, 학습자가 자기주도적 탐구를 통하여 함수의 표상을 전체로 인식하며 함수를 이해하는데 도움을 줄 수 있다.

이러한 장점은 엑셀만으로도 지금까지 소개된 여러 CAS 도구의 일부를 대체할 수 있다는 점에서 의미가 있다. 지금부터는 그 연구의 결과물인 Excel Grapher를 소개하겠다.

(1) Excel Grapher의 기본구조

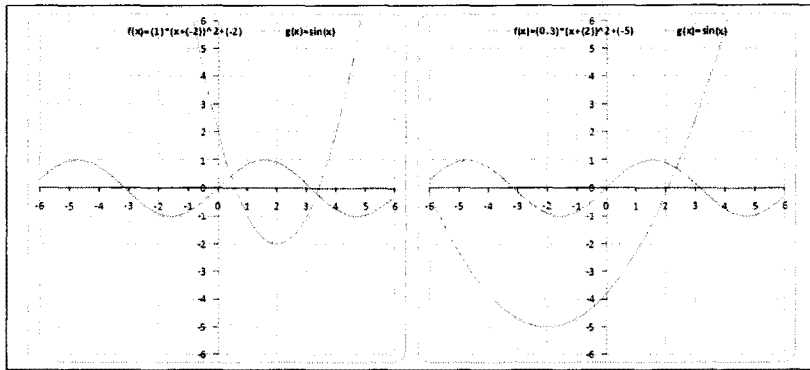
Excel Grapher는 <그림 1>과 같은 구성으로 몇 가지의 기본적인 기능을 기준으로 제작되었다. 독자 개발된 Excel Grapher를 아래 웹주소⁸⁾에서 다운받아 아래 설명을 따라 실험할 수 있다. 개발된 도구는 <그림 1>과 같이 6개의 구역으로 나누어져 있으며, 그 중 하나인 '그래프 그리기' 버튼을 통하여 함수 그래프를 작성한 후, 다른 5가지 조작을 통하여 그려진 그래프에 여러 가지 변화를 줄 수 있다. 대략적인 설명은 아래와 같다.



<그림 1> Excel Grapher

8) <http://matrix.skku.ac.kr/2010-ExcelGrapher/index.htm>

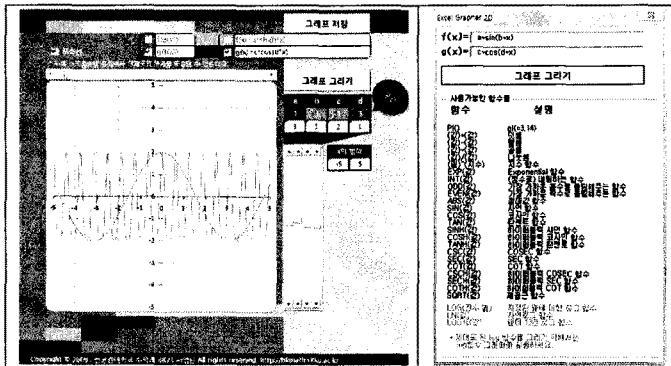
- ① 상수값(a, b, c, d)의 조절 : 함수에 사용된 상수값(a, b, c, d)을 직접입력하거나 스크롤바를 통하여 조절할 수 있다. 이는 그려진 그래프의 일차변환을 확인하는데 활용될 수 있으며, 그에 따른 함수의 특징을 좀 더 시각적으로 쉽게 살펴볼 수 있다.
- ② 정의역(x)의 범위 : 정의역의 범위를 정의할 수 있다.
- ③ 그래프의 확대 및 축소 : 그려진 함수의 그래프를 확대(zoom in)시키거나 축소(zoom out)시킬 수 있다.
- ④ 보조선 : 함수 그래프 주위의 격자모양의 보조선을 보이게 하거나 감출 수 있다.
- ⑤ 그래프의 저장 : 그려진 그래프를 메모리에 저장하고, 'Ctrl+V' 단축키를 통하여 <그림 2>와 같이 여러 종류의 문서에 첨부할 수 있다.



<그림 2> 그래핑 결과의 캡처 화면

(2) 합성함수를 위한 Excel Grapher

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 두 함수의 합성함수를 그릴 수 있는 Grapher를 <그림 3>과 같이 제작하였다.

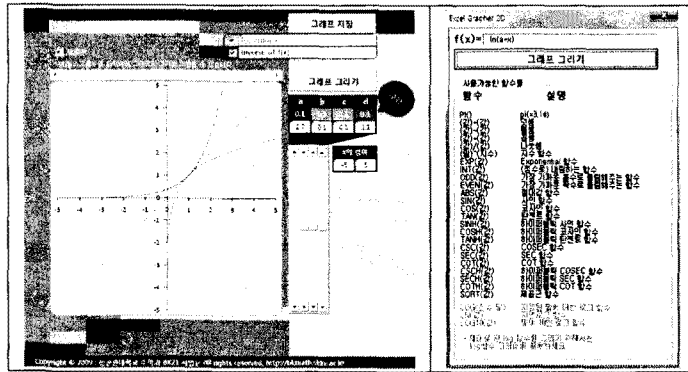


<그림 3> 합성함수를 위한 Excel Grapher

\sin 함수와 \cos 함수의 합성함수의 성질을 단순히 수식만으로 예측하기는 쉽지 않다. 하지만 위와 같이 $f(x) = a\sin(bx)$ 함수와 $g(x) = c\cos(dx)$ 함수를 그려놓고 a, b, c, d 의 값을 조절하면서 함수의 변형을 살펴보면 $\sin(\cos)$ 함수와 $\cos(\sin)$ 함수의 성질을 함수의 대상관점⁹⁾에서 쉽게 이해할 수 있다. 하지만 좁은 화면에서 4개의 그래프(함수 f , 함수 g , 함수 $f(g)$, 함수 $g(f)$)를 동시에 살펴보면 그래프의 모양을 살펴는데 어려움이 있을 수 있다. 이는 각각의 그래프를 선택하여 볼 수 있도록 제작하여 그 어려움을 해소하였다.

(3) 역함수를 위한 Excel Grapher

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 주어진 함수의 역함수를 그릴 수 있는 Grapher를 <그림 4>와 같이 제작하였다.



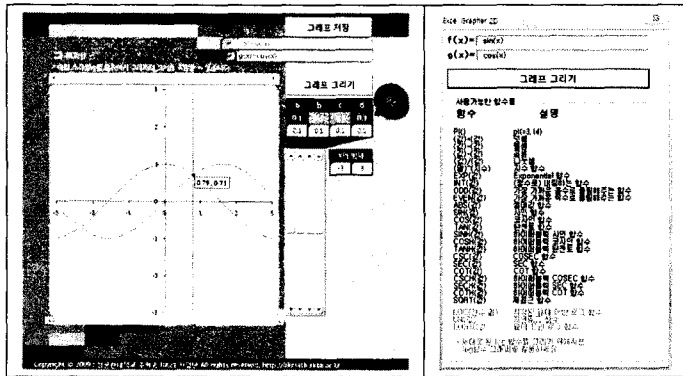
<그림 4> 역함수를 위한 Excel Grapher

$y = x$ 점근선을 통하여, 주어진 $f(x)$ 함수와 그 역함수가 서로 함수 $y = x$ 을 기준으로 대칭임을 시각적으로 확인할 수 있다. 또한 위와 같이 $f(x) = \ln(ax)$ 함수와 그 역함수, 즉 $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}e^x$ 함수를 동시에 그려놓고, 상수 a 의 값을 조절하면서 실제 함수 f 와 그 역함수는 $a = 2.7 \approx e$ 일 때 $(1, 1)$ 에서 교차함을 알 수 있다.

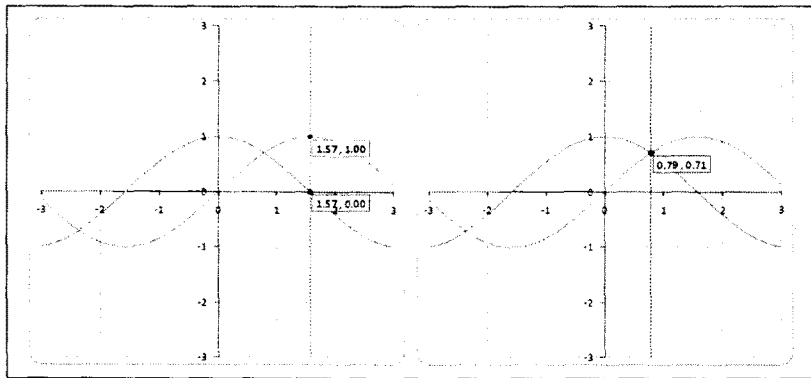
(4) Excel Grapher를 이용한 대수방정식의 해법

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 함수의 그래프를 통하여 대수방정식의 근사해를 유추할 수 있도록 <그림 5>와 같이 제작하였다.

9) 함수의 표상(대수식, 그래프, 표)을 전체로 인식하며 함수를 이해하는 관점.



<그림 5> 대수방정식의 풀이를 위한 Excel Grapher

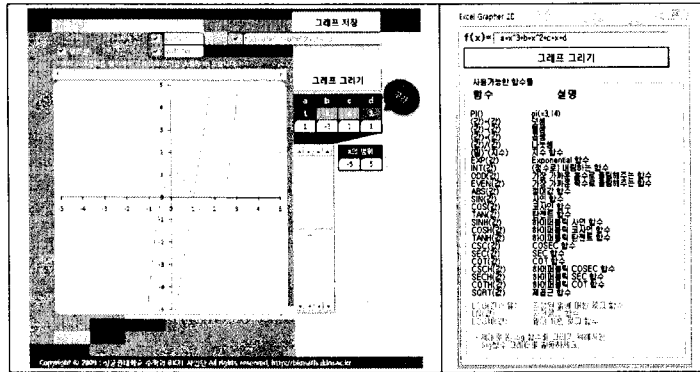


<그림 6> $\sin(x)$, $\cos(x)$ 의 그래프

<그림 5>에서의 그래핑 필드 바로 아래에 있는 스크롤바를 조작하여 그림에 보이는 세로로 그려진 기준선을 이동시킬 수 있고, 두 그래프위에 그려진 각 점이 만나는 위치의 좌표를 통하여 방정식 $\sin(x) = \cos(x)$ 의 해를 찾을 수 있다. 또한 <그림 6>과 같이 $x = 1.57 \approx \frac{\pi}{2}$ 일 때 $\sin(x) = 1$, $\cos(x) = 0$ 임을 그려진 그래프를 통하여 학습할 수 있다.

(5) 도함수를 위한 Excel Grapher

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 주어진 함수의 일차도함수와 이차도함수를 그릴 수 있는 Grapher를 <그림 7>과 같이 제작하였다.

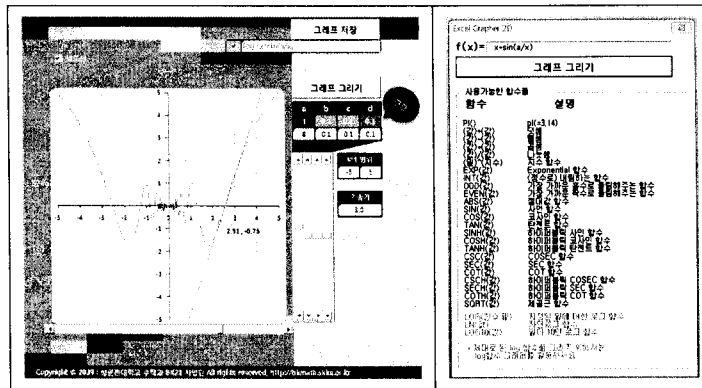


<그림 7> 도함수를 위한 Excel Grapher

위의 그림을 통해, 주어진 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 에 대하여 일차도함수 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 와 이차도함수 $f''(x) = 6ax + 2b$ 를 살필 수 있다. 또한 상수 a, b, c, d 의 값을 조절하면서 주어진 삼차함수와 각 도함수간의 관계를 시뮬레이션을 통하여 살필 수 있다.

(6) 접선을 위한 Excel Grapher

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 주어진 함수의 각 점에서의 접선을 그릴 수 있도록 <그림 8>과 같이 제작하였다.



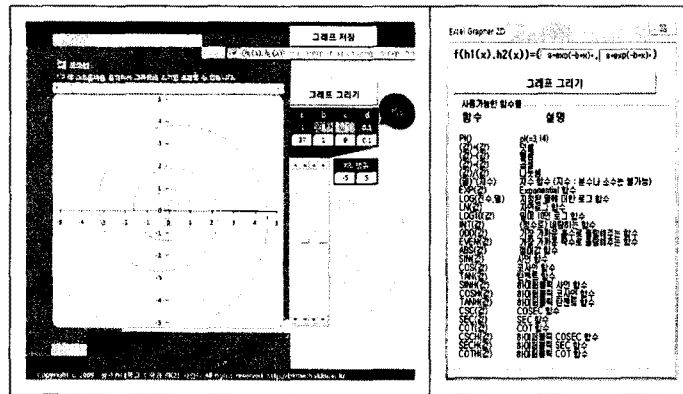
<그림 8> 접선을 위한 Excel Grapher

<그림 8>에서의 그래핑 필드 바로 아래에 있는 스크롤바를 조작하여 각 점 위에서의 접선을 그릴 수 있다. 또한 그려진 접선의 기울기를 통하여 미분계수를 구할 수 있다. <그림 8>에서는 다소 복잡한 그래프인 $f(x) = x \sin(\frac{a}{x})$ 위에서 $x = 2.31$ 일 때의 접선을 그리고 그 접선의 기울기(미분계수)가 3임을 살필 수 있다. 따라서 이러한 접선을 위한 Excel Grapher는 위와 같이 스크롤바를 통하여

각 점의 위치를 옮겨가며 그 기울기를 시각적으로 살피고 주어진 함수의 극대값과 극소값을 찾는 데 도움을 줄 수 있다.

(7) 매개변수방정식을 위한 Excel Grapher

Excel Grapher의 기본적인 기능에 몇 가지 기능을 더하여 매개변수방정식을 그릴 수 있도록 <그림 9>와 같이 제작하였다.



<그림 9> 매개변수방정식을 위한 Excel Grapher

여기에서는 $(h_1(x), h_2(x)) = (ae^{-bx}\cos(cx), ae^{-bx}\sin(cx))$ 를 이용하여 주어진 매개변수방정식을 그래프로 나타냈다. 매개변수 방정식은 일반 함수식과는 달리 그 성질을 살피기가 쉽지만은 않다. 따라서 이와 같은 Grapher를 통해서 a, b, c, d 의 값을 조절하면서 함수 그래프의 개형 및 성질을 살피는 것이 가능하다.

위와같은 Excel Grapher를 포함하는 컴퓨터대수체계(CAS)¹⁰⁾는 매우 강력한 수학 활동 지원체제로 최근 주목받고 있다. 초기에는 과학적 목적으로 개발되었지만 컴퓨터 소프트웨어로 발전되면서 다양한 표상을 제공하고 수량 계산 뿐 아니라 식의 계산, 통계처리와 분석, 그 결과의 시각적 표현, 표와 리스트 작업, 벡터나 행렬의 연산, 프로그래밍 등을 수행할 수 있게 되었다. 이러한 CAS의 중요한 특징은 방정식의 대수적 풀이 등 대수식의 조작을 지원한다는 점이다. 또한 지필로 하기에는 인지적으로 부담이 되는 계산이나 그래프 그리기를 빠르게 실행시켜 줄 수 있다(한세호·장경운, 2009). 또한, Dunham과 Dick은 중등학교에서의 그래핑 계산기 활용과 관련된 연구 결과들을 요약하며 보고하면서 ‘그래핑계산기를 활용해서 수학을 배운 학생들은 방정식과 그래프를 연결시키는 것을 더 잘하고, 그래프로부터 더 많은 정보를 식별하고, 그래프에 대한 대수식을 결정하는데 더 숙달되

10) Computer Algebra System

고, 함수의 그래프적, 수치적, 대수적 표현의 연결성에서 더 나은 능력을 보인다'라고 주장하였다 (Dunham & Dick, 1994). 그러면서, 그들은 결론에서 '그래핑계산기는 수학과 교수-학습 과정, 특히 함수와 그래프에 관련된 영역에서 극적인 효과를 줄 수 있는 잠재성을 가지고 있다'고 주장하였다(강운수, 2005). Excel Grapher는 위의 연구에서 제시한 교육적 효과를 증가시키는 그래핑 도구로서 뿐만 아니라, 앞서 제시한 기능을 통해 보듯이 계산용도구와 수학적 모델링 도구로 효과적으로 사용될 수 있을 것이다.

III. 결 론

제7차 교육과정의 수학교육에서 공학적도구의 필요성이 강조되면서, 실제 중등 수학교과 수업에서의 도구 활용에 대한 많은 연구가 이뤄져왔다. 그에 합당한 범용 소프트웨어로 Mathematica, Maple, MATLAB, Cabri, GSP를 포함하여 다양한 도구가 있지만 이러한 도구들을 수입하여 그대로 우리의 중등교육 과정에 도입하는 것은 언어는 물론 기술적 종속과 수입 가격의 불안 등 여러 가지 문제점을 가지고 있다.

본 연구에서 개발하여 제시한 Excel Grapher는 함수 그래프를 직관적으로 보여주는 프로그램이다. 특히 본론의 연구결과에 근거하여 새로 개발된 Excel Grapher를 포함하면 엑셀만으로도, 대학수학교육에서 필요한 대부분의 CAS 교수학습의 오랜 난제인, 어떤 교육도구를 선택하느냐에 대한 고민을 덜 수 있다. 또한 함수 그래프의 시각화를 통하여 중·고등 수학교육에서도 수학 교육과정이 제시한 목표에 이르는 효과적인 도구로 사용될 수 있다. 더 나아가 수학교육에 있어서 수학적 모델링을 중시하고, 실생활 문제를 접할 수 있는 계기를 조성한다는 관점에서 보면 Excel Grapher의 활용은 중요한 역할을 할 수 있을 것이다. 검토과정에서 개발된 도구에 대한 독자의 이해를 돕기 위하여 Excel Grapher를 <http://matrix.skku.ac.kr/2010-ExcelGrapher/index.htm>에 첨부하여 바로 다운 받아 사용해 볼 수 있도록 하였다.

본 연구가 시사하는 주요 내용은 테크놀로지의 필요성이 증대된 우리의 교육현장에서 가장 쉽게 접할 수 있는 프로그램인 엑셀을 이용하여 Excel Grapher를 새로 만들어 제시한 것이다. 본 연구내용은 실제 개발에 사용된 구체적인 알고리즘 소개와 함께 2009년 가을 KMS-AMS 공동학술회의와 2010년 여름 이탈리아 PISA에서 열린 ILAS 2010년 학술회의에서 현재 사용되는 기능을 넘어서는 대중적인 도구를 학생들에게 가장 저렴하게 제공하는 새로운 가능성을 제시함으로 국내외의 여러 자들로부터 독창성과 그 효용의 넓은 가능성에 대한 검토를 마쳤다.

본 논문은 수학교육공학에 기반하여 개발에 비중을 둔 논문으로, 현장교육에서의 효과 분석에 관한 통계적 연구는 후속연구자가 일반 수학교육 저널에 보고할 가능성을 남겨두었다.

참고문헌

- 강운수 (2005). 그래핑계산기를 활용한 탐구 학습 상황 분석: '수학적 의사소통/시각화'의 관점에서, 한국학교수학회논문집, 8(1), 19-33.
- 권오남·박경미 (1997). 그래핑계산기를 이용한 함수지도에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 36(1), 35-48.
- 김응환·우희선 (1999). Excel을 활용한 수학교육, 한국학교수학회논문집, 2(1), 105-120.
- 김향숙 (2001). 평면변환기하에 있어서 Mathematica를 이용한 교수-학습방법, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 40(1), 93-102.
- 류희찬·김지연 (2005). 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서의 상호 작용: 중학교 2학년 대수 영역을 중심으로, 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 15(1), 75-105.
- 이상구·양정모·Wellman, R. (2001). 7차 교육과정의 수학에서의 공학적 도구의 이용에 관하여, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 11, 355-365.
- 이현수·박종률·이광호 (2009). 그래핑 계산기와 CBL을 활용한 1차 함수 탐구: 초등 영재아를 중심으로 한 사례 연구, 한국학교수학회논문집, 12(3), 347-364.
- 최승언·우홍균 (2009). 수학과 컴퓨터를 이용한 과학 이해하기, 서울: 청범출판사.
- 한세호·장경윤 (2009). 고등학교 수학 문제해결에서 CAS의 도구발생, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 11(3), 527-546.
- Dunham, P. H., & Dick, T. P. (1994). Research on graphing calculators, *Mathematics Teacher*, 87(6), 440-445.
- Neuwirth, E., & Arganbright, D. (2004). *The Active Modeler: Mathematical Modeling with Microsoft Excel*, Belmont: Thomson Brooks/Cole.

Excel Grapher: Dynamical Graphing Tool

Kyung-Won Kim

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : kwkim@skku.edu

Sang-Gu Lee⁺

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : sglee@skku.edu

Jae Hwa Lee

Department of Mathematics, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea

E-mail : jhlee2chn@skku.edu

In this paper, we introduce how we developed a dynamic Excel Grapher which can be used for mathematics education. Developed tools can be used in college mathematics as well as a secondary school mathematics education. It can be downloaded for your test or teaching.

(<http://matrix.skku.ac.kr/2010-ExcelGrapher/index.htm>)

* ZDM Classification : N85, U55, U75, N84, U74

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B40, 97C80, 97U50, 97U70

* Key Words : mathematics education, math tool, Excel, Excel Grapher, teaching and learning of mathematics

* This work was supported by BK21 Math. Modeling HRD Project.

⁺ Corresponding author